

Università degli Studi di Napoli Federico II - Facoltà di Ingegneria



Piano verticale di coda, potenza di controllo di rollio
effetto diedro dell'ala

Simbologia ed unità di misura

Simbolo	Unità di misura	Descrizione
α	gradi	Angolo d'attacco
β	gradi	Angolo di sideslip
	adimensionale	Fattore correttivo
σ	gradi	Angolo deviazione laterale
Γ	gradi	Angolo diedro
AR	adimensionale	Allungamento alare
$A_{c/4}$	gradi	Angolo di freccia dell'ala ad $\frac{1}{4}$ di corda
$A_{c/2}$	gradi	Angolo di freccia dell'ala ad $\frac{1}{2}$ di corda
$A_{l.e.}$	gradi	Angolo di freccia dell'ala al bordo d'attacco
$C_{l\alpha}$	1/gradi	Pendenza retta di portanza del profilo
$C_{L\alpha_w}$	1/gradi	Pendenza retta di portanza dell'ala
M	adimensionale	Numero di Mach
S	m^2	Superficie alare
b	m	Apertura alare
\bar{c}	m	<i>m.a.c.</i>
$y_{m.a.c.}$	m	Dist. da c_r di <i>m.a.c.</i>
c_r	m	Corda di radice
c_t	m	Corda d'estremità
l_H	m	Dist. tra $(a.c.)_H$ e il bordo d'uscita dell'ala
l_V	m	Dist. tra $(a.c.)_V$ e il bordo d'uscita dell'ala
l_f	m	Lunghezza fusoliera
h oppure d_g	m	Altezza fusoliera
w_f	m	Larghezza massima della fusoliera
$C_{n\beta}$	1/rad	Gradiente momento di imbardata risp. β
$C_{l\delta_a}$	1/rad	Gradiente momento di rollio risp. δ_a
$C_{l\beta}$	1/rad	Gradiente momento di rollio risp. β
V	m/s	Velocità velivolo

λ		adimensionale	Rapporto di rastremazione (c_f/c_r)
R_e		adimensionale	Numero di Reynolds
τ		adimensionale	Fattore di efficacia
C_m		adimensionale	Spessore percentuale Coeff. di momento di beccheggio
η		adimensionale	Rapporto tra pressioni dinamiche Corda adimensionale
x_m		m	Dist. c.g. dall'inizio della fusoliera
c_{vt}	<i>oppure</i>	R_V	adimensionale
			Rapporto volumetrico del piano verticale
ν		m^2/s	Viscosità cinematica
K_n, K_{Rl}		adimensionale	Fattori correttivi
a		m/s	Velocità del suono
z_w		m	Dist. dell'ala dall'asse della fusoliera
S_a		m^2	Sup. dell'alettone
S_{wa}		m^2	Sup. dell'ala influenzata da alettone
W_{TO}		Kg	Peso max. al decollo
W_F		Kg	Peso del carburante
ρ		Kg/m^3	Densità dell'aria
g		m/s^2	Acc. di gravità
C_{Lcr}		adimensionale	Coeff. di portanza in crociera
$\frac{\beta \cdot C'_{l\delta}}{k}$		adimensionale	Fattore di efficacia

Tali simboli potranno avere un pedice che indicherà:

- h – piano di coda orizzontale
- v – piano di coda verticale
- w – ala isolata
- f – fusoliera
- wb – velivolo parziale (wing-body)
- wf velivolo parziale (wing-fuselage)
- a – alettone

Dati iniziali

- $S = 24.2$ m^2
- $b = 13.32$ m
- $\Lambda_{c/4} = 0$ $gradi$
- $\lambda = 0.39$
- $S_f = 15.40$ m^2
- $l_f = 13.70$ m^2
- $w_f = 1.6$ m
- $h = h_1 = d_g = 1.6$ m
- $h_2 = 1.07$ m
- $x_m = 8.0$ m
- $C_{n\beta} = 0.1$ $1/rad$
- $V = 150$ m/s
- $\rho_0 = 1.225$ Kg/m^3
- $a = 340.249$ m/s
- $v_0 = 1.46 \cdot 10^{-5}$ m^2/s
- *NACA 0012* $C_{l\alpha} = 0.109$ $1/gradi$
- *NACA 23014* $C_{l\alpha} = 0.107$ $1/gradi$
- *NACA 23012* $C_{l\alpha} = 0.107$ $1/gradi$
- $\eta_i = 0.55$
- $\eta_0 = 0.94$
- $W_{TO} = 5216.312$ Kg
- $W_F = 1131.713$ Kg

Lo scopo del nostro esercizio è di dimensionare il piano di coda verticale di un velivolo, *business jet*, affinché il $C_{n\beta}$ sia pari a 0.1 rad^{-1} . Inoltre vogliamo determinare il $C_{l\delta_a}$ (*potenza di controllo di rollio*) dell'ala ed vogliamo valutare l'angolo Γ necessario per avere un *effetto diedro* dell'ala pari a $C_{l\beta} = -0.1 \text{ rad}^{-1}$.

Cominciamo ad analizzare il piano verticale di coda.

Il velivolo che prendiamo in considerazione è un *Cessna Citation 500*, i dati che utilizzeremo sono riportati nell'apposito spazio. Dalla conoscenza della superficie alare e dell'apertura ci calcoliamo l'allungamento alare

$$AR = \frac{b^2}{S} = 7.3 \quad (1)$$

A questo punto abbiamo tutti i dati necessari per disegnare la pianta dell'ala

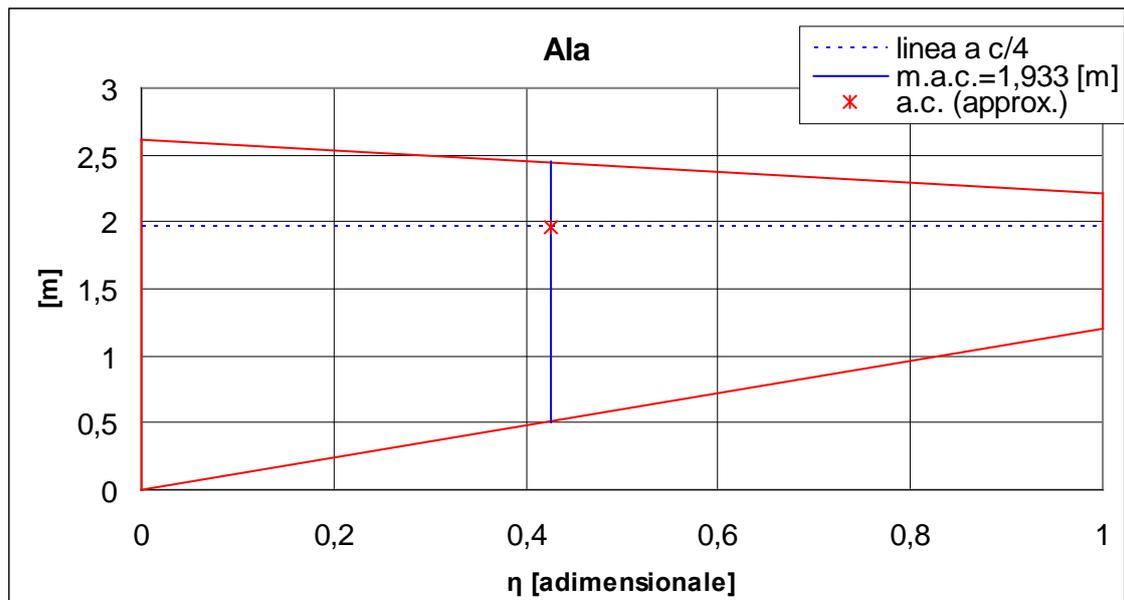


Figura 1 – Forma in pianta dell'ala

Nel disegnare la forma in pianta dell'ala abbiamo riportato la corda media aerodinamica (*m.a.c.*) valutata tramite la formula approssimata data da *Torenbeek Egbert - Synthesis of Subsonic Airplane Design (pag. 441)*

$$\bar{c} = m.a.c. = \frac{2}{3} c_r \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 1.993 \text{ m} \quad (2)$$

$$y_{m.a.c.} = \frac{b}{2} \cdot \frac{1 + 2\lambda}{3 \cdot (1 + \lambda)} = 2.843 \text{ m} \quad (3)$$

e abbiamo ipotizzato la posizione del centro aerodinamico (*a.c.*) al 25% di *m.a.c.* Poiché conosciamo la derivata del momento di imbardata, dovuto all'angolo di *sideslip*, C_{n_β} (chiamata anche *stabilità statica direzionale*) da attribuire al nostro velivolo partiamo da esso per la nostra analisi. Da *Roskam – (Part VI) - Preliminary Calculation of Aerodynamic, Thrust and Power Characteristics (pag. 397)* otteniamo che

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_w}} + C_{n_{\beta_f}} + C_{n_{\beta_v}} \quad (4)$$

somma del contributo dell'ala, della fusoliera e del piano verticale di coda. Per quanto riguarda il contributo dell'ala, *Roskam* ci dice che esso è importante solo alla

alte incidenze e quindi per calcoli preliminari di progetto possiamo porre tale valore nullo, quindi

$$C_{n\beta_w} = 0 \quad (5)$$

Il contributo della fusoliera può essere stimato tramite la

$$C_{n\beta_f} = -57.3 \cdot K_N \cdot K_{Rl} \cdot \frac{S_{f_s} \cdot l_f}{S \cdot b} \quad (6)$$

Per valutare K_N utilizziamo la figura 2

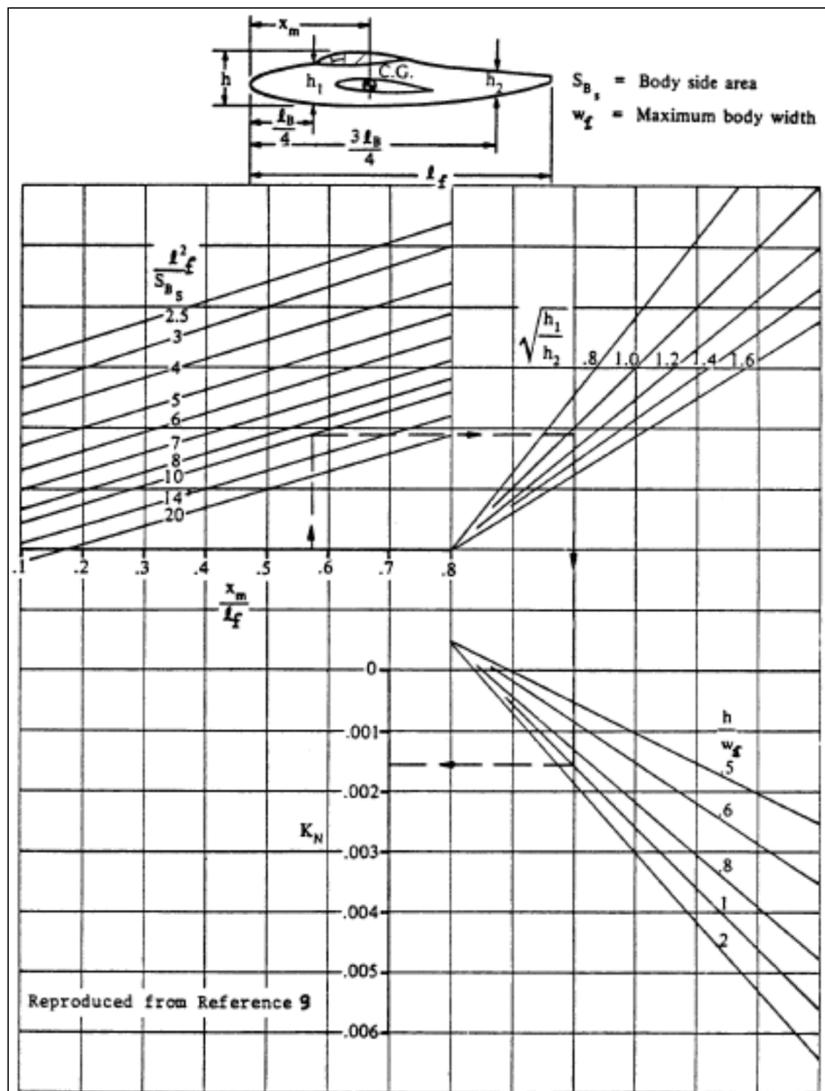


Figura 2 – Diagramma per la stima di K_N

Mentre per i dati sulla fusoliera utilizziamo la *figura 3*

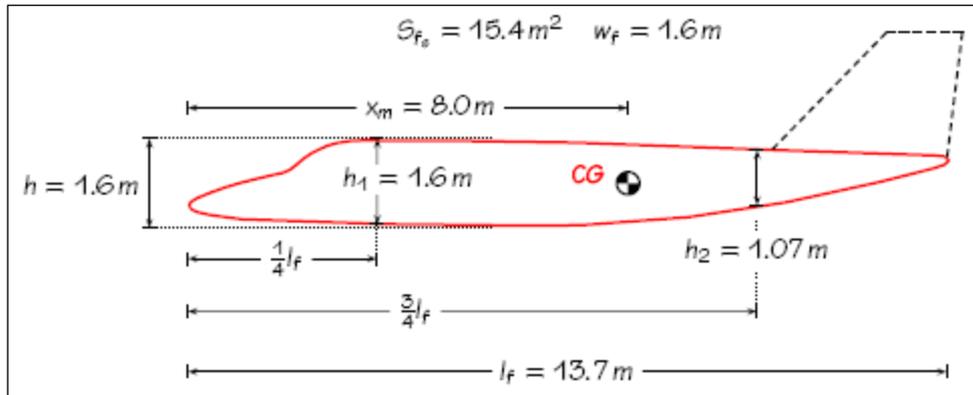


Figura 3 – Dati geometrici della fusoliera

Come si nota dalla *figura 2* per poter utilizzare lo schema abbiamo bisogno di alcuni dati che possiamo facilmente ricavare. Si entra nel diagramma tramite

$$\frac{x_m}{l_f} = 0.584$$

e tramite il valore di

$$\frac{l_f^2}{S_{f_s}} = 12.187$$

$$\sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = 1.223$$

$$\frac{h}{w_f} = 1$$

otteniamo infine

$$K_N = 1.7 \cdot 10^3 \quad (7)$$

Per valutare il valore di K_{R_l} ci serviamo della *figura 4*

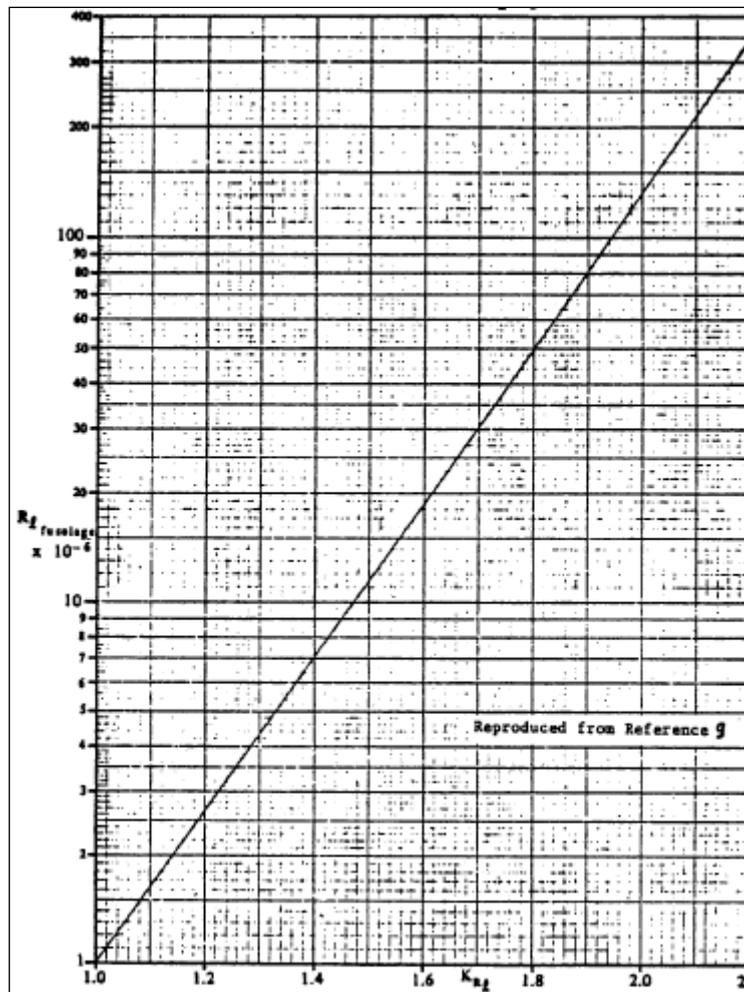


Figura 4 – Diagramma per la stima di K_{R_l}

Quindi valutato

$$R_{ef} = \frac{V \cdot l_f}{v_0} = 140.7 \cdot 10^6$$

possiamo stimare il valore di K_{R_l}

$$K_{R_l} = 2.06 \tag{8}$$

Siamo in grado tramite la (6), (7) e la (8) di valutare

$$C_{n\beta_f} = -0.13139 [1/rad] \quad (9)$$

Per rendere più compatte le nostre formule possiamo scrivere tramite la (5) e la (9)

$$C_{n\beta_{wb}} = C_{n\beta_f} + C_{n\beta_w} = C_{n\beta_f} = -0.13139 [1/rad] \quad (10)$$

e quindi la (4) diventa

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_{wb}} + C_{n\beta_V} \quad (11)$$

Ci resta da valutare solo il contributo dato dal piano verticale di coda. Questo ultimo lo possiamo stimare tramite *Calcara – Elementi di Dinamica del Volo (pag. 156)*

$$C_{n\beta_V} = \eta_V \cdot \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) \cdot R_V \cdot (C_{L\alpha})_{V(WBH)} \quad (12)$$

Per valutare i termini della (11) utilizziamo

$$\eta_V \cdot \left(1 - \frac{\partial \sigma}{\partial \beta}\right) = \left[0.724 + \frac{3.06}{1 + \cos \Lambda_{c/4_w}} \cdot \frac{S_V}{S_w} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{d_g} + 0.009 \cdot AR_w \right] \quad (13)$$

e da *John D. Anderson, Jr. - Aircraft Performance and Design (pag. 92)*

$$C_{L\alpha_V} = \frac{C_{l\alpha_V} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 \cdot \cos^2 \Lambda_{c/2_V} + \left(\frac{C_{l\alpha_V} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\pi \cdot AR_V}\right)^2} + \frac{C_{l\alpha_V} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\pi \cdot AR_V}} \quad (14)$$

e infine

$$R_V = c_{vt} = \frac{S_V \cdot l_V}{S_w \cdot b} \quad (15)$$

chiamato *rapporto volumetrico* del piano verticale di coda, esso rappresenta un importante parametro geometrico come vedremo avanti.

Utilizzando la (11), con la (6), (12), (13), (14) e (15) otteniamo

$$C_{n\beta} = -57.3 \cdot K_N \cdot K_{Rl} \cdot \frac{S_{f_s} \cdot l_f}{S \cdot b} + \left[0.724 + \frac{3.06}{1 + \cos \Lambda_{c/4_w}} \cdot \frac{S_V}{S_w} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{d_g} + 0.009 \cdot AR_w \right] \cdot \frac{S_V \cdot l_V}{S_w \cdot b} \cdot \frac{C_{l_{\alpha V}} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\sqrt{1 - M_\infty^2 \cdot \cos^2 \Lambda_{c/2_V} + \left(\frac{C_{l_{\alpha V}} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\pi \cdot AR_V} \right)^2} + \frac{C_{l_{\alpha V}} \cdot \cos \Lambda_{c/2_V}}{\pi \cdot AR_V}} \quad (16)$$

Come si nota osservando la (16), abbiamo un'espressione con le seguenti incognite:

- S_V
- l_V
- $\Lambda_{c/2_V}$ oppure $\Lambda_{c/4_V}$ (utilizzare la 29 per la conversione)
- AR_V
- z_w/d_g (dipende dalla posizione dell'ala rispetto all'asse di fusoliera)
- $C_{l_{\alpha V}}$ (dipende dal profilo utilizzato)
- λ_V (non appare nella 16 ma è utile per la forma del piano verticale)

Gestire sette incognite risulta problematico quindi dobbiamo fare delle scelte e delle ipotesi per diminuire tale numero e gestire meglio il problema. Per il $C_{l_{\alpha V}}$ dobbiamo scegliere il profilo da utilizzare per il piano verticale di coda, noi consideriamo il profilo *NACA 0012*, scelta che si allinea a quella comunemente adottata per velivoli di linea ed indicata anche da *John D. Anderson, Jr. - Aircraft Performance and Design (pag. 438)*, quindi

$$C_{l_{\alpha V}} = 0.109 [1/ \text{gradi}] = 6.24524 [1/ \text{rad}] \quad (17)$$

Per la scelta della posizione dell'ala rispetto all'asse della fusoliera ci lasciamo guidare dalla configurazione di altri velivoli della stessa categoria e utilizziamo la configurazione ad *ala bassa*, ma daremo una valida motivazione più avanti, in tal modo otteniamo

$$\frac{z_w}{d_g} = 0.386 \quad (18)$$

Nella (18) abbiamo considerato che lo spessore percentuale del profilo dell'ala alla radice sia $\tau_r = 0.14$.

Nella scelta di λ_V , *John D. Anderson, Jr.* ci suggerisce di adottare lo stesso valore dell'ala, quindi

$$\lambda_V = 0.39 \quad (19)$$

L'ultimo parametro da scegliere è l'allungamento alare del pannello verticale di coda, ancora una volta *John D. Anderson, Jr.* ci guida in tale scelta che resta molto arbitraria ma ristretta ad un intervallo di valori che va da 1.3 a 2.0 per velivolo di linea generali

$$AR_V = 1.5 \quad (20)$$

Osserviamo che se si vogliono adottare dei valori diversi da quelli scelti adesso possiamo utilizzare la *tabella 1* tratta da *Raymer - Aircraft Design - A Conceptual Approach* (pag. 76) al quale fa continuo riferimento anche il testo *John D. Anderson, Jr. - Aircraft Performance and Design*

Tabella 1 – Range di valori per AR_V e λ_V

	Horizontal tail		Vertical tail	
	A	λ	A	λ
Fighter	3-4	0.2-0.4	0.6-1.4	0.2-0.4
Sail plane	6-10	0.3-0.5	1.5-2.0	0.4-0.6
Others	3-5	0.3-0.6	1.3-2.0	0.3-0.6
T-Tail	-	-	0.7-1.2	0.6-1.0

Come si può notare dalla *tabella 1*, i valori da noi scelti rientrano nel range indicato.

Tabella 2 – Parametri di progetto per la forma in pianta del piano verticale di coda

Table 8.14 Planform Design Parameters for Vertical Tails					
Type	Dihedral Angle, Γ_V deg.	Incidence Angle, i_V deg.	Aspect Ratio, A_V	Sweep Angle, $\Delta_{C/4_V}$ deg.	Taper Ratio, λ_V
Homebuilts	90	0	0.4 - 1.4	0 - 47	0.26 - 0.71
Single Engine Prop. Driven	90	0	0.9 - 2.2	12 - 42	0.32 - 0.58
Twin Engine Prop Driven	90	0	0.7 - 1.8	18 - 45	0.33 - 0.74
Agricultural	90	0	0.6 - 1.4	0 - 32	0.43 - 0.74
Business Jets	90	0	0.8 - 1.6	28 - 55	0.30 - 0.74
Regional Turbo-Props.	90	0	0.8 - 1.7	0 - 45	0.32 - 1.0
Jet Transports	90	0	0.7 - 2.0	33 - 53	0.26 - 0.73
Military Trainers	90	0	1.0 - 2.9	0 - 45	0.32 - 0.74
Fighters	75 - 90	0	0.4 - 2.0	9 - 60	0.19 - 0.57
Mil. Patrol, Bomb and Transports	90	0	0.9 - 1.9	0 - 37	0.28 - 1.0
Flying Boats, Amph. and Float Airplanes	90	0	1.2 - 2.4	0 - 32	0.37 - 1.0
Supersonic Cruise Airplanes	75 - 90	0	0.3 - 1.8	37 - 65	0.20 - 0.43

La tabella 2 tratta da Roskam - (Part II) - Preliminary Configuration Design and Integration of the Propulsion System (pag. 207) riassume in modo completo, per varie categorie di velivoli, i parametri di progetto del piano verticale di coda.

