

Agostino De Marco
Domenico P. Coiro

Elementi
di
Dinamica e simulazione di volo

Quaderno 13

Modellazione aerodinamica e propulsiva

Luglio 2017

ver. 2017.b

Dichiarazione di Copyright

- Questo testo è fornito per uso personale degli studenti. Viene reso disponibile in forma preliminare, a supporto della preparazione dell'esame di *Dinamica e simulazione di volo*.
- Sono consentite la riproduzione e la circolazione in formato cartaceo o elettronico ad esclusivo uso scientifico, didattico o documentario, purché il documento non venga alterato in alcun modo sostanziale, ed in particolare mantenga le corrette indicazioni di data, paternità e fonte originale.
- Non è consentito l'impiego di detto materiale a scopi commerciali se non previo accordo.
- È gradita la segnalazione di errori o refusi.

Copyright 2010-2017 Agostino De Marco e Domenico P. Coiro,
Università degli Studi di Napoli Federico II
Dipartimento di Ingegneria Industriale

(Legge italiana sul Copyright 22.04.1941 n. 633)

Modellazione aerodinamica e propulsiva

Tutto ciò che puoi immaginare, è reale.

– Pablo Picasso

Indice

| | |
|--|----|
| 13.1 Il modello aerodinamico | 3 |
| 13.2 Il modello propulsivo | 22 |
| 13.3 Modello di atmosfera e caratteristiche dell'aria tipo | 35 |

13.1 Il modello aerodinamico

Per rendersi conto del tipo di dipendenze che presentano i termini ancora non esplicitati nelle definizioni (12.13) si considerino in primo luogo le funzioni f_{iA} che sintetizzano la forza aerodinamica risultante. Si osservi, inoltre, che nella (12.14) gli elementi della matrice $\{F_A\}_B$ devono essere espressi in funzione delle variabili di stato e degli ingressi. A tale scopo si deve tenere conto della prima delle (12.15).

In Aerodinamica la forza F_A è tipicamente scomposta nelle sue componenti rispetto agli assi vento (*wind axes*) poiché spesso si dispone di dati sperimentali provenienti da esperienze in galleria del vento o da prove in volo. Gli sperimentatori sono soliti caratterizzare l'azione aerodinamica in termini di coefficienti di forza e di momento. In particolare, la forza aerodinamica è caratterizzata dal coefficiente di resistenza, C_D , dal coefficiente di forza laterale, C_Y , e dal coefficiente di portanza, C_L , i quali variano in funzione degli angoli di incidenza del vento relativo e del numero di Mach della corrente asintotica.

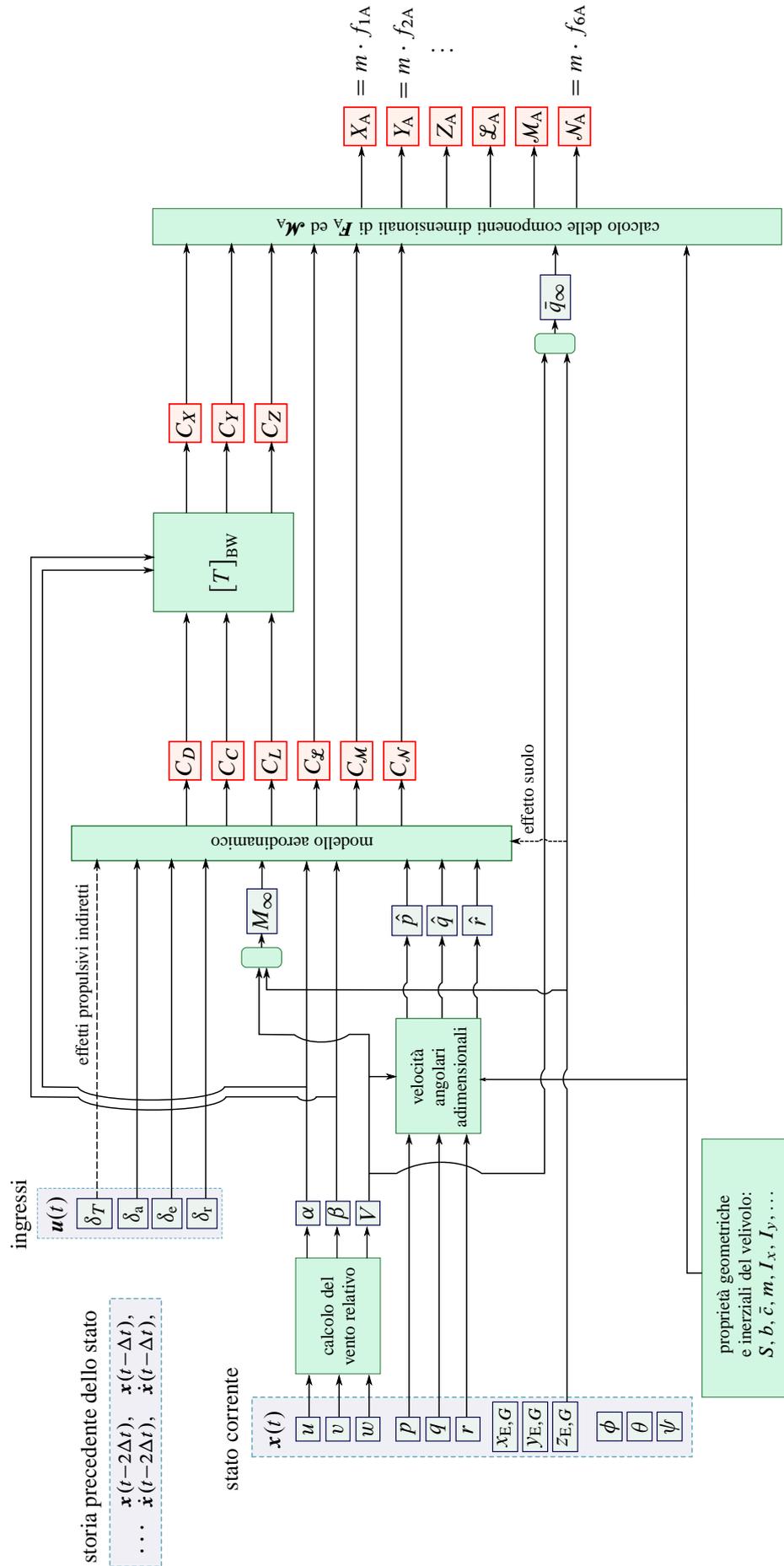


Figura 13.1 Schema di calcolo dei contributi istantanei alla forza e al momento risultanti dovuti alle azioni aerodinamiche sul velivolo in ipotesi di aria calma.

13.1.1 Dipendenza dalla quota

Il senso fisico suggerisce che sia la forza sia il momento aerodinamico debbano dipendere principalmente dalla pressione dinamica di volo, dagli angoli d'attacco e derapata e dalle deflessioni delle superfici di governo. In alcuni casi non è da escludere, comunque, una dipendenza significativa delle caratteristiche aerodinamiche dallo stato di funzionamento dei motori (effetti aerodinamici indiretti dei propulsori). Ad esempio, ciò avviene per quei modelli di velivolo implementati nei simulatori di volo per i quali è richiesto un alto grado di realismo.

La figura 13.1 a fronte riporta uno schema di calcolo istantaneo della forza e del momento risultanti dovuti alle azioni aerodinamiche sul velivolo in ipotesi di aria calma. Al generico istante t sono da considerarsi noti sia lo stato $\mathbf{x}(t)$, — insieme con la storia precedente del moto — che l'ingresso $\mathbf{u}(t)$. La sintesi delle forzanti all'istante corrente permetterà di aggiornare lo stato del sistema all'istante $t + \Delta t$. In particolare, nella figura è schematizzato il procedimento di calcolo dei valori istantanei delle funzioni f_{iA} . Nello schema di calcolo si distingue il ruolo delle sei variabili di stato dinamiche e della quota $h = -z_{E,G}$. Quest'ultima determina sia il numero di Mach che la pressione dinamica di volo.

Come è noto, le azioni aerodinamiche si esercitano sulle superfici esterne del velivolo e traggono la loro origine dal moto di quest'ultimo rispetto all'aria. Esse sono certamente proporzionali ad un parametro di fondamentale qual'è la pressione dinamica della corrente asintotica

$$\bar{q}_\infty = \frac{1}{2} \rho V^2 = 0,70 p_{\text{atm}} M_\infty^2 \quad (13.1)$$

La \bar{q}_∞ ha le dimensioni di una pressione ed è la chiamata *pressione dinamica di volo*. Essa è funzione del valore corrente della densità ρ dell'aria (dipendente dalla quota) e del quadrato della velocità di volo. La (13.1) mostra che la \bar{q}_∞ è esprimibile in termini della pressione atmosferica p_{atm} e del numero di Mach di volo

$$M_\infty = \frac{V}{a} \quad (13.2)$$

dove a è la velocità del suono alla quota corrente.

Per semplicità assumiamo inizialmente che il volo avvenga in *aria calma*, cioè in assenza di moti macroscopici dell'atmosfera rispetto al suolo ed in assenza di turbolenza atmosferica. In queste ipotesi la V , che per definizione è il modulo del vettore velocità di spostamento del baricentro del velivolo rispetto alla Terra, è anche la velocità asintotica del vento relativo che investe l'aeromobile. Come si vede dalla (13.1), tramite la pressione dinamica le azioni aerodinamiche (forze e momenti) dipendono dalla velocità di volo e dalla quota di volo. Con quest'ultima, per un dato *modello di atmosfera*, variano la densità, la pressione e la velocità del suono. Il modello di atmosfera e le caratteristiche dell'aria tipo sono discussi nel paragrafo 13.1.7.

13.1.2 Dipendenza dalle variabili dinamiche e dagli ingressi

Oltre che alla pressione dinamica di volo, le azioni aerodinamiche sui velivoli sono proporzionali alle loro dimensioni. Ad esempio, le forze sono proporzionali all'area di una superficie caratteristica e i momenti al prodotto di un'area per una lunghezza

caratteristiche. La nota convenzione esprime questa dipendenza attraverso dei coefficienti di proporzionalità detti *coefficienti aerodinamici*, adimensionali e funzioni della *forma* dell'aeromobile. In particolare, il modulo F_A della forza aerodinamica risultante è espresso convenzionalmente per mezzo della formula seguente:

$$F_A = C_F \bar{q}_\infty S \quad (13.3)$$

dove C_F è il coefficiente di forza ed S è un'area di riferimento (tipicamente pari all'area della vista in pianta dell'ala). È proprio attraverso i coefficienti adimensionali come C_F che le azioni aerodinamiche dipendono da ulteriori parametri di volo. In generale, i coefficienti sono funzioni dei valori istantanei degli angoli aerodinamici α e β oltre che delle componenti della velocità angolare p , q ed r .

Dunque, le sei grandezze V , α , β , p , q ed r , data la loro natura, si dicono anche *parametri di volo* e non sono altro che le variabili di stato dinamiche. Insieme con la quota di volo, dalla quale si deducono anche il numero di Mach M_∞ e il numero di Reynolds di volo

$$Re_\infty = \frac{\rho V l_{\text{ref}}}{\mu} \quad (13.4)$$

i parametri di volo determinano certamente l'entità dell'azione aerodinamica risultante. Nella (13.4) μ è il coefficiente di viscosità dinamica alla quota di volo ed l_{ref} è una dimensione caratteristica dell'aeromobile.

Si può dire dunque che il modello aerodinamico presenta in generale una dipendenza dalle componenti del vettore di stato \mathbf{x} . Data la ovvia importanza della forma del velivolo, i coefficienti aerodinamici dipenderanno anche delle deflessioni delle superfici di governo δ_a , δ_e , δ_r , dette anche *parametri di controllo*. È qui che si riscontra la dipendenza del modello aerodinamico del sistema velivolo dagli ingressi \mathbf{u} .

13.1.3 Effetti instazionari

Nelle sperimentazioni sui velivoli sono stati osservati alcuni fenomeni aerodinamici di natura squisitamente instazionaria che dipendono sia dalla condizione di volo corrente che dalla storia precedente dello stato e degli ingressi che ad essa conduce. Si pensi alla manovra di stallo controllato richiesta per la certificazione dei velivoli. Nella figura 13.2 [nella pagina successiva](#) sono riportate alcune storie di volo relative a due prove di stallo del velivolo Tecnam P2006T [55, 56]. Esse mostrano che, in condizioni di velocità minima, al tempo t_{stall} , la velocità di stallo misurabile non è univocamente determinata e dipende dal rateo di decremento della velocità (*stall entry rate*, ER). In altri termini il coefficiente di portanza istantaneo $C_L(t_{\text{stall}})$ dipenderà dalla legge di comando $\delta_e(\tau)$ operata dal pilota e dalla storia dell'angolo d'attacco $\alpha(\tau)$, negli istanti $\tau \leq t_{\text{stall}}$.

Per poter tener conto degli effetti instazionari senza introdurre eccessive complicazioni nel modello complessivo del velivolo spesso si adottano dei modelli aerodinamici approssimati. L'approssimazione risiede nell'assumere che i coefficienti aerodinamici possano dipendere, anziché dalla storia di volo pregressa, dai valori istantanei delle derivate temporali: $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, \dot{p} , \dot{q} , \dot{r} , $\dot{\delta}_a$, $\dot{\delta}_e$, $\dot{\delta}_r$. Se così non fosse, dal punto di vista matematico le azioni aerodinamiche sarebbero dei 'funzionali' e non delle funzioni. Dal punto di vista fisico si può far vedere che questa semplificazione discende dalla cosiddetta ipotesi di *quasi*

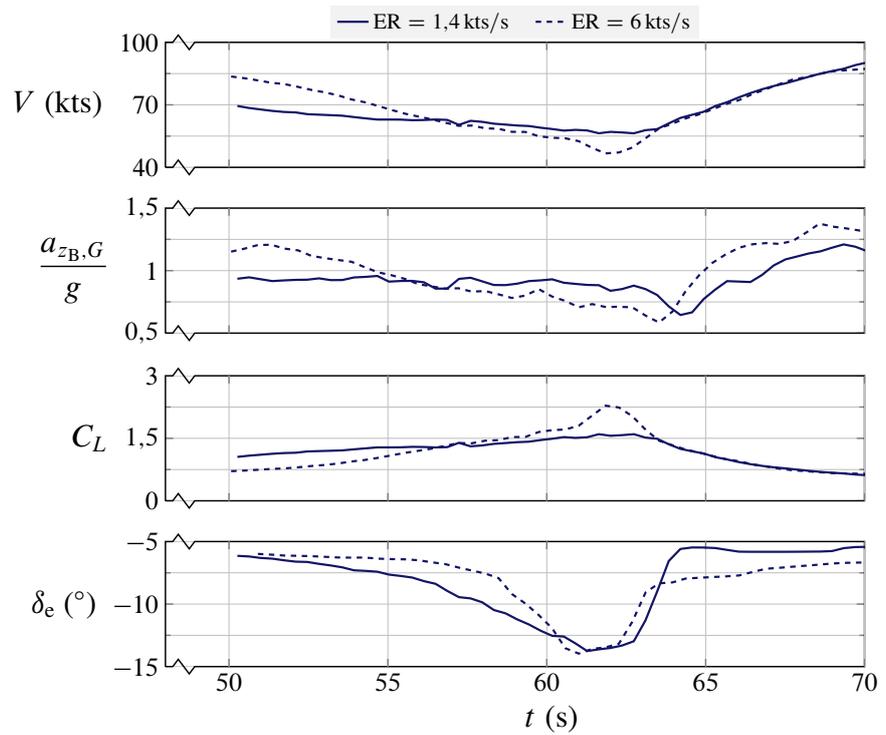


Figura 13.2 Storie di volo relative a due prove di stallo del velivolo Tecnam P2006T [55, 56]. Il comando longitudinale di questo velivolo è uno stabilizzatore, $\delta_e = \delta_s$. La grandezza ER è detta *entry rate* e rappresenta fisicamente il decremento medio di velocità $-dV/dt$ in un opportuno intervallo temporale immediatamente precedente lo stallo. Per manovre a differenti ER si osservano valori differenti della velocità di stallo e del coefficiente di portanza massimo.

stazionarietà del campo aerodinamico, generalmente accettata per gli studi di dinamica dei velivoli.

In un moto quasi stazionario si ipotizza che una determinata quantità d'aria nelle immediate vicinanze del velivolo venga trascinata da quest'ultimo nel suo volo accelerato. Questa situazione è rappresentata schematicamente nella figura 13.3 nella pagina seguente in cui è evidenziata la cosiddetta *massa addizionale apparente* del velivolo, pari alla massa della quantità d'aria trascinata. Ciò implica anche che la distribuzione delle pressioni sulla superficie bagnata dell'aeromobile si adatterà istantaneamente alle variazioni temporali degli angoli di incidenza e di derapata nonché delle escursioni angolari delle superfici di governo. In Aerodinamica queste circostanze permettono di asserire che, in prima approssimazione, le azioni aerodinamiche esercitate sul velivolo dipendono soltanto dai valori istantanei delle componenti di velocità e, al più, delle loro derivate. In altri termini, le caratteristiche aerodinamiche variano in maniera 'quasi stazionaria'.

In particolare, si potrà assumere che i coefficienti aerodinamici dipendono dalle sole derivate: $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, $\dot{\delta}_a$, $\dot{\delta}_e$, $\dot{\delta}_r$. Queste dipendenze costituiscono gli effetti approssimati della instazionarietà della corrente. Teorie aerodinamiche approssimate mostrano che le dipendenze da $\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$ derivano dal ritardo con cui si realizzano le variazioni delle distribuzioni di pressione sugli impennaggi in conseguenza di variazioni dell'angolo di incidenza o di derapata dell'ala. I rimanenti effetti sono invece costituiti da un'azione smorzante sul movimento delle superfici di governo dovuta alle incidenze indotte da rapide escursioni angolari delle stesse: la loro influenza sui coefficienti di forza viene generalmente trascurata. Anche gli effetti di $\dot{\alpha}$ e q sul coefficiente di resistenza normalmente non vengono presi in esame, cioè sono considerati nulli ($C_{D\dot{\alpha}}$, $C_{Dq} \approx 0$) in mancanza di evidenze sperimentali contrarie.

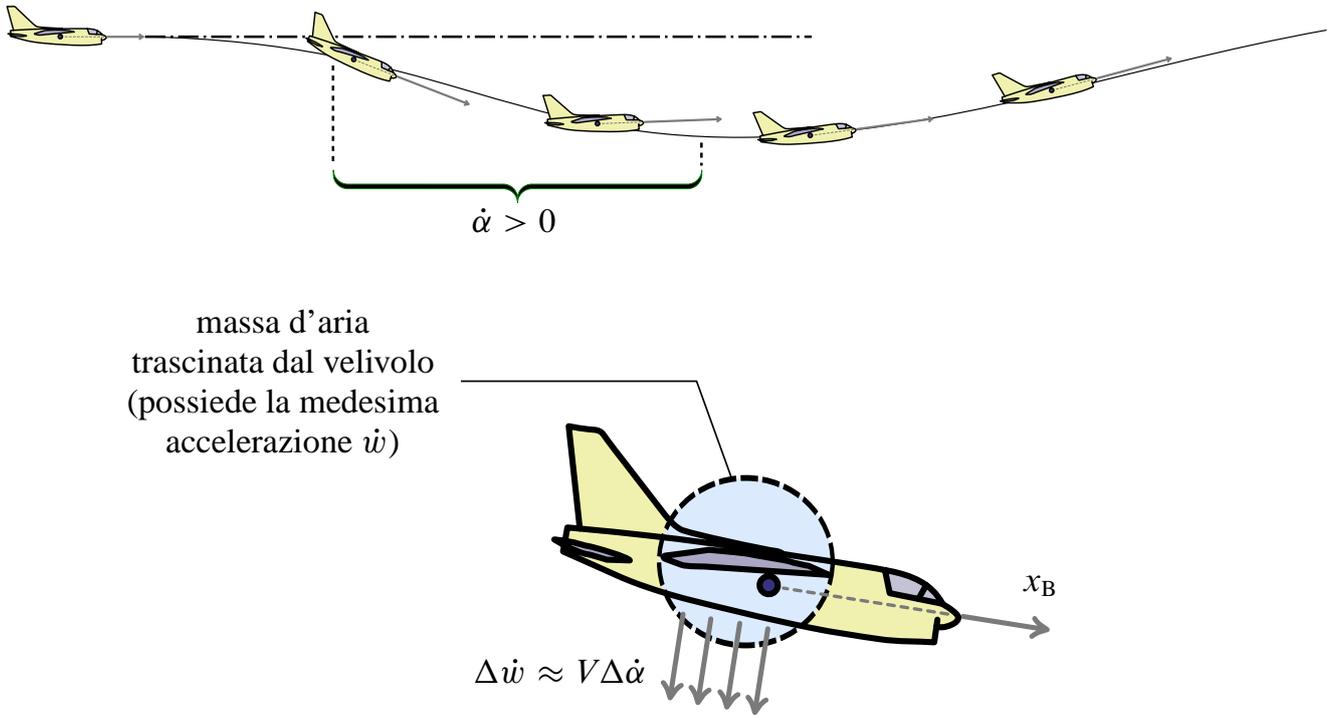


Figura 13.3 La massa aggiuntiva apparente del velivolo rappresentata dalla porzione di fluido trascinato durante il moto accelerato. Essa può essere approssimata con quella contenuta in un cilindro che racchiude l'ala. Gli effetti di questa schematizzazione diventano evidenti se la massa di fluido spostato è paragonabile a quella dell'aeromobile.

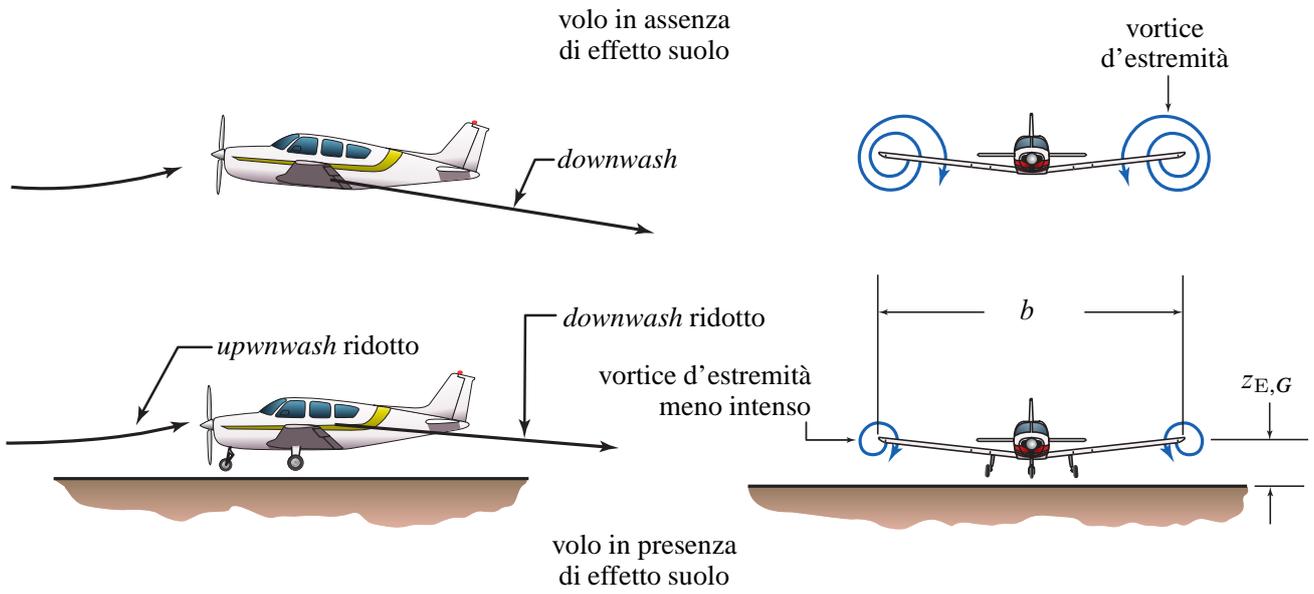


Figura 13.4 Effetto suolo sulle caratteristiche aerodinamiche del velivolo. Esso introduce una dipendenza dei coefficienti aerodinamici dal parametro adimensionale $z_{E,G}/b$.