Abbiamo così scelto e fissato quattro delle sette incognite, in tal modo la (16) diventa un'espressione facilmente gestibile. Considerando un'incognita come un parametro variabile, le altre due incognite saranno legate tra loro tramite la già citata (16).

Quindi otteniamo

$$l_V = f(S_V, \Lambda_{C/2_V})$$

La scelta dell'angolo di freccia riferito al bordo d'attacco, come afferma Raymer - Aircraft Design - A Conceptual Approach (pag. 76), varia tra i 35 e i 55 gradi. In particolare, per un velivolo *low-speed* non vi sono ragioni di andare oltre i 20 gradi per l'angolo di freccia se non per motivi estetici. Per un velivolo *high-speed* l'angolo di freccia del piano verticale di coda è usato principalmente per rendere il numero di Mach critico maggiore di quello dell'ala per assicurare una potenza di controllo al velivolo anche quando l'ala entra in stallo d'urto. Noi prendiamo un angolo di freccia pari a

$$\Lambda_{c/2v} = 20^\circ \quad (21)$$

A questo punto la (16) diventa un'equazione che lega due sole incognite e quindi

$$l_V = f(S_V)$$

che per la (16) diventa

$$l_V = \frac{C_{n\beta} + 57.3 \cdot K_N \cdot K_{Rl} \cdot \frac{S_{f_s} \cdot l_f}{S \cdot b}}{\left[0.724 + \frac{3.06}{1 + \cos \Lambda_{c/4_w}} \cdot \frac{S_V}{S_w} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{d_g} + 0.009 \cdot AR_w \right] \cdot \frac{S_V}{S_w \cdot b} \cdot C_{L_{\alpha v}} \left(C_{l_{\alpha v}}, AR_V, \Lambda_{c/2v} \right)} \quad (22)$$

Con $C_{L_{\alpha v}}$ dato dalla (14).

Per ottenere l_V scegliamo una S_V imponendo la condizione (puramente geometrica ed estetica) che il piano verticale di coda termini con la coda della fusoliera. In *figura 5* è rappresentato il piano verticale di coda con le ipotesi e le scelte fatte in precedenza.

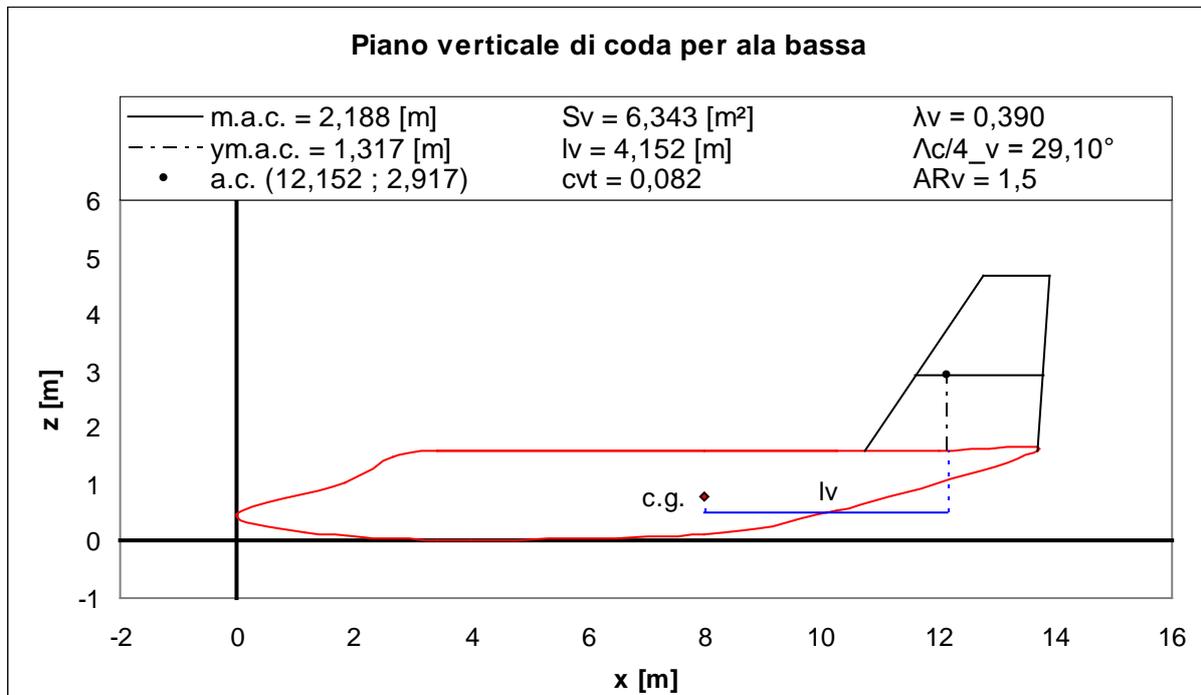


Figura 5 – Piano verticale di coda

Osserviamo che per la geometria da noi adottata, l'angolo $\Lambda_{c/2V}$ scelto equivale a

$$\Lambda_{l.e.V} = 36.84^\circ$$

$$\Lambda_{c/4V} = 29.10^\circ$$

valori, questi, che rientrano nel range dato dalla *tabella 2* e da *Raymer*.

Riassumiamo i parametri che ci hanno condotto alla scelta del nostro piano verticale di coda:

- *Profilo NACA 0012* $\rightarrow C_{l_{\alpha V}} = 0.109 [1/\text{gradi}] = 6.24524 [1/\text{rad}]$
- *Ala bassa* $\rightarrow \frac{z_w}{d_g} = 0.386$
- $\lambda_V = 0.39$
- $AR_V = 1.5$
- $\Lambda_{c/2V} = 20^\circ$
- $S_V = 6.343 [m^2]$
- $l_V = 4.152 [m]$

Un parametro molto importante per il dimensionamento del piano verticale di coda è il rapporto volumetrico R_V o V_V (testi di *Roskam*) o c_{vt} (testi di *Raymer*). Dai nostri dati otteniamo dalla (15)

$$R_V = c_{vt} = 0.082 \quad (23)$$

valore che rientra in quello dato dalla *tabella 3* tratta da *Raymer*, per velivoli *general aviation - twin engine e jet transport*.

Tabella 3 – Rapporto volumetrico del piano di coda

	Typical values	
	Horizontal c_{HT}	Vertical c_{VT}
Sailplane	0.50	0.02
Homebuilt	0.50	0.04
General aviation—single engine	0.70	0.04
General aviation—twin engine	0.80	0.07
Agricultural	0.50	0.04
Twin turboprop	0.90	0.08
Flying boat	0.70	0.06
Jet trainer	0.70	0.06
Jet fighter	0.40	0.07
Military cargo/bomber	1.00	0.08
Jet transport	1.00	0.09

In *tabella 4*, tratta da *Roskam - (Part II) - Preliminary Configuration Design and Integration of the Propulsion System (pag. 195)*, vi sono riportati i valori di alcuni velivoli della categoria *business jet*.

Tabella 4 – Parametri di alcuni business jet

Type	Wing Area	Wing Span	Vert. Tail Area	S_r/S_v	x_v	\bar{V}_v	Rudder Chord	S_a/S	Ail. Span Loc.	Ail. Chord
	S	b	S_v				root/tip		in/out	in/out
	ft ²	ft	ft ²		ft		fr.c _v		fr.b/1	fr.c _w
DASSAULT BREGUET										
Falcon 10 239	42.9	48.9	0.32	14.4	0.063	.34/.49	0.051	.67/.95	.27/.31	
Falcon 20 440	53.3	81.8	0.23	18.1	0.063	.25/.39	0.057	.62/.92	0.25	
Falcon 50 495	61.9	106	0.12	18.7	0.064	.21/.32	0.049	.68/.97	0.27	
CESSNA CITATION										
500	260	43.9	50.9	0.36	18.2	0.081	0.36	0.096	.55/.94	.32/.30
II	323	51.7	53.0	0.34	19.36	0.062	.35/.31	0.078	.36/.89	.32/.30
III	312	53.5	70.2	0.30	20.5	0.086	.37/.38	NA*	.70/.86	.21/.17
GATES LEARJET										
24	232	35.6	38.4	0.17	16.6	0.077	.23/.22	0.050	.63/.89	.25/.23
35A	253	38.1	38.4	0.17	16.6	0.066	.26/.25	0.066	.55/.79	.30/.27
55	265	45.8	52.4	0.17	19.2	0.086	.26/.25	0.062	.49/.71	0.30
Can.CL601 450	64.3	96.0	0.26	24.9	0.083	.29/.31	0.033	.73/.91	.23/.26	
Aerospatiale										
SN-601 237	42.2	45.4	0.30	15.7	0.071	.36/.32	0.033	.68/.91	.22/.20	
ISRAEL AIRCRAFT IND.										
Astra 317	52.7	48.3	0.21	22.0	0.064	.33/.32	0.040	.67/.95	.26/.25	
Westwind 308	44.8	59.7	0.18	20.1	0.087	.34/.44	0.050	.59/.90	.21/.31	
British Aerospace BS										
125-700 333	47.0	63.8	0.22	15.9	0.061	.31/.37	0.084	.66/1.0	.33/.46	
G.A. III 935	77.8	159	0.24	26.9	0.059	0.28	0.038	.66/.86	.24/.27	
MU Diam.I 241	43.4	55.9	0.23	17.4	0.093	.33/.28	0.012	.86/.94	.20/.22	

* Also uses spoilers for lateral control

Come si può notare dalla *tabella 4* il valore da noi calcolato è molto prossimo a quello reale del *Cessna Citation 500*.

Se manteniamo tutti i parametri bloccati e variamo solo la posizione dell'ala rispetto all'asse di fusoliera otteniamo varie posizioni del piano verticale di coda ma solo la configurazione ad *ala bassa* risulta essere la preferibile e ciò è mostrato in *figura 6*.

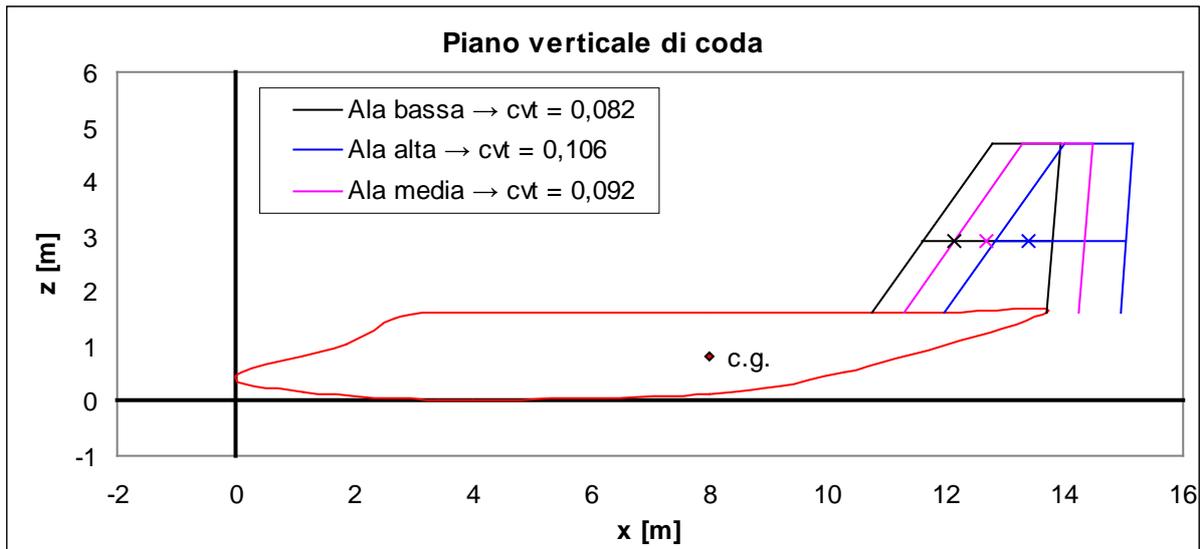


Figura 6 – Piano verticale di coda per varie posizioni dell'ala

Come si nota dalla legenda della figura 6 i valori di c_{vt} per la configurazione ad ala alta e ad ala media risultano troppo diversi da quello effettivo dell'ala bassa. In tabella 5 riportiamo i valori utilizzati per la figura 6.

Tabella 5 – Parametri utilizzati per la figura 6

	S_v [m ²]	z_w/d_g	$\Lambda_{c/2v}$ [°]	$\Lambda_{c/4v}$ [°]	AR_v	l_v [m]	b_v [m]	λ_v	c_{vt}
Ala bassa	6,343	0,386	20,00	29,10	1,500	4,152	3,085	0,390	0,082
Ala media	6,343	0,000	20,00	29,10	1,500	4,690	3,085	0,390	0,092
Ala alta	6,343	-0,386	20,00	29,10	1,500	5,388	3,085	0,390	0,106

In figura 7 confrontiamo il piano verticale di coda per varie configurazioni dell'ala assumendo che esso termini alla fine della fusoliera.

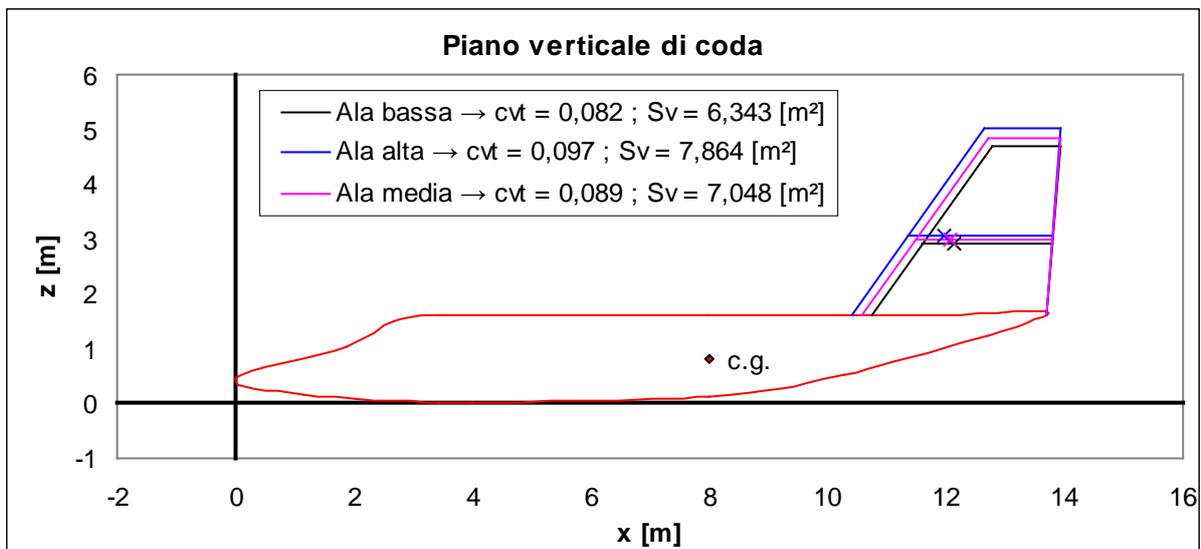


Figura 7 – Confronto del piano verticale di coda per varie configurazioni dell'ala

Anche in questo caso il parametro c_{vt} , per una configurazione ad *ala alta* o ad *ala media* risulta molto diverso dalla configurazione del velivolo ad *ala bassa*. In *tabella 6* sono riportati i valori necessari per la *figura 7*.

Tabella 6 – Parametri e valori utilizzati per la figura 7

	S_v [m ²]	z_w/d_g	$\Lambda_{c/2v}$ [°]	$\Lambda_{c/4v}$ [°]	AR_v	l_v [m]	b_v [m]	λ_v	c_{vt}
Ala bassa	6,343	0,386	20,00	29,10	1,5	4,152	3,085	0,39	0,082
Ala media	7,048	0,000	20,00	29,55	1,5	4,069	3,251	0,39	0,089
Ala alta	7,864	-0,386	20,00	30,05	1,5	3,977	3,435	0,39	0,097

Il parametro c_{vt} è così importante che esiste un metodo per il dimensionamento del piano verticale di coda nelle fasi preliminari di progetto che si basa su esso. Tale metodo è detto “*tail volume coefficient*” method introdotto da *Raymer - Aircraft Design - A Conceptual Approach (pag. 110)* e approfondito da *John D. Anderson, Jr. - Aircraft Performance and Design (pag. 435)*. In alternativa si può consultare anche *Roskam - (Part II) - Preliminary Configuration Design and Integration of the Propulsion System (pag. 207)* ove tale metodo prende il nome di \bar{V} – method (cambia solo il nome ma il concetto di base è lo stesso). Illustriamo ed utilizziamo il metodo per osservarne l’utilità.

Si sceglie il parametro c_{vt} dalla *tabella 3* in base al tipo di velivolo considerato, in tal modo otteniamo

$$l_v \cdot S_v = \frac{c_{vt}}{S_w \cdot b} \quad (24)$$

poi si scelgono i valori di AR_v , $\Lambda_{c/2v}$, λ_v tramite le osservazioni fatte in precedenza e si piazza il piano di coda verticale nel modo in cui “*sembra buono*” (come affermato da *Raymer*).

Prendendo come valori quelli usati da noi in precedenza

- $AR_v = 1.5$
- $\lambda_v = 0.39$
- $\Lambda_{c/2v} = 20^\circ \quad \rightarrow \quad \Lambda_{c/4v} = 29.1^\circ$
- $c_{vt} = 0.082$

e scegliendo un valore di S_v tale che la distanza l_v ci dia un piano verticale di coda che termina alla fine della fusoliera otteniamo *figura 8*

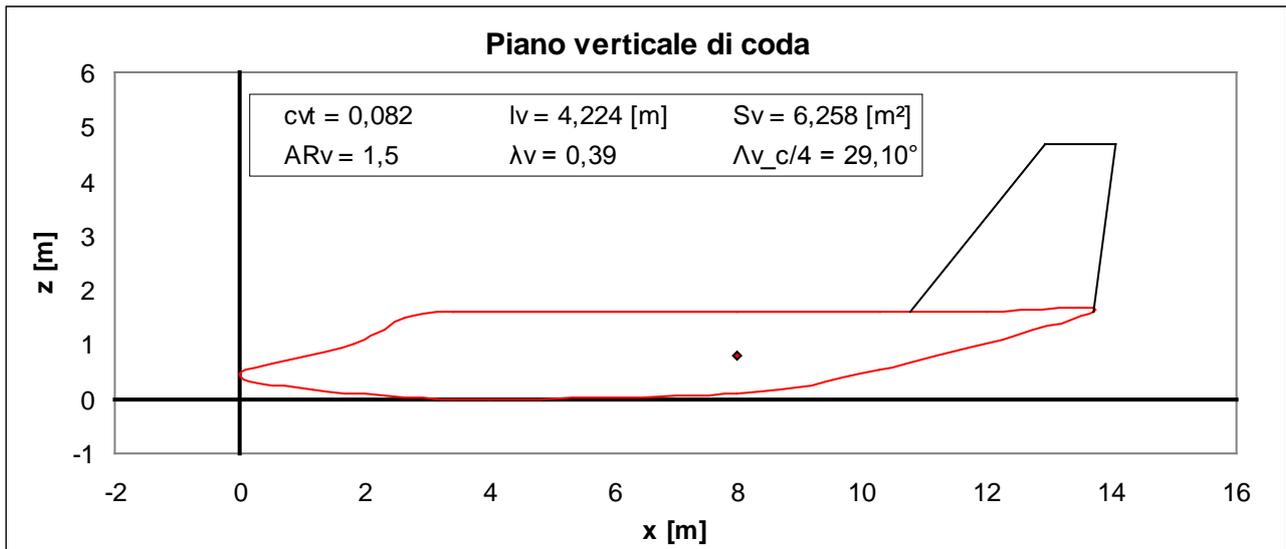


Figura 8 – Piano verticale di coda con il metodo del coefficiente volumetrico

Il piano verticale di coda del velivolo in figura 8 ha i seguenti valori:

- $S_V = 6.258 [m^2]$
- $l_V = 4.224 [m]$

Come si può notare il metodo del coefficiente volumetrico di coda porta a un risultato molto prossimo a quello riportato nella figura 5. In figura 9 vi è un confronto grafico tra i due metodi.

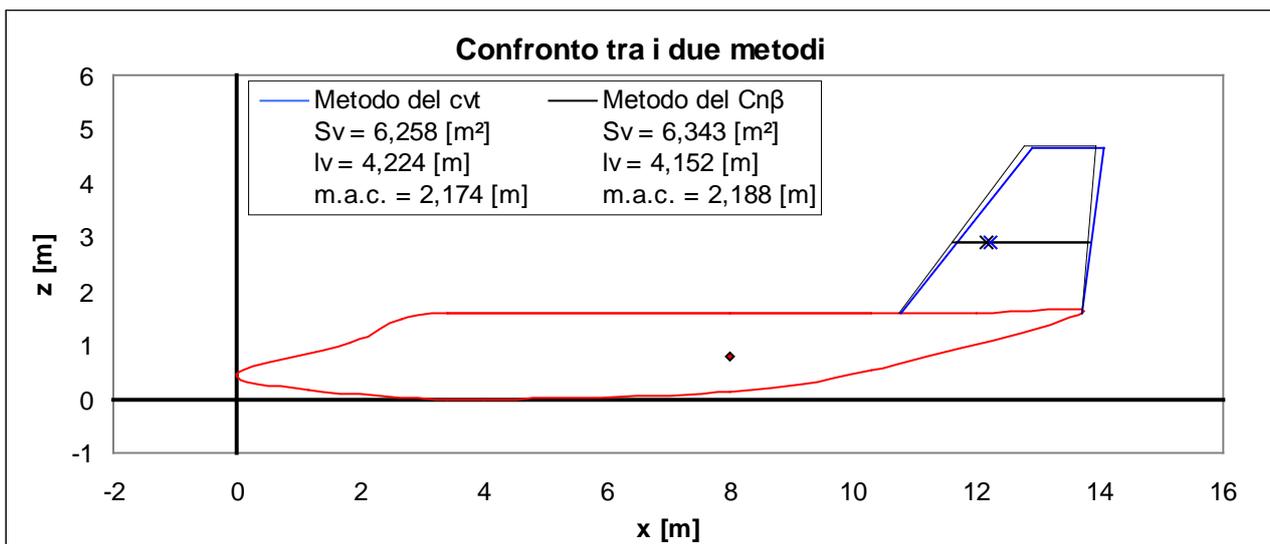


Figura 9 – Confronto tra il metodo del c_{vt} e il metodo del $C_{n\beta}$

Come si nota dalla figura 9 i due metodi danno risultati molto prossimi tra di loro, a differenza è molto esigua e la figura lo mostra molto bene. Da notare, anche se è stato

già detto, che il confronto è stato fatto a parità di tutti gli altri parametri (AR_V , λ_V , $\Lambda_{c/2_V}$, c_{vt}).

Passiamo ora ad analizzare come varia S_V in funzione di altre incognite.

Per iniziare vediamo come varia S_V in funzione di l_V e parametrato in AR_V . Le ipotesi e le assunzioni che facciamo sono le seguenti

- *Profilo NACA 0012* $\rightarrow C_{l_{\alpha_V}} = 0.109 [1/\text{gradi}] = 6.24524 [1/\text{rad}]$
- *Ala bassa* $\rightarrow \frac{z_w}{d_g} = 0.386$
- $\lambda_V = 0.39$
- $\Lambda_{c/2_V} = 20^\circ$

Quindi applicando la (16) otteniamo il diagramma di *figura 10*

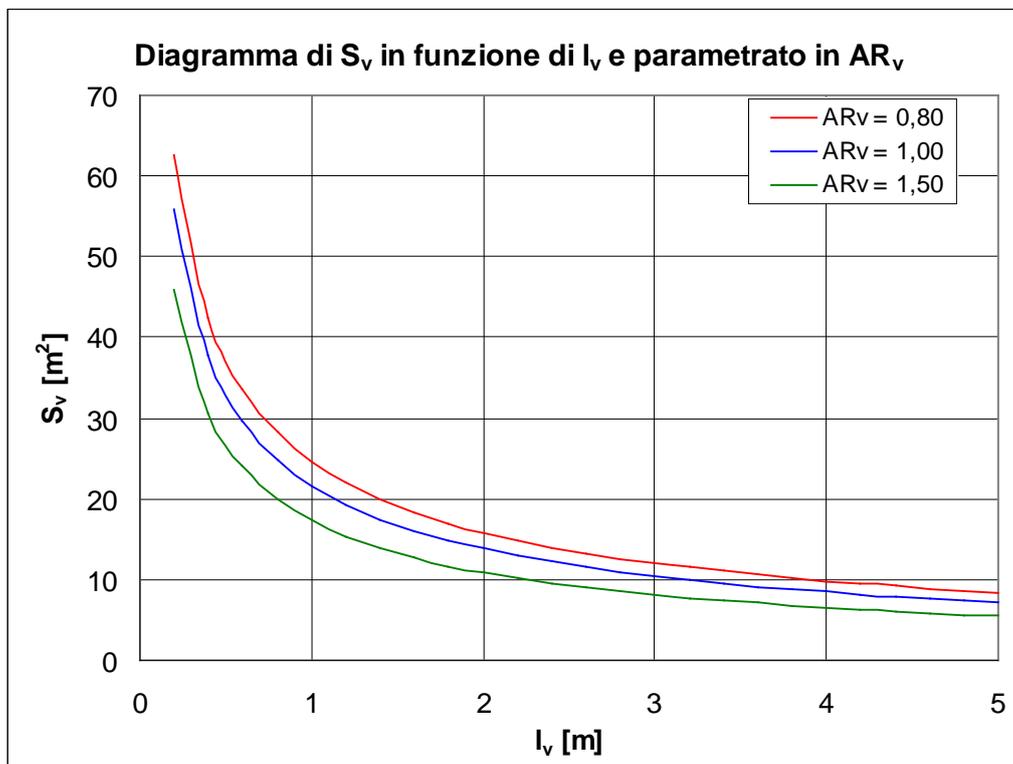


Figura 10 – Diagramma di S_V in funzione di l_V e parametrato in AR_V

In *figura 11* è riportato la variazione del piano verticale di coda per un fissato valore di AR_V (nel nostro caso uguale a 1.5). In pratica ci stiamo muovendo lungo la curva riportata in *figura 10* (curva per $AR_V = 1.5$).

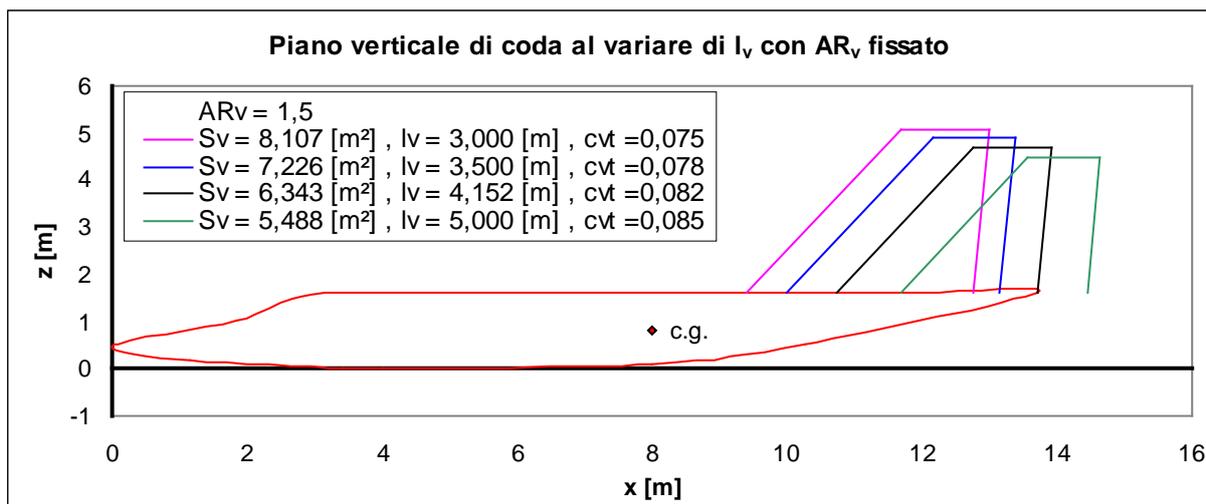


Figura 11 – Piano verticale di coda al variare di l_v per AR_v fissato

In figura 12 rendiamo un dettaglio della figura 11, riportiamo i piani verticali di coda con le relative *m.a.c.*

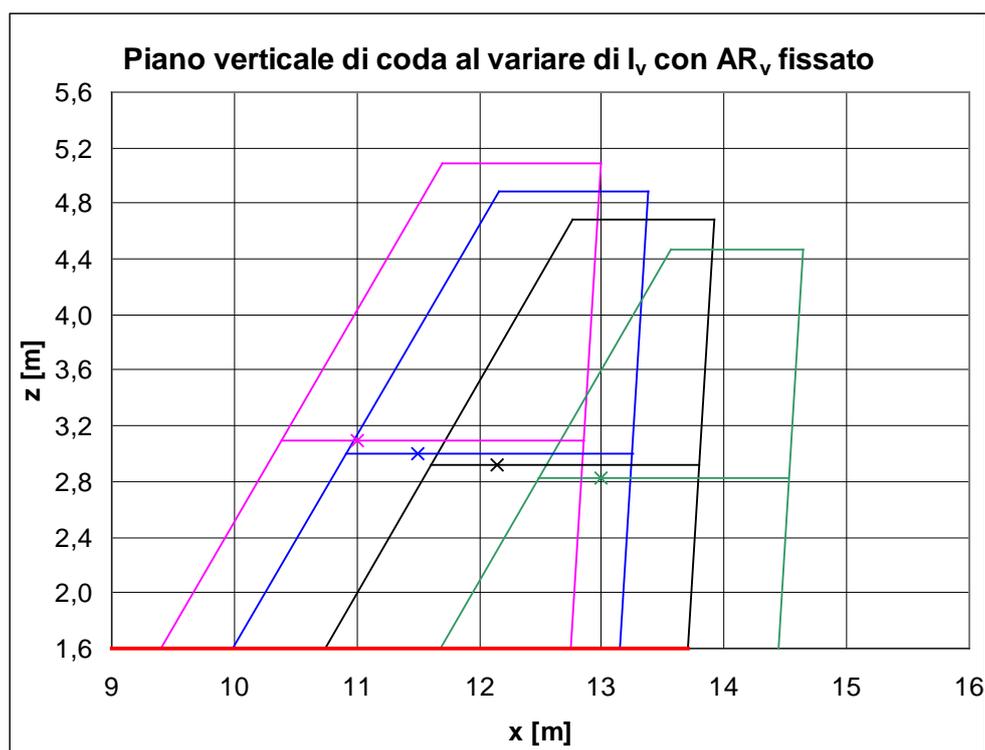


Figura 12 – Dettaglio di figura 11

In tabella 7 riportiamo i valori utilizzati per la figure 11 e la figura 12.

Tabella 7 – Parametri e valori utilizzati per la figure 10 e la figura 11

	S_v [m ²]	$\Lambda_{c/2v}$ [gradi]	$\Lambda_{c/4v}$ [gradi]	AR_v	l_v [m]	b_v [m]	λ_v	c_{rv} [m]	c_{tv} [m]	c_{vt}
1	8,107	20,00	30,19	1,5	3,000	3,487	0,39	3,345	1,305	0,075

2	7,226	20,00	29,66	1,5	3,500	3,292	0,39	3,158	1,232	0,078
3	6,343	20,00	29,10	1,5	4,152	3,085	0,39	2,959	1,154	0,082
4	5,488	20,00	28,51	1,5	5,000	2,869	0,39	2,752	1,073	0,085

Per essere più completi passiamo ora ad analizzare come varia S_V in funzione di altre incognite. Vediamo adesso come varia S_V in funzione di AR_V e parametrato in $\Lambda_{c/2_V}$. Le ipotesi e le assunzioni che facciamo sono le seguenti

- *Profilo NACA 0012* $\rightarrow C_{l_{\alpha_V}} = 0.109 [1/ \text{gradi}] = 6.24524 [1/ \text{rad}]$
- *Ala bassa* $\rightarrow \frac{z_w}{d_g} = 0.386$
- $\lambda_V = 0.39$
- $l_V = 4.152 [m]$

Applicando la (16) otteniamo il diagramma di *figura 13*

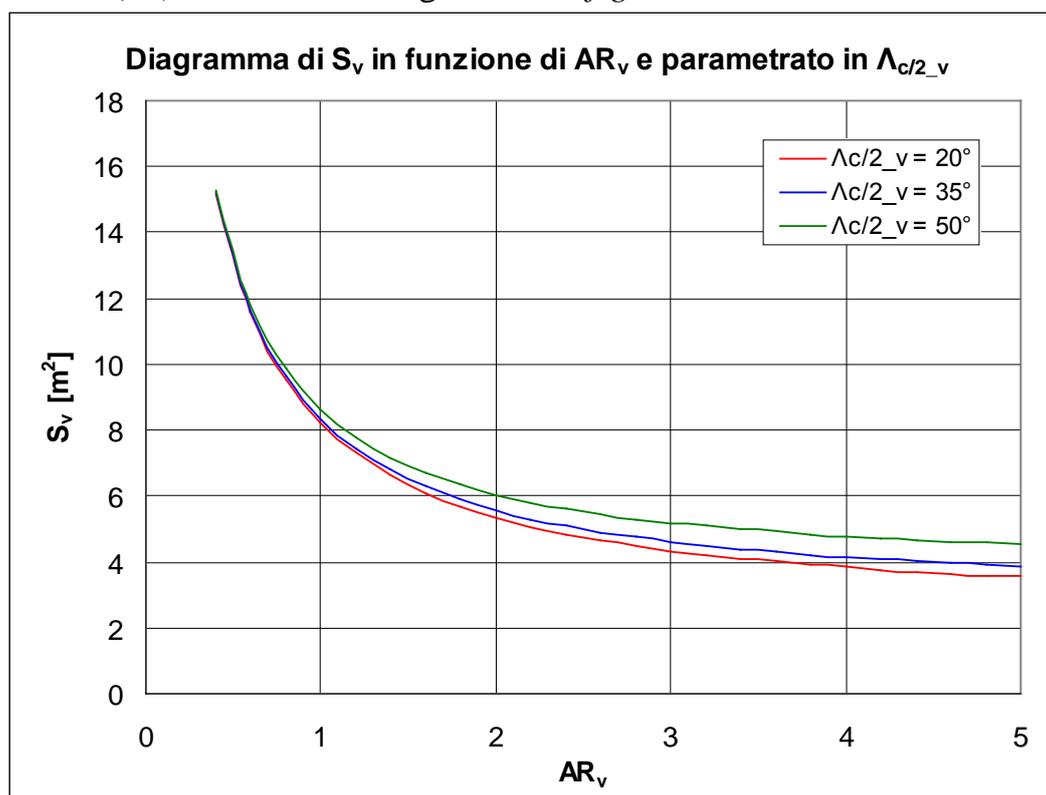


Figura 13 – Diagramma di S_V in funzione di AR_V e parametrato in $\Lambda_{c/2_V}$

In *figura 14* è riportato la variazione del piano verticale di coda per un fissato valore di $\Lambda_{c/2_V}$ (nel nostro caso uguale a 20°). In pratica ci stiamo muovendo lungo la curva riportata in *figura 13* (curva con $\Lambda_{c/2_V} = 20^\circ$). In appendice vi sono i valori usati per la *figura 14* e *15*.

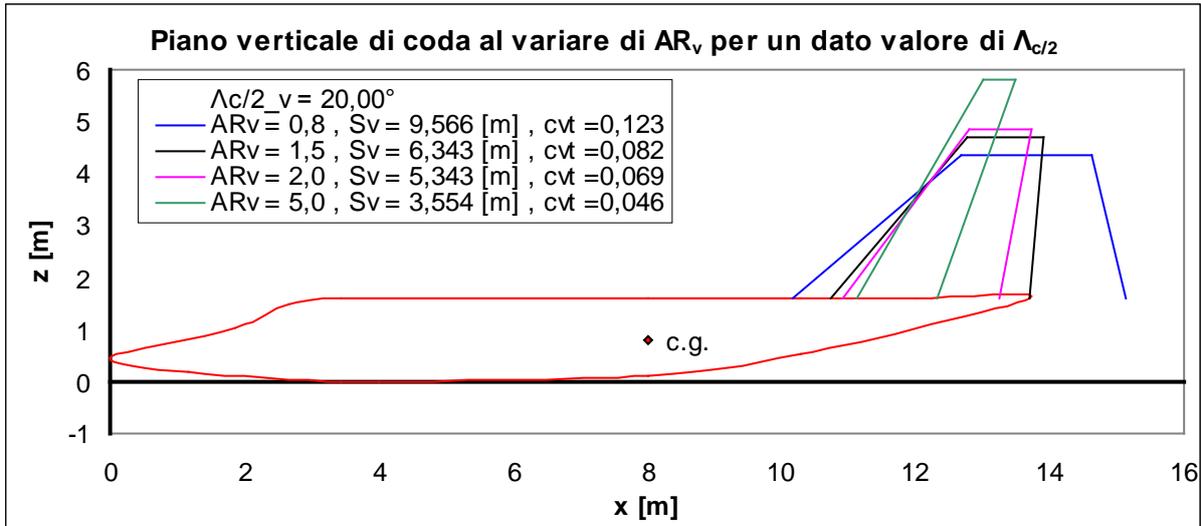


Figura 14 – Piano verticale di coda al variare di AR_v per $\Lambda_{c/2_v}$ fissato

In figura 15 rendiamo un dettaglio della figura 14, riportiamo i piani verticali di coda con le relative *m.a.c.*

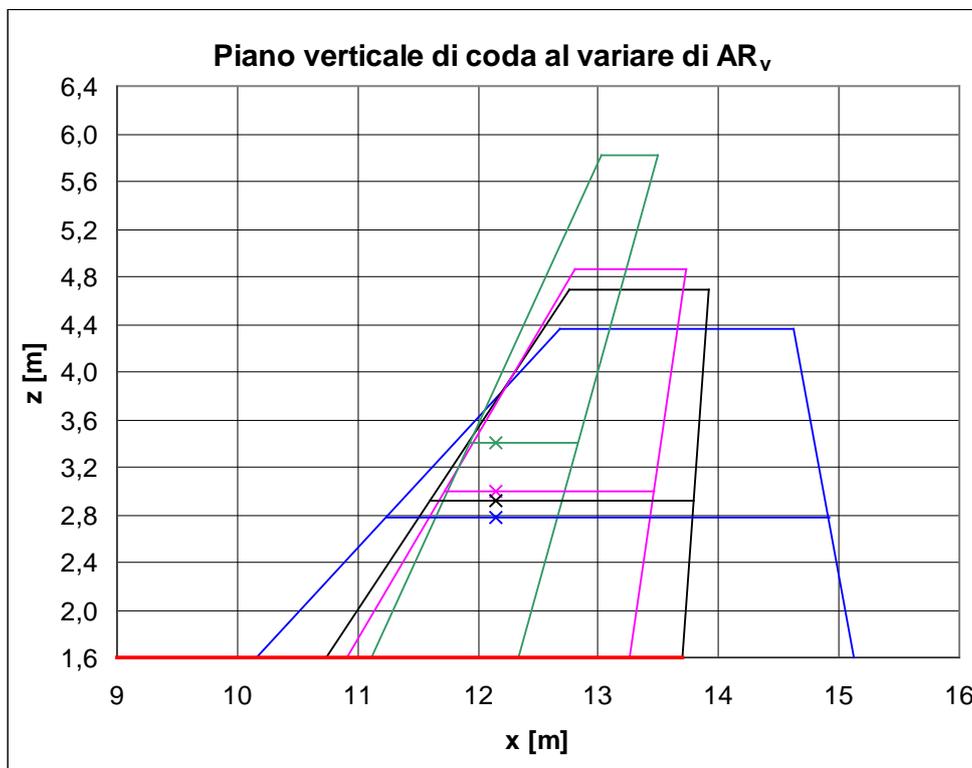


Figura 15 – Dettaglio della figura 14

In figura 16 è riportato la variazione del piano verticale di coda per un fissato valore

di AR_V (nel nostro caso uguale a 1.5). In appendice sono riportati i valori utilizzati per le figure 16 e 17.

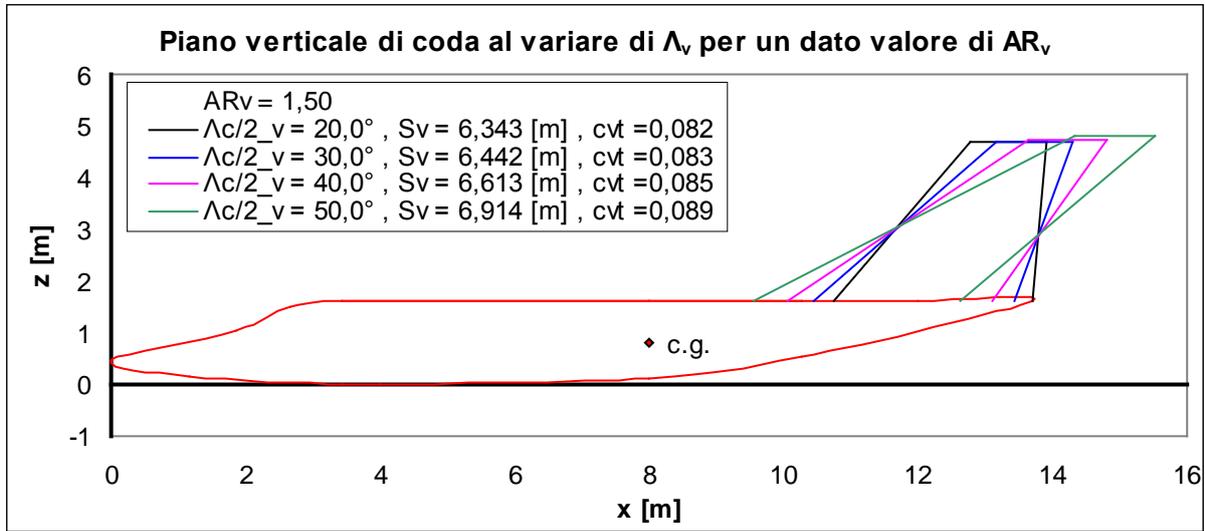


Figura 16 – Piano verticale di coda al variare di $\Lambda_{c/2_v}$ per AR_V fissato

In figura 17 rendiamo un dettaglio della figura 16, ovvero riportiamo i piani verticali di coda con le relative *m.a.c.* e il relativo *a.c.* posto al 25% della *m.a.c.*

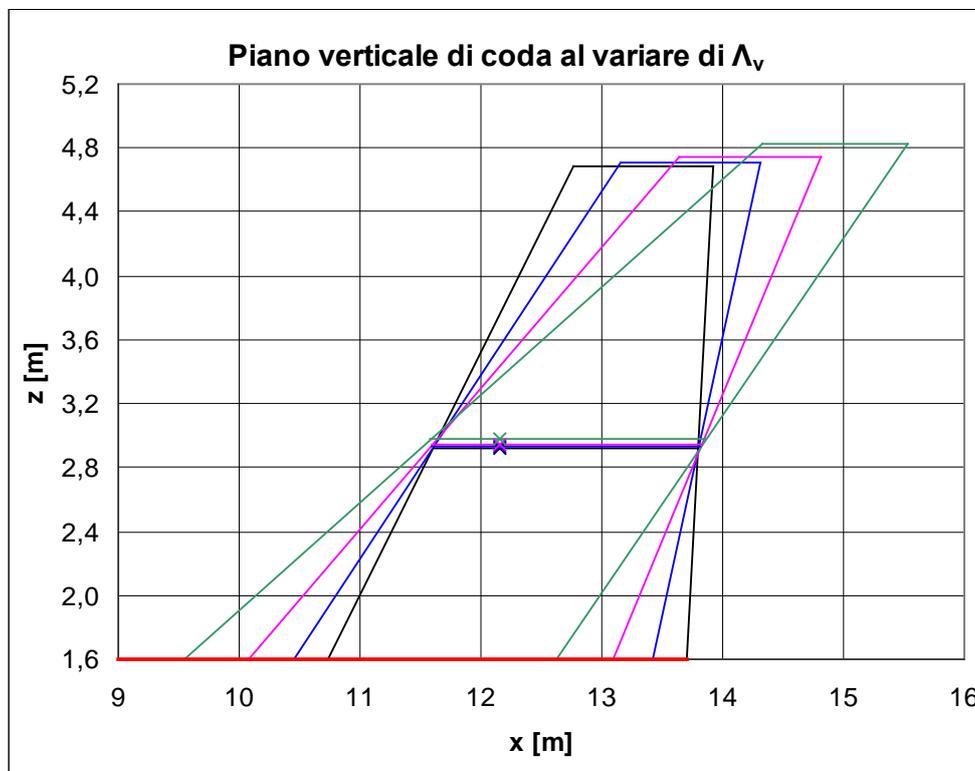


Figura 17 – Dettaglio della figura 16

In figura 18 è riportato la variazione del piano verticale di coda per un fissato valore

di $\Lambda_{c/2_v} = 20^\circ$. In appendice sono riportati i valori utilizzati per le *figure 18 e 19*.

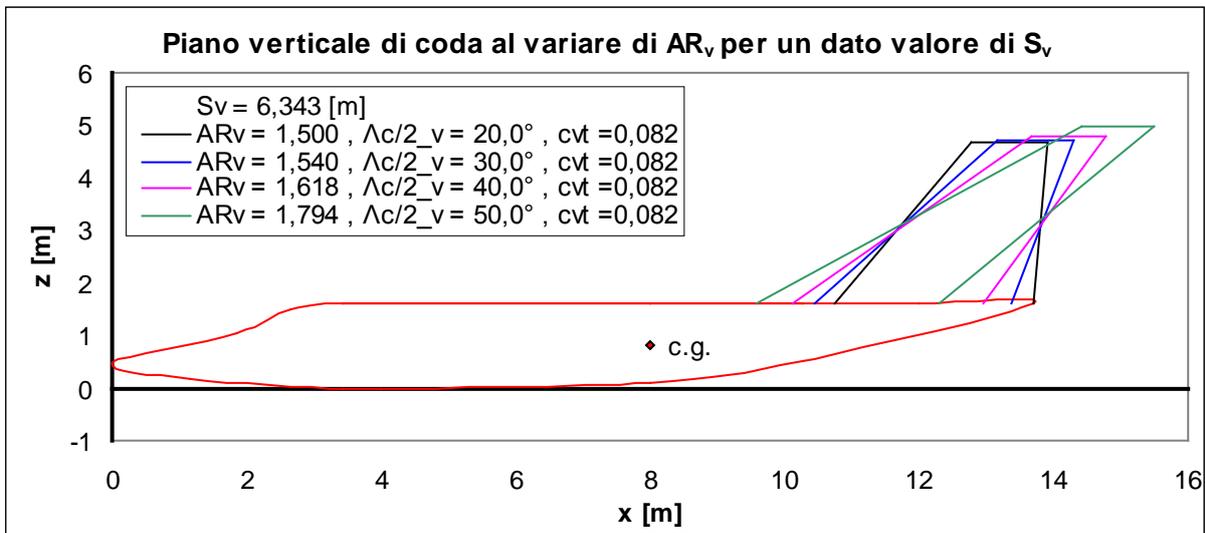


Figura 18 – Piano verticale di coda al variare di AR_v per $\Lambda_{c/2_v}$ fissato

In *figura 19* rendiamo un dettaglio della *figura 18*, ovvero riportiamo i piani verticali di coda con le relative *m.a.c.* e il relativo *a.c.* posto al 25% della *m.a.c.*

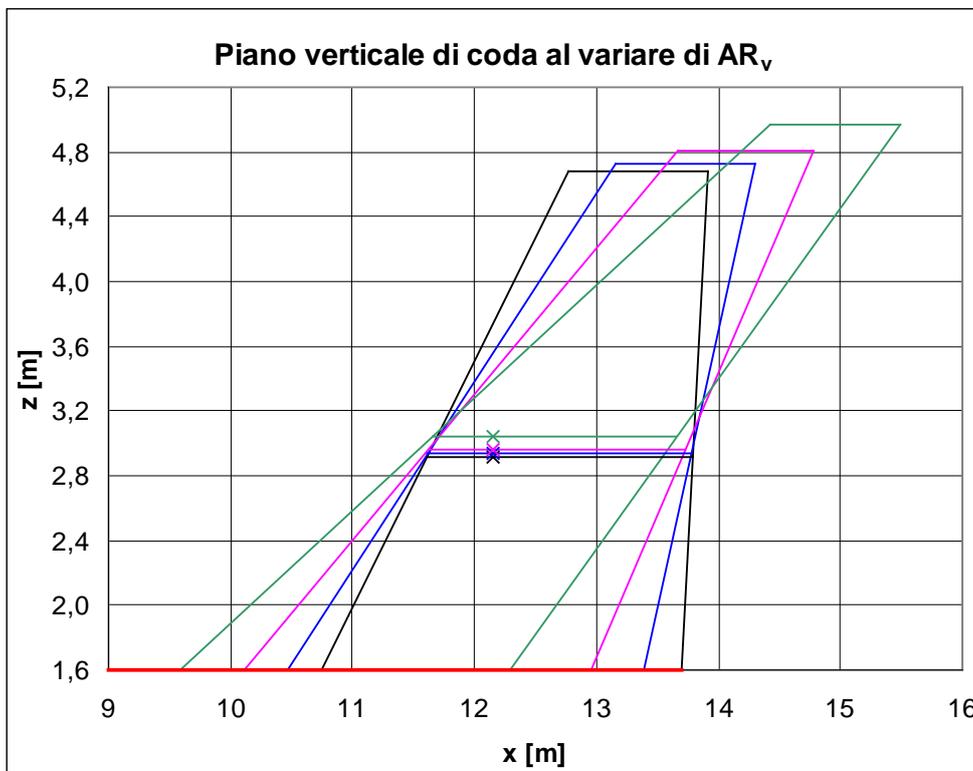


Figura 19 – Dettaglio della figura 18

Infine vogliamo mostrare l'influenza che ha l'escursione del baricentro sul

dimensionamento del piano verticale di coda. In *figura 20* è rappresentato il piano verticale di coda al variare del baricentro (x_m).