13.1.4 Formulazione del modello aerodinamico

Le precedenti osservazioni permettono di affermare che per un velivolo di data forma ed assegnate dimensioni, l'azione aerodinamica dipende: (i) dai valori correnti dei parametri di volo e di controllo e delle relative derivate temporali, (ii) dalla sua velocità rispetto all'atmosfera circostante, (iii) dalla densità, temperatura e viscosità dell'aria (ovvero dalla quota). Si può dire dunque che per il coefficiente adimensionale C_F nella formula (13.3)

vale la seguente dipendenza generale:

$$C_F = C_F \left(\underbrace{\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}, p, \dot{p}, q, \dot{q}, r, \dot{r}}_{\substack{\text{parametri di volo} \\ \text{e loro derivate}}}, \underbrace{\delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_r, \dot{\delta}_r, \delta_s}_{\substack{\text{parametri di controllo} \\ \text{e loro derivate}}}, \underbrace{M_\infty, Re_\infty}_{\substack{\text{dipendenza} \\ \text{dalla quota}}} \right) \quad (13.5)$$

Nella (13.5) per tener conto in generale dell'influenza della temperatura e della viscosità dell'aria sulle caratteristiche aerodinamiche vengono introdotte le dipendenze dai numeri di Mach e di Reynolds di volo. Come è noto, questi numeri caratteristici definiscono gli effetti derivanti, rispettivamente, dalla comprimibilità e dalla viscosità dell'aria sul campo aerodinamico prodotto dal moto del velivolo. Inoltre, nelle grandezze da cui C_F dipende è stato incluso anche il calettamento dell'impennaggio di coda, $\delta_s \equiv i_H$, che per alcuni velivoli figura tra i parametri di controllo oppure in altri ancora, dotati di stabilizzatore e sprovvisti di equilibratore, va a sopperire l'assenza della deflessione δ_e .

Si osservi che a volte è richiesto un modello aerodinamico che tenga conto di alcuni effetti particolari e che la dipendenza (13.5) può arricchirsi, all'occorrenza, di nuove variabili. Un esempio può essere dato dalla circostanza in cui si deve tener conto nel modello aerodinamico di eventuali *effetti propulsivi* (funzioni per lo più del regime di funzionamento dei motori). In tal caso tra le variabili indipendenti figurerà anche la manetta δ_T o una grandezza collegata al livello di spinta corrente. Un altro esempio è dato dalla necessità di modellare l'*effetto suolo*, rappresentato nella figura 13.4 nella pagina precedente. L'influenza sulle azioni aerodinamiche esercitata dal volo in prossimità del suolo introduce nella (13.5) una dipendenza esplicita dalla quota rispetto al suolo, in particolare dalla grandezza adimensionale $z_{E,G}/b$. Il ruolo di questi effetti è rappresentato nella figura 13.1 a pagina 4, i dettagli che ne definiscono un possibile modello saranno introdotti successivamente.

Un discorso del tutto analogo a quello precedente vale per le componenti del momento risultante delle azioni aerodinamiche, — ad esempio quella di beccheggio \mathcal{M}_A — rispetto ad un dato polo, che sia esso il baricentro o un punto notevole della configurazione aerodinamica del velivolo. Una semplice analisi dimensionale giustifica l'espressione

$$\mathcal{M}_A = C_{\mathcal{M}} q_\infty S l_{\text{ref}} \quad (13.6)$$

dove l_{ref} è una lunghezza di riferimento convenientemente scelta.

Ricordando la (12.15) in cui gli elementi della colonna $\{F_A\}_W$ sono la resistenza aerodinamica D (cambiata di segno), la forza laterale Y_A e la portanza L (cambiata di segno) e che, analogamente, la colonna $\{\mathcal{M}_A\}_B$ ha per elementi il momento di rollio \mathcal{L}_A , di beccheggio \mathcal{M}_A e di imbardata \mathcal{N}_A , sarà possibile, in virtù della (13.3) e della (13.6), esprimere l'azione aerodinamica sul velivolo come segue:

$$\begin{aligned} D &= C_D q_\infty S & \mathcal{L}_A &= C_{\mathcal{L}} q_\infty S b \\ Y_A &= C_Y q_\infty S & \mathcal{M}_A &= C_{\mathcal{M}} q_\infty S \bar{c} \\ L &= C_L q_\infty S & \mathcal{N}_A &= C_{\mathcal{N}} q_\infty S b \end{aligned} \quad (13.7)$$

Nelle (13.7) si è osservata la convenzione per cui la lunghezza di riferimento dei momenti di rollio e di imbardata è l'apertura alare b mentre per il momento di beccheggio è la corda media aerodinamica \bar{c} dell'ala. Le espressioni precedenti delle azioni aerodinamiche

insieme con le dipendenze dei vari termini in esse presenti dalle variabili \mathbf{x} ed \mathbf{u} giustificano la complessità dello schema generale di calcolo rappresentato nella figura 13.1.

Nella maggior parte dei casi l'approssimazione di quasi stazionarietà è anche associata all'assunzione che le caratteristiche aerodinamiche longitudinali dipendano esclusivamente dalle variabili simmetriche e che le caratteristiche latero-direzionali dipendano dalle variabili asimmetriche. In particolare, volendo esplicitare le dipendenze formali di ciascuno dei coefficienti aerodinamici dai parametri di volo e di controllo, si avrà:

$$C_D = C_D (\alpha, \delta_e, \delta_s, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8a)$$

$$C_Y = C_Y (\alpha, \beta, \dot{\beta}, p, r, \delta_a, \delta_r, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8b)$$

$$C_L = C_L (\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_e, \delta_s, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8c)$$

$$C_{\mathcal{L}} = C_{\mathcal{L}} (\alpha, \beta, \dot{\beta}, p, r, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_r, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8d)$$

$$C_{\mathcal{M}} = C_{\mathcal{M}} (\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_s, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8e)$$

$$C_{\mathcal{N}} = C_{\mathcal{N}} (\alpha, \beta, \dot{\beta}, p, r, \delta_a, \delta_r, \dot{\delta}_r, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8f)$$

$$C_{\mathcal{H}_a} = C_{\mathcal{H}_a} (\alpha, \beta, \dot{\beta}, p, r, \delta_a, \dot{\delta}_a, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8g)$$

$$C_{\mathcal{H}_e} = C_{\mathcal{H}_e} (\alpha, \dot{\alpha}, q, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_s, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8h)$$

$$C_{\mathcal{H}_r} = C_{\mathcal{H}_r} (\alpha, \beta, p, r, \delta_r, \dot{\delta}_r, M_\infty, Re_\infty) \quad (13.8i)$$

Si osservi che, per non appesantire i simboli, nelle dipendenze funzionali appena scritte si sono lasciate alcune grandezze in forma dimensionale. Secondo la teoria dell'analisi dimensionale, un discorso rigoroso condurrebbe a delle espressioni dei coefficienti aerodinamici in forma di funzioni di soli *gruppi adimensionali*. In tal senso, laddove vi è dipendenza dalla derivata dell'angolo d'attacco, ad esempio, si dovrebbe riportare la corrispondente variabile adimensionale:

$$\hat{\alpha} \equiv \dot{\alpha} t_{\text{ref}}$$

dove t_{ref} un opportuno tempo di riferimento. Un analogo discorso vale per i ratei adimensionali

$$\hat{\beta}, \hat{p}, \hat{q}, \hat{r}, \hat{\delta}_a, \hat{\delta}_e \text{ e } \hat{\delta}_r$$

Tipicamente per le grandezze longitudinali si pone $t_{\text{ref}} = 2\bar{c}/V$ mentre per quelle latero-direzionali si assume $t_{\text{ref}} = 2b/V$.

Ancora con riferimento alla figura 13.1 e alle (12.15)-(12.14), si osservi che il passaggio dai coefficienti aerodinamici di forza in assi vento (americani) ai valori istantanei delle componenti di \mathbf{F}_A negli assi della terna \mathcal{T}_B è effettuato attraverso la matrice di rotazione $[T]_{\text{BW}}$. Quest'ultima si ricava immaginando di far ruotare gli assi vento in modo che si sovrappongano agli assi velivolo: occorrerà prima una rotazione di angolo $-\beta$ intorno a z_W e successivamente una rotazione di angolo α intorno a y_B . Ne discende l'espressione:

$$[T]_{\text{WB}} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad [T]_{\text{BW}} = [T]_{\text{WB}}^T \quad (13.9)$$

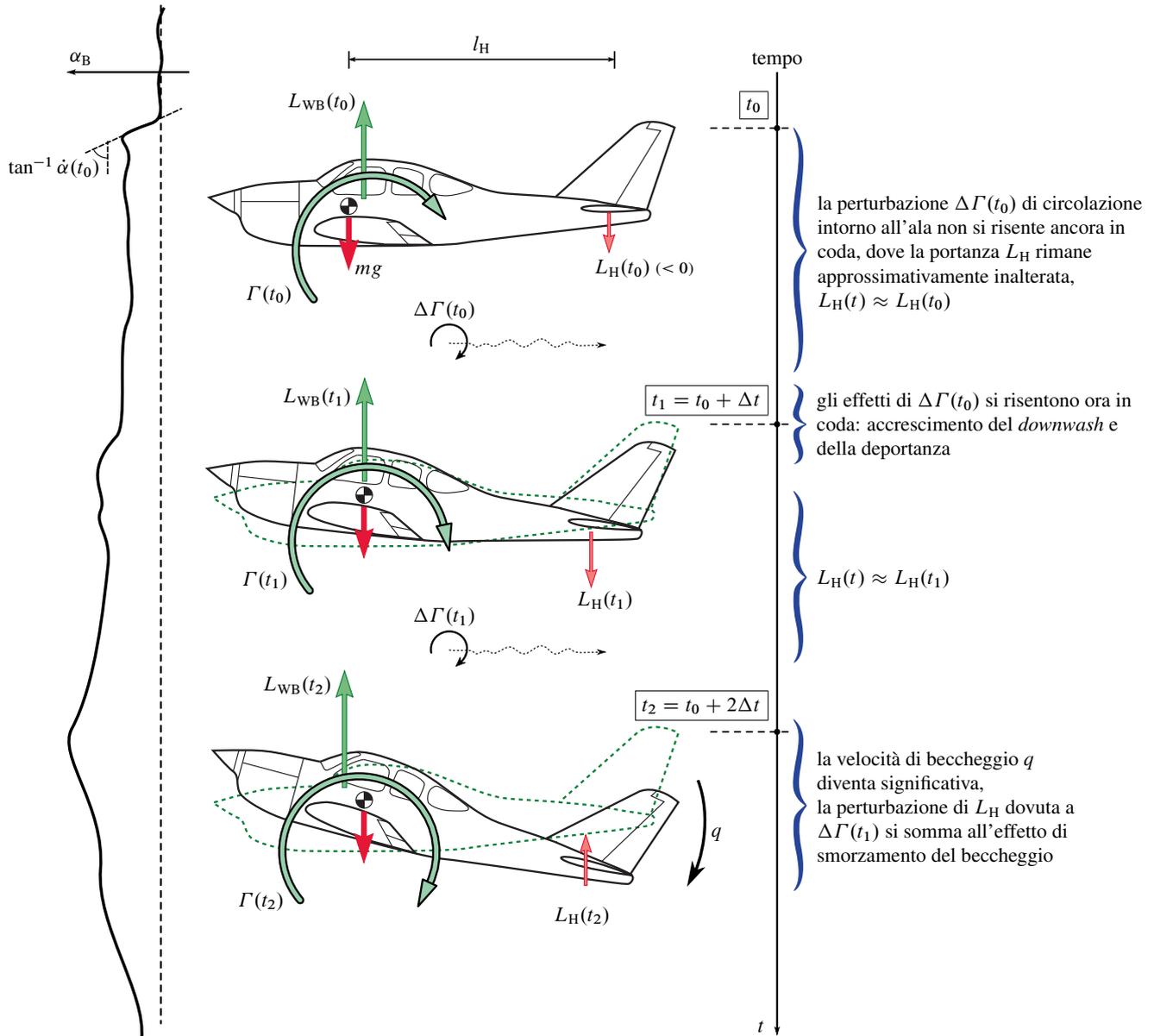


Figura 13.5 Volo accelerato con variazione temporale dell'angolo d'attacco $\dot{\alpha} \simeq V\dot{w}$. Ne consegue una circolazione $\Gamma(t)$ intorno all'ala variabile nel tempo. Una variazione $\Delta\Gamma(t) \simeq \dot{\Gamma}(t - t_0)$ fa sentire i suoi effetti in coda in termini di variazione del *downwash* e della portanza L_H . Ciò non si verifica istantaneamente, al tempo t_0 , ma dopo un tempo finito $\Delta t \approx l_H/V(t_0)$. Questo fenomeno di risposta aerodinamica ritardata (*downwash lag effect*) viene modellato in prima approssimazione con una dipendenza lineare da \dot{w} , introducendo dei termini di massa addizionale apparente [definizione (13.12)].

in cui compaiono, ancora una volta, i parametri di volo α e β . Inoltre, in virtù delle (13.8a)-(13.8i), si prenda in esame la dipendenza dei coefficienti aerodinamici dalle derivate $\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$. Come già visto in precedenza, le derivate degli angoli aerodinamici sono date dalle formule (7.22), (7.30) e (7.36) che qui riscriviamo per comodità:

$$\dot{\alpha} = \frac{u\dot{w} - \dot{u}w}{u^2 + w^2}, \quad \dot{\beta} = \frac{\dot{v}V - v\dot{V}}{V\sqrt{u^2 + w^2}}, \quad \text{con } \dot{V} = \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{\sqrt{u^2 + v^2 + w^2}} \quad (13.10)$$

Queste considerazioni suggeriscono una scrittura più generale dell'equazione di evoluzione. Pertanto, anziché con la (12.3), il moto a sei gradi di libertà andrebbe modellato

Approfondimento 13.1 — Matrice delle masse aggiuntive apparenti

In alcuni casi speciali è necessario riservare una considerazione particolare agli effetti della massa aggiuntiva apparente sulla dinamica di un solido in movimento all'interno di un fluido. Come è noto, tali effetti sono correlati a forze e momenti aggiuntivi agenti sul corpo per il fatto stesso che esso accelera rispetto al mezzo in cui è immerso.

Una possibile spiegazione fisica di tali azioni 'aggiuntive apparenti' è basata su considerazioni energetiche. Infatti, oltre all'energia da impiegare affinché il corpo abbia un moto desiderato, è necessario tener conto anche dell'energia che viene trasferita al fluido durante l'accelerazione; energia che va a modificare l'energia cinetica complessiva del campo di moto fluidodinamico intorno al solido. Queste azioni aggiuntive sono trattate mediante l'introduzione di una massa e di inerzie supplementari, che si sommano alla massa naturale ed alle inerzie originali del corpo considerato.

Nella pratica, la massa e le inerzie aggiuntive apparenti vengono stimate con delle formule approssimate ricavate in ipotesi di fluido ideale. I risultati di tale teoria sono stati ampiamente discussi nella letteratura specialistica (si vedano i riferimenti [64, 65]) e portano alla scrittura della matrice delle masse aggiuntive apparenti:

$$\mathbf{M}'_a = \begin{bmatrix} \mathbf{M}'_{a,11} & \mathbf{M}'_{a,12} \\ \mathbf{M}'_{a,21} & \mathbf{M}'_{a,22} \end{bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

La \mathbf{M}'_a è una matrice simmetrica ed è stata introdotta in questo testo con la definizione (13.13). I suoi elementi sono funzioni della massa di fluido spostato e della forma esterna del corpo. Quest'ultima dipendenza è esprimibile in termini di alcuni *coefficienti di forma* calcolati attraverso

la teoria del flusso potenziale.

L'espressione della forza aggiuntiva generalizzata \mathbf{F}_a [si confronti con l'equazione (13.16)] è data dalla seguente somma di termini inerziali:

$$\mathbf{F}_a = - \begin{bmatrix} \mathbf{M}'_{a,11} & \mathbf{M}'_{a,12} \\ \mathbf{M}'_{a,21} & \mathbf{M}'_{a,22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{v}} \\ \dot{\boldsymbol{\omega}} \end{Bmatrix} - \left(\begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{v} \wedge (\mathbf{M}'_{a,11} \mathbf{v} + \mathbf{M}'_{a,12} \boldsymbol{\omega}) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\omega} \wedge (\mathbf{M}'_{a,11} \mathbf{v} + \mathbf{M}'_{a,12} \boldsymbol{\omega}) \\ \boldsymbol{\omega} \wedge (\mathbf{M}'_{a,21} \mathbf{v} + \mathbf{M}'_{a,22} \boldsymbol{\omega}) \end{Bmatrix} \right) \quad (\text{A-2})$$

dove $\mathbf{v} = [u, v, w]^T$ ed $\boldsymbol{\omega} = [p, q, r]^T$. Dalla (A-2) si osserva che il primo contributo alla \mathbf{F}_a è proporzionale alle accelerazioni lineari $\dot{\mathbf{v}}$ ed angolari $\dot{\boldsymbol{\omega}}$. Quest'ultimo presenta degli effetti incrociati nel caso in cui i blocchi non diagonali sono non nulli. Il secondo contributo è dato da termini non lineari nelle componenti del vettore $\mathbf{x}_d = [\mathbf{v}^T, \boldsymbol{\omega}^T]^T$.

È bene notare che in assenza di accelerazioni ($\dot{\mathbf{x}}_d = 0$) e di rotazioni ($\boldsymbol{\omega} = 0$) la forza apparente generalizzata non è a rigore nulla. Per un moto traslatorio stazionario l'espressione (A-2) si particolarizza e fornisce:

$$\mathbf{F}_{a,0} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{v} \wedge (\mathbf{M}'_{a,11} \mathbf{v}) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathcal{M}_{a,0} \end{Bmatrix} \quad (\text{A-3})$$

detto *termine di Munk*. Esso è immaginabile come un momento che ha, tipicamente, delle componenti destabilizzanti lungo gli assi di beccheggio e di imbardata.

A titolo di esempio si consideri un solido di rivoluzione, di lunghezza l_B e diametro massimo d_B , e si scelga l'asse x_B coincidente con l'asse di simmetria. La matrice di massa

attraverso la seguente equazione in forma implicita:

$$\mathbf{g}_d(\dot{\mathbf{x}}_d, \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (13.11)$$

La \mathbf{g}_d è una funzione a valori vettoriali che esprime le sei equazioni della dinamica del velivolo ed include gli effetti instazionari (in ipotesi di quasi stazionarietà). Dal punto di vista formale la (13.11), noti $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(t)$ e $\dot{\mathbf{u}}(t)$, rappresenta un sistema algebrico non lineare le cui incognite sono le componenti del vettore $\dot{\mathbf{x}}_d(t)$. Calcolarle significa determinare lo stato futuro del sistema.

13.1.5 Matrice di massa generalizzata

Spesso gli effetti instazionari possono essere approssimati con sufficiente accuratezza introducendo nella (13.11) delle dipendenze lineari dalle componenti di $\dot{\mathbf{x}}_d$ e di $\dot{\mathbf{u}}$.

apparente assume in questo caso una forma semplificata. In particolare, se si pone l'origine del riferimento \mathcal{T}_B nel centro di figura del solido, è possibile dimostrare che è valida la seguente espressione diagonale:

$$\mathbf{M}'_a = \begin{bmatrix} k_1 m' & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 m' & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_2 m' & | & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & k' I' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 & 0 & k' I' \end{bmatrix} \quad (\text{A-4})$$

La (A-4) è ricavata approssimando il volume di fluido spostato dal solido nel suo moto con quello di un ellissoide. La quantità m' è proprio la massa di fluido spostato mentre I' è il suo momento d'inerzia intorno all'asse di simmetria.

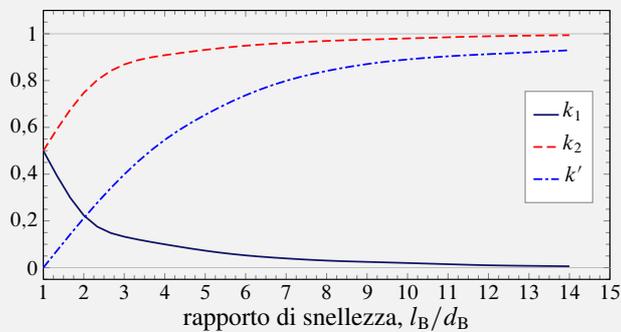


Figura 13.6 Fattori di forma k_1 , k_2 e k' per un solido di rivoluzione in funzione del rapporto di snellezza l_B/d_B .

I fattori di forma k_1 , k_2 e k' sono delle funzioni del rapporto di snellezza l_B/d_B (si veda [64]). Esse sono rappresentate graficamente nella figura 13.6. Per quanto riguarda la matrice (A-4), va notato che quando si considera

un riferimento con un'origine arbitraria, non tutti i termini fuori dalla diagonale sono pari a zero, sebbene si tratti di un corpo di rivoluzione. Per maggiori dettagli su alcuni metodi generali di calcolo approssimato dei termini di massa addizionale, applicabili a corpi solidi di forma qualunque dotati eventualmente di appendici, si rimanda a Li e Nahon [61] ed al testo di Nielsen [63].

Per i velivoli convenzionali è possibile approssimare la porzione di fluido trascinato nel moto accelerato con quella contenuta in un cilindro (si veda il testo di Stengel [12]). Il cilindro è disposto nel senso dell'apertura alare, ha quindi altezza pari a b , e ha un diametro pari alla corda media aerodinamica alare \bar{c} . Conseguentemente, la matrice delle masse addizionali apparenti ha elementi quasi sempre trascurabili rispetto a quelli della matrice \mathbf{M}_0 introdotta con la (13.13). La \mathbf{M}'_a può avere effetti significativi nel caso di dirigibili e palloni aerostatici (aeromobili *lighter-than-air*), di micro-velivoli o di sommergibili che manovrano in acque profonde. Sono questi tutti casi in cui la massa del solido in movimento è paragonabile, se non inferiore, a quella del fluido spostato.