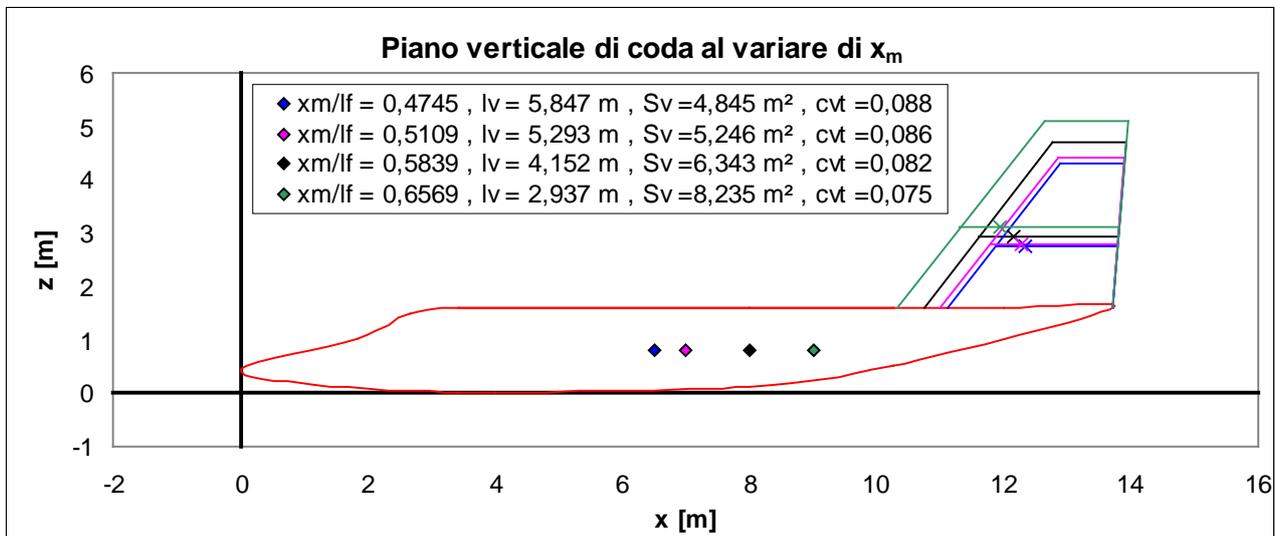


Figura 20 – Piano verticale di coda al variare di x_m

Alla base della *figura 20* ci sono alcune ipotesi che qui riassumiamo:

- $C_{n\beta} = 0.1$ [1/rad]
- Profilo NACA 0012 $\rightarrow C_{l_{\alpha V}} = 0.109$ [1/ gradi] = 6.24524 [1/ rad]
- Ala bassa $\rightarrow \frac{z_w}{d_g} = 0.386$
- $AR_V = 1.5$
- $\lambda_V = 0.39$
- $\Lambda_{c/2V} = 20^\circ$

Come si nota dalla *figura 20* più il baricentro arretra maggiore è la superficie necessaria per assicurare il valore di $C_{n\beta}$ dato dal problema, ciò è dovuto al fatto che diminuisce la distanza l_v che rappresenta il braccio della forza sviluppata dal piano verticale di coda che genera il momento di imbardata dovuto all'angolo di *sideslip*.

Derivata del coefficiente di momento di rollio

Analizziamo, adesso, il secondo punto del problema, ovvero il calcolo di $C_{l_{\delta a}}$

(potenza di controllo di rollio). Partiamo facendo una premessa.

Poiché la deflessione degli alettoni in modo antisimmetrico (se l'alettone destro è deflesso di 2° quello sinistro viene deflesso di -2°) comporta un indesiderato momento d'imbardata dovuto alla curvatura dei profili dell'ala (infatti per un profilo

curvo la portanza che si genera per un angolo d'attacco positivo riferito alla r.p.n. è maggiore in valore assoluto di quella generata per lo stesso angolo d'attacco ma negativo) di solito si attivano gli alettoni in modo differenziale ovvero un alettone è deflesso più dell'altro. Noi ipotizziamo un azionamento antisimmetrico degli alettoni. Dai dati iniziali sul nostro velivolo abbiamo che

- $\eta_i = 0.55$
- $\eta_0 = 0.94$
- $c_{\eta_i} = 0.32 \cdot c_{w_{\eta_i}} = 0.556 [m]$
- $c_{\eta_0} = 0.30 \cdot c_{w_{\eta_0}} = 0.335 [m]$
- $\lambda_a = \frac{c_{\eta_0}}{c_{\eta_i}} = 0.602$

con questi dati possiamo ricavarci la *m.a.c.* dell'alettone e la distanza dalla corda di radice tramite la (2) e la (3) ove al posto di λ utilizziamo λ_a e al posto di c_r usiamo c_{η_i} e al posto di b sostituiamo la lunghezza dell'alettone $\eta_0 - \eta_i$ (opportunamente reso dimensionale ed espresso in m),

- $m.a.c._a = 0.454 [m]$
- $y_{m.a.c._a} = 4.854 [m]$

Tramite questi dati possiamo disegnare il nostro alettone. In *figura 20* è rappresentato la forma in pianta dell'ala con l'alettone.

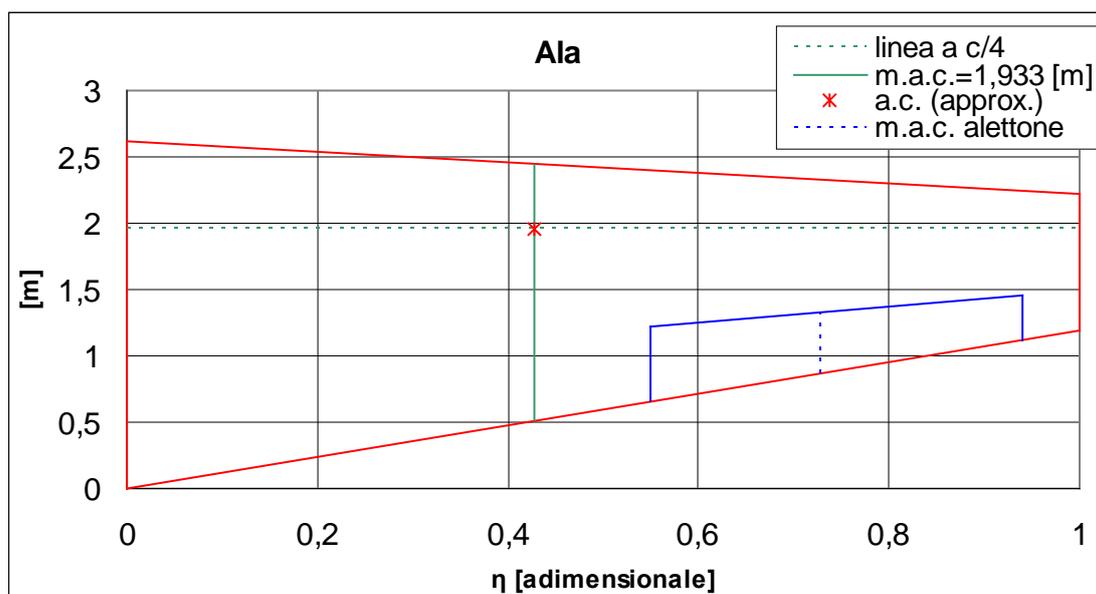


Figura 21 – Forma in pianta dell'ala con alettone

Per ottenere ciò che ci siamo prefissi utilizziamo la procedura che è riportata in *Perkins – Airplane Performance, Stability and Control* (pag. 354) la quale si basa sul metodo delle strisce elementari.

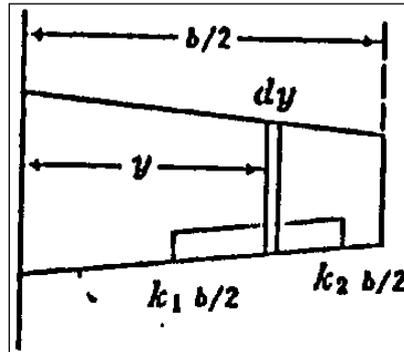


Figura 22 – Striscia dell'ala

Come mostra la *figura 22* abbiamo che

$$dC_l = \frac{c \cdot c_l \cdot y \cdot dy}{S_w \cdot b} \quad (25)$$

dove c è la corda locale e c_l è il coefficiente di portanza di profilo dato da

$$c_l = c_{l_\alpha} \cdot \tau \cdot \delta_a \quad (26)$$

con τ fattore di efficienza degli alettoni. Sostituendo la (26) nella (25) e integrando tra i limiti dell'alettone otteniamo il coefficiente di momento di rollio per l'ala completa.

$$C_l = \frac{2 \cdot C_{L_\alpha} \cdot \tau \cdot \delta_a}{S_w \cdot b} \int_{\eta_i \cdot b/2}^{\eta_0 \cdot b/2} c \cdot y \cdot dy \quad (27)$$

Derivando la (27) otteniamo la derivata del coefficiente di momento di rollio detta *potenza di controllo di rollio*

$$C_{l_{\delta_a}} = \frac{2 \cdot C_{L_\alpha} \cdot \tau}{S_w \cdot b} \int_{\eta_i \cdot b/2}^{\eta_0 \cdot b/2} c \cdot y \cdot dy \quad (28)$$

Nella (28) per valutare $C_{L\alpha}$ usiamo la (14), mentre per τ utilizziamo la figura 23

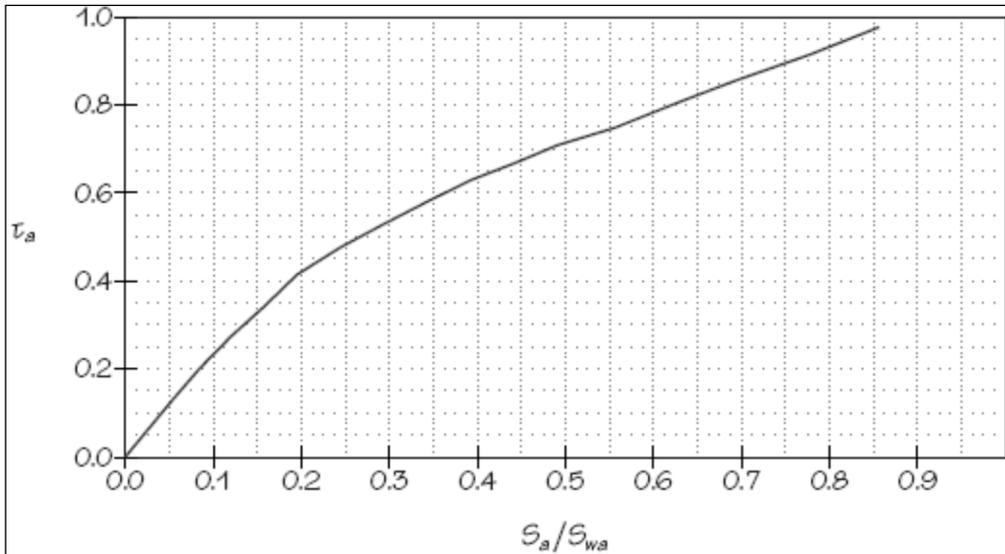


Figura 23 – Fattore di efficienza degli alettoni

o in alternativa possiamo utilizzare la figura 24, tratta da Roskam - *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls (I)*, pag. 61, se conosciamo la corda media aerodinamica dell'alettone e la corrispondente corda alare della sezione che stiamo considerando.

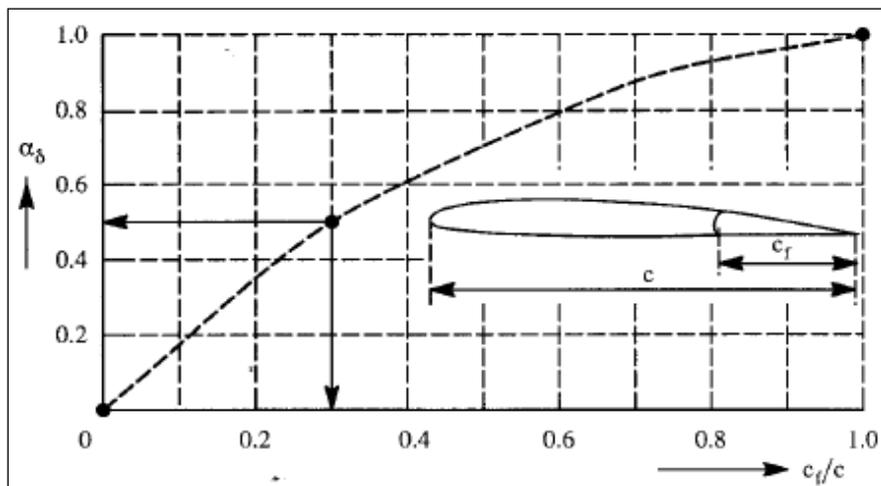


Figura 24 - Fattore di efficienza dell'alettone

Per una migliore stima di τ , per superfici di controllo tridimensionali e per un angolo di freccia molto basso, usiamo (ref. 4, pag. 61)

$$\tau = \frac{1}{S} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \tau(y) \cdot c(y) \cdot dy$$

Quindi nel nostro caso per

$$\frac{S_a}{S_{w_a}} = 0.3122$$

abbiamo un valore di τ pari a

$$\tau = 0.55 \quad (29)$$

Nell'applicare la (14) dobbiamo utilizzare il valore dell'angolo di freccia valutato a metà corda, e poiché la maggior parte delle volte si ha a disposizione il valore di $\Lambda_{c/4}$ possiamo utilizzare la (30) per convertirlo in $\Lambda_{c/2}$

$$\Lambda_{c/2} = \arctan \left[\tan(\Lambda_{c/4}) - \frac{(1-\lambda)}{AR \cdot (1+\lambda)} \right] \quad (30)$$

nella (30) dobbiamo esprimere gli angoli in radianti.
Per ipotesi $\Lambda_{c/4} = 0^\circ$, quindi otteniamo

$$\Lambda_{c/2} = -0.05979 \text{ [rad]} = -3.43 \text{ [gradi]} \quad (31)$$

Inoltre sappiamo che il profilo di radice è

- *Profilo NACA 23014* $\rightarrow C_{l_\alpha} = 0.107 \text{ [1/ gradi]} = 6.131 \text{ [1/ rad]}$

Mentre per il profilo d'estremità abbiamo

- *Profilo NACA 23012* $\rightarrow C_{l_\alpha} = 0.107 \text{ [1/ gradi]} = 6.131 \text{ [1/ rad]}$

In appendice, nella *tabella E*, sono riportati i dati sperimentali di vari profili *NACA*.

Dai dati dei due profili si perviene al C_{l_α} del profilo medio da utilizzare nella (14)

$$C_{l_\alpha} = 0.107 [1/ \text{gradi}] = 6.131 [1/ \text{rad}] \quad (32)$$

otteniamo, quindi, inserendo nella (14) la (32), la (31) e i dati necessari riportati nelle apposite sezioni

$$C_{L_{\alpha_w}} = 0.089 [1/ \text{gradi}] = 5.091 [1/ \text{rad}] \quad (33)$$

Considerando una variazione lineare delle corde dalla radice all'estremità

$$c = c_r - (c_r - c_t) \cdot \frac{y}{b/2} \quad (34)$$

in definitiva abbiamo, sostituendo nella (28) la (34), la (33), la (29) e i dati necessari riportati nelle apposite sezioni

$$C_{l_{\delta_a}} = 0.0055 [1/ \text{gradi}] = 0.3134 [1/ \text{rad}]$$

Valore che rientra nel range (da 0 a 0.4 rad^1) della maggior parte dei velivoli. In *figura 25* è riportato il diagramma di $C_{l_{\delta_a}}$ in funzione del numero di Mach M , del rapporto di rastremazione λ , del parametro di efficienza degli alettoni τ e dell'angolo di freccia $A_{c/4}$. Da notare che il valore di $A_{c/4}$ è scalato di un fattore pari a 50 (ad esempio, se voglio ricavare il valore di $C_{l_{\delta_a}}$ quando il mio angolo di freccia ha un valore $A_{c/4}=30^\circ$, divido l'angolo per 50, ottengo così il valore 0.6 che utilizzo per entrare nel diagramma e trovare il valore di $C_{l_{\delta_a}}$).

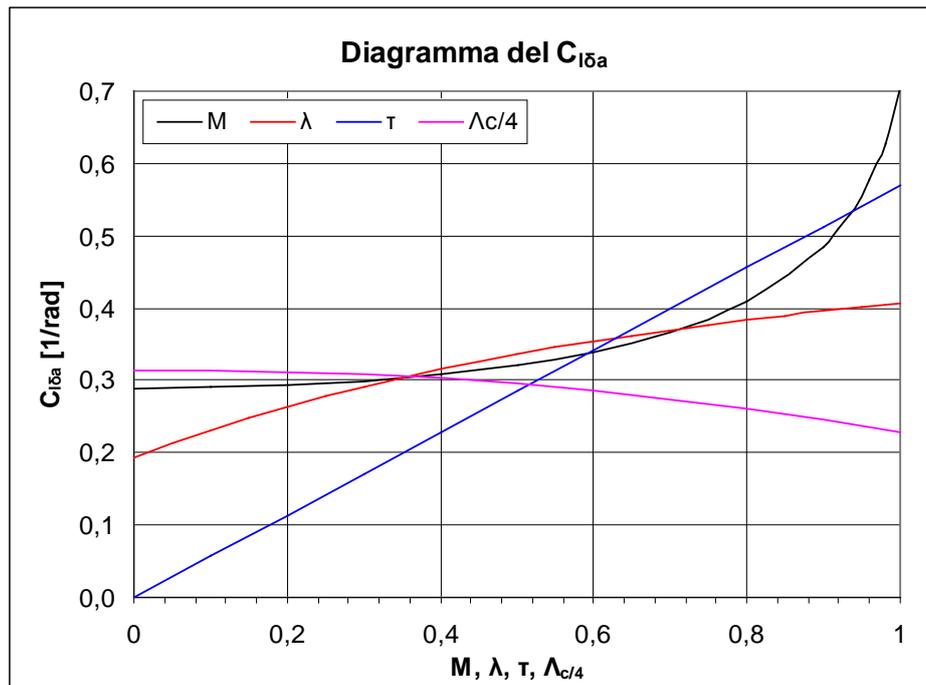


Figura 25 – Diagramma di $C_{l\delta_a}$ in funzione di M , λ , τ , $\Lambda_{c/4}$

La figura 25 ci dice che la *potenza di controllo di rollio* aumenta all'aumentare del numero di Mach M perché la portanza sviluppata dalla deflessione dell'alettone è proporzionale alla pressione dinamica e quindi alla velocità (dipendenza quadratica). Aumenta all'aumentare del rapporto di rastremazione λ perché aumentano le dimensioni delle corde e quindi aumenta la superficie disponibile dell'alettone (a parità di geometria dell'alettone) e la portanza sviluppata dalla deflessione dell'alettone è proporzionale alla superficie dell'alettone stesso. Aumenta all'aumentare del fattore di efficienza τ perché esso è proporzionale alla superficie dell'alettone e quindi vale il discorso fatto in precedenza. Interessante, invece, è la diminuzione di $C_{l\delta_a}$ all'aumentare di $\Lambda_{c/4}$. Fisicamente ciò può essere spiegato con il fatto che all'aumentare dell'angolo di freccia il flusso lungo l'ala tende a diventare parallelo alla linea di cerniera dell'alettone a causa della velocità di scorrimento che diventa sempre più elevata e ciò comporta una perdita di efficacia dell'alettone stesso. Tale fenomeno si esalta ad angoli di freccia superiori a 55° (ref. 3 pag. 104).

Effetto diedro

Per quanto riguarda il momento di rollio dovuto all'angolo di sideslip β , tale momento è detto anche effetto diedro, seguiamo il procedimento fatto da Raymer (ref. 8 pag. 439). L'effetto diedro risulta essere proporzionale sia all'angolo diedro che all'effetto dell'angolo di freccia e della posizione dell'ala rispetto alla fusoliera. Quindi, il contributo dovuto all'angolo diedro è dato dalla (35)

$$\left(C_{l_{\beta}}\right)_{\Gamma} = -\frac{C_{l_{\alpha}} \cdot \Gamma}{4} \cdot \left[\frac{2 \cdot (1 + 2\lambda)}{3 \cdot (1 + \lambda)} \right] \quad (35)$$

con Γ espresso in radianti.

Il contributo dato dalla posizione dell'ala rispetto alla fusoliera è dato dalla (36)

$$\left(C_{l_{\beta}}\right)_{wb} = -1.2 \cdot \frac{\sqrt{AR_w} \cdot z_{wb} \cdot (d_b + w_b)}{b^2} \quad (36)$$

con d_b e w_b l'altezza e la larghezza della fusoliera mentre z_b è la distanza verticale dell'ala dell'asse di fusoliera, positiva se al di sopra (*ala alta*).

Infine il contributo dato dall'angolo di freccia è valutato tramite la *figura 26*.

Quindi l'effetto diedro lo possiamo valutare come la somma di tre contributi

$$C_{l_{\beta_w}} = \left(\frac{C_{l_{\beta_w}}}{C_L} \right) C_L + \left(C_{l_{\beta}}\right)_{wb} + \left(C_{l_{\beta}}\right)_{\Gamma} \quad (37)$$

tramite la (37) possiamo valutare l'angolo diedro necessario per ottenere un valore di $C_{l_{\beta_w}}$ pari a $-0.1 [1/rad]$. Si osservi che tutti i termini dovrebbero essere negativi per garantire la stabilità tranne quello dovuto alla posizione dell'ala che è positivo (e quindi destabilizzante) per la configurazione del velivolo ad *ala bassa*.

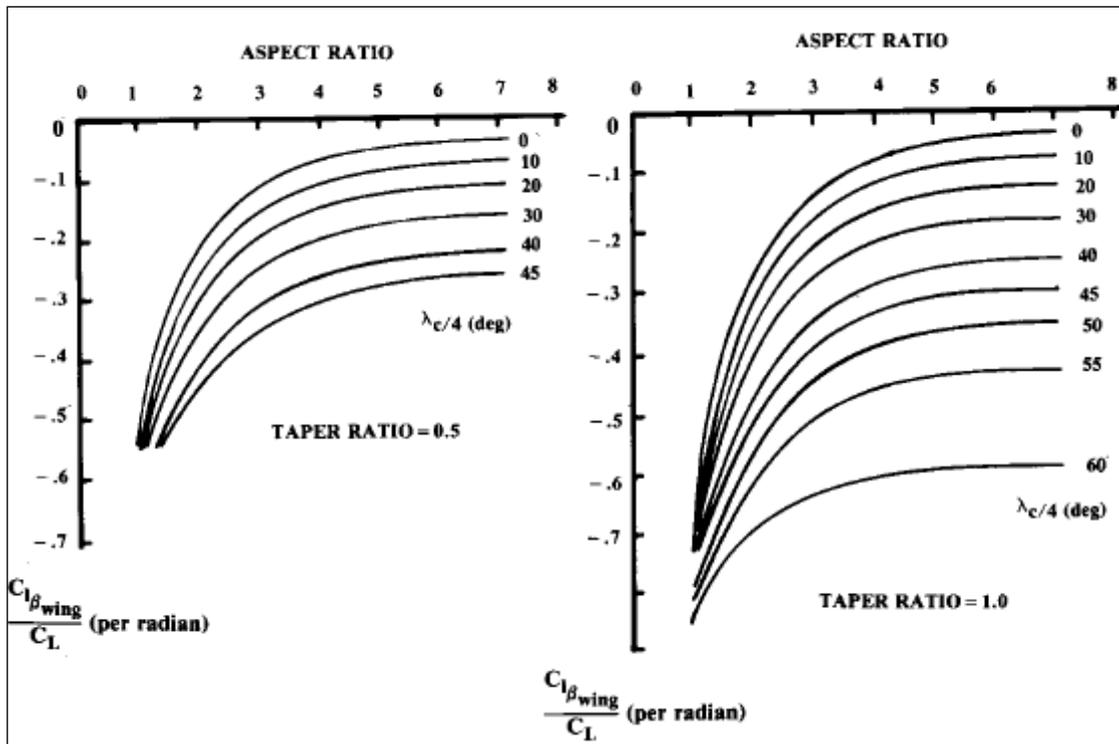


Figura 26 – Effetto diedro dovuto all'angolo di freccia

Nella (37) per il valore di C_L può essere utilizzato, in prima approssimazione, il valore del coefficiente di portanza di crociera $C_{L_{cr}}$ (ref. 7 pag. 149)

$$C_{L_{cr}} = \frac{(W_{TO} - 0.4 \cdot W_F)}{q \cdot S} = 0.14 \quad (38)$$

i valori W_{TO} e W_F possono essere ricavati dalla *tabella F*. Applicando la (37) ed risolvendola in Γ otteniamo

$$\Gamma = 0.118853 [rad] = 6.81 [gradi]$$

Nella *figura 27* è rappresentato l'andamento dell'angolo diedro necessario per una configurazione ad ala bassa al variare di $C_{L_{cr}}$ e parametrato in $C_{l_{\beta_w}}$.

Il diedro alare ha lo scopo di conferire automaticamente un carattere di stabilità trasversale al velivolo, provocando ogni qualvolta esso derapi, ovvero trasli rispetto all'aria con velocità V nella direzione dell'asse Y un momento di rollio l atto a sbandarlo lateralmente di un angolo tale che la portanza venga ad avere una componente sufficiente ad annullare la derapata. Un velivolo ha un effetto diedro

stabile se nasce un momento di rollio negativo in conseguenza di una derapata positiva, e viceversa (ref. 3 pag. 190).

In figura 27 si nota che all'aumentare del coefficiente di momento di rollio necessario al velivolo (*ala bassa*) dovuto all'angolo di sideslip aumenta (a parità di C_L) il valore di Γ necessario per avere la stabilità trasversale.

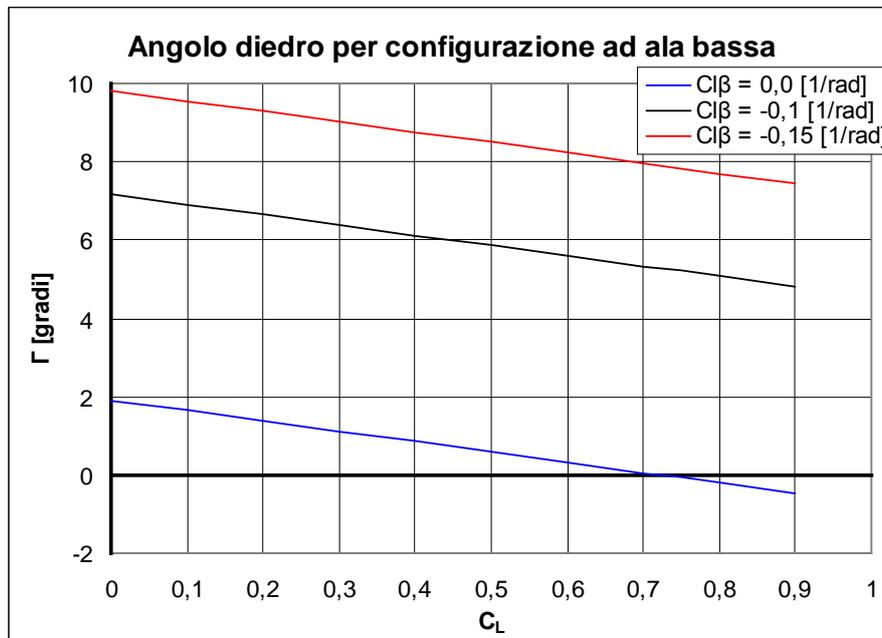


Figura 27 – Andamento di Γ al variare di C_L e parametrato in $C_{l\beta}$

Fissato l'effetto diedro richiesto, Γ diminuisce all'aumentare del coefficiente di portanza di crociera in quanto maggiore è il C_L e minore risulta essere l'effetto del flusso indotto sull'ala dalla presenza dell'angolo di sideslip β , flusso che tende a far ruotare il velivolo attorno all'asse X in senso antiorario (e quindi positivo).

In figura 28 è rappresentato l'andamento dell'angolo diedro necessario per un fissato valore di $C_{l\beta}$ per le tre configurazioni tipo dell'ala. Come già accennato la

configurazione ad *ala bassa* è destabilizzante e quindi richiede un angolo diedro maggiore di quello necessario per la altre due configurazioni.

Si nota anche che la maggior parte dei velivoli che utilizzano una configurazione ad *ala alta* presentano un angolo diedro negativo per assicurare la stabilità trasversale.

La configurazione ad *ala alta* ha un effetto diedro negativo intrinseco, per un angolo di sideslip positivo, e poiché tale effetto non deve essere elevato (eccesso di stabilità e mancanza di manovrabilità) né basso (eccesso di manovrabilità e mancanza di

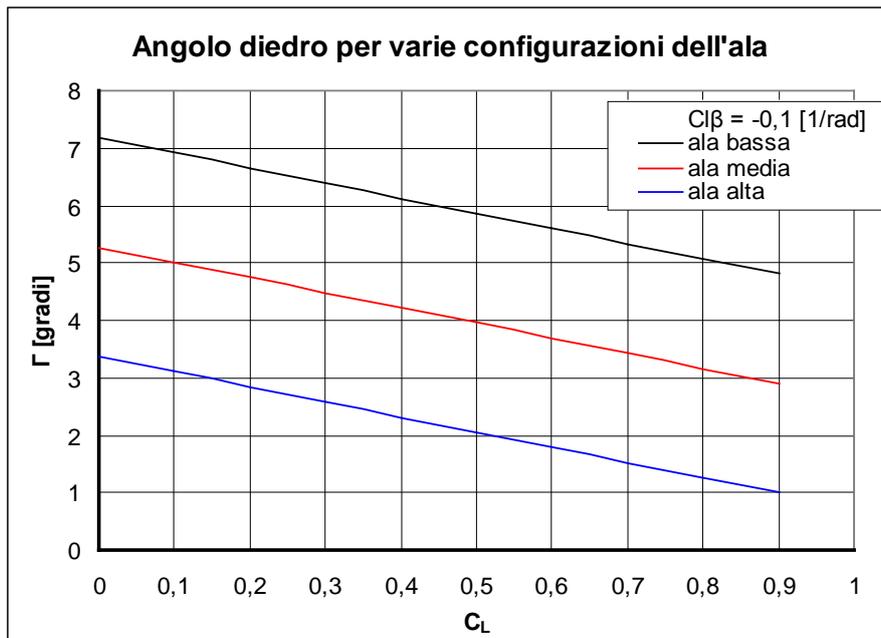


Figura 28 – Andamento di Γ al variare di C_L per varie configurazioni dell'ala

stabilità) è necessario un Γ negativo per ridurlo. I valori utilizzati per la figura 27 e la figura 28 sono riportati in appendice nella tabella G.

In figura 29 è riportato il diagramma di Γ in funzione del numero di Mach M , del

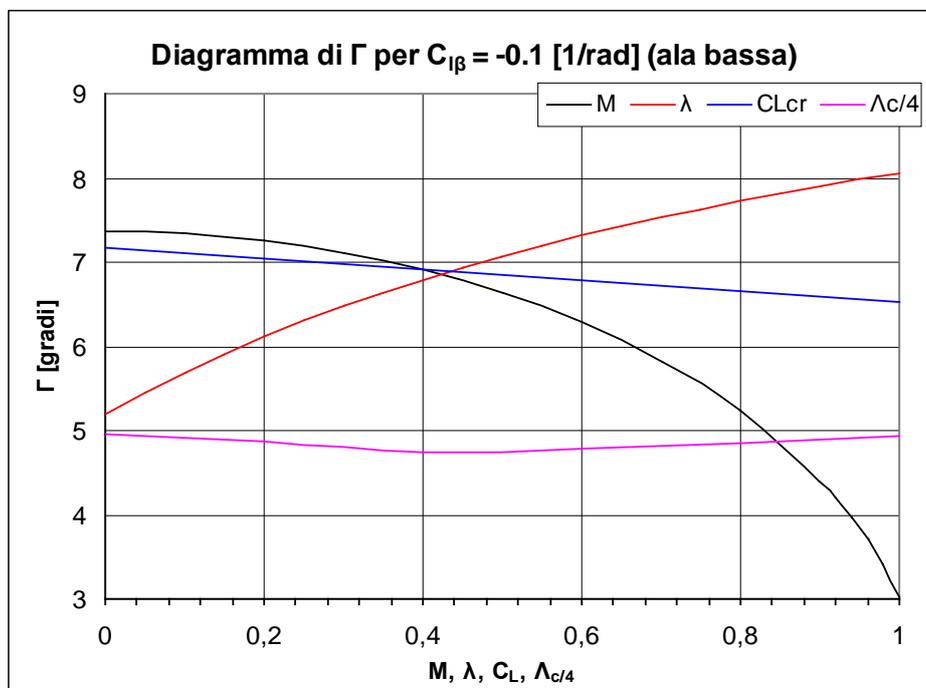


Figura 29 - Diagramma di $C_{l\beta}$ in funzione di M , λ , C_L , $\Lambda_{c/4}$ (ala bassa)

rapporto di rastremazione λ , del coefficiente di portanza di crociera C_L e dell'angolo

di freccia $A_{c/4}$. Da notare che il valore di $A_{c/4}$ è scalato di un fattore pari a 50 (ad esempio, se voglio ricavare il valore di Γ quando il mio angolo di freccia ha un valore $A_{c/4}=30^\circ$, divido l'angolo per 50, ottengo così il valore 0.6 che utilizzo per entrare nel diagramma e trovare il valore di Γ).

Appendice

Tabella A – Parametri e valori utilizzati per la figure 14 e la figura 15

	$S_v [m^2]$	$\Lambda_{c/2v} [gradi]$	$\Lambda_{c/4v} [gradi]$	AR_v	$l_v [m]$	$b_v [m]$	λ_v	$c_{rv} [m]$	$c_{tv} [m]$	c_{vt}
1	9,566	20,00	34,52	0,80	4,152	2,766	0,39	4,975	1,940	0,123
2	5,343	20,00	27,34	2,00	4,152	3,269	0,39	2,352	0,917	0,069
3	3,554	20,00	23,89	5,00	4,152	4,216	0,39	1,213	0,473	0,046
4	6,343	20,00	29,10	1,50	4,152	3,085	0,39	2,959	1,154	0,082

Tabella B – Parametri e valori utilizzati per la figure 16 e la figura 17

	$S_v [m^2]$	$\Lambda_{c/2v} [gradi]$	$\Lambda_{c/4v} [gradi]$	AR_v	$l_v [m]$	$b_v [m]$	λ_v	$c_{rv} [m]$	$c_{tv} [m]$	c_{vt}
1	6,343	20,00	29,10	1,50	4,152	3,085	0,39	2,959	1,154	0,082
2	6,442	30,00	37,65	1,50	4,152	3,108	0,39	2,982	1,163	0,083
3	6,613	40,00	46,01	1,50	4,152	3,150	0,39	3,021	1,178	0,085
4	6,914	50,00	54,32	1,50	4,152	3,220	0,39	3,089	1,205	0,089

Tabella C – Parametri e valori utilizzati per la figure 18 e la figura 19

	$S_v [m^2]$	$\Lambda_{c/2v} [gradi]$	$\Lambda_{c/4v} [gradi]$	AR_v	$l_v [m]$	$b_v [m]$	λ_v	$c_{rv} [m]$	$c_{tv} [m]$	c_{vt}
1	6,343	20,00	29,10	1,50	4,152	3,085	0,39	2,959	1,154	0,082
2	6,343	30,00	37,51	1,50	4,152	3,125	0,39	2,921	1,139	0,082
3	6,343	40,00	45,70	1,50	4,152	3,203	0,39	2,849	1,111	0,082
4	6,343	50,00	53,83	1,50	4,152	3,373	0,39	2,706	1,055	0,082

*Tabella D – Dati geometrici dell'ala per alcuni velivoli della categoria business jet
(Roskam – Part II - Preliminary Configuration Design and Integration of the Propulsion System)*

Table 6.3 Business Jets: Wing Geometric Data							
Type	Dihedral Angle, Γ_w	Incidence Angle, i_w	Aspect Ratio, A	Sweep Angle, $\Lambda_{c/4}$	Taper Ratio, λ_w	Max. Speed, V_{max}	Wing Type
	deg.	root/tip deg.		deg.		kts	
DASSAULT/BREGUET							
Falcon 10	1.5	NA	7.1	27	0.36	492(25K)	ctl/low
Falcon 20P	2	1.5	6.4	30	0.31	465(25K)	ctl/low
Falcon 50	0	NA	7.6	24	0.32	475	ctl/low
CESSNA							
Citation I 500	4	2.5/-0.5	7.8	0	0.39	277(28K)	ctl/low
Citation II	4.7	NA	8.3	2	0.32	277(28K)	ctl/low
Citation III	2.8	NA	8.9	25	0.35	472(33K)	ctl/low
GATES LEARJET							
24	2.5	1	5.0	13	0.50	473(31K)	ctl/low
35A	2.5	1	5.7	13	0.50	464	ctl/low
55	2.9	NA	7.3	13	0.42	470(30K)	ctl/low
IAI							
1124 Westw. I	2	1/-1	6.5	5	0.33	471	ctl/mid
1125 Astra	2.6 (out)	NA	8.8	34/25 at LE	0.30	472(35K)	ctl/low
Canadair CL601							
2.3	3	3	8.5	25	0.26	450	ctl/low
BAe 125-700							
2	2.1/-0.3	6.3	20	0.28	436(28K)	ctl/low	
GA Gulfst. III							
3	3.5/-0.5	6.5	28	0.31	487	ctl/low	
Mu Diamond I							
2.7	3/-3.5	7.5	20	0.35	431(30K)	ctl/low	
L. Jetstar II							
2	1/-1	5.3	30	0.37	475(30K)	ctl/low	

ctl = cantilever (30K) = 30,000 ft altitude

Tabella E – Dati relativi ai profili NACA

Table E.1a Experimental Low Speed Data for 4- and 5- Digit NACA Airfoils with a Smooth Leading Edge and for $R_{\mu} = 9 \times 10^6$ (Ref. 16)

Airfoil	α_{0L} (deg)	c_{m0}	$c_{l\alpha}$ (deg ⁻¹)	a.c. (tenths c)	$\alpha_{c_{lmax}}$ (deg)	c_{lmax}	α^* (deg)
0006	0	0	.108	.250	9.0	.92	9.0
0009	0	0	.109	.250	13.4	1.32	11.4
1408	0.8	-.023	.109	.250	14.0	1.35	10.0
1410	-1.0	-.020	.108	.247	14.3	1.50	11.0
1412	-1.1	-.025	.108	.252	15.2	1.58	12.0
2412	-2.0	-.047	.105	.247	16.8	1.68	9.5
2415	-2.0	-.049	.106	.246	16.4	1.63	10.0
2418	-2.3	-.050	.103	.241	14.0	1.47	10.0
2421	-1.8	-.040	.103	.241	16.0	1.47	8.0
2424	-1.8	-.040	.098	.231	16.0	1.29	8.4
4412	-3.8	-.093	.105	.247	14.0	1.67	7.5
4415	-4.3	-.093	.105	.245	15.0	1.64	8.0
4418	-3.8	-.088	.105	.242	14.0	1.53	7.2
4421	-3.8	-.085	.103	.238	16.0	1.47	6.0
4424	-3.8	-.082	.100	.239	16.0	1.38	4.8
23012	-1.4	-.014	.107	.247	18.0	1.79	12.0
23015	-1.0	-.007	.107	.243	18.0	1.72	10.0
23018	-1.2	-.005	.104	.243	16.0	1.60	11.8
23021	-1.2	0	.103	.238	15.0	1.50	10.3
23024	-0.8	0	.097	.231	15.0	1.40	9.7

Airfoil	α_{0L} (deg)	c_{m0}	$c_{l\alpha}$ (deg ⁻¹)	a.c. (tenths c)	$\alpha_{c_{lmax}}$ (deg)	c_{lmax}	α^* (deg)
63-006	0	.005	.112	.258	10.0	.87	7.7
63-009	0	0	.111	.258	11.0	1.15	10.7
63-206	-1.9	-.037	.112	.254	10.5	1.06	6.0
63-209	-1.4	-.032	.110	.262	12.0	1.40	10.8
63-210	-1.2	-.035	.113	.261	14.5	1.56	9.6
63 ₁ -012	0	0	.116	.265	14.0	1.45	12.8
63 ₁ -212	-2.0	-.035	.114	.263	14.5	1.63	11.4
63 ₁ -412	-2.8	-.075	.117	.271	15.0	1.77	9.6
64-006	0	0	.109	.256	9.0	.8	7.2
64-009	0	0	.110	.262	11.0	1.17	10.0
64-206	-1.0	-.040	.110	.253	12.0	1.03	8.0
64-209	-1.5	-.040	.107	.261	13.0	1.40	8.9
64-210	-1.6	-.040	.110	.258	14.0	1.45	10.8
64 ₁ -012	0	0	.111	.262	14.5	1.45	11.0
64 ₁ -212	-1.3	-.027	.113	.262	15.0	1.55	11.0
64 ₁ -412	-2.6	-.065	.112	.267	15.0	1.67	8.0

Airfoil	α_{0L} (deg)	c_{m0}	$c_{l\alpha}$ (deg ⁻¹)	a.c. (tenths c)	$\alpha_{c_{lmax}}$ (deg)	c_{lmax}	α^* (deg)
65-006	0	0	.105	.258	12.0	.92	7.6
65-009	0	0	.107	.264	11.0	1.08	9.8
65-206	-1.6	-.031	.105	.257	12.0	1.03	6.0
65-209	-1.2	-.031	.106	.259	12.0	1.30	10.0
65-210	-1.6	-.034	.108	.262	13.0	1.40	9.6
65 ₁ -012	0	0	.110	.261	14.0	1.36	10.0
65 ₁ -212	-1.0	-.032	.108	.261	14.0	1.47	9.4
65 ₁ -412	-3.0	-.070	.111	.265	15.5	1.66	10.5
63A010	0	.005	.105	.254	13.0	1.20	10.0
63A210	-1.5	-.040	.103	.257	14.0	1.43	10.0
64A010	0	0	.110	.253	12.0	1.23	10.0
64A210	-1.5	-.040	.105	.251	13.0	1.44	10.0
64A410	-3.0	-.080	.100	.254	15.0	1.61	10.0
64 ₁ A212	-2.0	-.040	.100	.252	14.0	1.54	11.0
64 ₂ A215	-2.0	-.040	.095	.252	15.0	1.50	12.0

Tabella F – Dati per la stima dei pesi per alcuni velivoli della categoria business jet
(Roskam - Part I - Preliminary Sizing of Airplanes)

No.	Type	Gross Take-off Weight, W_{TO} (lbs)	Empty Weight, W_E (lbs)	Maximum Landing Weight, W_{Land} (lbs)	Max. Internal Fuel Weight, W_{MIF} (lbs)
1	Canadair Cl-601 DASSAULT-BREGUET	41,650	19,960	36,000	16,725
2	Falcon 20F	28,660	16,600	19,685	9,170
3	Falcon 10	18,740	10,760	17,640	5,910
4	Falcon 50	38,800	19,840	35,715	15,520
5	IAI Westwind 2	22,850	12,300	19,000	8,515
6	Bae-700 CESSNA	25,500	12,845	22,000	9,288
7	Citation I	11,850	6,605	11,350	3,780
8	Citation II	13,300	7,196	12,700	5,009
9	Citation III GATES LEARJET	20,000	10,951	16,500	7,155
10	Learjet 55	19,500	12,130	17,000	6,707
11	Learjet 24	13,500	7,064	11,880	5,628
12	Learjet 25	15,000	7,650	13,300	6,098
13	Gulfstream IIB	68,200	38,750	58,500	28,300
14	Lockheed Jetstar	43,750	23,828	36,000	14,253
15	Mitsub. Diamond I	14,630	9,100	13,200	4,260
16	Rockw. Sabrel. 65	24,000	13,400	21,755	8,626
17	Foxjet (not built)	4,550	2,408	N.A.	N.A.
18	Piaggio PD-808	18,000	10,650	16,000	6,445
19	HFB320 Hansa	20,280	11,775	19,400	6,084

Tabella G – Valori utilizzati per la figura 27 e la figura 28

	ala bassa			ala alta	ala media
$C_{l\beta}$ [1/rad]	0	-0,1	-0,15	-0,1	-0,1
C_{Lcr}	Γ [gradi]				
0	1,91	7,18	9,82	3,37	5,27
0,1	1,64	6,92	9,55	3,10	5,01
0,2	1,38	6,65	9,29	2,84	4,75
0,3	1,12	6,39	9,02	2,58	4,48
0,4	0,85	6,12	8,76	2,31	4,22
0,5	0,59	5,86	8,50	2,05	3,95
0,6	0,32	5,60	8,23	1,78	3,69
0,7	0,06	5,33	7,97	1,52	3,43
0,8	-0,20	5,07	7,71	1,26	3,16
0,9	-0,47	4,81	7,44	0,99	2,90
1	-0,73	4,54	7,18	0,73	2,64
1,1	-0,99	4,28	6,92	0,47	2,37
1,2	-1,26	4,02	6,65	0,20	2,11
$C_{l\beta} = 0,0$ [1/rad]					
$C_{l\beta} = -0,1$ [1/rad]					
$C_{l\beta} = -0,15$ [1/rad]					

References

1. *Calcara – Elementi di Dinamica del Volo*
2. *John D. Anderson, Jr. – Aircraft Performance and Design*
3. *Lausetti, Filippi – Elementi di Meccanica del Volo*
4. *Perkins – Airplane Performance, Stability and Control*
5. *Roskam – Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls (I)*
6. *Roskam – (Part I) - Preliminary Sizing of Airplanes*
7. *Roskam – (Part II) - Preliminary Configuration Design and Integration of the Propulsion System*
8. *Roskam – (Part VI) - Preliminary Calculation of Aerodynamic, Thrust and Power Characteristics*
9. *Raymer – Aircraft Design - A Conceptual Approach*
10. *Torenbeek Egbert – Synthesis of Subsonic Airplane Design*

Università degli studi di Napoli FEDERICO II



Esercizio: Dimensionamento del piano verticale di coda

Dimensionare il piano verticale di coda di un velivolo di assegnate caratteristiche geometriche affinché il velivolo completo abbia $C_{n_\beta} = 0.1 [\text{rad}^{-1}]$ alla velocità di 150 m/s al livello del mare.