Per velivoli dotati di ali *slender* a delta esistono le seguenti formule approssimate [63]:

$$C'_{Z_{\hat{\alpha}}} = M'_{a,33} (\rho S \bar{c})^{-1} = -2\pi/3 \quad (\text{A-5})$$

$$C'_{Z_{\hat{q}}} = M'_{a,35} (\rho S \bar{c})^{-1} = -\pi/(9\mathcal{R}) \quad (\text{A-6})$$

$$C'_{\mathcal{M}_{\hat{\alpha}}} = M'_{a,53} (\rho S \bar{c})^{-1} = -\pi/(9\mathcal{R}) \quad (\text{A-7})$$

$$C'_{\mathcal{M}_{\hat{q}}} = M'_{a,55} (\rho S \bar{c})^{-1} = -16\pi/(135\mathcal{R}^2) \quad (\text{A-8})$$

dove $\hat{q} = \dot{q}\bar{c}^2/(2V^2)$.

Uno dei fenomeni che vengono modellati in tal modo è quello del ritardo di variazione del *downwash* in corrispondenza dell'impennaggio orizzontale di un velivolo. La figura 13.5 a pagina 11 mostra le variazioni di circolazione alare Γ determinate da un moto accelerato. Esse, dal momento in cui vengono provocate da una $\dot{\alpha}$ non nulla, fanno sentire i loro effetti in coda solo dopo un tempo finito Δt che dipende dalla velocità di volo oltre che dalla distanza tra l'ala e l'impennaggio. Il *downwash lag effect* viene approssimato nelle leggi (13.8a)-(13.8i) con delle dipendenze lineari da $\dot{\alpha}$. Inoltre, l'esperienza ha confermato che questo fenomeno ha un impatto significativo solo sui coefficienti aerodinamici C_L , C_M e $C_{\mathcal{H}_e}$ mentre i coefficienti rimanenti sono praticamente indipendenti da $\dot{\alpha}$.

Fenomeni analoghi possono essere modellati attraverso delle combinazioni lineari di $\dot{\beta}$ e delle derivate dei parametri di controllo. Anche se in prima approssimazione questi effetti vengono spesso trascurati, in alcuni casi particolari può risultare significativo introdurre nel modello aerodinamico delle dipendenze lineari da $\dot{\beta}$ dei coefficienti asimmetrici C_Y , C_N e $C_{\mathcal{H}_r}$.

In generale, l'approssimazione lineare degli effetti instazionari permette di esprimere le equazioni della dinamica del velivolo nella forma esplicita seguente:

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{F}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \quad (13.12)$$

dove \mathbf{M} è una *matrice di massa generalizzata* di dimensioni 6×6 ed \mathbf{F}_d è una funzione a valori vettoriali che ha un ruolo analogo a quello della funzione \mathbf{f}_d [si confronti l'equazione precedente con la (12.3)]. Tra gli elementi di \mathbf{M} alcuni hanno effettivamente le dimensioni di una massa, altri hanno le dimensioni di un momento o di un prodotto d'inerzia. Inoltre, nelle stesse ipotesi in cui valgono (13.8a)-(13.8i) molti degli elementi M_{ij} sono nulli.

In generale la matrice di massa, i cui elementi sono delle costanti che dipendono sia dalla forma che dalla distribuzione delle masse del velivolo, può essere immaginata come una matrice a blocchi, somma di due matrici:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_a \equiv [\mathbf{M}_0] + [\mathbf{M}_a]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} m & 0 & 0 & & & \\ 0 & m & 0 & & & \\ 0 & 0 & m & & & \\ \hline & & & \mathbf{0} & & \\ & & & I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ & & & -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ & & & -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{array} \right] + \left[\begin{array}{cc|cc} \mathbf{M}_{a,11} & \mathbf{M}_{a,12} & & \\ \hline \mathbf{M}_{a,21} & \mathbf{M}_{a,22} & & \end{array} \right] \quad (13.13)$$

Nella \mathbf{M}_0 si riconosce una matrice diagonale a blocchi, in cui il blocco superiore è dato dal semplice prodotto della matrice identica 3×3 per la massa m mentre il blocco inferiore corrisponde alla matrice $[\mathbf{I}]_B$ delle inerzie rispetto agli assi velivolo. La seconda matrice \mathbf{M}_a è detta *matrice delle masse addizionali apparenti* (o *virtuali*) ed è tipicamente suddivisa nei quattro blocchi $\mathbf{M}_{a,ij}$ ciascuno dei quali è una matrice 3×3 .

Con la tipica approssimazione di cui si è accennato sopra, gli unici elementi non trascurabili di \mathbf{M}_a sono i seguenti:

$$\mathbf{M}_{a,33} \equiv -Z_{\dot{w}} \quad \mathbf{M}_{a,53} \equiv -\mathcal{M}_{\dot{w}} \quad (13.14)$$

e in alcuni casi anche i seguenti:

$$\mathbf{M}_{a,22} \equiv -Y_{\dot{v}} \quad \mathbf{M}_{a,62} \equiv -\mathcal{N}_{\dot{v}} \quad (13.15)$$

dove $Z_{\dot{w}}$, $\mathcal{M}_{\dot{w}}$, $Y_{\dot{v}}$ ed $\mathcal{N}_{\dot{v}}$ sono alcune delle *derivate aerodinamiche di stabilità* dimensionali del velivolo.

Il motivo per cui gli elementi di \mathbf{M}_a sono interpretati come delle masse generalizzate 'addizionali' e 'apparenti' diviene chiaro se si sostituisce la (13.13) nella (13.12) e si lascia a primo membro il solo termine $\mathbf{M}_0 \dot{\mathbf{x}}_d$. Il prodotto

$$-\mathbf{M}_a \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{F}_a \quad (13.16)$$

assume il ruolo di una forza d'inerzia generalizzata e permette di riscrivere la (13.12) nella

forma seguente:

$$\mathbf{M}_0 \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_d \quad (13.17)$$

La (13.17) non è altro che un'equazione di Newton generalizzata in cui la \mathbf{F}_a rappresenta la forza aggiuntiva necessaria a conferire all'aeromobile l'accelerazione $\dot{\mathbf{x}}_d$.

In aggiunta ai fenomeni di ritardo aerodinamico si deve tener presente che esistono altri effetti instazionari che a volte è necessario considerare. Si è osservato in precedenza che nell'ipotesi di quasi-stazionarietà il velivolo trascina con sé una porzione del fluido circostante comportandosi apparentemente come un solido di maggior peso e differente distribuzione delle masse.

Si prenda ancora in esame la figura 13.3 a pagina 8. Se il velivolo possiede un'accelerazione istantanea non nulla lungo l'asse z_B , esso trascinerà una porzione di aria atmosferica situata in una regione immediatamente al di sotto e al di sopra delle ali accelerandola di una quantità pari alla stessa \dot{w} . Dunque, per determinare quella accelerazione è richiesta una forza esterna maggiore di quanta ne servirebbe per accelerare la sola massa dell'aeromobile. La forza aggiuntiva richiesta è analoga alla \mathbf{F}_a definita precedentemente e va ad essa sommata. Questa circostanza viene modellata introducendo nella (13.13) un ulteriore addendo:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \mathbf{M}_a + \mathbf{M}'_a \quad (13.18)$$

Analogamente alla \mathbf{M}_a , la matrice delle masse apparenti \mathbf{M}'_a si presenta anch'essa come una matrice a blocchi e, al contrario della prima, è simmetrica. In generale le matrici $\mathbf{M}'_{a,12}$ e $\mathbf{M}'_{a,22}$ sono non nulle e sparse (salvo casi in cui la forma dell'aeromobile ha delle particolari simmetrie). Inoltre, quando si introducono questi effetti instazionari la (13.16) deve essere opportunamente generalizzata come segue:

$$-\left(\mathbf{M}_a + \mathbf{M}'_a\right) \dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{F}_a + \mathbf{F}'_a(\mathbf{x}_d) \quad (13.19)$$

introducendo un termine inerziale \mathbf{F}'_a dipendente da \mathbf{x}_d [si veda il riquadro di approfondimento 13.1 a pagina 12]. Conseguentemente, la (13.17) si estende e diventa:

$$\mathbf{M}_0 \dot{\mathbf{x}}_d = \underbrace{\mathbf{F}_a + \mathbf{F}'_a(\mathbf{x}_d)}_{\substack{\text{forze generalizzate} \\ \text{addizionali apparenti}}} + \mathbf{F}_d \quad (13.20)$$

Quando è accettabile trascurare le masse addizionali apparenti si ritiene nulla la forza a secondo membro nella definizione (13.19) e dalla (13.20) si ottiene nuovamente l'equazione (12.3), avendo posto $\mathbf{M}_0^{-1} \mathbf{F}_d = \mathbf{f}_d$.

13.1.6 Trattamento dei termini instazionari

Si consideri la formulazione delle equazioni della dinamica in assi velivolo, con vettore delle variabili di stato dinamiche dato dalle componenti di velocità (u, v, w) e velocità angolare (p, q, r). Si assumano note tutte le variabili di stato all'istante corrente t . Nel gergo della simulazione del volo la determinazione del vettore \mathbf{x} negli istanti futuri si dice 'propagazione' dello stato.

Se si adotta il modello ad effetti instazionari linearizzati (13.12), lo stato viene

propagato integrando il sistema di equazioni differenziali:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}) \quad (13.21)$$

opportunamente accoppiato ad un sistema di equazioni cinematiche ausiliarie. Dall'esame della (13.21) si rileva la particolare convenienza dell'ipotesi che porta ad una formulazione basata sulla matrice di massa. Noti gli ingressi $\mathbf{u}(t)$ e le loro derivate temporali $\dot{\mathbf{u}}(t)$, la (13.21) permette agevolmente di propagare lo stato $\mathbf{x}(t)$ allo stato $\mathbf{x}(t + \Delta t)$.

Se si vuole tener conto di eventuali non linearità degli effetti instazionari è possibile, in prima approssimazione, estendere il modello precedente a partire dalla espressione (13.17). Se si assume che le forze generalizzate addizionali dovute ai ritardi aerodinamici, anziché essere date dalla (13.16), dipendano in modo non lineare dalle derivate degli angoli $\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$, si potrà riformulare la (13.12) come:

$$\mathbf{M}_0 \dot{\mathbf{x}}_d = \underbrace{\mathbf{F}_a(\dot{\mathbf{x}}_d, \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}})}_{\text{effetti instazionari non lineari}} + \mathbf{M}_0 \underbrace{\mathbf{f}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u})}_{\text{dalla (12.3)}} \quad (13.22)$$

La forma precedente si presta ad un trattamento approssimato, in cui i termini $\dot{\mathbf{x}}_d$ a secondo membro sono valutati in base alla conoscenza della storia passata dello stato fino all'istante corrente t per mezzo di opportune estrapolazioni.

Dal punto di vista pratico, si deve osservare che le equazioni della dinamica del velivolo conducono ad un problema di valori iniziali che va risolto quasi sempre per via numerica. Si determinerà una sequenza discreta di stati del sistema per una successione di valori della variabile temporale, ad esempio:

$$t_0, t_1 = t_0 + \Delta t, t_2 = t_0 + 2\Delta t, \dots, t_j = t_0 + j\Delta t, \dots$$

dove j è il contatore del passo di integrazione e Δt è un fissato incremento temporale. Al generico istante t_j diventa plausibile estrapolare i valori delle derivate a partire dai valori noti agli istanti precedenti. Ad esempio, con una semplice formula di estrapolazione lineare, note le coppie $(\mathbf{x}_{d,j-1}, \mathbf{u}_{j-1})$ e $(\mathbf{x}_{d,j-2}, \mathbf{u}_{j-2})$, sarà possibile calcolare i valori approssimati $(\dot{\mathbf{x}}_{d,j}^*, \dot{\mathbf{u}}_j^*)$. Questi potranno essere usati nell'equazione (13.22) per ottenere un'approssimazione del vettore \mathbf{F}_a . Pertanto, dalla (13.22) si avrà la seguente equazione approssimata:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{M}_0^{-1} \underbrace{\mathbf{F}_a(\dot{\mathbf{x}}_d^*, \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}^*)}_{\mathbf{F}_a^* \approx \mathbf{F}_a} + \mathbf{f}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_k, \mathbf{u}) \quad (13.23)$$

La (13.23), il cui secondo membro potrà contenere dipendenze del tutto generali dalle variabili $\dot{\mathbf{x}}_d^*$, permette un trattamento degli effetti instazionari più raffinato di quanto non si abbia con il modello (13.21). Si pensi ad esempio ai casi in cui l'evidenza sperimentale suggerisce una dipendenza dei coefficienti C_L e C_M da $\dot{\alpha}^2$.

Una volta calcolati i valori approssimati $(\dot{u}^*, \dot{v}^*, \dot{w}^*)$ saranno note le derivate $(\dot{\alpha}^*, \dot{\beta}^*)$. Queste ultime potranno essere utilizzate per valutare le componenti di \mathbf{F}_a^* .

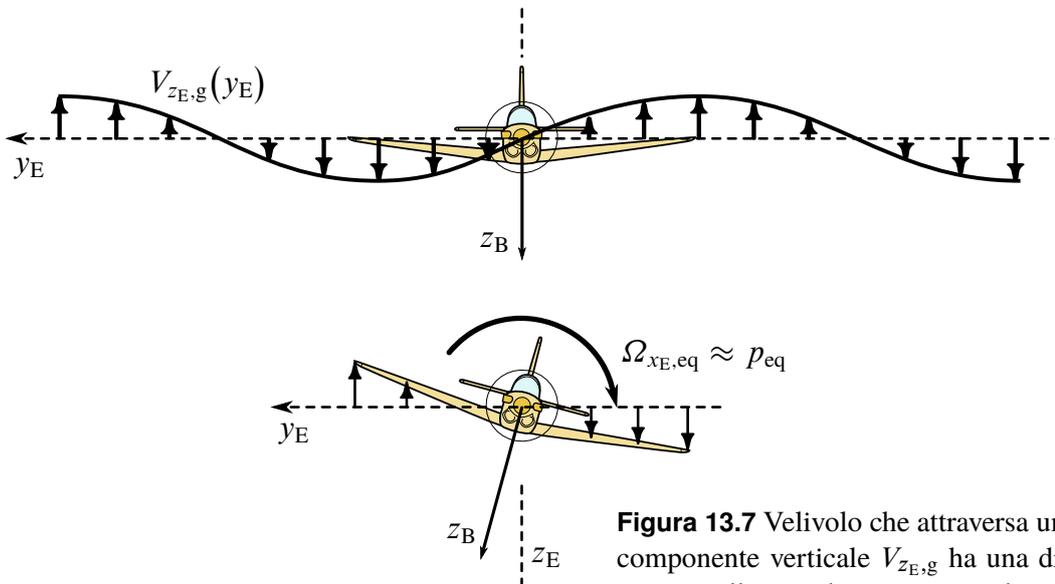


Figura 13.7 Velivolo che attraversa un campo di raffica la cui componente verticale $V_{zE,g}$ ha una distribuzione sinusoidale rispetto alla coordinata trasversale y_E . Risulta evidente l'equivalenza con una velocità angolare di componente $\Omega_{xE,eq}$.

13.1.7 Modello aerodinamico in presenza di vento e turbolenza atmosferica

I *venti* sono quei movimenti dell'atmosfera che corrispondono a moti di grandi masse d'aria rispetto alla terra. Essi non sono altro che dei flussi esterni che avvengono su larga scala, tipicamente dell'ordine dei chilometri. Ai venti si sovrappongono, a causa dell'instabilità dei moti laminari, i movimenti su più piccola scala detti *turbolenze*, caratterizzati da fluttuazioni spaziali e temporali della velocità dell'aria (raffiche) rispetto al valore medio. La scala spaziale caratteristica delle fluttuazioni turbolente può andare da una frazione della lunghezza o dell'apertura alare di un velivolo a diverse decine di metri.

Il campo delle velocità $V_w(x_E, y_E, z_E, t)$ dell'aria atmosferica rispetto ad un riferimento fisso può dunque essere espresso come segue:

$$V_w = V_{w,0} + V_g(x_E, y_E, z_E, t) \quad (13.24)$$

Il vettore V_g rappresenta un campo di raffica (*gust*) fluttuante nel tempo e variabile da punto a punto dello spazio inerziale. Quando si analizzano moti di velivoli che non coprono grandi distanze il vettore $V_{w,0}$ può essere considerato costante e coincidente con la velocità media del vento. In questa ipotesi il vento medio comporta un semplice effetto di trascinamento dell'aeromobile rispetto alla terra e quando si è interessati alla dinamica della risposta in aria turbolenta si può assumere una $V_{w,0}$ nulla ed una $V_w \equiv V_g$.

Si deve osservare che la variabilità nello spazio della velocità di raffica su una scala dell'ordine di grandezza delle dimensioni caratteristiche dei velivoli comporta l'introduzione di un campo $\Omega_w(x_E, y_E, z_E, t)$ di *velocità rotazionali equivalenti*. Una semplice spiegazione di ciò è fornita dalla figura 13.7. La distribuzione di velocità verticale è simile a quella che si incontrerebbe nella scia di un velivolo da trasporto di grandi dimensioni. La situazione particolare riportata dal disegno è equivalente al volo dell'aeromobile in aria calma ma con una velocità angolare di rollio non nulla $p_{eq} \approx \Omega_{xE,eq} \equiv \Omega_{xE,w}$.

La composizione della velocità lineare dell'aeromobile rispetto alla Terra con la velo-

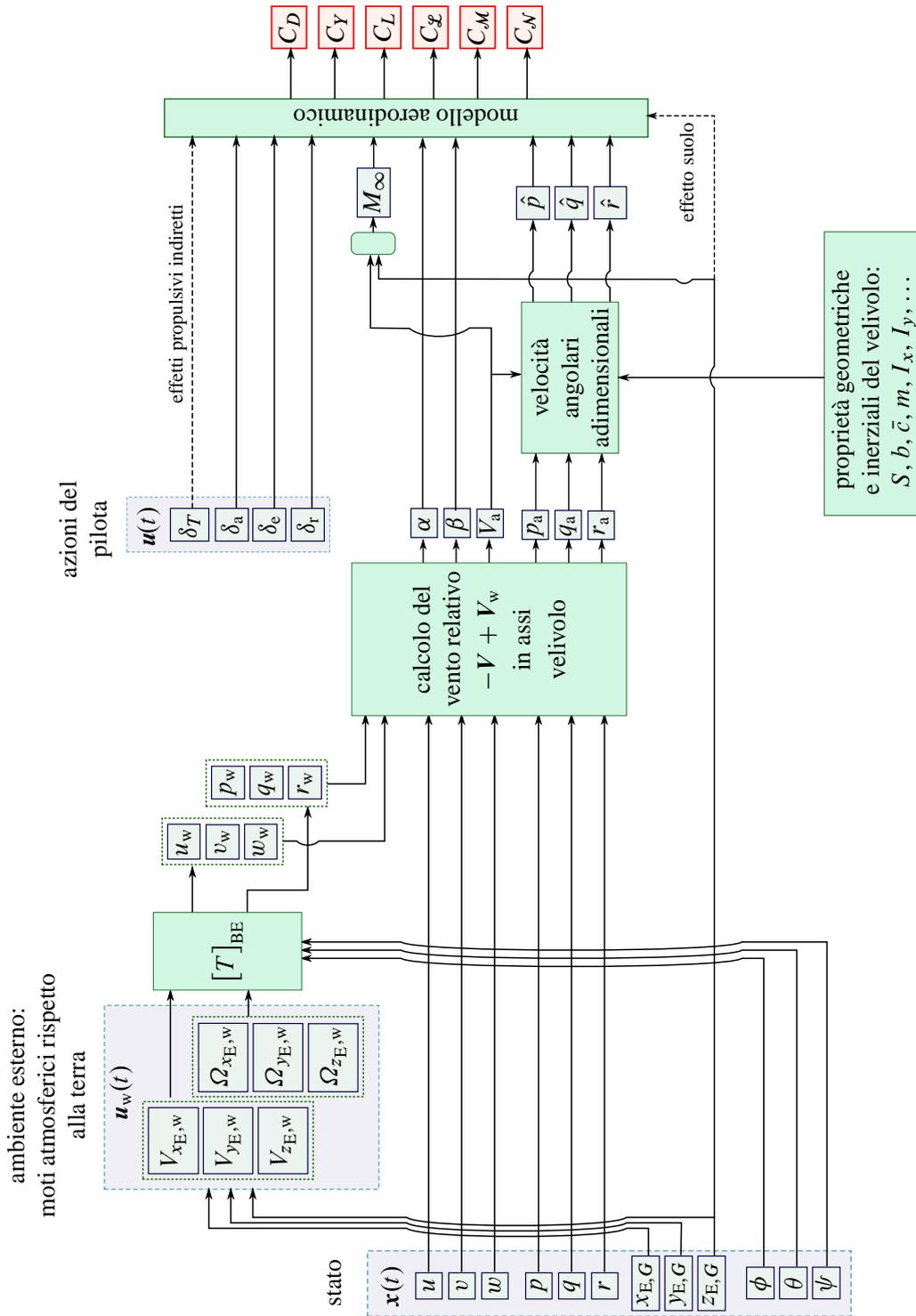


Figura 13.8 Schema di calcolo dei contributi istantanei alla forza e al momento risultanti dovuti alle azioni aerodinamiche sul velivolo. Influenza del moto dell'atmosfera rispetto alla Terra: le componenti della velocità del vento locale rispetto agli assi Terra, $V_{x_{e,w}}, V_{y_{e,w}}$ e $V_{z_{e,w}}$, sono da considerarsi come degli ingressi e variano punto per punto nell'ambiente circostante il velivolo. Ad essi si associano anche delle componenti di velocità rotazionale media del vento, $\Omega_{x_{e,w}}, \Omega_{y_{e,w}}$ ed $\Omega_{z_{e,w}}$. La composizione delle velocità angolari e lineari del velivolo rispetto alla Terra con la rispettive velocità dell'atmosfera rispetto alla Terra dà luogo al vento relativo di intensità V_a (airspeed), di angoli di incidenza α e β , ed alle componenti della velocità angolare aerodinamica p_a, q_a ed r_a in assi velivolo.

cità dell'atmosfera rispetto alla Terra dà luogo al *vento relativo* di intensità V_a (*airspeed*), che incide gli assi velivolo con angoli α e β . Analogamente, ai fini del calcolo dei coefficienti aerodinamici andrà effettuata anche la composizione della velocità angolare del velivolo rispetto alla Terra con la velocità angolare equivalente ottenendo una velocità angolare complessiva di intensità Ω_a .