Legenda dei simboli

$()_{w, v, h, f}$	pedici indicanti rispettivamente: ala, piano verticale ed orizzontale di coda, fusoliera	AR	allungamento
cma, \bar{c}	corda media aerodinamica	Λ	angolo di freccia
b	apertura alare	λ	rapporto di rastremazione
l_f	lunghezza della fusoliera	c^r, c^t	corda di radice e di estremità
$d_{f, max}$	diametro massimo della fusoliera	S_{f_s}	“body side area”
x_{ac}	posizione del centro aerodinamico	W_f	profondità massima della fusoliera
$l_v(l_H)$	distanza del fuoco del piano di coda verticale (orizzontale) dal baricentro del velivolo	$Re_{L_{ref}} = \frac{V_{ref} L_{ref}}{\nu}$	numero di <i>Reynolds</i> riferito alla lunghezza L_{ref}
		ν	viscosità cinematica

Dati del velivolo

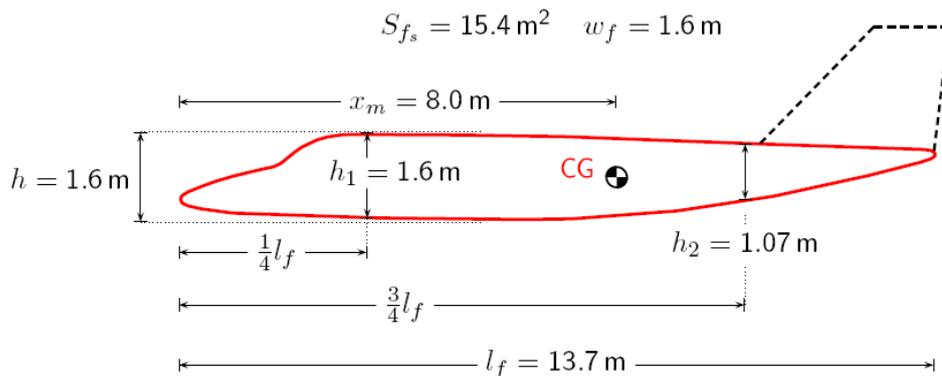


Figura 1 – Dati della fusoliera

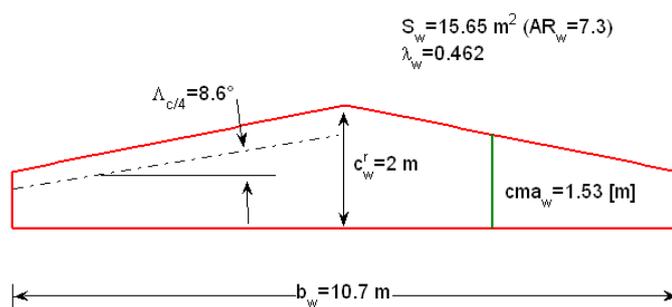


Figura 2 – Dati dell'ala

Svolgimento

Nell'ipotesi di assetti non troppo cabrati stimo il coefficiente C_{n_β} del velivolo totale come:

$$C_{n_\beta} = C_{n_\beta}^{Fusoliera} + C_{n_\beta}^{V(WBH)} \quad (1)$$

Ossia si trascura l'effetto dovuto all'ala, che diventa invece significativo per alti angoli d'attacco.

Contributo della fusoliera

Utilizzo la formula: $C_{n_\beta}^{Fusoliera} = -57.3 K_N K_{Re_{l_f}} \frac{S_{f_s} l_f}{S_w b_w} [rad^{-1}] \quad (2)$

In cui:

- K_N è un fattore empirico che modella l'interferenza ala-fusoliera, ottenuto dal diagramma in figura 3.

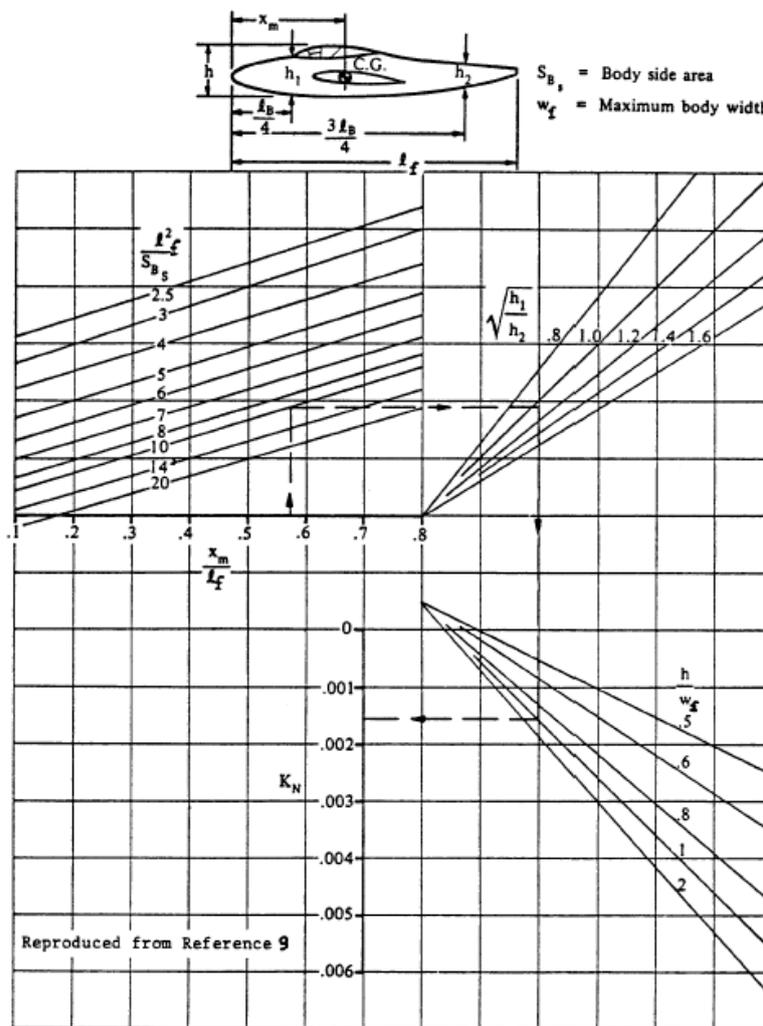


Figura 3 – Fattore empirico

Nel caso in analisi: $\frac{x_m}{l_f} = \frac{8[m]}{13.7[m]} = 0.584$, $\frac{l_f^2}{S_{f_s}} = \frac{13.7^2[m^2]}{15.4[m^2]} = 12.2$, $\sqrt{\frac{h_1}{h_2}} = \sqrt{\frac{1.6}{1.07}} = 1.22$, $\frac{h}{w_f} = 1$ e quindi: $K_N = 1.53 \cdot 10^{-3}$.

- $K_{Re_{l_f}}$ è un fattore di correzione funzione del numero di *Reynolds* della fusoliera, ricavato dalla tabella in figura 4.

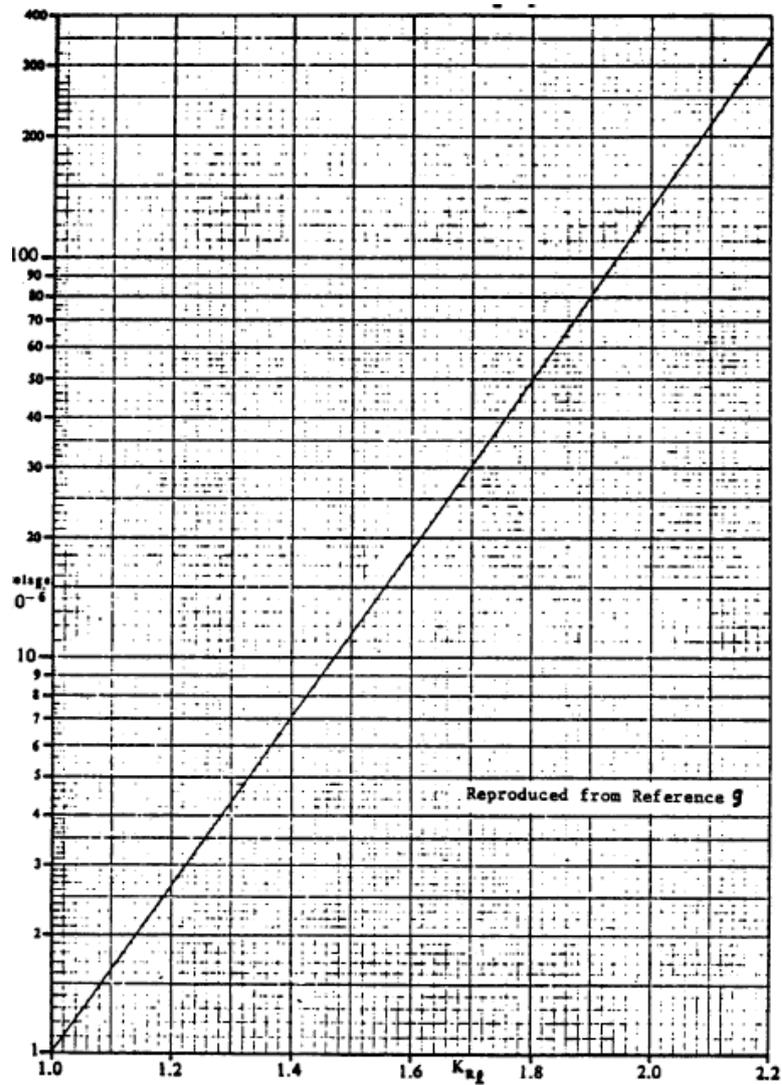


Figura 4 – Fattore di correzione del Re_{l_f}

Nel caso in analisi: $Re_{l_f} = 1.41 \cdot 10^8$ da cui: $K_{Re_{l_f}} = 2$.

In definitiva valutando la (2): $C_{n\beta}^{Fusoliera} = -0.221 [rad^{-1}]$.

$$V = 150 [m/s], v_{livello\ del\ mare} = 0.00001460 [m^2/s]$$

Dimensionamento del piano di coda verticale

Valuto il contributo al $C_{n\beta}$ del piano verticale mediante la relazione:

$$C_{n\beta}^{V(WBH)} = \frac{S_v l_v}{S_w b_w} \eta_v \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) C_{L\alpha}^{V(WBH)} \quad (3)$$

Con:

- $\eta_v \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) = 0.724 + \frac{3.06}{1 + \cos \Lambda_{c/4}^w} \frac{S_v}{S_w} + 0.4 \frac{z_w}{d_{max_f}} + 0.009 AR_w$ (4) in cui z_w è la distanza dall'asse della fusoliera del punto ad un quarto della corda di radice come illustrato nella figura seguente:

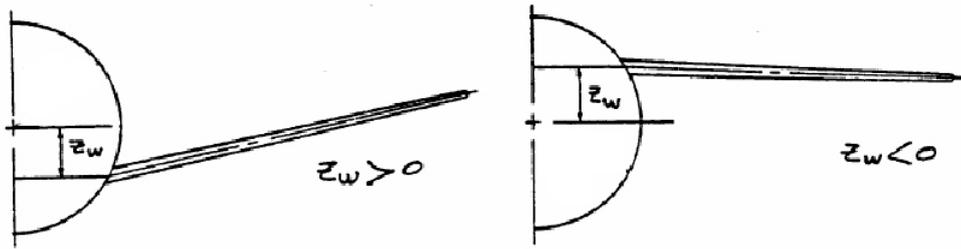


Figura 5 – Parametro z_w per ala bassa ed ala alta

Assumo: $z_w = 0.5 [m]$ (ala bassa).

- $C_{L\alpha}^{V(WBH)} = \frac{2\pi AR_{v, eff}}{2 + \sqrt{4 + \left(\frac{2\pi}{C_{L\alpha}} \beta AR_{v, eff} \right)^2 \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/2}^v}{\beta^2} \right)}}$, $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ (5).
- $AR_{v, eff} = \frac{A_{V(F)}}{A_V} AR_v \left[1 + K_{VH} \left(\frac{A_{V(HF)}}{A_{V(F)}} - 1 \right) \right]$ (6) è l'allungamento effettivo che caratterizza il piano verticale di coda in presenza del piano orizzontale di coda e della fusoliera.

I fattori che caratterizzano l'interferenza sono:

- $\frac{A_{V(HF)}}{A_{V(F)}}$ fattore d'interferenza funzione della posizione del piano orizzontale di coda rispetto al piano verticale, dedotto dal grafico in figura 6.

Nel caso in analisi assumo: $\begin{cases} \frac{x_{ca}^H}{C_H^r} = 0.5 \\ \frac{h_H}{b_v} = 0 \text{ (piano basso)} \end{cases} \rightarrow \frac{A_{V(HF)}}{A_{V(F)}} = 1.03.$

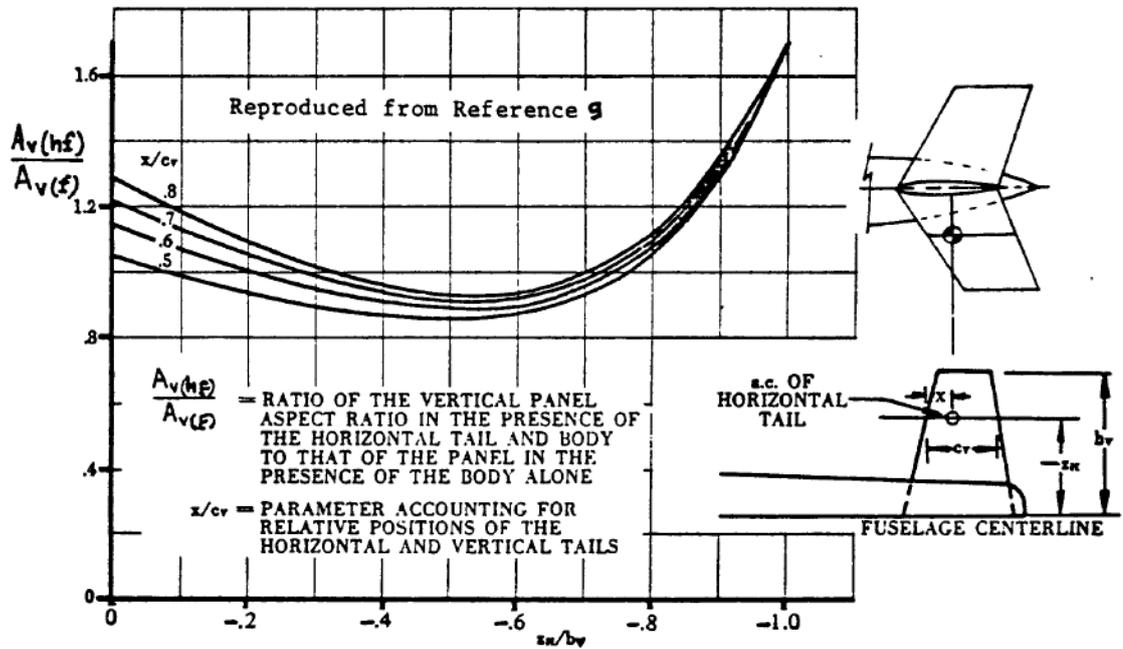


Figura 6 – Fattore d’interferenza piano orizzontale-verticale-fusoliera

- K_{VH} fattore d’interferenza dovuto al piano orizzontale (“end plate effect”), funzione del rapporto tra le superfici di piano orizzontale e verticale come illustrato in figura 7; assunto come superficie del piano orizzontale: $S_H = 3.5 [m^2]^i$.

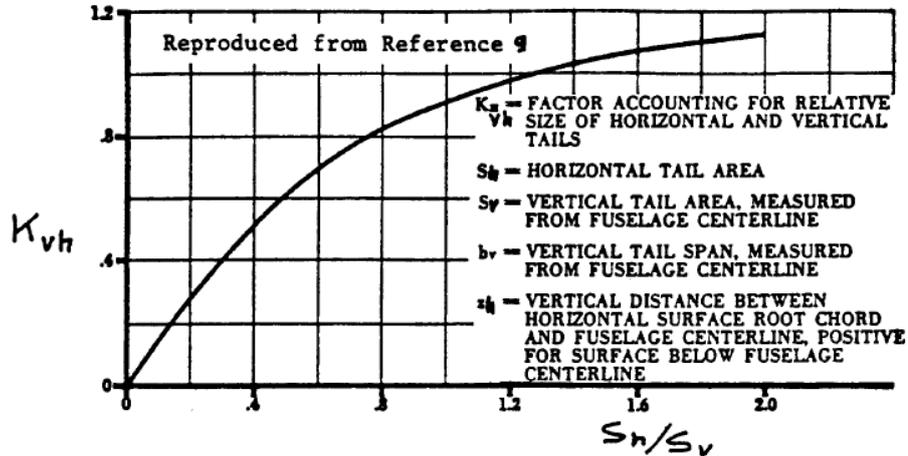


Figura 7 – Fattore d’interferenza dovuto all’ “end plate effect”

- $\frac{A_{v(F)}}{A_v}$ fattore d’interferenza dovuto alla fusoliera, funzione delle dimensioni relative di piano verticale e fusoliera e rapporto di rastremazione del piano verticale come illustrato in figura 8.

ⁱ Assumendo $R_H = \frac{S_H l_H}{S_w c_w} \approx 0.7$ dal confronto con velivoli simili

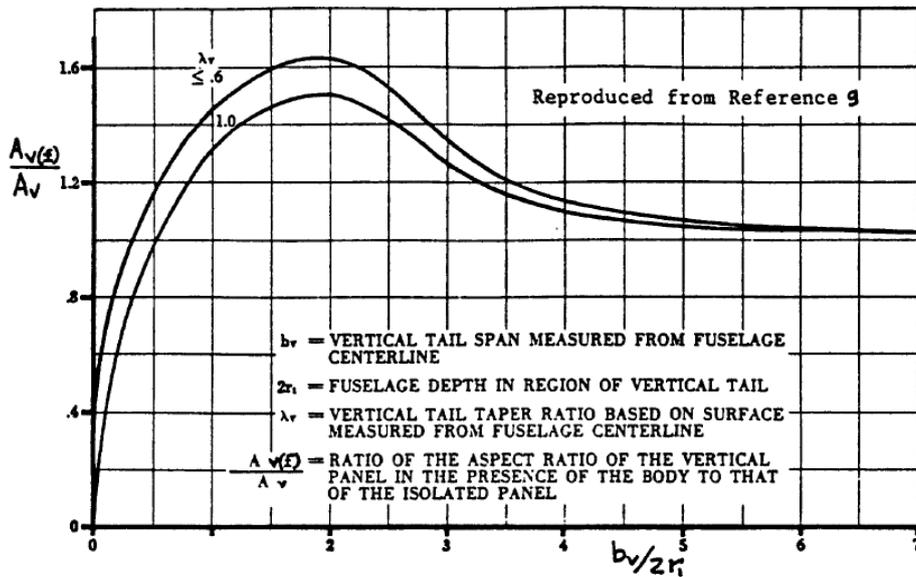


Figura 8 – Fattore d'interferenza dovuto alla fusoliera

Parametri geometrici: incognite del dimensionamento

I parametri geometrici che definiscono compiutamente il piano verticale, e che quindi sono oggetto del dimensionamento sono: S_v , b_v , c_v^r , l_v , λ_v , AR_v , $\Lambda_{c/2}^v$.

Tali parametri non sono tutti indipendenti tra loro, le semplici relazioni geometriche intercorrenti tra di essi sono:

$$(I) AR_v = \frac{b_v^2}{S_v}$$

$$(II) S_v = c_v^r (1 + \lambda_v) \frac{b_v}{2}$$

$$(III) \tan(90^\circ - \Lambda_{c/2}^v) = \frac{2b_v}{c_v^r (1 - \lambda_v)} \quad i$$

$$(IV) l_v = 5.7 - c_v^r \left[\frac{3}{4} - \frac{3}{8} (1 - \lambda_v) \right] \quad ii$$

Una quinta relazione si ottiene quindi imponendo il requisito di dimensionamento:

$$(V) C_{n\beta}^{V(WBH)} = 0.1 - C_{n\beta}^{WBH} = 0.331 [rad^{-1}]$$

In definitiva è possibile fissare due dei sette parametri geometrici introdotti per definire il dimensionamento del piano entro i requisiti imposti.

Le altre relazioni utilizzate sono le seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_{le}^v = 90^\circ - \tan^{-1} \left[\frac{3}{4} \tan(90^\circ - \Lambda_{c/4}^v) \right] \\ \Lambda_{c/2}^v = 90^\circ - \tan^{-1} \left[\frac{3}{2} \tan(90^\circ - \Lambda_{c/4}^v) \right] \end{array} \right. \quad (7).$$

ⁱ assumendo il bordo d'uscita verticale

ⁱⁱ assumendo che il centro aerodinamico del piano verticale sia collocato al 50% dell'apertura del piano ed al 25% della corda (la bontà di tale assunzione sarà valutata in seguito) e che il piano finisca dove finisce la fusoliera

Tecnica di risoluzione

Riesco ad esprimere il problema in termini di ricerca degli zeri di una funzione di una variabile agendo come segue:

fisso la freccia del piano ad un quarto della corda $\Lambda_{c/4}^v$ (parametro della soluzione) e per ogni l_v (fatto variare da 0[m] alla grandezza definita dalla distanza del baricentro del velivolo dalla fine della fusoliera, ossia 5.7[m]) risolvo l'equazione trascendente costituita dalla relazione (V):

$$f(\lambda_v) = C_{n\beta}^{V(WBH)} + C_{n\beta}^{WBH} - 0.1 = 0 \quad (8)$$

Fissando la coppia $(\bar{\Lambda}_{c/4}^v, \bar{l}_v)$ è possibile infatti esplicitare la (V) in funzione dell'unica incognita λ_v utilizzando le relazioni già introdotte e qui di seguito opportunamente manipolate:

$$(\bar{\Lambda}_{c/4}^v, \bar{l}_v) \rightarrow \begin{cases} c_v^r = \frac{5.7 - \bar{l}_v}{\frac{3}{4} - \frac{3}{8}(1 - \lambda_v)} \\ \Lambda_{c/2}^v = 90^\circ - \tan^{-1} \left[\frac{3}{2} \tan(90^\circ - \bar{\Lambda}_{c/4}^v) \right] \\ b_v = \tan(90^\circ - \Lambda_{c/2}^v) \frac{c_v^r}{2} (1 - \lambda_v) \\ S_v = c_v^r (1 + \lambda_v) \frac{b_v}{2} \\ AR_v = \frac{b_v^2}{S_v} \end{cases} \quad (9)$$

Risolvo infine la (8) col metodo di bisezione (la funzione presenta due zeri di cui uno non ha significato fisico in quanto è associato ad un'estensione del piano verticale fin'oltre il baricentro del velivolo).

Velivoli simili (monopropulsi ad elica tratti da: Roskam, Airplane Design)

Velivolo	$S_w [m^2]$	$b_w [m]$	AR_w	$S_v [m^2]$	$l_v [m]$	R_v	$S_H [m^2]$	R_H
Cessna Skywagon 207	16.2	10.9	7.33	1.49	5.45	0.046	4.17	0.92
Lance	16.3	10	6.13	1.28	4.71	0.037	3.21	0.61

Risultati ottenuti

Rappresento la superficie in funzione degli altri parametri geometrici per le soluzioni che si ottengono al variare di l_v e per tre angoli di freccia.