Lo schema della figura 13.8 nella pagina precedente chiarisce la modalità di calcolo degli angoli istantanei α e β in presenza di aria agitata. Questi ultimi sono, per definizione, gli angoli istantanei che il vento relativo forma con gli assi velivolo. Pertanto, vanno calcolati dopo aver composto la velocità $-V$ (del vento relativo in ipotesi di aria calma) con V_w . Le componenti della velocità del vento locale rispetto agli assi Terra, $V_{x_{E,w}}$, $V_{y_{E,w}}$ e $V_{z_{E,w}}$ sono da considerarsi come degli ingressi e variano punto per punto nell'ambiente che sarà attraversato dal velivolo. Noto l'orientamento e la velocità dell'aeromobile al generico istante t e nota la distribuzione del vento, si calcolerà il vettore di velocità V_a in assi velivolo:

$$\{V_a\}_B = [T]_{BE} \left(-\{V\}_E + \{V_w\}_E \right) \quad (13.25)$$

di componenti (u_a, v_a, w_a) e modulo V_a . Si osservi che il vento relativo al velivolo è dato dal vettore V_a . Sono queste le grandezze da utilizzare a secondo membro delle (7.18) per ottenere l'espressione generale degli angoli aerodinamici in presenza di vento e turbolenza:

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1} \frac{w_a}{u_a} \\ \beta = \sin^{-1} \frac{-v_a}{V_a} = \sin^{-1} \frac{-v_a}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}} \end{cases} \quad (13.26)$$

Si noti che per $\beta > 0$ si ha una componente $v_a < 0$ del vento relativo. Per un campo V_w identicamente nullo le (13.26) si particolarizzano nelle (7.18), valide in aria calma.

Per analogia con la velocità lineare, si deve comporre il vettore velocità angolare istantanea $-\Omega$, dell'aria rispetto all'aeromobile in ipotesi di aria calma, con il vettore Ω_w . Passando dalle componenti in assi terra a quelle in assi velivolo si avrà:

$$\{\Omega_a\}_B = [T]_{BE} \left(-\{\Omega\}_E + \{\Omega_w\}_E \right) \quad (13.27)$$

di componenti (p_a, q_a, r_a) . Queste grandezze sono da utilizzarsi nelle espressioni che forniscono i coefficienti aerodinamici qualora questi presentino dipendenze dalle velocità rotazionali. Per il generico coefficiente aerodinamico una espressione come la (13.5) diventa:

$$C_F = C_F \left(\underbrace{\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}}_{\substack{\text{calcolate in base} \\ \text{alle (13.26)}}}, \underbrace{p_a, \dot{p}_a, q_a, \dot{q}_a, r_a, \dot{r}_a}_{\substack{\text{calcolate in base} \\ \text{alle (13.27)}}}, \underbrace{\delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_r, \dot{\delta}_r, \delta_s}_{\substack{\text{parametri di controllo} \\ \text{e loro derivate}}}, \underbrace{M_\infty, Re_\infty}_{\substack{\text{calcolati in} \\ \text{base alla } V_a}} \right) \quad (13.28)$$

Le raffiche modificano in modo più o meno intenso e brusco i valori della velocità relativa e degli angoli di incidenza e di derapata dando luogo a sollecitazioni a carattere dinamico derivanti dalle corrispondenti variazioni di portanza. Tali sollecitazioni, a differenza di quelle dovute alla manovra, non derivano da un'azione volontaria esercitata dal pilota bensì da una situazione esterna che il pilota può solo in parte — e non sempre — evitare operando sulla quota di volo o effettuando opportuni dirottamenti.

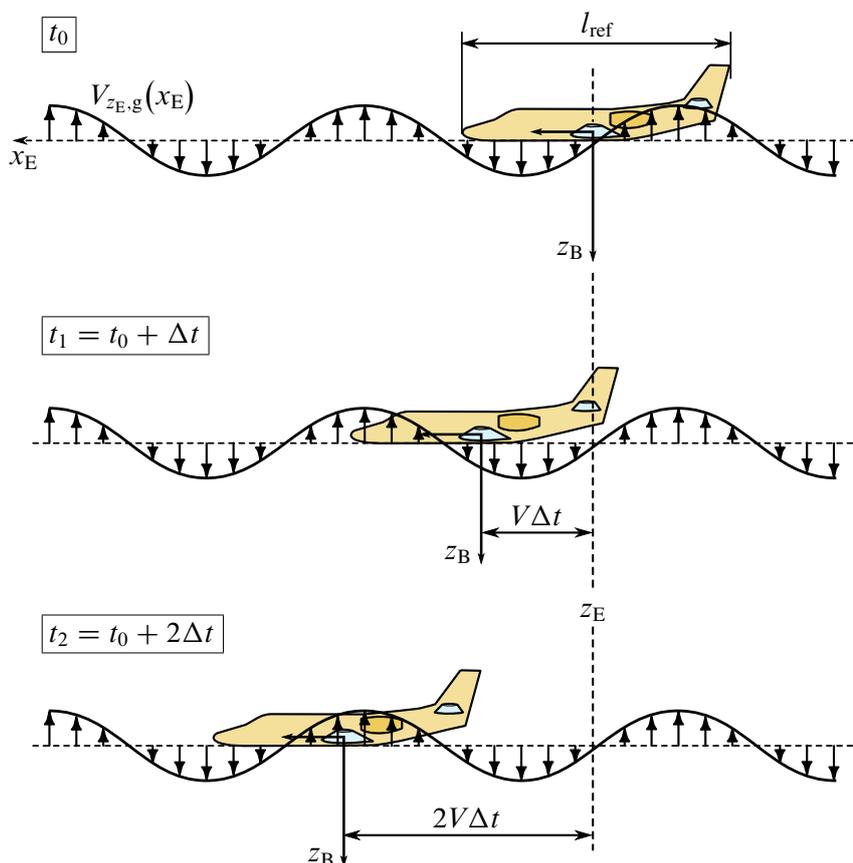


Figura 13.9 Un velivolo che attraversa un campo di raffica. In questo esempio la componente verticale $V_{zE,w}$ della velocità puntuale dell'atmosfera rispetto al suolo ha una distribuzione spaziale armonica nel senso della direzione x_E .

Gli effetti delle raffiche parallele alla traiettoria di volo sono in genere modesti a causa del basso valore del rapporto fra la loro velocità e quella del velivolo. Di contro sono le raffiche normali alla traiettoria che, dando luogo a variazioni degli angoli di incidenza e di derapata, producono notevoli variazioni della portanza in atto. Risulta quindi di rilevante interesse lo studio della turbolenza laterale e, in particolare, quello della turbolenza verticale.

La maggior parte dei dati sperimentali sulla turbolenza atmosferica deriva da misurazioni indirette ottenute attraverso il rilievo del fattore di carico normale di velivoli in volo in servizio operativo mentre solo una parte relativamente modesta proviene da misurazioni dirette, in prevalenza a quote inferiori ai 1000 ft, effettuate a mezzo di palloni frenati o da velivoli sperimentali. Il confronto tra misurazioni dirette ed indirette è perciò possibile solo per la turbolenza verticale e viene quindi esteso anche all'altra forma di turbolenza laterale, quella orizzontale.

Per molti anni le condizioni di carico di progetto in turbolenza atmosferica sono state definite prendendo in esame gli effetti derivanti da una raffica discreta isolata di assegnata intensità. Tale ipotesi, adeguata per velivoli relativamente rigidi e caratterizzati da velocità di volo piuttosto basse, non copre completamente tutte le possibili condizioni di carico in turbolenza dei moderni velivoli da trasporto civili e militari la cui evoluzione ha portato a notevoli incrementi delle dimensioni (con conseguente aumento dell'elasticità delle strutture) e delle velocità di volo.

Ciò ha reso necessario introdurre un più moderno criterio basato sulla turbolenza continua da adottare unitamente a quello classico della raffica discreta. Il nuovo criterio, fisicamente più realistico, assume un modello di turbolenza caratterizzato da fluttuazioni di velocità variabili con continuità in ogni punto, descrivibile sulla base di proprietà statistiche.

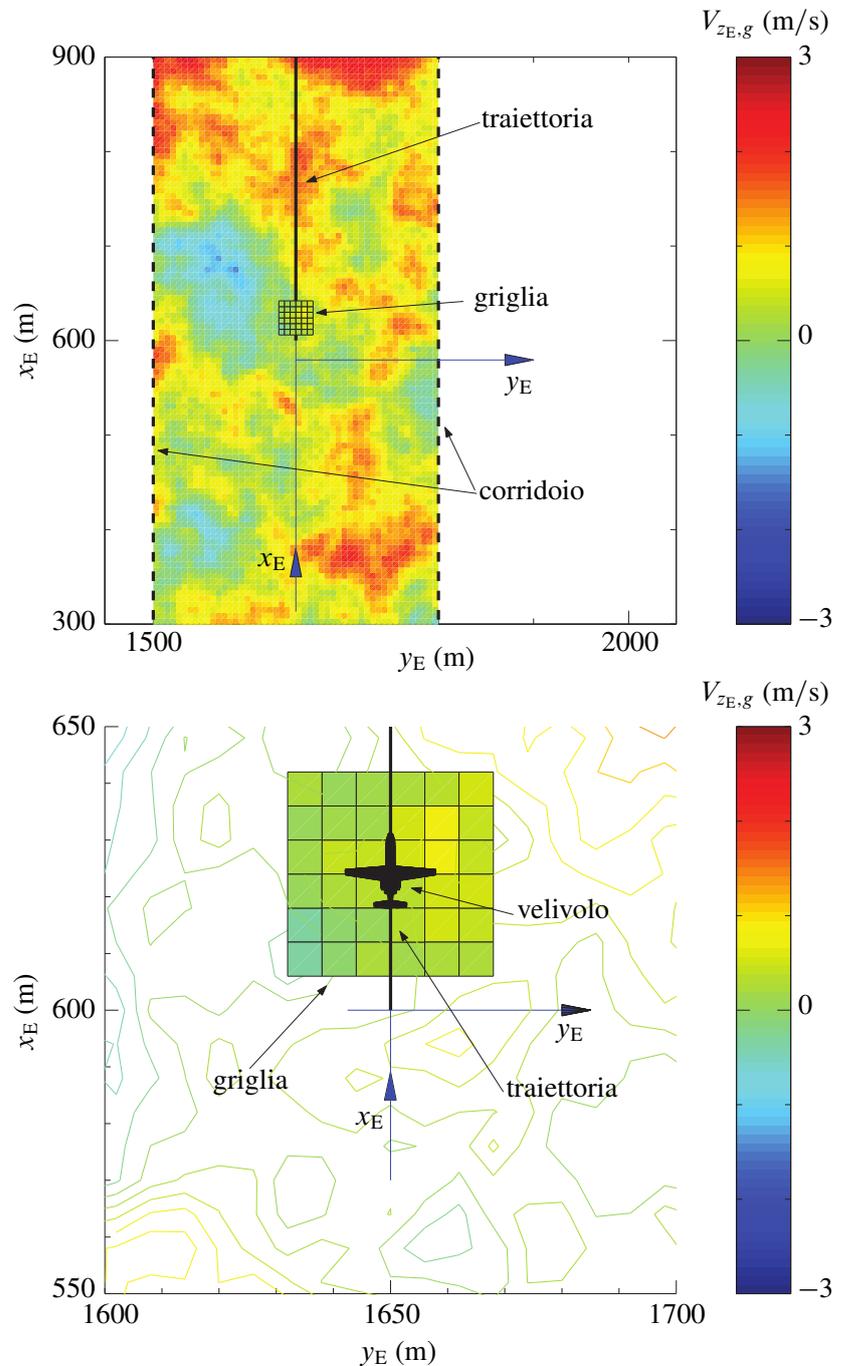


Figura 13.10 Un velivolo che attraversa un campo di raffica bidimensionale. La componente verticale $V_{zE,w}(x_E, y_E)$ della velocità di agitazione atmosferica ha una distribuzione spaziale casuale su una scala di 300 m. In basso è mostrato un ingrandimento del campo di moto ed una plausibile griglia di interpolazione ai fini della descrizione del profilo di raffica su una scala spaziale caratteristica del velivolo.

Le figure 13.10 e 13.9 nella pagina precedente mostrano un velivolo che attraversa un campo di raffica. Nella prima figura la componente verticale $V_{zE,w}$ della velocità di agitazione atmosferica rispetto al suolo presenta una distribuzione spaziale bidimensionale (dipendente da x_E ed y_E). Nella seconda figura è riportata una vista laterale in cui sono rappresentati tre momenti dell'attraversamento. Osservando il profilo di velocità verticale del vento puntuale si deduce una $\Omega_{yE,w}$ equivalente, che può essere trasformata in assi velivolo ottenendo in generale le tre componenti istantanee (p_w, q_w, r_w) tra le quali prevale la q_w .

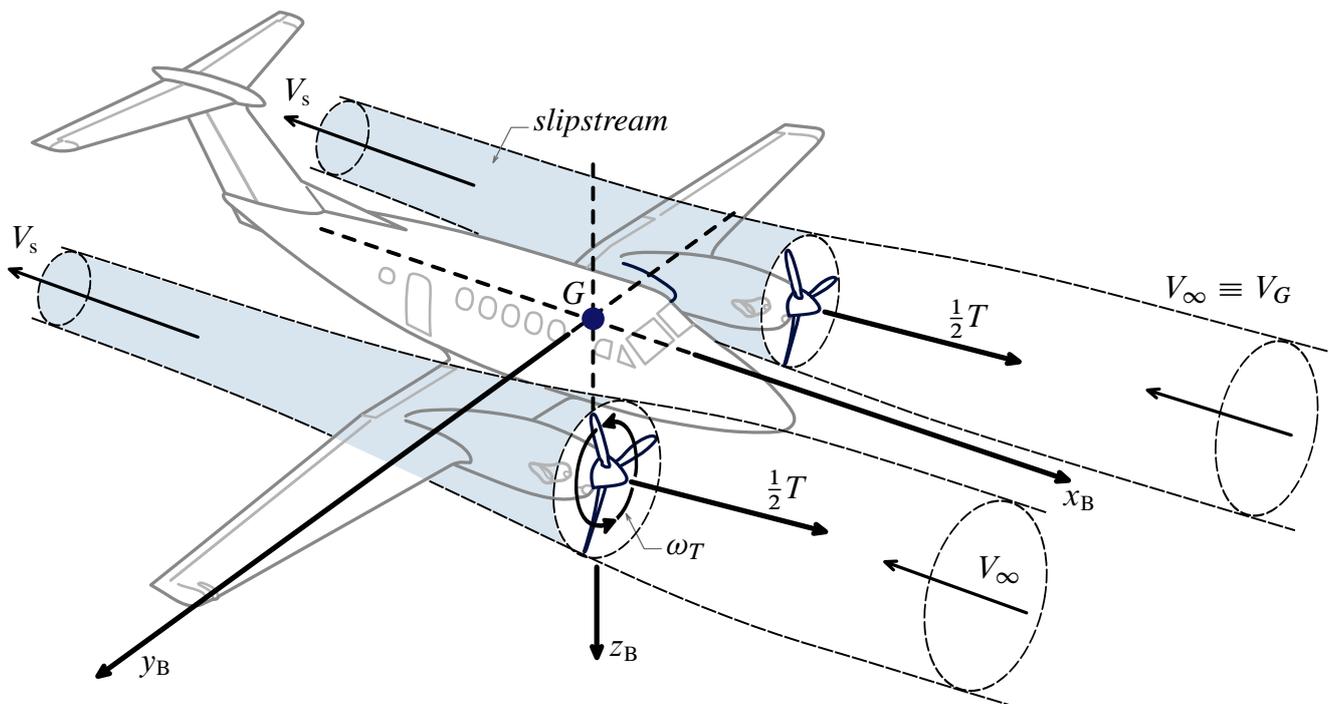


Figura 13.11 Generazione della spinta con propulsori ad elica. Una massa d'aria viene accelerata nella direzione opposta a quella del volo. La velocità dell'aeromobile V_G coincide con la velocità asintotica V_∞ a monte dei tubi di flusso trattati dalle eliche. La velocità media V_s asintoticamente a valle in ciascuna *slipstream* è maggiore di V_∞ .

13.2 Il modello propulsivo

In questa parte introduciamo degli elementi di propulsione focalizzandoci sui motori 'ad aria' (*airbreathing engines*). I motori ad aria sono quelle macchine a fluido in grado di generare una spinta utilizzando l'aria atmosferica come fluido di lavoro e, al tempo stesso, come fonte di ossigeno per la combustione. Questi sistemi vengono chiamati anche 'motori a reazione' perché accelerano una certa quantità di fluido atmosferico nella direzione opposta a quella del volo ('indietro') e, per la terza legge di Newton, generano una forza reattiva 'in avanti', la spinta.

La maggior parte dei velivoli atmosferici impiega la propulsione ad aria perché essa ha una maggiore efficienza rispetto alla propulsione a razzo. I motori ad aria sono suddivisi in due grandi categorie:

- I *motori ad elica*, che impiegano una o più eliche come dispositivi di generazione della spinta. Come si vede dalla figura 13.11, l'aria trattata dai propulsori viene accelerata nella direzione opposta al volo nel passaggio attraverso il disco dell'elica, per effetto dalla rotazione delle pale. Ciascuna pala è immaginabile come una piccola ala rotante. In questo processo l'azione dell'aria sulle pale ha per forza risultante un vettore che si scompone lungo l'asse di rotazione e nel piano dell'elica. La prima componente è proprio la spinta dell'elica mentre la seconda è la coppia resistente. Quest'ultima, nelle normali condizioni di volo, è compensata dalla coppia disponibile all'albero, fornita da un motore a pistoni o da una turbina a gas.

- I *motori a getto*, che creano la spinta attraverso un getto di scarico ad alta velocità. Un tipico velivolo dotato di propulsione a getto è rappresentato nella figura 13.12 nella pagina successiva. La portata d'aria trattata viene convogliata attraverso una presa d'aria

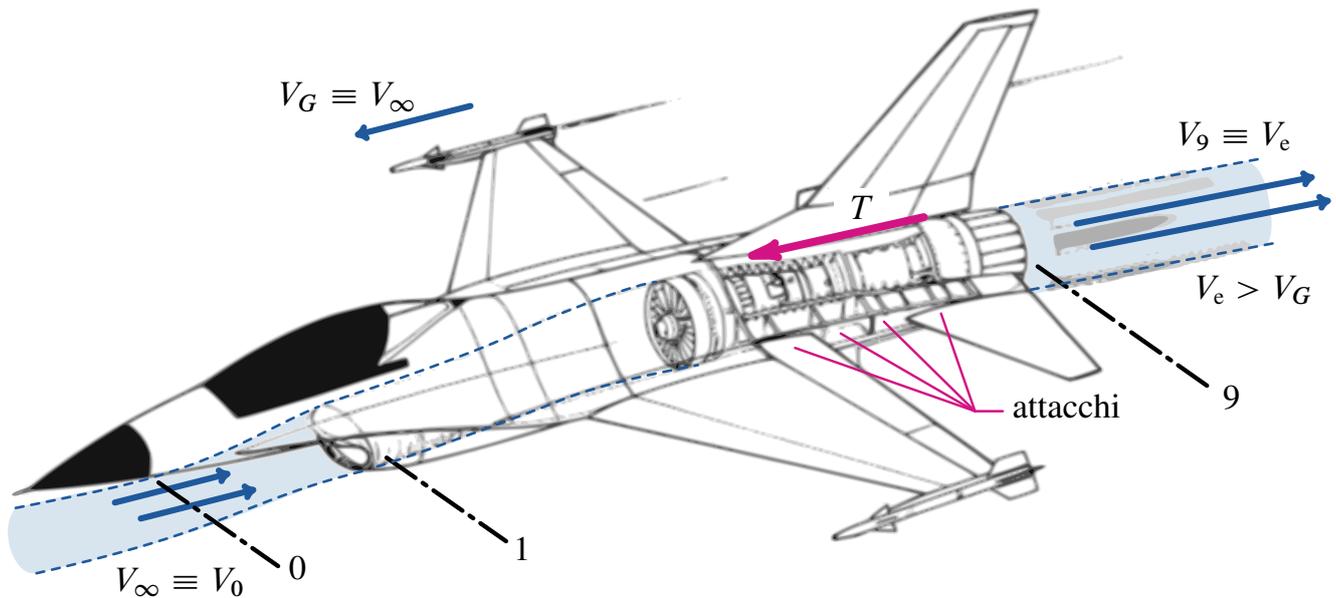


Figura 13.12 Generazione della spinta per effetto della accelerazione di una massa d'aria nella direzione opposta a quella del volo. La velocità dell'aeromobile V_G coincide con la velocità asintotica V_0 rispetto all'ingresso della presa d'aria. La velocità d'uscita del getto V_e è maggiore di V_0 . Gli attacchi del motore garantiscono il trasferimento della forza di reazione T alla cellula del velivolo.

in un compressore a uno o più stadi e successivamente in una camera di combustione. I gas ad alta temperatura e pressione prodotti dalla combustione vengono fatti espandere attraverso una turbina a uno o più stadi per poi venire espulsi attraverso un ugello di scarico nuovamente nell'ambiente esterno. L'ugello è il dispositivo che conferisce l'incremento di velocità dell'aria ingestita dal motore, responsabile della generazione di spinta. Nei motori *turbofan* parte del fluido di lavoro, anziché entrare nel ciclo precedentemente descritto, passa esclusivamente attraverso un compressore di bassa pressione (*fan*), ed espandendo direttamente attraverso un ugello di scarico secondario. L'azione del *fan* consiste in un apporto addizionale di spinta.

Nel seguito verrà posto l'accento sulla modellazione della dinamica di queste macchine in termini di: (i) spinta T (*thrust*) da esse sviluppata quando integrate nell'architettura di un velivolo e (ii) consumo orario di carburante \dot{m}_f (*fuel mass flow rate*). Discuteremo brevemente le caratteristiche e i limiti di utilizzo dei seguenti tipi di motori ad aria: i motori a pistoni accoppiati a un propulsore ad elica (*piston engines with propellers*), i motori turbogetto (*turbojet*), i motori turbogetto con ventole intubate (*turbofan*), i motori turbogetto accoppiati ad un propulsore ad elica (*turboprop*). La figura 13.16 a pagina 30 mostra alcune installazioni tipiche di motori aeronautici. La figura 13.17 a pagina 31 riporta delle rappresentazioni schematiche dei principali tipi di motori.