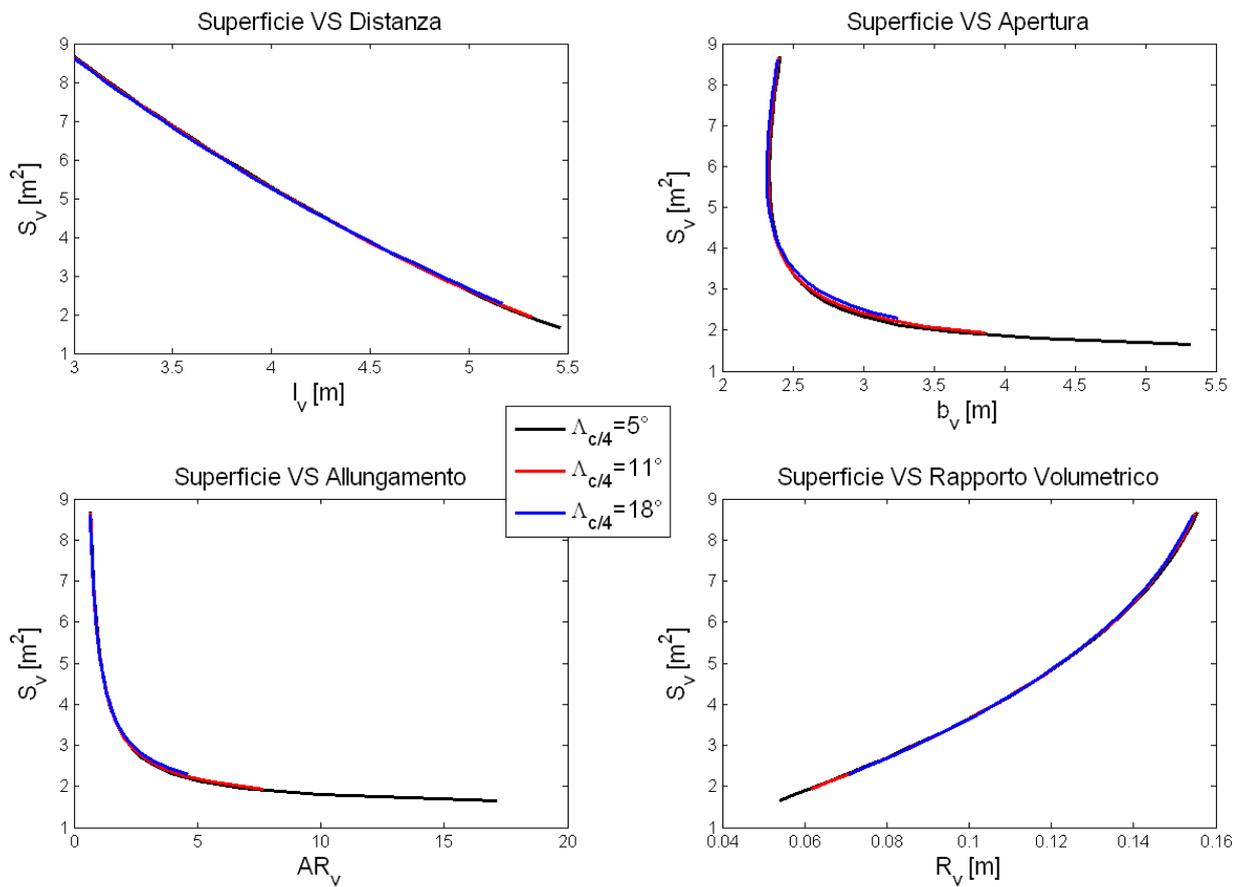


Figura 9

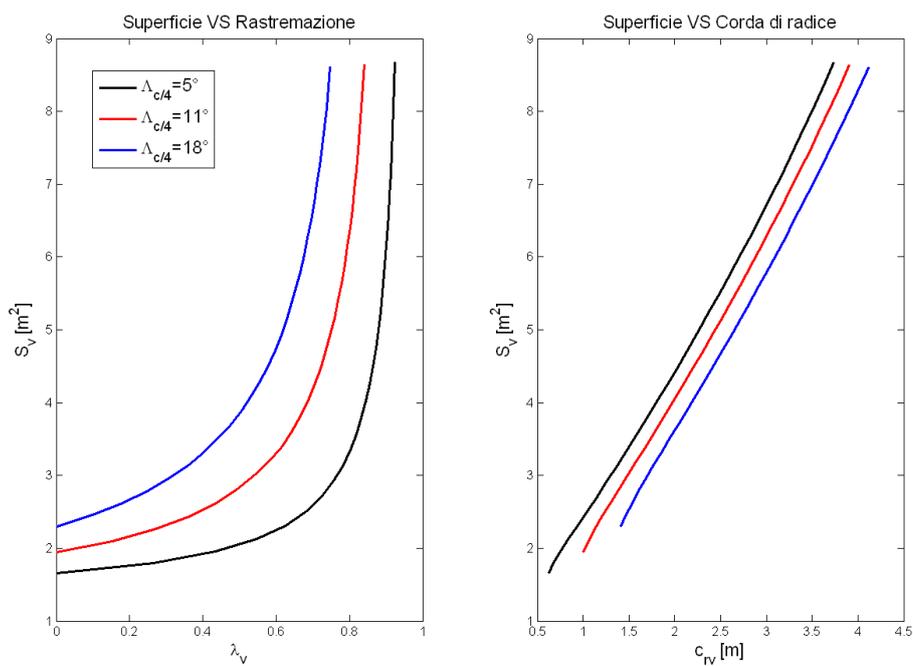


Figura 10

Gli altri parametri geometrici in funzione di l_v :

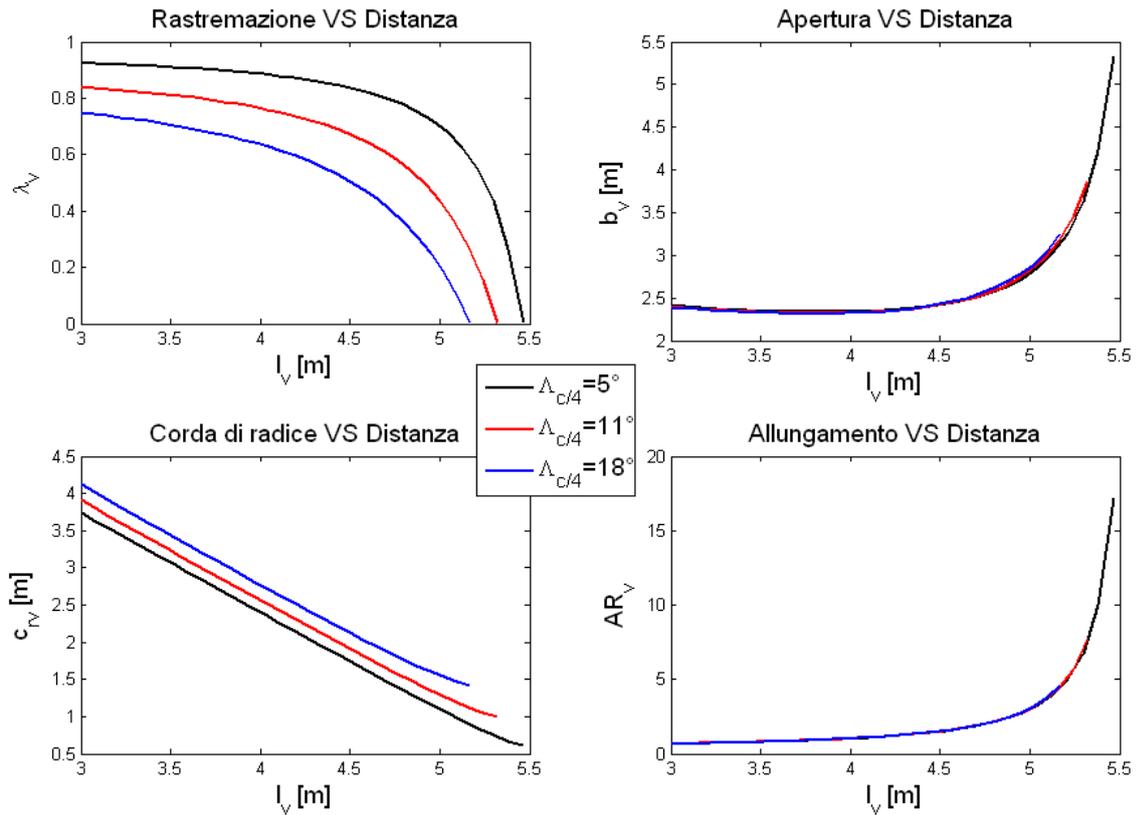


Figura 11

Allungamento effettivo e parametri da cui esso dipende:

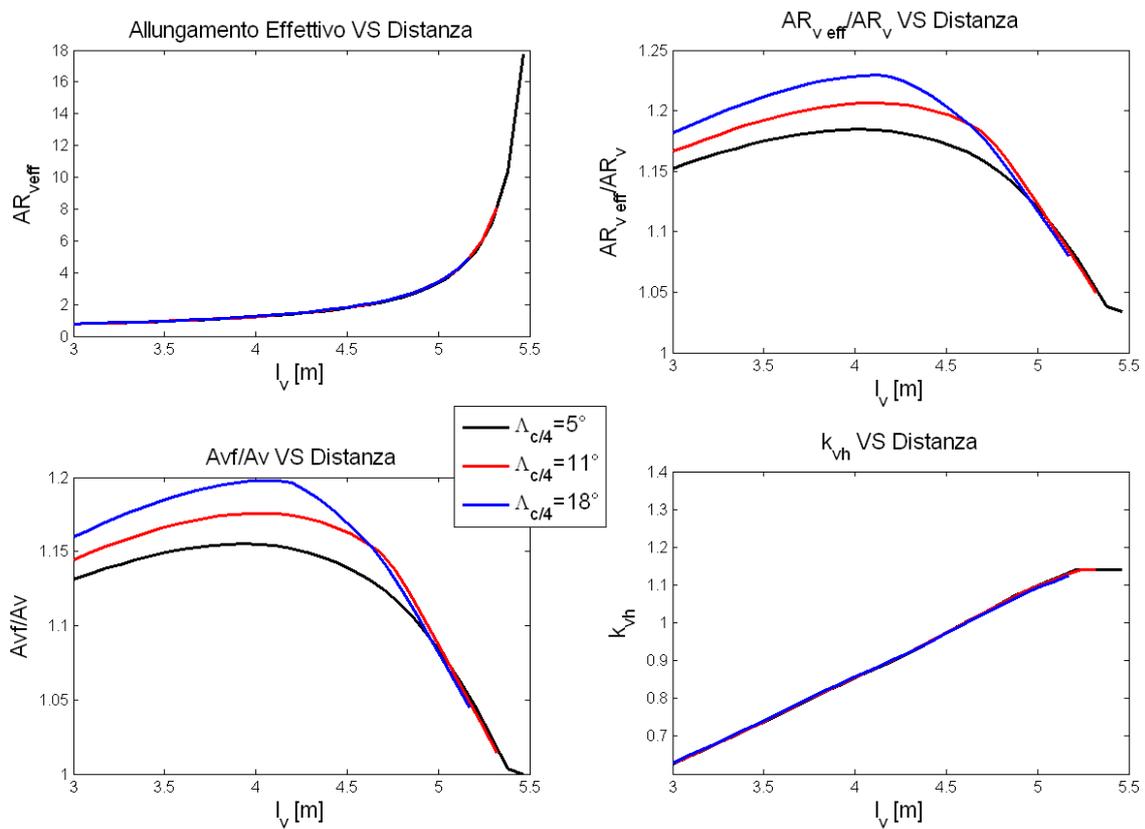


Figura 12

Gradiente della retta di portanza del piano verticale ed altre grandezze coinvolte:

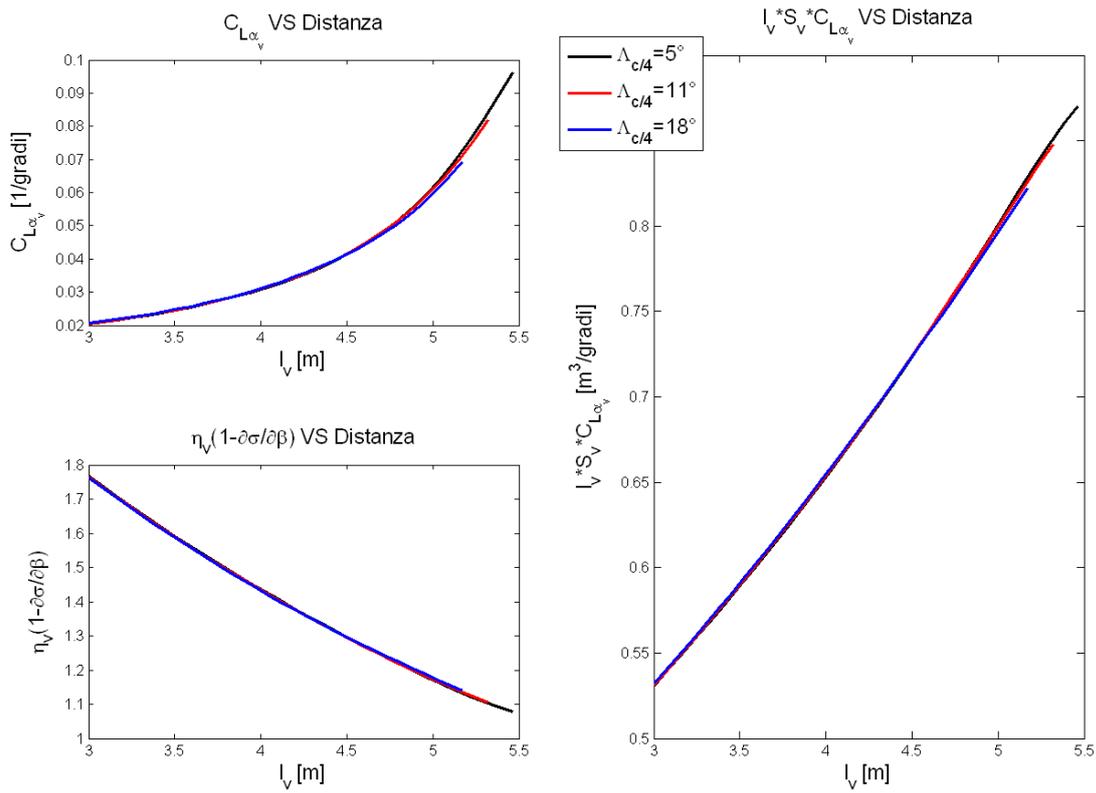


Figura 13

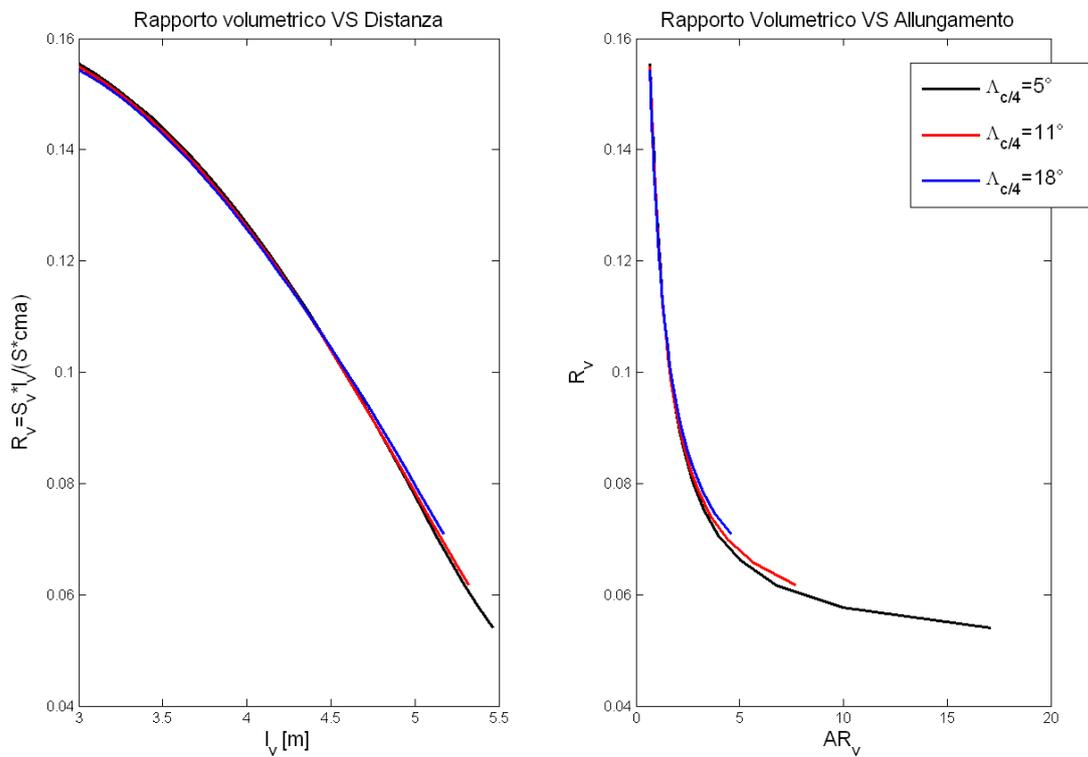


Figura 14

Configurazioni analizzate nel dettaglio

Ho ottenuto una doppia infinità (al variare di freccia ed l_v , oppure freccia ed uno qualsiasi degli altri parametri) di configurazioni del piano verticale tutte teoricamente soddisfacenti il requisito di dimensionamento.

Analizzo nel dettaglio tra queste infinite configurazioni quelle ottenute fissando tre valori di allungamento nell'intervallo suggerito dal *Roskam* per i velivoli monopropulsi ad elica qui di seguito riportata.

Table 8.14 Planform Design Parameters for Vertical Tails					
Type	Dihedral Angle, f_v deg.	Incidence Angle, i_v deg.	Aspect Ratio, Λ_v	Sweep Angle, $\Delta_c/4_v$ deg.	Taper Ratio, λ_v
Homebuilts	90	0	0.4 - 1.4	0 - 47	0.26 - 0.71
Single Engine Prop. Driven	90	0	0.9 - 2.2	12 - 42	0.32 - 0.58
Twin Engine Prop Driven	90	0	0.7 - 1.8	18 - 45	0.33 - 0.74
Agricultural	90	0	0.6 - 1.4	0 - 32	0.43 - 0.74
Business Jets	90	0	0.8 - 1.6	28 - 55	0.30 - 0.74
Regional Turbo-Props.	90	0	0.8 - 1.7	0 - 45	0.32 - 1.0

Figura 15

Noto esplicitamente che la scelta dell'allungamento del piano, e del suo rapporto volumetrico è subordinata a problemi di molteplice natura, quali ad esempio quelli di tipo aeroelastico, per adempiere agli obiettivi dell'esercitazione scelgo tre valori di tentativo per l'allungamento: $AR_v = 1.1, 1.7, 2.2$.

Rappresento quindi l'andamento dei parametri già disegnati in precedenza ma ora in funzione del parametro $\Lambda_{c/4}^v$.