13.2.1 Teoria impulsiva

Per comprendere il fenomeno fisico basilare per la generazione della spinta, il funzionamento dei motori a getto e dei motori ad elica può essere portato ad un livello di schematizzazione comune. Questa semplice schematizzazione è nota come *teoria impulsiva* ed è rappresentata nella figura 13.13 nella pagina seguente. Il motore ad aria viene modellato come un meccanismo ideale di trasformazione di quantità di moto (e

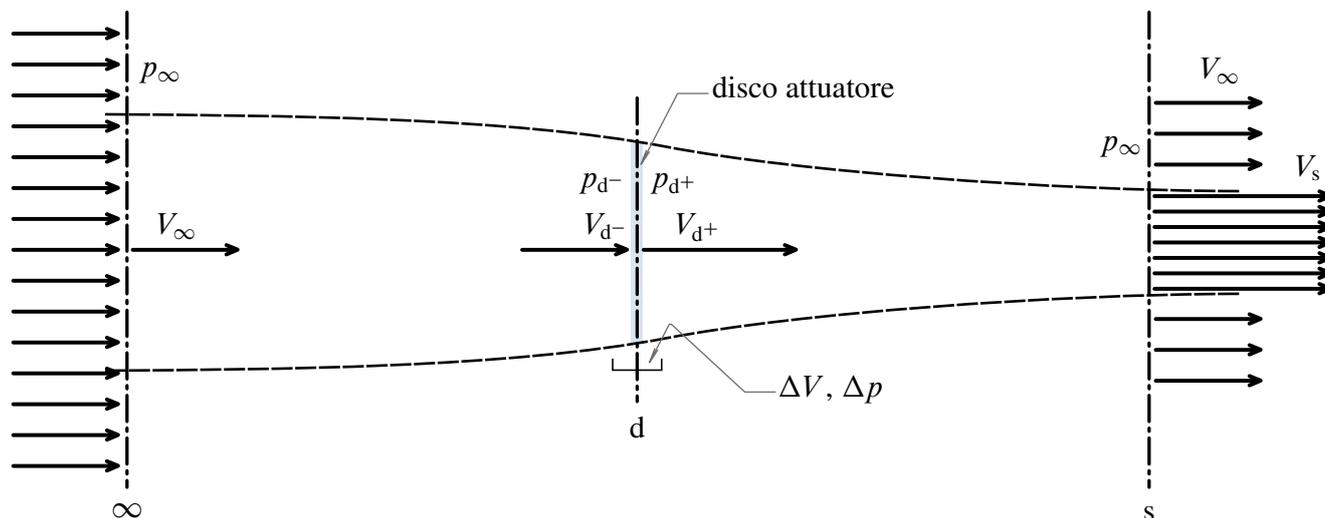


Figura 13.13 Schematizzazione del funzionamento di un propulsore aeronautico secondo la teoria impulsiva semplice. Il disco attuatore realizza un salto di pressione e di velocità alla stazione 'd'. Il tubo di flusso unidimensionale presenta una velocità asintotica a valle V_s (*slipstream speed*) tale che $V_s > V_{d+} > V_\infty$.

di energia) all'interno di un tubo di flusso unidimensionale. Una determinata portata d'aria con velocità asintotica V_∞ , pari al modulo della velocità di volo, passa attraverso un *disco attuatore* (stazione 'd') che rappresenta il motore. Nella teoria impulsiva il disco attuatore è un meccanismo ideale, di spessore infinitesimo, che è in grado di conferire alla massa d'aria un salto di velocità ΔV e di pressione Δp nel passaggio dalla stazione immediatamente a monte (d^-) a quella immediatamente a valle (d^+).

È possibile dimostrare [25, 43] che la spinta generata dal disco attuatore è esprimibile come:

$$T = \dot{m}(V_s - V_\infty) \quad (13.29)$$

dove \dot{m} è la portata di massa dell'aria trattata dal motore. La (13.29) vale, a rigore, in ipotesi di gas perfetto, fluido ideale ed incomprimibile.

Un secondo risultato, che discende dalla (13.29), è la relazione ideale tra le velocità alle tre stazioni del tubo di flusso:

$$V_{d+} = \frac{V_\infty + V_s}{2} \quad (13.30)$$

La (13.30) fornisce uno spunto importante per la comprensione del meccanismo di produzione della spinta se si osserva che la portata

$$\dot{m} = \rho A V_{d+} \quad (13.31)$$

che compare nella (13.29) è proporzionale a V_{d+} oltre che all'area A del disco e alla densità ρ dell'aria. Pertanto, la spinta T è proporzionale a \dot{m} ovvero all'incremento di velocità impartito dal disco attuatore (motore) alla massa d'aria catturata all'interno del tubo di flusso.

A questo punto è opportuno introdurre la definizione di *efficienza propulsiva*:

$$\eta_p = \frac{T V_\infty}{T V_\infty + \frac{1}{2} \dot{m} (V_s - V_\infty)^2} \quad (13.32)$$

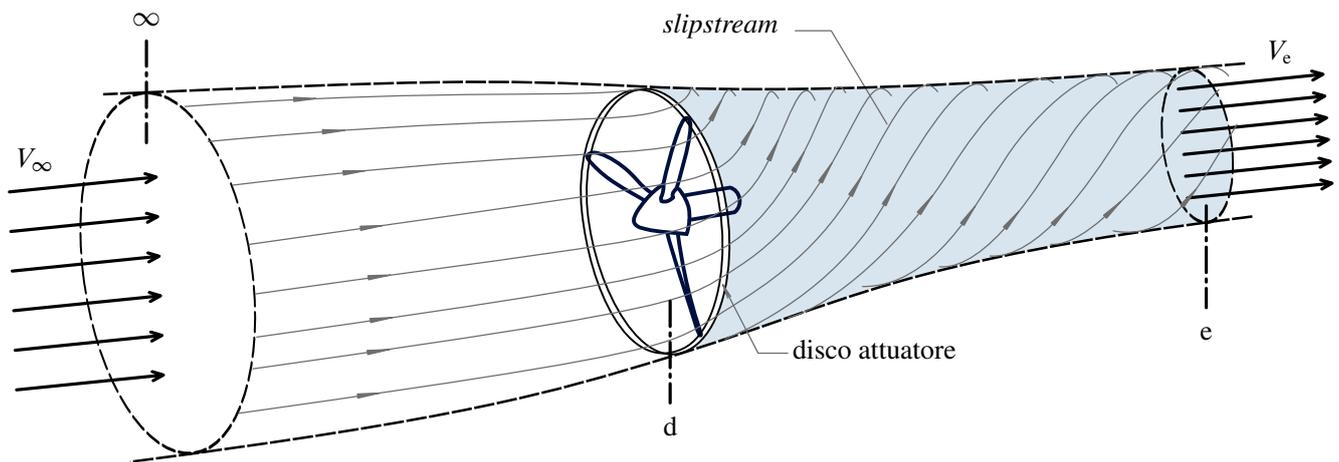


Figura 13.14 Tubo di flusso che individua la massa d'aria trattata da un propulsore ad elica.

data dal rapporto tra il lavoro per unità di tempo effettuato dalla spinta nel moto del velivolo alla velocità V_∞ (*thrust-power output*) e la potenza totale. Quest'ultima è data dalla somma di $T V_\infty$ e dell'incremento di energia cinetica nell'unità di tempo della massa d'aria trattata dal motore. La (13.30) permette di esprimere idealmente l'efficienza η_p in termini delle velocità caratteristiche del tubo di flusso catturato dal disco attuatore:

$$\eta_p = \frac{2V_\infty}{V_\infty + V_s} \quad (13.33)$$

13.2.2 Spinta di un'elica

13.2.3 Spinta di un turbojet o turbofan

13.2.4 Efficienza propulsiva e spinta specifica

TO DO: Rielaborare quanto segue.

Dal testo di Tewari [43]

```
function [T,cT]=engine(alt,mach)
% program for thrust and TSFC of a low-bypass, afterburning turbofan at
% maximum power setting
M=[0 0.25 0.5 0.75 1 1.25 1.5 1.75 2 2.25]; %Mach number
h=[0 10 20 30 36 40 50]*1000/3.28; %std. altitude (m)
Thrust=[ ...
30 21.5 15 10 8 6.5 4;
29 21 14.5 9.8 7.5 6 3.8;
32 22.5 16 10.5 8.5 7 4.5;
33 28 19 12.5 10 8 5;
35 29 23.5 16 12.5 10 6;
37 31 25.5 21 16 13 8.5;
42.5 35 28 22.5 19.5 15.5 9.2;
43.5 38 33 25 21.5 17.5 10.5;
46 39 34 28 24.5 19 11.5;
48 42 35 29 26 21.5 13 ...
]*1000*9.8/2.2; % thrust (N)

TSFC=[ ...
1.64 1.66 1.68 1.7 1.71 1.71 1.71;
1.74 1.76 1.77 1.78 1.79 1.79 1.79;
1.78 1.79 1.8 1.815 1.82 1.82 1.82;
1.86 1.8 1.81 1.82 1.825 1.825 1.825;
1.93 1.84 1.78 1.79 1.79 1.79 1.79;
2 1.9 1.825 1.76 1.75 1.75 1.75;
```

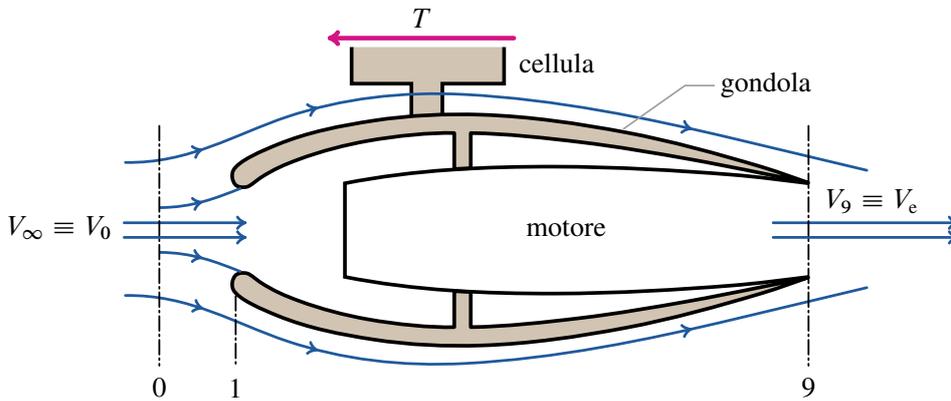


Figura 13.15 Schema di un motore ad aria. Il sistema opera una trasformazione di energia della corrente d'aria trattata in energia cinetica addizionale del getto all'uscita.

```
2.04 1.96 1.87 1.79 1.74 1.74 1.74;
2.16 2.05 1.92 1.84 1.79 1.79 1.79;
2.32 2.14 1.98 1.88 1.83 1.83 1.83;
2.44 2.26 2.1 1.97 1.88 1.88 1.88];
```

```
[X,Y]=meshgrid(h,M);
T=interp2(X,Y,Thrust,alt,mach);
cT=interp2(X,Y,TSFC,alt,mach);
```

Dal testo di Mattingly [27]

Emphasis is placed on propulsion systems that operate on the so-called Brayton cycle. Such systems include turbojets, turboprops, turbofans, ramjets, and combinations thereof. Before taking up the thermodynamic processes involved in these systems, we consider the forces acting on a propulsive duct and the effect of installation on the net propulsive force.

We define a propulsion system as a unit submerged in a fluid medium about and through which the fluid flows. The propulsion system contains an energy transfer mechanism that increases the kinetic energy of the fluid passing through the system. This mechanism is called the engine. In Fig. 4.1, the engine is shown schematically in a nacelle housing that forms the second portion of the propulsion system. Thus the propulsion system contains:

- An engine (the nozzle is considered to be part of the engine in our terminology),
- Housing about the engine (nacelle or duct).

Several different aircraft systems may use the same engine submerged in different-shaped nacelles. Thus one propulsion system may use engine X in a pod installation hanging from a wing while, in another system, engine X may be surrounded by a nacelle that is, in fact, the airplane's fuselage—examples are the F-15 vs F-16 propulsion systems that use the F-100 turbofan engine. The thrust of a propulsion system will depend on 1) its engine and 2) its nacelle. As a result, it is conventional to speak of uninstalled engine thrust and installed engine thrust. The uninstalled engine thrust should depend on the engine alone and hence must be independent of the nacelle, the installed engine thrust is the thrust produced by both the engine and the nacelle. Installed engine thrust T is defined as the shear force in the reaction strut of Fig. 4.1. Uninstalled engine thrust T_u is defined as the force F_{int} acting on the internal surface of the propulsion system from 1 to 9 plus the force F'_{int} acting on the internal surface of the stream tube 0 to 1 that contains the air flowing into the engine. It will be shown that T_u is independent of the nacelle.

To evaluate the uninstalled engine thrust, defined as

$$T_u = F_{\text{int}} + F'_{\text{int}}$$

we apply the momentum equation to the control surface of Fig. 4.2. In so doing, we use the convention that all pressures used will be gauge pressures. We adopt this convention because it is used by the external aerodynamicist in computing the drag and lift forces on the airplane. To be consistent, then, the internal aerodynamicist must do the same. Figure 4.3 shows the momentum equation for assumed steady flow applied to flow through the control surface of Fig. 4.2.

To obtain the installed engine thrust, we must subtract from the uninstalled engine thrust the drag forces F'_{ext} and F_{ext} . The first, F'_{ext} , is equal in magnitude to F'_{int} and adjusts the engine thrust for the force F'_{int} , which is credited to the uninstalled engine thrust but does not really contribute to the installed engine thrust. The second, F_{ext} , is the drag force acting on the external surface of the nacelle. Thus

$$F'_{\text{ext}} = \text{pressure force on external stream tube surface from 0 to 1, which is called } \textit{additive drag} \text{ (Refs. 24, 25, and 26) or } \textit{preentry drag} \text{ (Ref. 27)}$$

and

$$F_{\text{ext}} = \text{pressure force on nacelle's external surface}$$

In the accounting system of viscous and pressure forces acting on the airframe and engine, the viscous forces on the nacelle are included in the airframe drag, and the pressure forces on the nacelle are included in the installed engine thrust. The installed engine thrust T is then

$$\begin{aligned} \text{Shear force in strut of Fig. 4.1} &= T = F_{\text{int}} - F_{\text{ext}} \\ &= F_{\text{int}} + F'_{\text{int}} - (F_{\text{ext}} + F'_{\text{ext}}) \end{aligned}$$

where $F_{\text{int}} + F'_{\text{ext}}$ is called the drag of the engine D_{eng} and where, as in the preceding, $F_{\text{int}} + F'_{\text{int}}$ is called the uninstalled engine thrust T_u . Using this notation, we have

$$\text{Installed engine thrust} = T = T_u - D_{\text{eng}}$$

The two forces F_{ext} and F'_{ext} that make up the drag D_{eng} are called the nacelle drag D_{nac} and the additive drag D_{add} , respectively. Thus the drag force can be written as

$$D_{\text{eng}} = D_{\text{add}} + D_{\text{nac}}$$

In the limit, as M_0 goes to zero, we have

$$\left(D_{\text{add}} \right)_{M_0=0} = p_1 A_1 (1 + \gamma M_1^2) - p_0 A_1$$

Dal testo di Zipfel [26]

Unless you are a glider enthusiast, you value propulsion as the means of keeping missi-

les and aircraft in the air. The thrust vector overcomes drag and gravity and maintains the speed necessary for lift generation. It is usually directed parallel to the vehicle's centerline, although helicopters and the V-22 Osprey display their individuality by thrusting in other directions as well. For our simulations we deal only with body-fixed propulsion systems whose thrust vector is essentially in the positive direction of the body x_B axis, possibly slanted by a fixed angle.

The physical principle of airbreathing propulsion again derives from Newton's second law. However, the time rate of change of momentum is now based on the velocity increase of the airflow \dot{m}_a through the turbine. With V the flight velocity and V_e the exhaust velocity the thrust is (neglecting fuel mass and assuming ideal expansion):

$$T = \dot{m}_a(V_e - V)$$

The faster the exhaust velocity (turbine output) or the greater the airflow (high bypass), the greater the thrust T . In general, the thrust depends on several parameters:

$$T = f(M, z_{E,G}, \text{power setting}, \alpha_B)$$

For some of our applications, we neglect the angle-of-attack dependency. The specific fuel consumption (SFC) b_T is an important indicator for the efficiency of the turbojet. It is defined by the ratio of fuel flow to thrust

$$b_T = \frac{\dot{m}_f}{T}$$

The units of b_T are usually given as kg/(daN h) where daN can be written 10 N, and \dot{m}_f is the fuel flow in kg/h. The strange use of daN is justified by the approximate numerical equivalency of metric and English units

$$1 \text{ kg}/(\text{daN h}) = 0,98 \text{ lb}/(\text{lbf h})$$

Typical values of SFC are between 1,00 to 0,30 kg/(daNh), with turbojets being less efficient than high-bypass turbofans.

Turbojets and turbofans are particularly suited for the low-speed portions of the mission and have adequate performance up to Mach 3. The upper limit is imposed by the thermal constraints of their materials. Designs tend to have low overall pressure ratios and low rotor speeds at takeoff.

Dal testo di Linke-Diesinger [29]

Thus all systems of a modern engine are highly integrated and perform complex and interrelated functions within a federated system of data generation and transfer. Control and data processor functions are not performed in each system itself but in a central processor. Thus when investigating a specific system it is important to notice that the specific functions of the system have not been the only design objectives. Safety, reliability, efficiency and maintenance functions are also important. A system meets these objectives best as a member of a combination of federated systems, which are generally controlled by embedded software and which exchange data with other system computers.

Shaft Speed Designations. The rotational speeds of the engine shafts or rotors are designated with the letter N and the number that represents the position in the sequence

the compressors are reached by the airflow. E.g. the low pressure compressor is the first compressor reached by the airflow and the low pressure rotor speed is therefore called N1. The high pressure rotor speed is designated N2 respectively. In a three-spool engine N2 is used for the intermediate pressure rotor speed and N3 for the high pressure rotor speed. Note that the letter N is usually written as a capital letter.

Corrected Parameters. The parameters measured in a turbine engine at a certain thrust setting are dependent on the actual atmospheric conditions. Thus the parameters have different values when they are measured under different atmospheric conditions but at the same thrust setting. The condition of the atmosphere is determined by the values of its temperature, pressure and humidity. When measurements are made, which are dependent on these values on different days and/or at different locations, these sensed values differ between these measurements. To make the values of all measurements comparable, they are converted to the same atmospheric conditions. These are the conditions of the International Standard Atmosphere (ISA). The International Standard Atmosphere was created to make data comparable that are dependent on the atmospheric conditions.

The ISA conditions are also known as the standard day conditions. Parameters measured under conditions different from ISA can be converted to ISA conditions. This means that the result gives the value the parameter would have had if measured under ISA conditions. Such a parameter converted to ISA conditions is called a corrected parameter or a standard day parameter. It is expressed with the index k or corr. For a pressure value this would show P_k or P_{corr} . For the efficient storage of data in the databases of the fuel control system the characteristic diagrams are stored for the ISA conditions only. The data are converted to the actual atmospheric conditions by the respective calculations established in the software.

Engine and Fuel Control System. All modern turbofan engines are controlled by full authority digital engine control (FADEC) systems. Despite this fact, large numbers of older hydromechanically controlled engines are still in use.

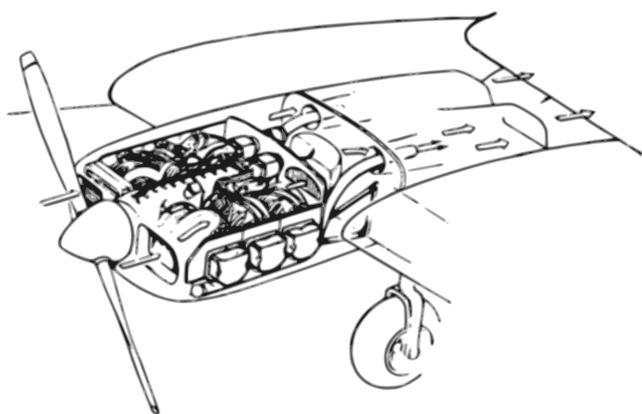
The main task of the engine and fuel control system is the metering of the fuel flow to the combustion chamber under the operating conditions of steady state, acceleration and deceleration. The system must achieve this with the aim to keep the engine on the thrust level demanded by the pilot. To prevent the exceedance of the operating limits, limiting functions ensure the operation within the limits for shaft speeds, temperature and pressures. To accomplish this task the engine control system also controls the functions of the other engine systems. These systems are known as the engine subsystems for the description of the fuel and control system.

13.2.5 Modelli di spinta

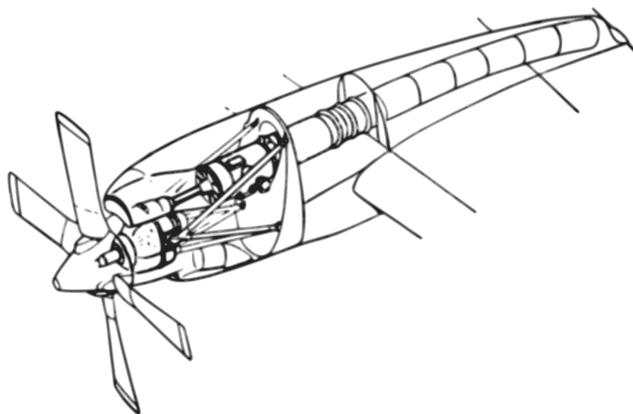
La spinta dei motori aeronautici può essere modellata con la seguente espressione convenzionale (si veda, ad esempio, il testo di Stengel [12]):

$$T = C_T(V, \delta_T) \frac{1}{2} \rho V^2 S \quad (13.34)$$

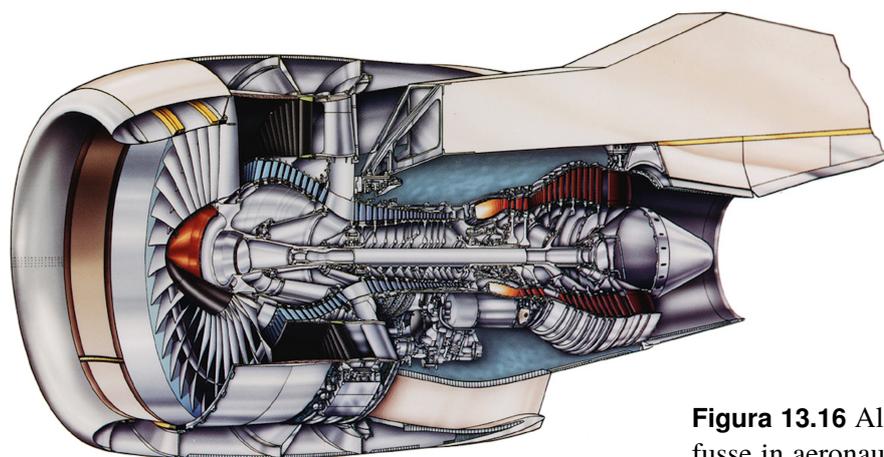
Il *coefficiente di spinta* C_T può essere una funzione della velocità V e del grado di ammissione δ_T . Quest'ultimo è detto anche *regolazione equivalente* della spinta e varia



(a) motore a sei cilindri e pistoni contrapposti (tipo Cessna 310).



(b) motore turboprop (tipo Lockheed 188A Electra).



(c) motore turbofan ad alto rapporto di diluizione.

Figura 13.16 Alcune tra le motorizzazioni più diffuse in aeronautica: propulsore ad elica e motore a pistoni, motore turboprop, motore turbofan.

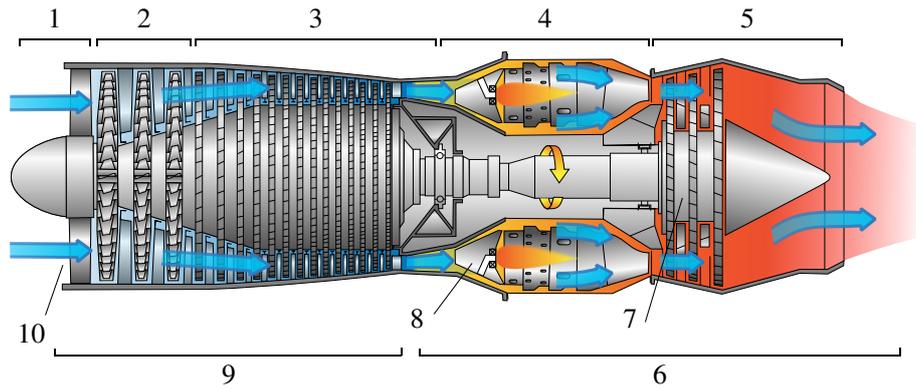
tra 0 e 1. Si deve osservare che il flusso di massa dei motori ad aria è approssimativamente proporzionale alla pressione dinamica. Ciò è dovuto al fatto che l'aria costituisce la maggior parte del fluido di lavoro di un motore. L'espressione convenzionale (13.34) fornisce il modulo della spinta in una forma simile a quelle comunemente utilizzate per le forze aerodinamiche, facilitando l'analisi e la discussione nei capitoli successivi.

Nell'interno di un punto di funzionamento nominale, il coefficiente di spinta può essere modellato come segue:

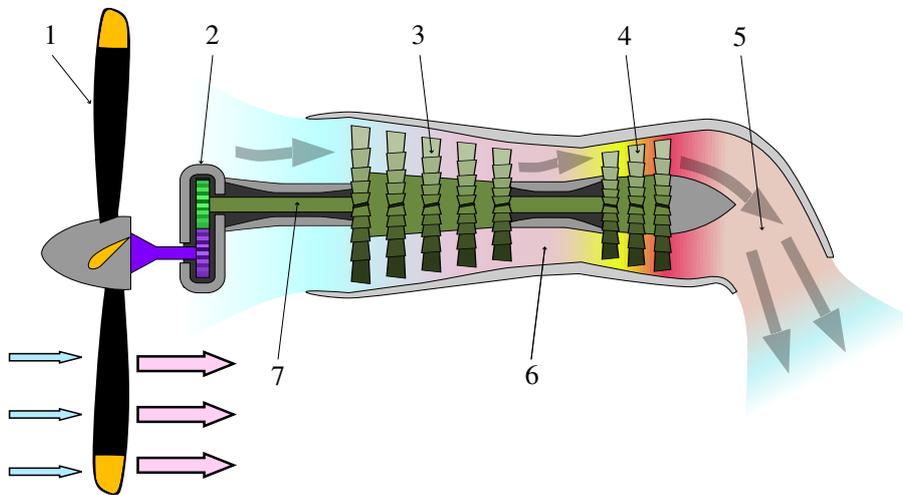
$$C_T = (k_0 + k_1 V^\eta) \delta_T \quad (13.35)$$

adattabile ad una vasta gamma di motorizzazioni. La figura 13.16 riporta esempi di alcuni tra i tipi di motori più diffusi. Nell'equazione modello (13.35) la quantità k_0 è il coefficiente di spinta a punto fisso alla massima manetta, k_1 è un coefficiente di peso dell'effetto dovuto alla velocità di volo ed η è una funzione del tipo di motore.

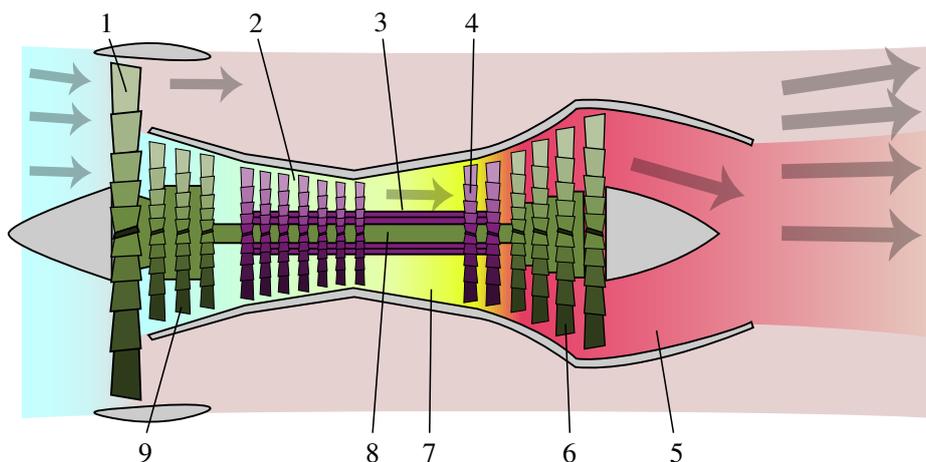
Le derivate parziali rispetto alla velocità ed alla regolazione della manetta sono utilizzate per l'analisi linearizzata degli effetti della spinta valutati ad una velocità nominale V_0



(a) Schema di un motore *turbojet*: 1) presa d'aria, 2) compressione di bassa pressione, 3) compressione di alta pressione, 4) combustione, 5) scarico, 6) sezione 'calda', 7) turbine di bassa ed alta pressione, 8) camere di combustione, 9) sezione 'fredda', 10) ingresso dell'aria.



(b) Schema di un motore *turboprop*: 1) elica (*prop*), 2) riduttore del numero di giri, 3) compressore, 4) turbina, 5) ugello di scarico, 6) camera di combustione, 7) albero del compressore.



(c) Schema di un motore *turbofan*: 1) ventola (*fan*), 2) compressione di alta pressione, 3) albero del compressore di alta pressione, 4) albero della turbina di alta pressione, 5) ugello di scarico, 6) turbina di bassa pressione, 7) camera di combustione, 8) albero del compressore di bassa pressione, 9) compressore di bassa pressione.

Figura 13.17 Le varianti di un turbomotore aeronautico.

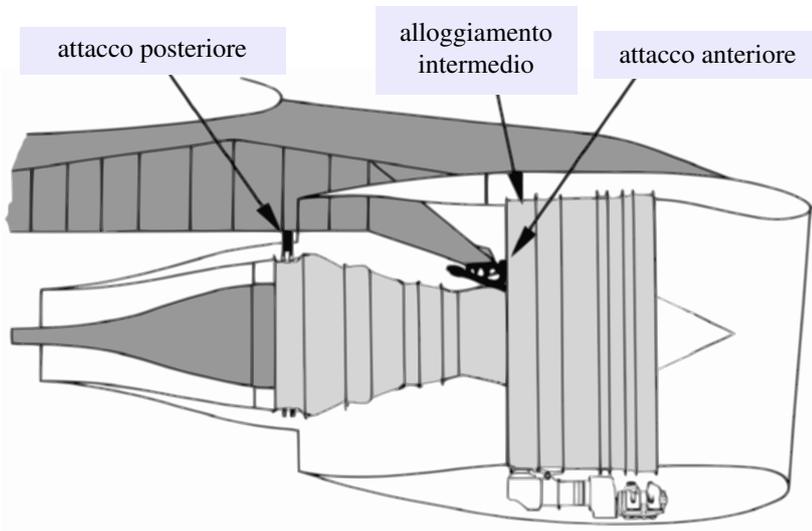


Figura 13.18 In alto, la vista frontale della gondola-motore di un Boeing 737-500. In basso, lo schema di installazione del motore turbofan CFM56-5A. Sono visibili gli attacchi anteriore e posteriore. La spinta prodotta dal motore è trasferita al pilone attraverso l'attacco anteriore.

e per una regolazione $\delta_{T,0}$. La derivata rispetto a V è data dall'espressione seguente:

$$\left. \frac{\partial C_T}{\partial V} \right|_{V_0, \delta_{T,0}} \equiv C_{TV} = \eta k_1 V^{\eta-1} \delta_{T,0} = \frac{\eta C_T}{V_0} \left(1 - \frac{k_0 \delta_{T,0}}{C_T} \right) \quad (13.36a)$$

$$\approx \frac{\eta C_T}{V_0} \quad (\text{per } k_0 \text{ trascurabile}) \quad (13.36b)$$

dove C_T è quello valutato nella condizione nominale. La derivata rispetto a δ_T si esprime semplicemente come:

$$\left. \frac{\partial C_T}{\partial \delta_T} \right|_{V_0, \delta_{T,0}} \equiv C_{T\delta_T} = (k_0 + k_1 V^\eta) \quad (13.37)$$

Le espressioni precedenti sono generali ed esistono svariate particolarizzazioni possibili di questo modello di spinta. In molti casi è ingegneristicamente accettabile assumere per il coefficiente di spinta a punto fisso un valore $k_0 = 0$.

Se un dato motore è caratterizzato da una potenza disponibile poco variabile con la

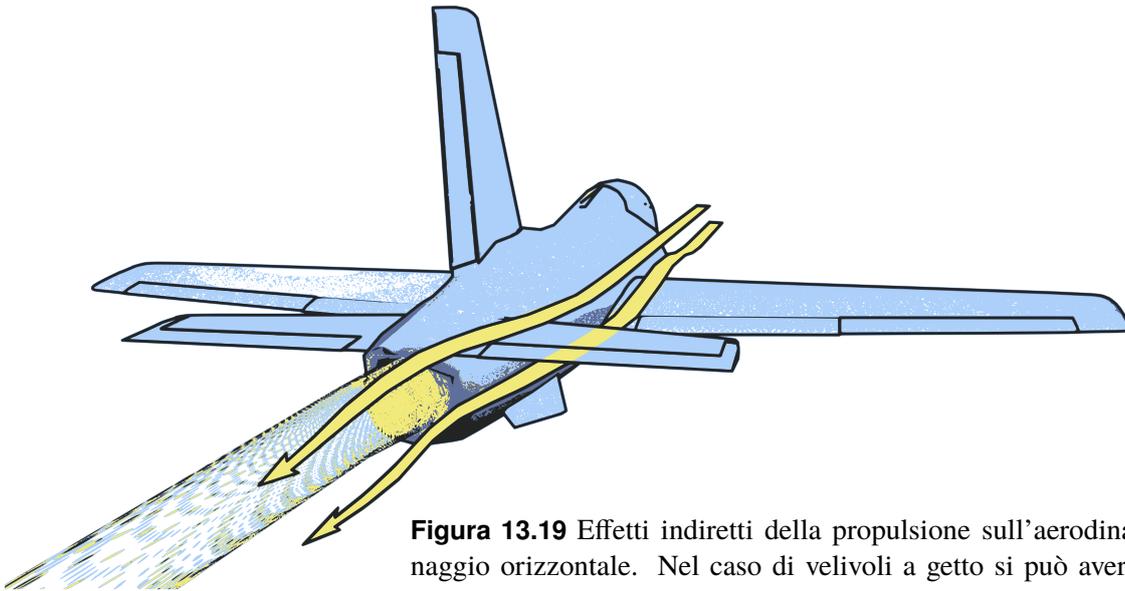


Figura 13.19 Effetti indiretti della propulsione sull'aerodinamica dell'impennaggio orizzontale. Nel caso di velivoli a getto si può avere un fenomeno di *entrained flow* che modifica la distribuzione di *downwash*.

velocità, si può assumere un prodotto TV costante e dedurre che:

$$\eta = -3, \quad C_{TV} \approx -3C_T/V_0 \quad (\text{modello a potenza costante})$$

Questo modello è rappresentativo della propulsione ad elica o di un motore *turbofan* ad alto rapporto di *bypass*.

Per un motore caratterizzato da una spinta poco variabile con la velocità, come i turbogetti o i motori a razzo, si assumerà:

$$\eta = -2, \quad C_{TV} \approx -2C_T/V_0 \quad (\text{modello a spinta costante})$$

D'altra parte, spesso si deve modellare un propulsore caratterizzato da un flusso di massa costante attraverso il motore. In questi casi si deve porre:

$$\eta = -1, \quad C_{TV} \approx -C_T/V_0 \quad (\text{modello a flusso di massa costante})$$

e si avrà una spinta linearmente crescente con V .

Un caso ancora diverso è quello dei motori *ramjet* che presentano un C_T praticamente costante la velocità fino a un determinato valore limite del numero di Mach. Per questi motori si pone:

$$\eta = 0, \quad C_{TV} \approx 0 \quad (\text{modello a coefficiente di spinta costante})$$

e si ammette un modello di spinta crescente con V^2 .

13.2.6 Dinamica dei motori

La dinamica del motore viene modellata con un'equazione di stato aggiuntiva che ne descrive la risposta in termini della potenza disponibile P_a (*available*). Viene definito il livello di potenza 'comandato' P_c , come quel livello di potenza richiesto dal pilota nelle varie fasi di volo. Esso può essere messo in relazione con le diverse regolazioni della

manetta:

$$P_c = P_c(\delta_T) \quad (13.38)$$

La variazione nel tempo della potenza disponibile può dunque essere data dalla legge

$$\dot{P}_a = \frac{1}{\tau_{\text{eng}}} (P_c - P_a) \quad (13.39)$$

tipica di un sistema dinamico del primo ordine con costante di tempo τ_{eng} (*first order lag*). Valori tipici del tempo caratteristico τ_{eng} sono dell'ordine del secondo.

La spinta T del motore può essere calcolata una volta noti la potenza disponibile, l'altitudine e il numero di Mach di volo:

$$T = T(P_a, h, M) \quad (13.40)$$

13.2.7 Esempio di modellazione del sistema propulsivo di un F16 (si veda Garza e Morelli [30])

Relazione tra la regolazione della manetta δ_T (variabile nell'intervallo $[0, 1]$) e la potenza comandata (in percentuale della potenza massima, quindi variabile nell'intervallo $[0, 100]$):

$$P_c = \begin{cases} 64,94 \delta_T & \text{se } 0 \leq \delta_T \leq 0,77 \\ 217,38 \delta_T - 117,38 & \text{se } 0,77 < \delta_T \leq 1 \end{cases} \quad (13.41)$$

L'equazione di stato diventa:

$$\dot{P}_a = \frac{1}{\tau_{\text{eng}}} (\Pi_c - P_a) \quad (13.42)$$

dove

$$\Pi_c = \begin{cases} P_c & \text{se } P_c \geq 50,00 \text{ e } P_c \geq 50,00 \\ 60 & \text{se } P_c \geq 50,00 \text{ e } P_c < 50,00 \\ 40 & \text{se } P_c < 50,00 \text{ e } P_c \geq 50,00 \\ P_c & \text{se } P_c < 50,00 \text{ e } P_c < 50,00 \end{cases} \quad (13.43)$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{eng}}} = \begin{cases} 5,00 & \text{se } P_c \geq 50,00 \text{ e } P_c \geq 50,00 \\ 1/\tau_{\text{eng}}^* & \text{se } P_c \geq 50,00 \text{ e } P_c < 50,00 \\ 5,00 & \text{se } P_c < 50,00 \text{ e } P_c \geq 50,00 \\ 1/\tau_{\text{eng}}^* & \text{se } P_c < 50,00 \text{ e } P_c < 50,00 \end{cases} \quad (13.44)$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{eng}}^*} = \begin{cases} 1,00 & \text{se } 0 \leq (P_c - P_a) \leq 25,00 \\ 1,90 - 0,04(P_c - P_a) & \text{se } 25,00 \leq (P_c - P_a) \leq 50,00 \\ 0,10 & \text{se } 50,00 \leq (P_c - P_a) \leq 100 \end{cases} \quad (13.45)$$

$$T = \begin{cases} T_{\text{idle}} + (T_{\text{mil}} - T_{\text{idle}})P_a/50 & \text{se } 0 \leq P_a < 50,00 \\ T_{\text{idle}} + (T_{\text{mil}} - T_{\text{idle}})(P_a - 50)/50 & \text{se } 50,00 \leq P_a \leq 100 \end{cases} \quad (13.46)$$

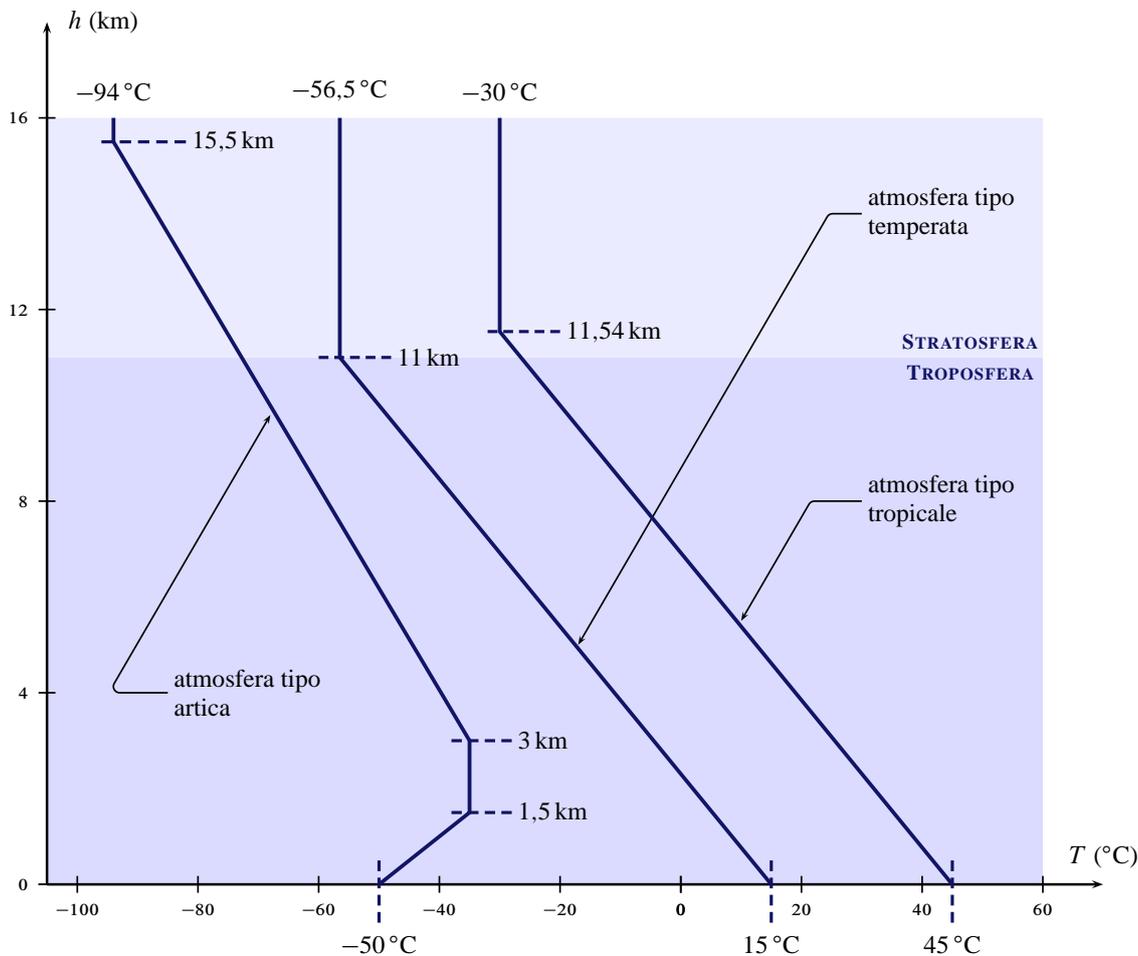


Figura 13.20 Profili di temperatura dell'aria tipo.

13.3 Modello di atmosfera e caratteristiche dell'aria tipo

Le prestazioni di un aeromobile sono strettamente dipendenti dalle proprietà fisiche dell'aria circostante. Quando si valutano le caratteristiche di diversi velivoli, è necessario effettuare il confronto sulla base di identiche condizioni atmosferiche di riferimento. È stato perciò definito dall'*International Civil Aviation Organization* (ICAO), di comune accordo tra le varie nazioni, un modello di *aria tipo* o *aria standard* (*International Standard Atmosphere*, ISA) che approssima le condizioni atmosferiche che prevalgono per la maggior parte dell'anno, alle latitudini temperate. In altre parole, si tratta di un modello di atmosfera a cui si possa far riferimento per le prestazioni degli aeromobili, per la taratura degli strumenti e per una serie di importanti procedure di navigazione.

L'aria atmosferica si presenta come un miscuglio di vari elementi gassosi, principalmente ossigeno, azoto, con piccole percentuali di idrogeno, elio e gas inerti. Per le quote di interesse aeronautico la proporzione dei vari elementi costituenti varia di poco. Dal punto di vista geografico, tuttavia, le condizioni atmosferiche variano da luogo a luogo e, per lo stesso luogo, al variare della quota. I valori della pressione, densità e temperatura non sono facilmente esprimibili attraverso modelli deterministici e variano con leggi diverse a seconda del luogo, delle stagioni, del tempo.

Secondo il modello di atmosfera standard, l'aria è da considerarsi come miscela secca e come un fluido assimilabile ad un gas perfetto, in equilibrio statico. L'utilizzo pratico del modello consiste nel determinare le diverse grandezze associate a tale gas per una determinata quota di interesse. La quota, o genericamente *altitudine*, deve essere necessariamente staccata a partire da un livello di riferimento convenzionale, che funge da origine.

In aeronautica il metodo più moderno di selezione della quota di riferimento consiste nell'adottare il cosiddetto *livello del mare medio* (*Above Mean Sea Level*, AMSL) basato sul modello geodetico terrestre WGS84 (*World Geodetic System*, reso standard nel 1984 ed aggiornato nel 2004 [31]). Il sistema WGS84 definisce la terra come *geoide*, cioè un ellissoide con origine nel centro terrestre e ben precise misure dei semiassi (con accuratezza dell'ordine del metro). Per una data posizione geografica è ben definito un punto della superficie di tale solido e la normale locale ad essa. Il punto superficiale identifica il livello del mare e la distanza lungo la verticale locale rappresenta, dunque, la quota.

Nella parte inferiore dell'atmosfera, detta *troposfera*, per quote $h \equiv -z_e$ che vanno fino ad 11000 m, il modello ISA suggerisce la seguente legge di variazione della temperatura dell'aria:

$$T(h) = T_{SL} - T_h h = 288 - 0,01 h \quad (13.47)$$

dove h è misurata in metri e $T_h \equiv (\partial T / \partial h)_{SL}$ è il *gradiente termico verticale*, pari ad una diminuzione di 6,50 K per ogni 1000 m di incremento di quota.

È relativamente semplice ricavare dalla (13.47), dopo alcuni passaggi, le seguenti leggi di variazione con la quota della densità e della pressione atmosferiche nella troposfera:

$$\frac{\rho(h)}{\rho_{SL}} = \left(\frac{T(h)}{T_{SL}} \right)^{4,256}, \quad \frac{p(h)}{p_{SL}} = \left(\frac{T(h)}{T_{SL}} \right)^{5,256} \quad (13.48)$$

Dalle (13.48) è possibile osservare che nella troposfera la pressione e la densità sono legate da una relazione nota in Fisica come *legge politropica*, del tipo: $p = C\rho^n$, con C una costante ed $n = 1,23$.

Per quote superiori ad 11000 m, e fino ai 20000 m, si ha la cosiddetta *stratosfera*, nella quale il modello ISA suggerisce una temperatura costante e pari a $-56,50^\circ\text{C}$, corrispondente al valore di temperatura al limite superiore della troposfera. Poiché la temperatura è costante, nella stratosfera è costante il rapporto (p/ρ) e, conseguentemente sono costanti i valori individuali della densità e della pressione. In altre parole, nella stratosfera la legge politropica è ancora valida, ma con esponente $n = 1$.

In realtà si riscontrano sia nella troposfera che nella stratosfera dei valori diversi da quelli calcolabili con il modello di aria tipo. In taluni luoghi ed in determinate condizioni meteorologiche il discostamento dei valori reali può essere notevole. Di conseguenza, la valutazione della quota standard eseguita in base a misure in volo della temperatura, può essere sensibilmente diversa da quella ottenuta, ad esempio, a partire da misure della pressione statica circostante oppure, ancora, della densità.

La quota standard viene rilevata a bordo dei velivoli con strumenti misuratori della pressione e temperatura mentre la *quota vera* rispetto al suolo sorvolato (*Above Ground Level*, AGL) viene rilevata con strumenti elettromagnetici, che non tengono conto dei suddetti parametri.

Per finire, si fa presente che esistono anche delle varianti del modello di aria tipo adatte a intervalli di latitudini caratterizzate da zone particolarmente calde o fredde. Tali varianti si ottengono dal modello richiamato sopra introducendo delle adeguate leggi di variazione della temperatura con la quota, come mostrato nella figura 13.20 a pagina 35.

Le proprietà salienti dell'aria tipo temperata al livello del mare sono riportate nella tabella 13.1.

Tabella 13.1 Principali proprietà dell'atmosfera al livello del mare (*sea level*, SL) secondo il modello di atmosfera *standard* dell'*ICAO International Standard Atmosphere* (ISA), per una latitudine di 45°.

| Grandezza | Sistema metrico | Sistema inglese |
|--|---|--|
| Pressione, p_{SL} | 1013,25 N m ⁻² | 2116,20 lb ² |
| Densità, ρ_{SL} | 1,23 kg m ⁻³ | 0,00 slug ft ⁻³ |
| Temperatura, T_{SL} | 15,00 °C | 518,67 °R 59,00 °F |
| Velocità del suono, a_{SL} | 340,30 m s ⁻¹ 1225 km h ⁻¹ | 116,40 ft s ⁻¹ |
| Viscosità dinamica, μ_{SL} | $5,76 \cdot 10^{-9}$ N s m ⁻² | $3,74 \cdot 10^{-7}$ lb s ft ⁻² |
| Gradiente ^a termico verticale, $(dT/dz_e)_{SL}$ | $6,50 \cdot 10^{-3}$ °C m ⁻¹ | |
| Gradiente ^a barico verticale, $(dp/dz_e)_{SL}$ | 11,72 Pa m ⁻¹ | |

^a Per definizione z_e decresce per quote crescenti: $h = -z_e$.

Matlab tip 13.1



Riportiamo una possibile implementazione in linguaggio Matlab che permetta di ricostruire le caratteristiche dell'atmosfera secondo il modello ISA. Altri modelli sono disponibili sotto forma di funzioni primitive Matlab. Si veda, ad esempio, il modello denominato "1976 COESA" fornito dalla funzione `atmoscoesa`. Per un modello più sofisticato, Matlab mette a disposizione la funzione `atmosnonstd`, che implementa una porzione dei rilievi sperimentali riportati dal Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti d'America.

In evidenza: funzioni `atmosisa`, `atmoscoesa` e `atmosnonstd`.

```
clear all; clc;
kmh2ms = convvel(1, 'km/h', 'm/s'); % → fattore di conversione da km/h a m/s
V_EAS = 150*kmh2ms; % → un'assegnata velocità equivalente,  $V_e$ 

% Calcola le caratteristiche dell'atmosfera al livello del mare
% secondo il modello: U.S. Standard Atmosphere, 1976
[T_SL, a_SL, p_SL, rho_SL] = atmoscoesa(0); % → accetta in input la quota in
metri
rho_SL =
1.2250

h = 5000; % → una quota assegnata (m)

% Calcola le caratteristiche dell'atmosfera alla quota prestabilita
[T, a, p, rho] = atmoscoesa(h);
```

```

rho =
    0.7361

% calcola il rapporto tra le densità
density_ratio = rho/rho_SL
density_ratio =
    0.6009

% Calcola la velocità vera
V_TAS = V_EAS/sqrt(density_ratio)
V_TAS =
    53.7506

% Calcola la pressione dinamica  $\bar{q}$ , formula (??)
qbar = 0.5*rho*V_TAS^2
qbar =
    1.0634e+003

```

I modelli di atmosfera messi a disposizione dall'ambiente Matlab sono basati sulle fonti seguenti:

- (a) "U.S. Standard Atmosphere", 1976, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- (b) "Global Climatic Data for Developing Military Products" (MIL-STD-210C), 9 January 1987, Department of Defense, Washington, D.C.
- (c) "Global Climatic Data for Developing Military Products" (MIL-HDBK-310), 23 June 1997, Department of Defense, Washington, D.C.



Come è noto, gli effetti della comprimibilità sulle caratteristiche aerodinamiche di un velivolo sono associate al numero di Mach di volo $M = V/a$. La velocità del suono alla quota di volo è data dalla seguente espressione:

$$a = \sqrt{\gamma RT} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \quad (13.49)$$

valida considerando l'aria atmosferica come un gas perfetto. Per essa è valida l'equazione di stato

$$p = \rho R T \quad (13.50)$$

dove R è la costante caratteristica del gas, p la pressione, ρ la densità e T la temperatura assoluta. Per lo studio del moto in atmosfera si può assumere una R invariante con la quota ($R = 287 \text{ kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$).

Le caratteristiche della configurazione aerodinamica del velivolo dipendono in generale anche dal numero di Reynolds

$$Re = \frac{V l_{\text{ref}}}{\mu/\rho} \quad (13.51)$$

dove la viscosità cinematica dell'aria $\nu = \mu/\rho$ è una funzione della quota.

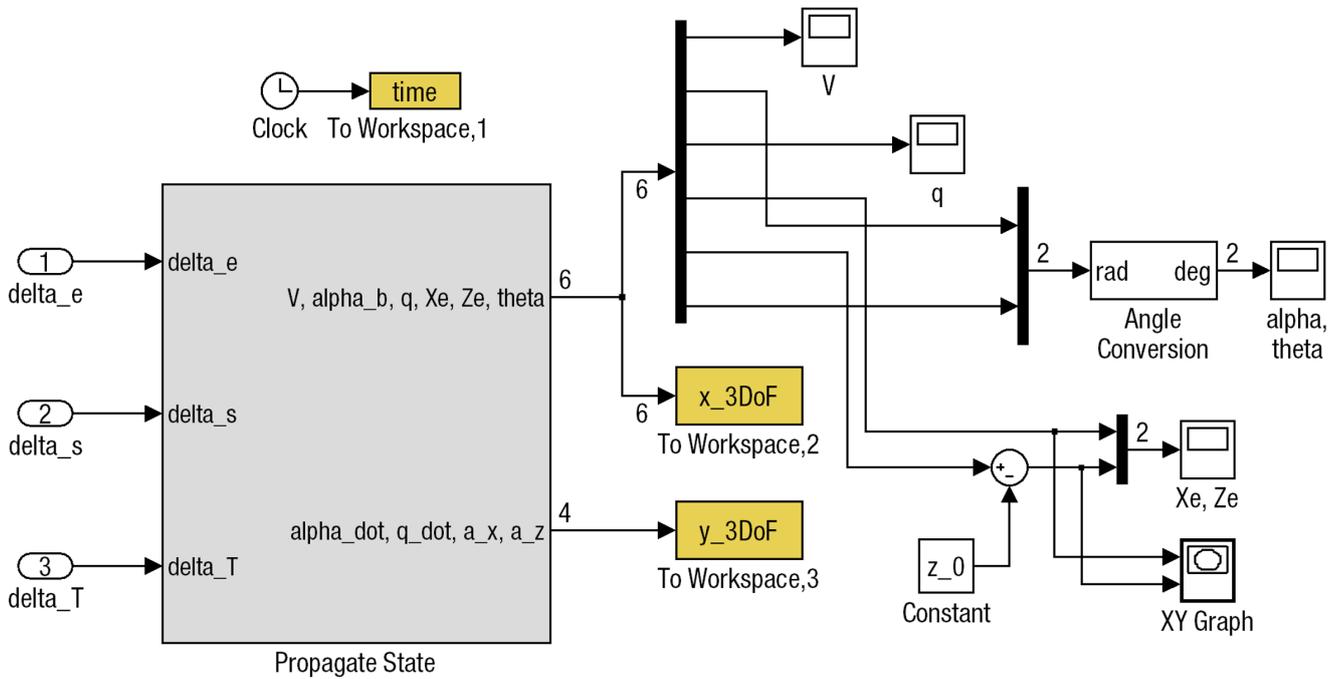


Figura 13.21 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

Esempio 13.1: Modellazione in Simulink del moto a 3-DoF



In questo esempio andiamo a costruire un modello dinamico di velivolo a tre gradi di libertà utilizzando l'ambiente di sviluppo visuale Simulink, che è uno degli strumenti più potenti messi a disposizione dall'applicazione Matlab.



Esempio 13.2: Ricerca di un Operating Point del modello Simulink a 3-DoF



In questo esempio andiamo a effettuare il *trim* del modello dinamico di velivolo a tre gradi di libertà.



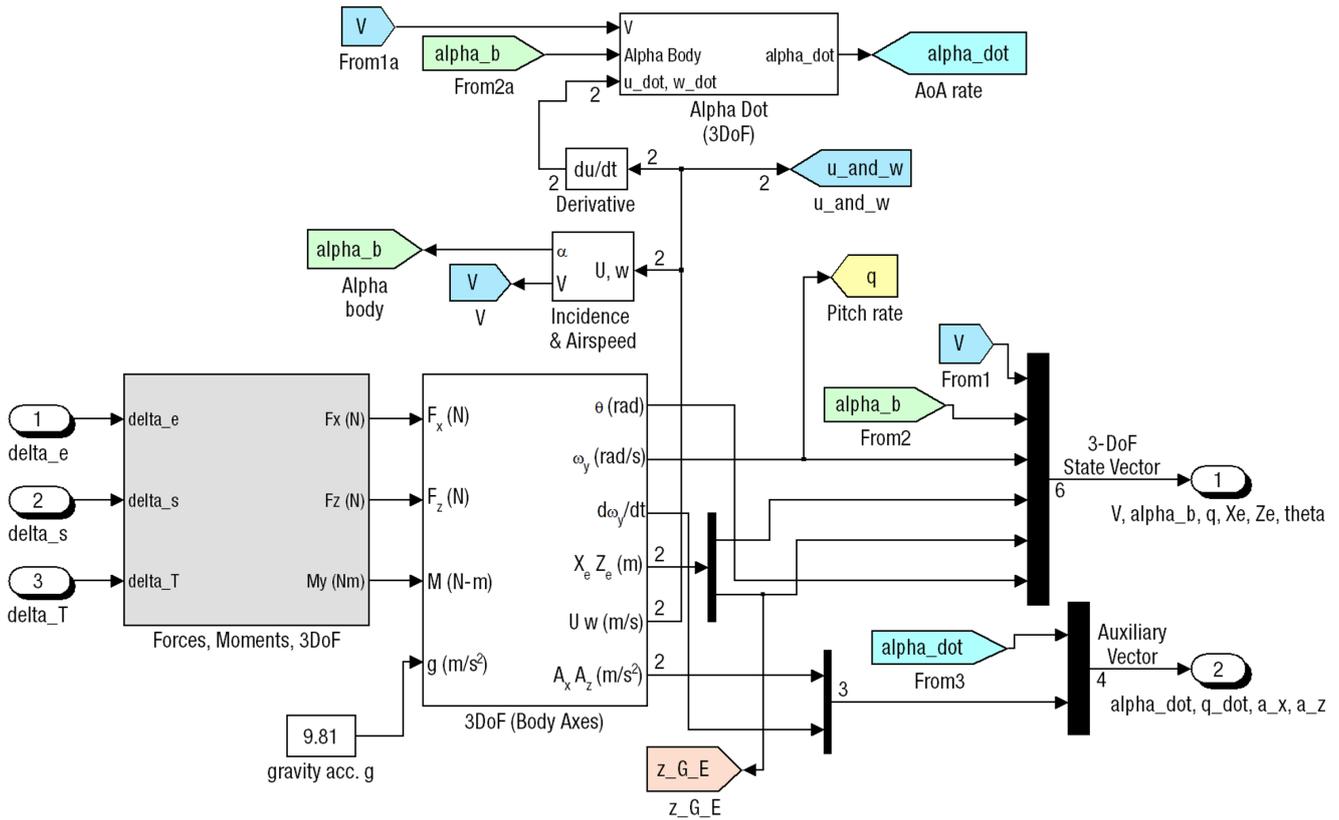


Figura 13.22 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

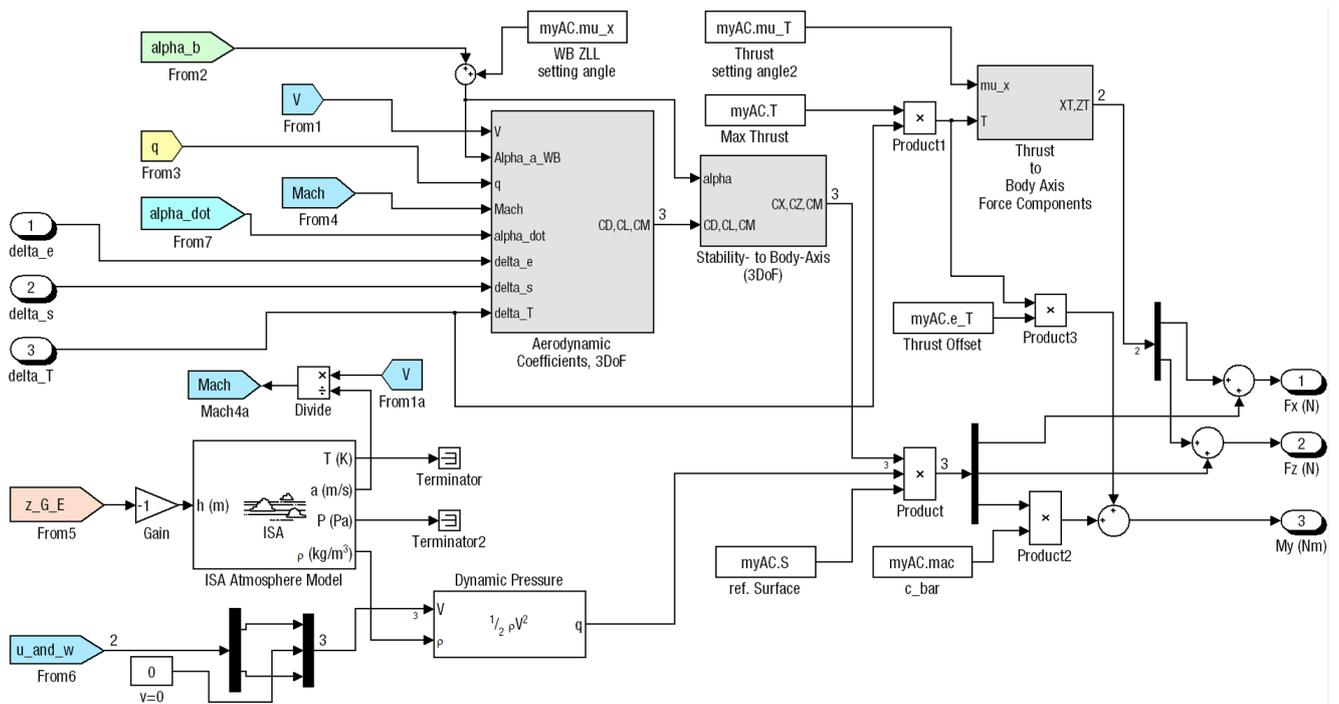


Figura 13.23 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

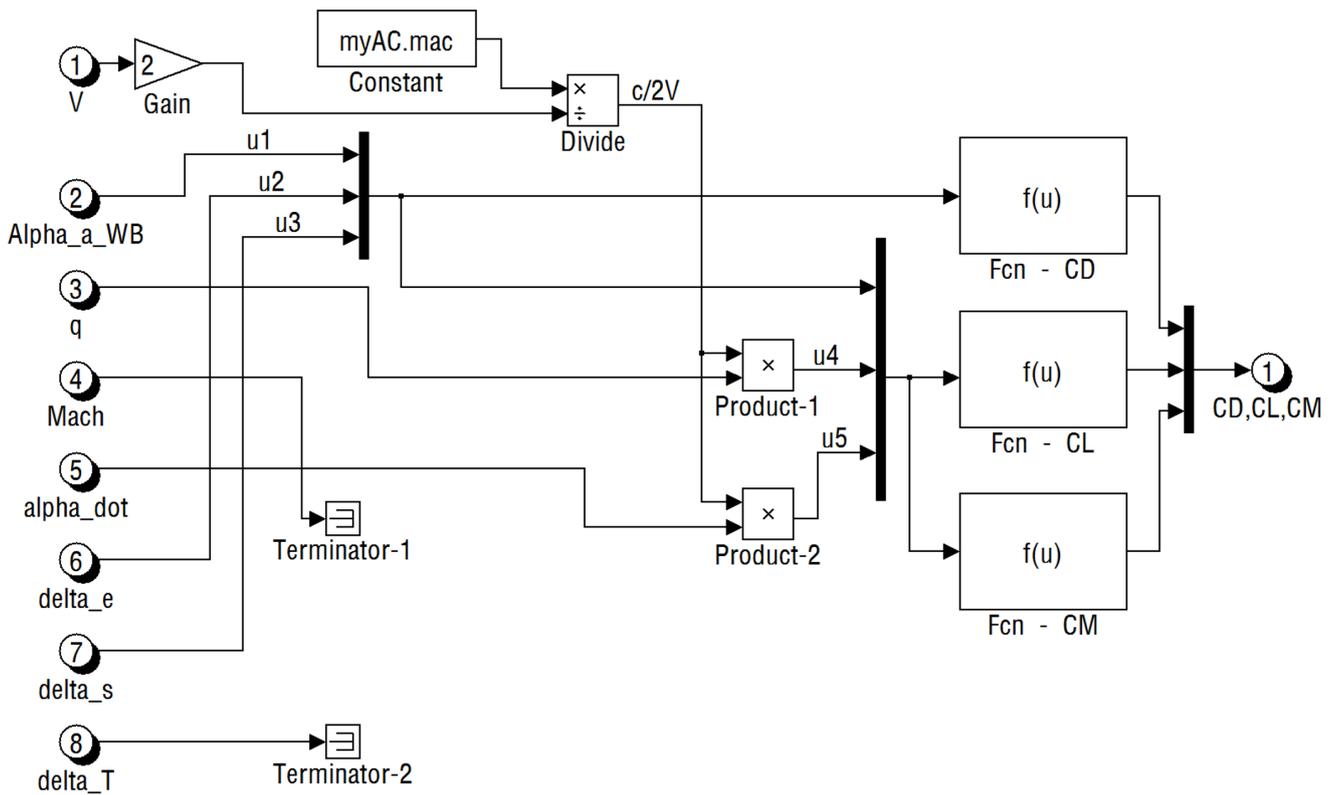


Figura 13.24 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

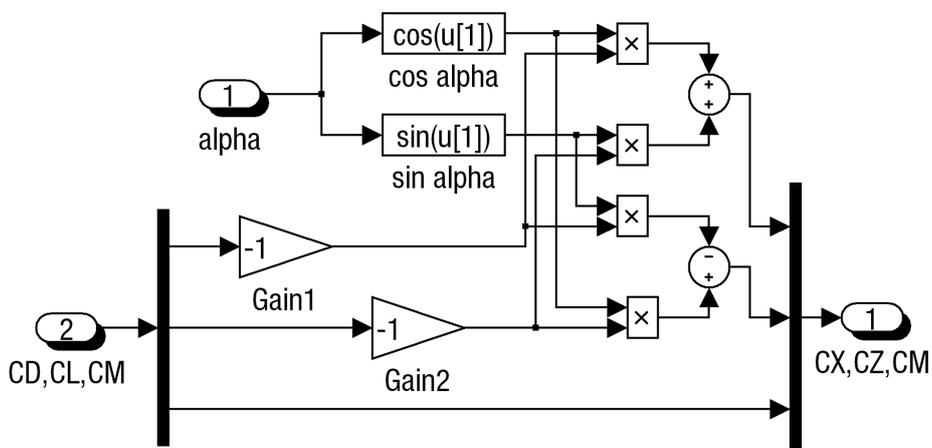


Figura 13.25 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

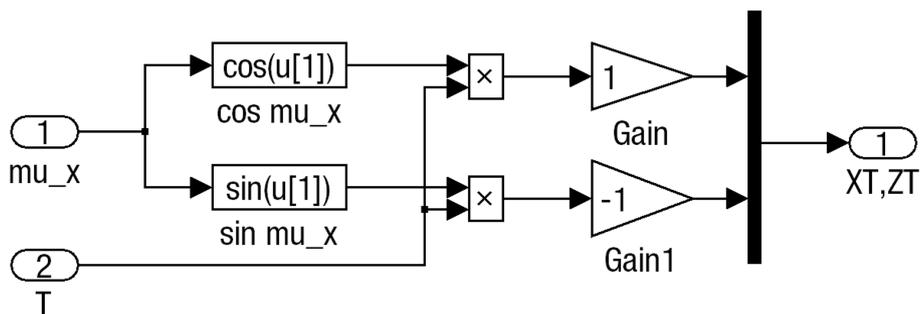


Figura 13.26 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

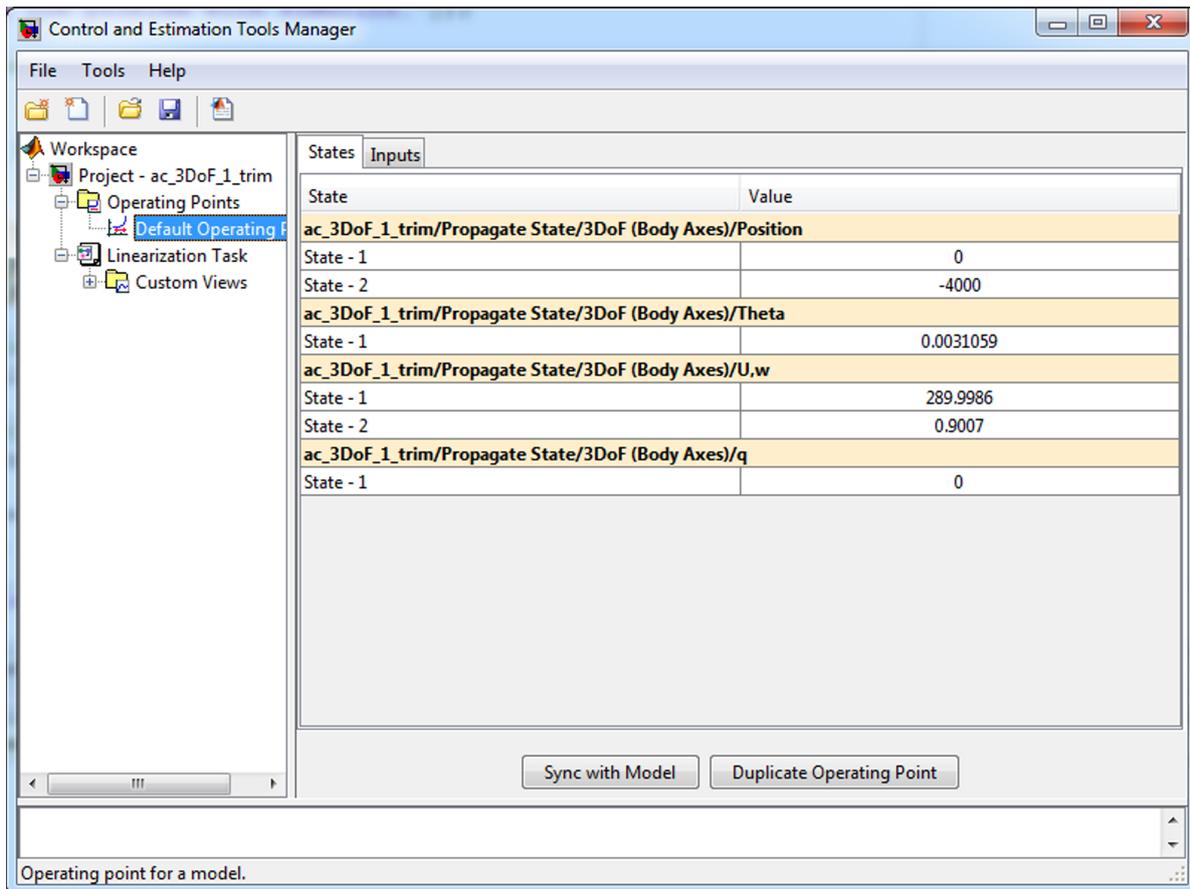


Figura 13.27 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

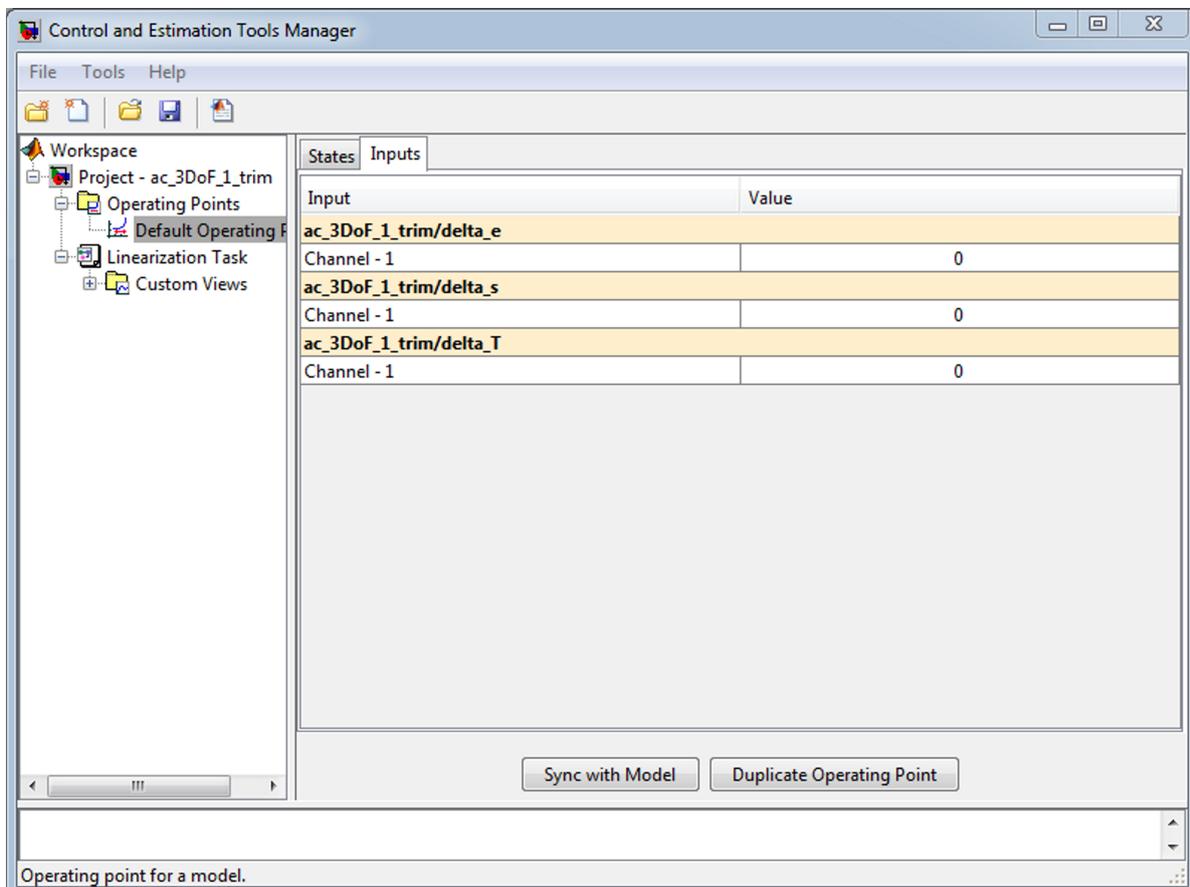


Figura 13.28 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

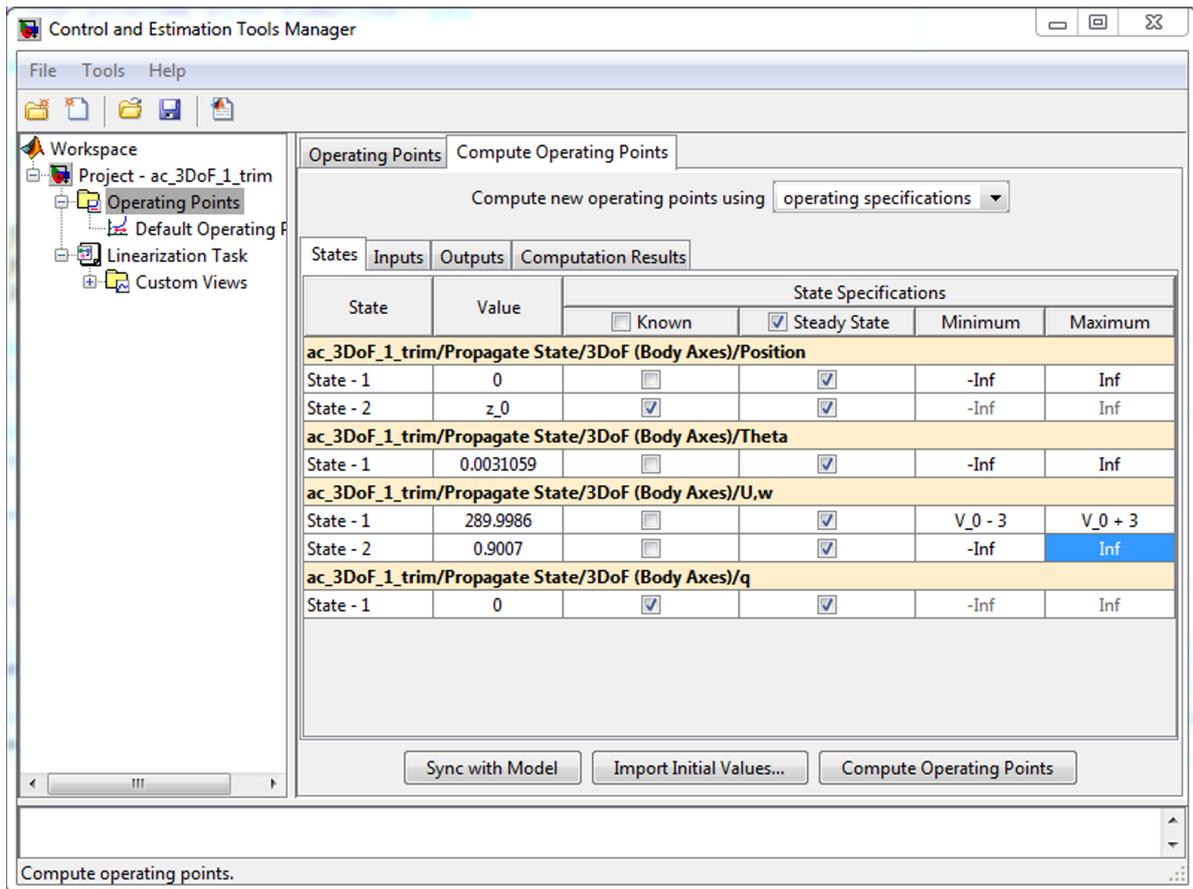


Figura 13.29 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

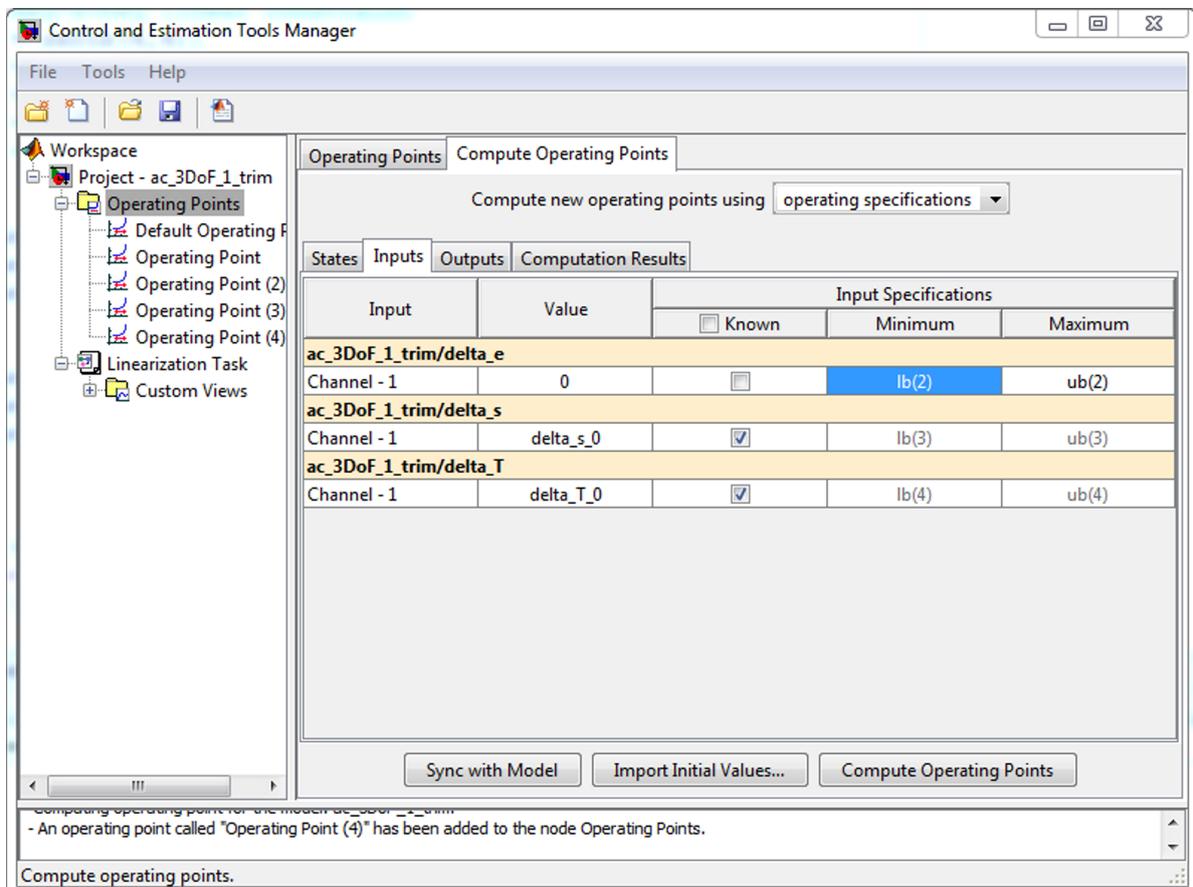


Figura 13.30 Modello di velivolo a tre gradi di libertà in ambiente Simulink.

Bibliografia

- [1] W. R. Hamilton, *Lectures on Quaternions*, Hodges & Smith, 1853.
- [2] O. Rodrigues, “Des lois géométriques qui régissent les déplacements d’un système solide dans l’espace, et de la variation des coordonnées provenant de ses déplacements considérées indépendamment des causes qui peuvent les produire”, *Journal des Mathématiques Pures et Appliquées*, vol. 5, 1840.
- [3] E. Salamin, “Application of Quaternions to Computation with Rotations”, Working paper, Stanford AI Lab, 1979.
- [4] A. P. Yefremov, “Quaternions: Algebra, Geometry and Physical Theories”, *Hypercomplex Numbers in Geometry and Physics*, vol. 1, 2004.
- [5] Schwab A. L., “Quaternions, Finite Rotations and Euler Parameters”, Course notes on Applied Multibody Dynamics, Delft University of Technology, Laboratory for Engineering Mechanics, 2003.
<http://tam.cornell.edu/~als93/quaternion.pdf>.
- [6] AIAA/ANSI, *Recommended Practice for Atmospheric and Space Flight Vehicle Coordinate Systems*. R-004-1992, 1992.
- [7] G. H. Bryan, *Stability in Aviation: An Introduction to Dynamical Stability as Applied to the Motions of Aeroplanes*. Macmillan and Co., Limited, London, 1911.
- [8] D. J. Diston, *Computational Modelling of the Aircraft and the Environment. Volume 1, Platform Kinematics and Synthetic Environment*. John Wiley & Sons, Inc., 2009.
- [9] W. F. Phillips, *Mechanics of Flight*. John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [10] W. F. Phillips, “Phugoid Approximation for Conventional Airplanes”, *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 1, January-February 2000.
- [11] W. F. Phillips, “Improved Closed-Form Approximation for Dutch-Roll”, *Journal of Aircraft*, Vol. 37, No. 1, May-June 2000.
- [12] R. Stengel, *Flight Dynamics*. Princeton University Press, Princeton, 2004.
- [13] M. R. Napolitano, *Aircraft Dynamics: From Modeling to Simulation*. John Wiley, 2012.

- [14] D. K. Schmidt, *Modern Flight Dynamics*. McGraw-Hill, 2010.
- [15] B. Stevens, F. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*. John Wiley & Sons, Inc., 1992.
- [16] D. Stinton, *The Anatomy of the Airplane* (2nd edition). American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998.
- [17] B. Etkin, *Dynamics of Flight, Stability and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1982.
- [18] M. Calcara, *Elementi di dinamica del velivolo*. Edizioni CUEN, Napoli, 1988.
- [19] L. V. Schmidt, *Introduction to Aircraft Flight Dynamics*. AIAA Education Series, 1998.
- [20] W. J. Duncan, *Control and Stability of Aircraft*. Cambridge University Press, Cambridge, 1952.
- [21] R. Jategaonkar, *Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology*. Progress in Astronautics and Aeronautics Series, 2006.
- [22] C. D. Perkins, R. E. Hage, *Aircraft Performance, Stability and Control*. John Wiley & Sons, New York, 1949.
- [23] J. R. Wright, J. E. Cooper, *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [24] V. Losito, *Fondamenti di Aeronautica Generale*. Accademia Aeronautica, Napoli, 1994.
- [25] E. Torenbeek, H. Wittenberg, *Flight Physics*. Springer, Heidelberg, 2009.
- [26] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. Second Edition. AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA. 2007.
- [27] J. D. Mattingly, *Elements of Propulsion: Gas Turbines and Rockets*. AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA. 2006.
- [28] K. Hünecke, *Jet Engines. Fundamentals of Theory, Design and Operation*. Motorbooks International, 1997.
- [29] A. Linke-Diesinger, *Systems of Commercial Turbofan Engines*. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2008.
- [30] F. R. Garza, E. A. Morelli, "A Collection of Nonlinear Aircraft Simulations with MATLAB". NASA-TM-2003-212145, January 2003.
- [31] Voce WGS84 su *Wikipedia*:
http://en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System

- [32] Anonimo, *Department of Defense World Geodetic System 1984. Its Definition and Relationship with Local Geodetic Systems*. NIMA TR8350.2, Third Edition, Amendment 2. National Imagery and Mapping Agency, US Department of Defense, 2004.
- [33] J. Roskam, *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*. DARcorporation, 2001.
- [34] H. T. Schlichting, E. A. Truckenbrodt, *Aerodynamics of the Aeroplane*. McGraw Hill Higher Education, 2nd edition, 1979.
- [35] M. M. Munk, “The aerodynamic forces on airship hulls”. NACA-TR-184, 1924.
- [36] A. Silverstein, S. Katzoff, “Aerodynamic characteristics of horizontal tail surfaces”. NACA-TR-688, 1940.
- [37] R. I. Sears, “Wind-tunnel data on the aerodynamic characteristics of airplane control surfaces”. NACA-WR-L-663, 1943.
- [38] E. Garner, “Wind-tunnel investigation of control-surface characteristics XX: plain and balanced flaps on an NACA 0009 rectangular semispan tail surface”. NACA-WR-L-186, 1944.
- [39] J. D. Brewer, M. J. Queijo, “Wind-tunnel investigation of the effect of tab balance on tab and control-surface characteristics”. NACA-TN-1403, 1947.
- [40] S. M. Crandall, H. E. Murray, “Analysis of available data on the effects of tabs on control-surface hinge moments”. NACA-TN-1049, 1946.
- [41] B. W. McCormick, *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*. John Wiley & Sons, 1979.
- [42] B. N. Pamadi, *Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes*. AIAA Education Series, 1998.
- [43] A. Tewari, *Atmospheric and Space Flight Dynamics. Modelling and Simulation with Matlab and Simulink*. Birkhäuser, Berlin, 2007.
- [44] D. Howe, *Aircraft Loading and Structural Layout*. AIAA Education Series, 2004.
- [45] P. Morelli, *Static Stability and Control of Sailplanes*. Levrotto & Bella, Torino, 1976.
- [46] L. Prandtl, O. G. Tietjens, *Fundamentals of Hydro and Aeromechanics*. Dover, 1957.
- [47] R. K. Heffley, W. F. Jewell, “Aircraft Handling Qualities Data”. NASA-CR-2144, December 1972.
- [48] H. P. Stough III, J. M. Patton Jr, S. M. SliWa, “Flight Investigation of the Effect of Tail Configuration on Stall, Spin, and Recovery Characteristics of a Low-Wing General Aviation Research Airplane”. NASA-TP-1987-2644, February 1987.

- [49] J. D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill, 3rd edition, New York, 2001.
- [50] J. J. Bertin, *Aerodynamics for Engineers*. Prentice-Hall, 4th edition, Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [51] J. Katz, A. Plotkin, *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2nd edition, Cambridge, England, U.K., 2001.
- [52] D. E. Hoak, *et al.*, “The USAF Stability and Control Datcom”. Air Force Wright Aeronautical Laboratories, TR-83-3048, 1960 (Revised 1978).
- [53] R. T. Jones, “A Note on the Stability and Control of Tailless Airplanes”. NACA Report 837, 1941.
- [54] D. P. Coiro, F. Nicolosi, A. De Marco, N. Genito, S. Figliolia, “Design of a Low Cost Easy-to-Fly STOL Ultralight Aircraft in Composite Material”. *Acta Polytechnica*, Vol. 45 no. 4, 2005, pp. 73-80; ISSN 1210-2709.
- [55] F. Nicolosi, A. De Marco, P. Della Vecchia, “Flight Tests, Performances and Flight Certification of a Twin-Engine Light Aircraft”. *Journal of Aircraft*, Vol 48, No. 1, January-February 2011.
- [56] F. Nicolosi, A. De Marco, P. Della Vecchia, “Parameter Estimation and Flying Qualities of a Twin-Engine CS23/FAR23 Certified Light Aircraft”. AIAA-2010-7947, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, Toronto, 2010.
- [57] B. Etkin, *Dynamics of Atmospheric Flight*, Dover Publications, 2005.
- [58] L. Mangiacasale, *Flight Mechanics of a μ -Airplane*, Edizioni Libreria CLUP, Milano, 1998.
- [59] G. Mengali, *Elementi di Dinamica del Volo con Matlab*, Edizioni ETS, Pisa, 2001.
- [60] R. Nelson, *Flight Stability and Automatic Control*, McGraw-Hill, 1989.
- [61] Y. Li, M. Nahon, “Modeling and simulations of airship dynamics”, *Journal of Guidance, Controls and Dynamics*, Vol 30, No. 6, November-December 2007.
- [62] Y. Fan, F. H. Lutze, E. M. Cliff, “Time-Optimal Lateral Maneuvers of an Aircraft”, *Journal of Guidance, Controls and Dynamics*, Vol 18, No. 5, September-October 1995.
- [63] J. N. Nielsen, *Missile Aerodynamics*, AIAA, Cambridge, MA, 1988.
- [64] T. I. Fossen, *Guidance and Control of Ocean’s Vehicles*, Wiley, New York, 1998.
- [65] J. N. Newman, *Marine Hydrodynamics*, MIT Press, Cambridge, MA, 1977.
- [66] E. L. Duke, R. F. Antoniewicz, K. D. Krambeer, “Derivation and Definition of a Linear Aircraft Model”. Technical Report NASA Reference Publication RP-1207, Research Engineering, NASA Ames Research Center and NASA Dryden Flight Research Facility, 1988.

- [67] G. A. Stagg, *An Unsteady Aerodynamic Model for Use in the High Angle of Attack Regime*. MS thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1998.
- [68] Y. Fan, *Identification of an Unsteady Aerodynamic Model up to High Angle of Attack Regime*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1997.
- [69] *MATLAB Users' Guide*. The Mathworks, 2003 ed edizioni successive.
<http://www.mathworks.com/>
<http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/techdoc/matlab.html>
- [70] V. Comincioli, *Analisi numerica: metodi, modelli, applicazioni*. McGraw-Hill, 1990, seconda edizione 1995.
- [71] E. Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, seventh edition, 1993.
- [72] C. de Boor, *A Practical Guide to Splines*. Springer-Verlag, 1978.
- [73] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [74] G. Dahlquist, A. Bjorck, *Numerical Methods. Volume I: Fundamentals of Numerical Discretization*. John Wiley & Sons, 1988.
- [75] R. D. Richtmyer, K. W. Morton, *Difference Methods for Initial Value Problems*. Wiley-Interscience, 1967.
- [76] C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows*. John Wiley & Sons, 1994.
- [77] R. D. Finck, "USAF Stability and Control Datcom". AFWAL-TR-83-3048, October 1960, Revised 1978.
- [78] S. R. Vukelich, J. E. Williams, "The USAF Stability and Control Digital Datcom". AFFDL-TR-79-3032, Volume I, April 1979, Updated by Public Domain Aeronautical Software 1999.
- [79] W. B. Blake, "Prediction of Fighter Aircraft Dynamic Derivatives Using Digital Datcom". AIAA-85-4070, AIAA Applied Aerodynamics Conference, Colorado Springs, Colorado, 1985.
- [80] Autori Vari, Distribuzione ufficiale di Digital Datcom,
 sito internet:
<http://wpage.unina.it/agodemar/DSV-DQV/Digital-Datcom-Package.zip>
- [81] B. Galbraith, "Digital Datcom+", Holy Cows, Inc.,
 sito internet: <http://www.holycows.net/datcom/>