Soluzioni ottenute fissando l'allungamento

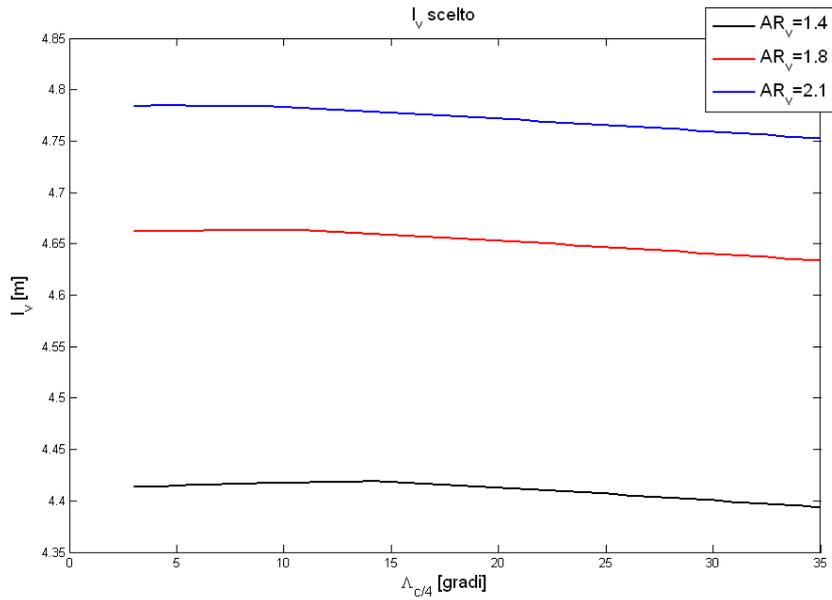


Figura 16

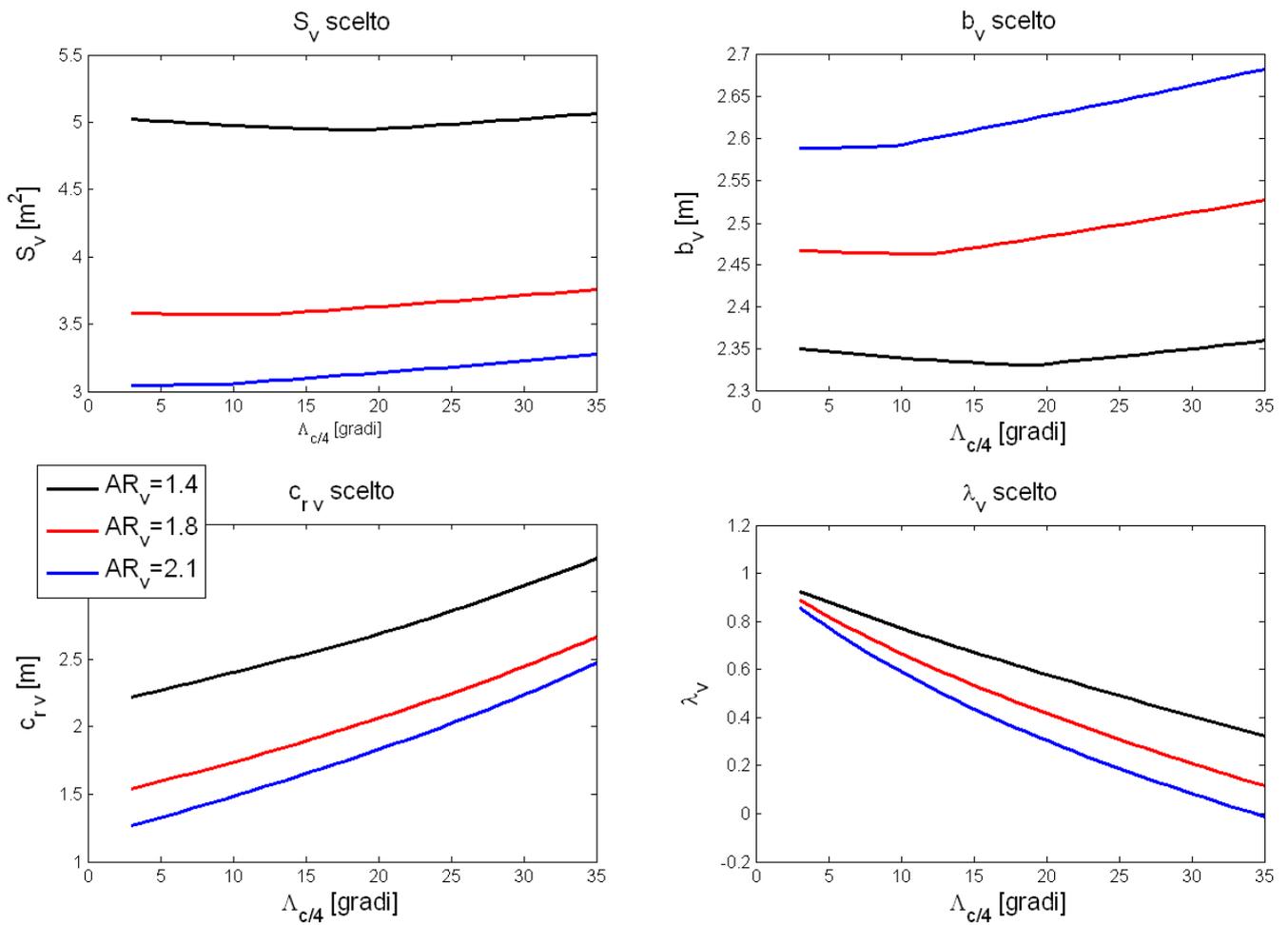


Figura 17

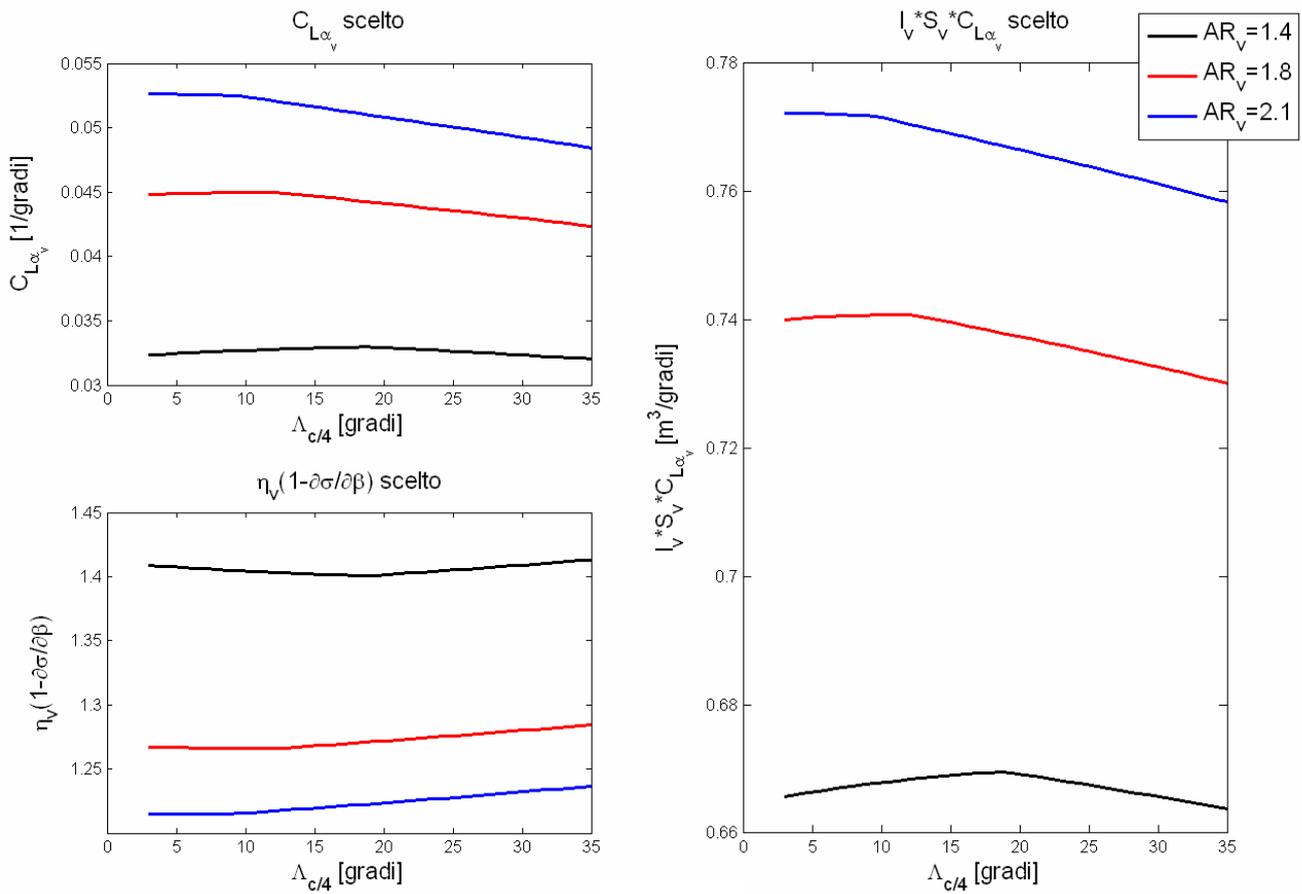


Figura 18

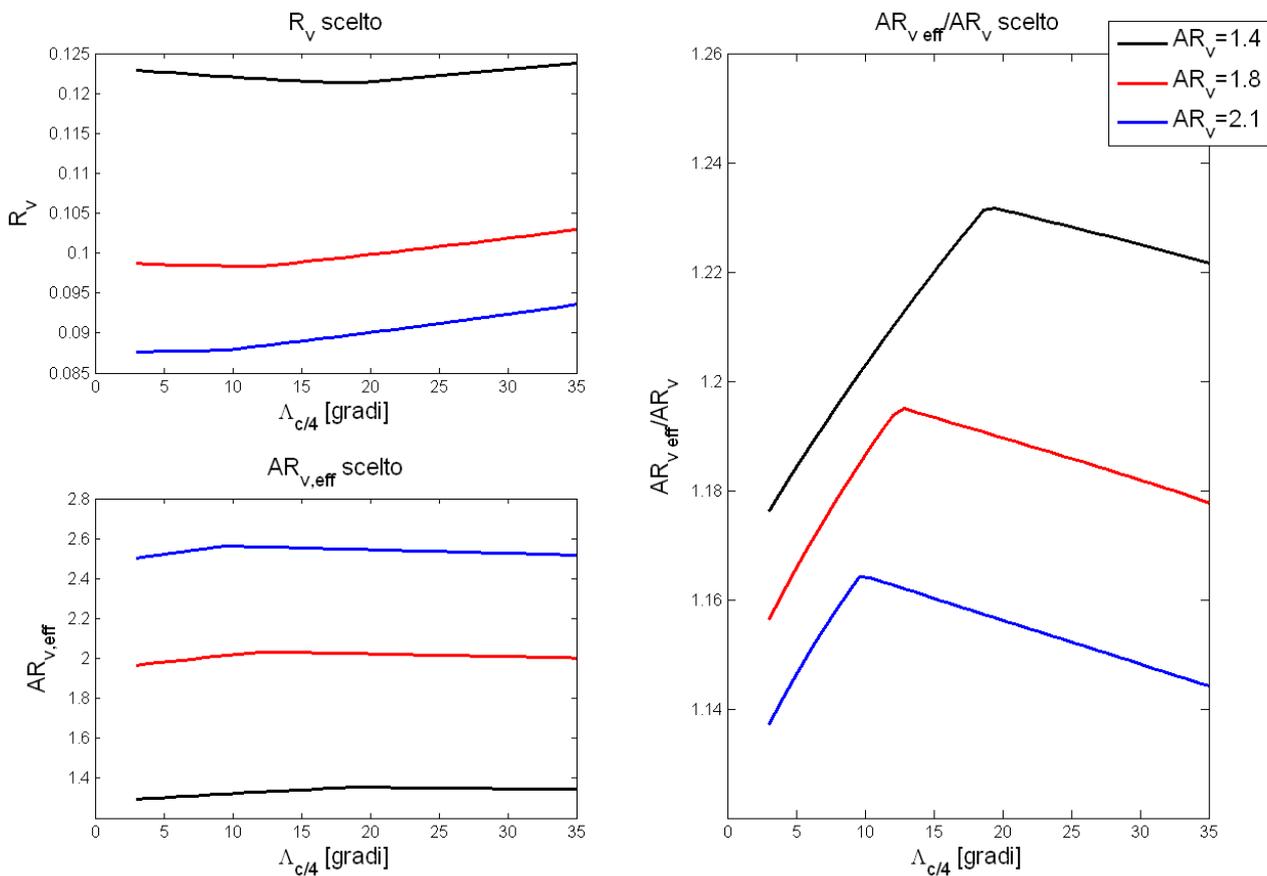


Figura 19

Per ciascuno dei tre allungamenti considerati scelgo la freccia ottimale massimizzando il rapporto $\frac{AR_{v, eff}}{AR_v}$ e confronto la freccia così ottenuta con altre due frecce, una maggiore ed una minore.

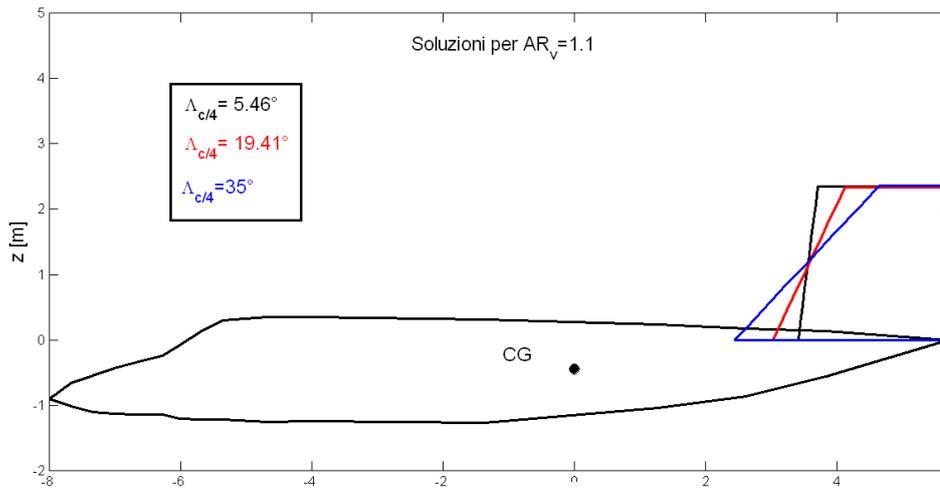


Figura 20

$\Lambda_{c/4}^v$ [gradi]	S_v [m ²]	b_v [m]	l_v [m]	R_v	$AR_{v, eff} / AR_v$
5.46	5	2.35	4.10	0.123	1.19
19.4	4.94	2.33	4.11	0.121	1.23
35	5.07	2.36	4.09	0.124	1.22

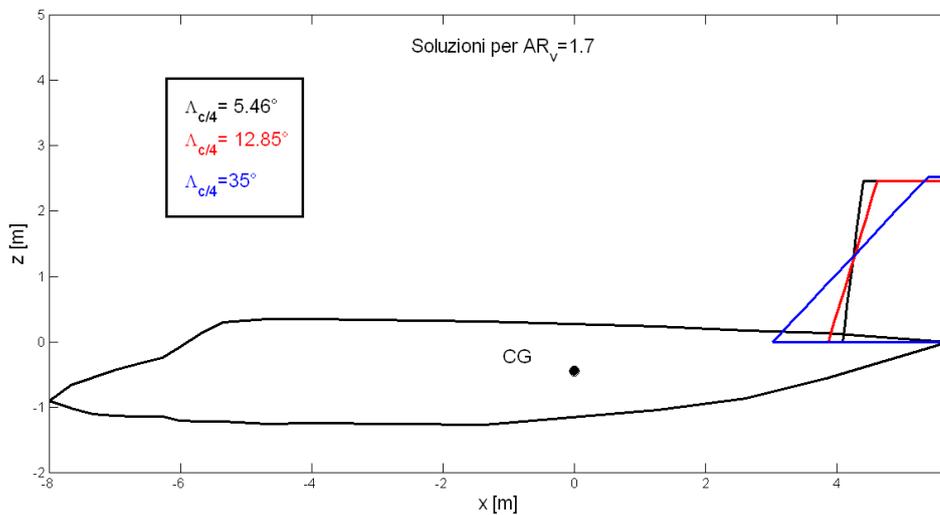


Figura 21

$\Lambda_{c/4}^v$ [gradi]	S_v [m ²]	b_v [m]	l_v [m]	R_v	$AR_{v, eff} / AR_v$
5.46	3.58	2.47	4.61	0.0985	1.17
12.8	3.57	2.46	4.60	0.0984	1.20
35	3.76	2.53	4.58	0.103	1.18

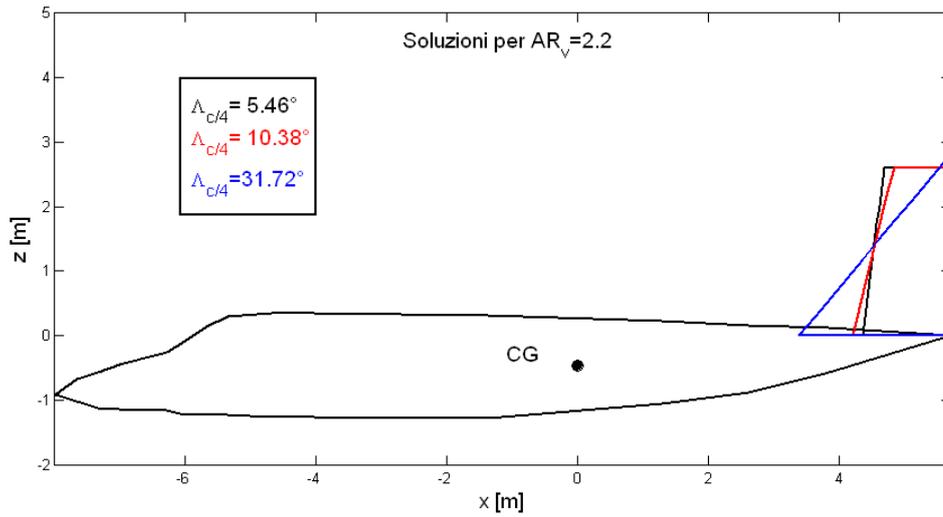


Figura 22

$\Lambda_{c/4}^v$ [gradi]	S_v [m ²]	b_v [m]	l_v [m]	R_v	$AR_{v, eff} / AR_v$
5.46	3.05	2.59	4.82	0.0877	1.15
10.38	3.06	2.60	4.81	0.0880	1.16
31.72	3.24	2.67	4.79	0.0928	1.15

Confronto le soluzioni considerate ottimali per ciascuno dei tre allungamenti

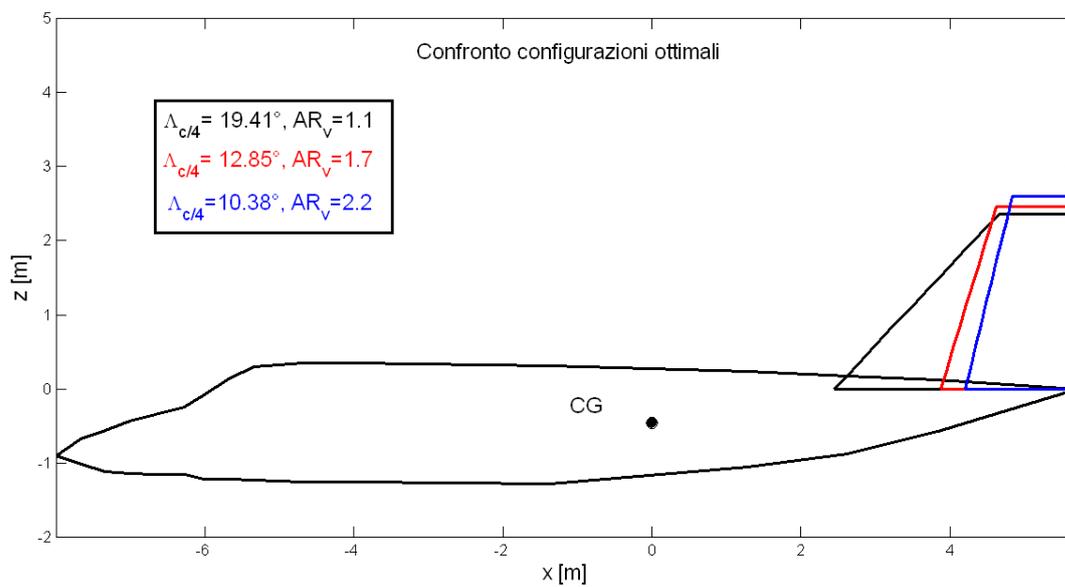


Figura 23

AR_v	$\Lambda_{c/4}^v$ [gradi]	S_v [m ²]	b_v [m]	l_v [m]	R_v	$AR_{v, eff} / AR_v$
1.1	19.4	4.94	2.33	4.11	0.121	1.23
1.7	12.8	3.57	2.46	4.60	0.0984	1.20
2.2	31.72	3.24	2.67	4.79	0.0928	1.15

In definitiva la soluzione scelta come ottimale è la seguente

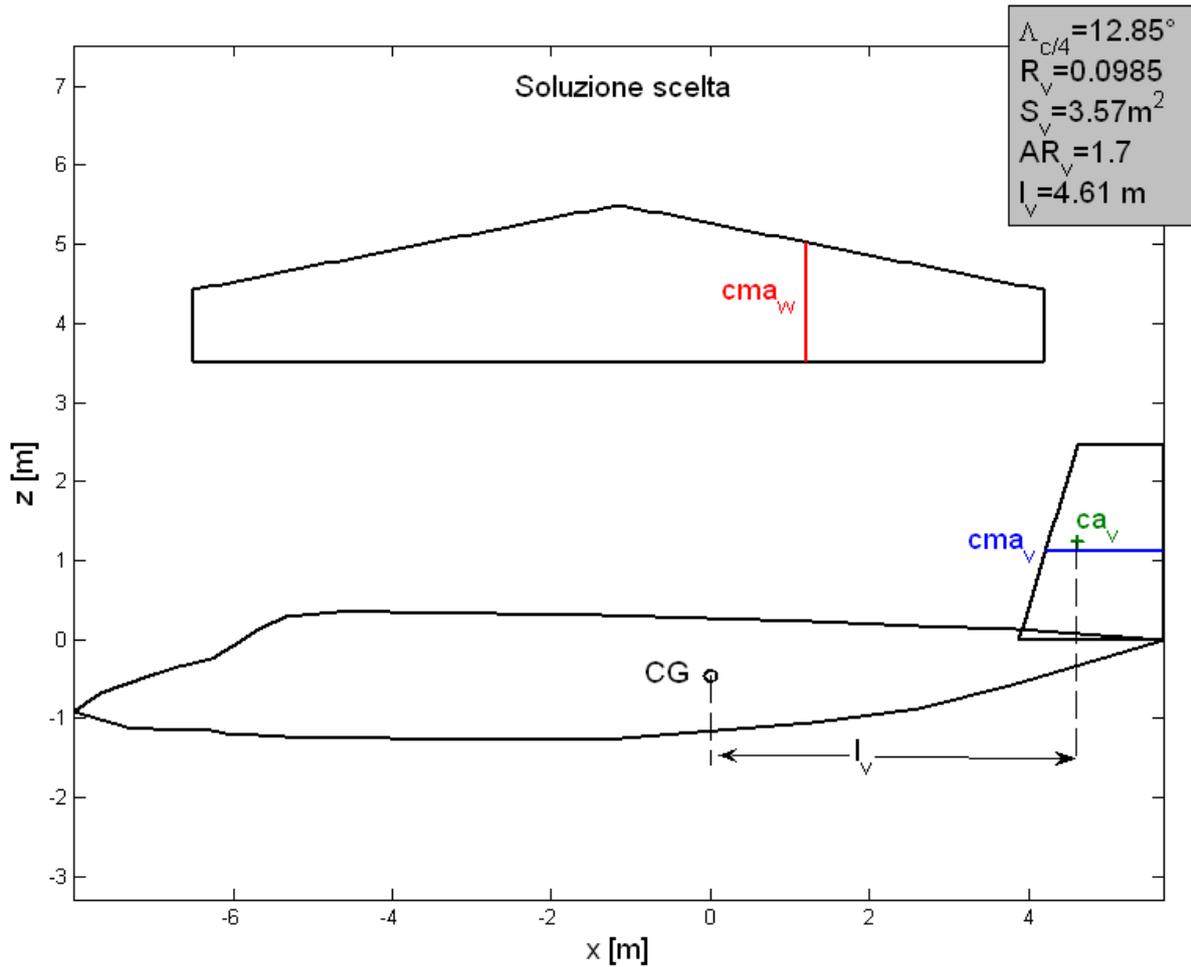


Figura 24

AR_v	$\Lambda_{c/4}^v$ [gradi]	S_v [m ²]	b_v [m]	l_v [m]	R_v	$AR_{v, eff} / AR_v$
1.7	12.8	3.57	2.46	4.60	0.0984	1.20
$\Lambda_{c/2}$ [gradi]	Λ_{le} [gradi]	$C_{L_{\alpha}}^v$ [1/rad]	c_v^r [m]	λ_v		$AR_{v, eff}$
8.64	16.9	2.57	1.85	0.589		2.04

Parametri d'interferenza:

$$\begin{cases} \frac{A_{v(t)}}{A_v} = 1.16 \\ K_{vh} = 1.0033 \end{cases} ; \quad \eta_v \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) = 1.27$$

Determino infine: $cma_v = 1.48$ [m] (96% cma_w) e sua posizione $Y_{cma}^v = 1.13$ [m] (45.7% b_v).

Posso ora valutare l'entità dell'approssimazione introdotta nell'impostazione del dimensionamento (vedi pag.7ⁱ) calcolando la distanza del centro aerodinamico considerandolo collocato al 25% della cma_v : $l_v^{corretto} = 4.58$ [m] $\rightarrow \varepsilon_{r\%} = 0.528\%$

ⁱ Ipotesi di centro aerodinamico del piano verticale collocato al 50% dell'apertura del piano ed al 25% della corda per la valutazione di l_v

Università degli studi di Napoli FEDERICO II
D.P.A. Dipartimento di Progettazione Aeronautica



Esercizio: Calcolo dell'efficacia degli alettoni ed dell'effetto diedro alare

Assegnata la geometria dell'ala di un velivolo di classe Business Jet, determinare: la derivata aerodinamica di controllo degli alettoni $C_{l_{\delta_a}}$ e l'angolo diedro sufficiente per avere un effetto diedro alare $C_{l_p} = -0.1/\text{rad}$, si assuma una configurazione ad ala bassa.

Legenda dei simboli

$C_{L_{\alpha}}^W$	gradiente retta di portanza dell'ala;	AR	allungamento;
$C_{l_{\beta r}}$	effetto diedro dovuto all'angolo diedro;	Λ	angolo di freccia;
$C_{l_{\beta \Lambda}}$	effetto diedro dovuto all'angolo di freccia;	Γ	angolo diedro;
$C_{l_{\delta a}}$	coefficiente aerodinamico degli alettoni;	β	angolo di derapata;
$(\dots)_{exp}$	grandezza relativa alla parte di ala esposta;	$\tau = \frac{d\alpha}{d\delta_a}$	fattore di efficienza degli alettoni;
C_L^W	coefficiente di portanza alare;	$(\dots)^{\wedge}$	grandezza adimensionalizzata con $b/2$;
		$K_{W(B)}$	fattore d'interferenza ala-fusoliera.

Dati dell'ala

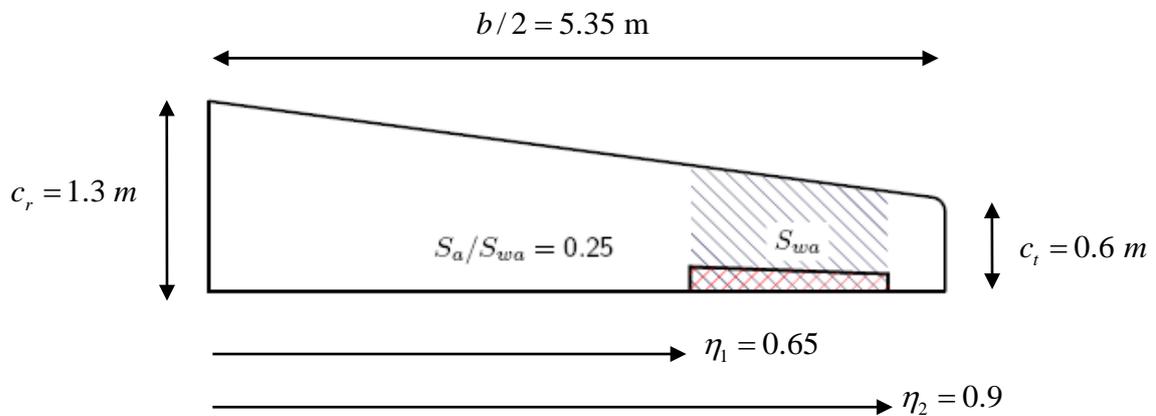


Figura 1

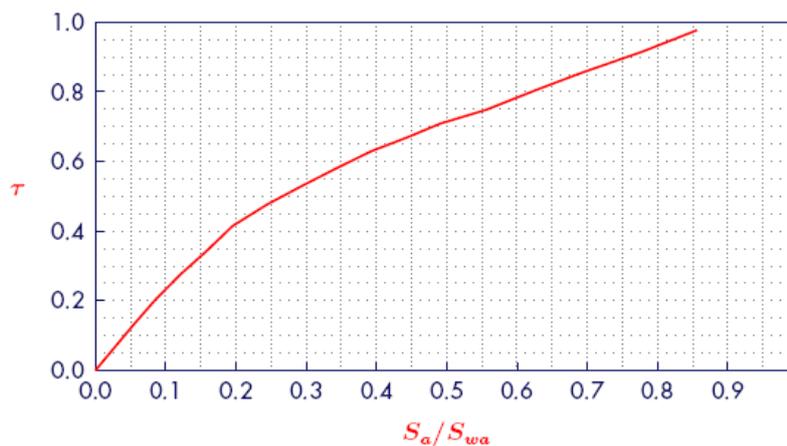


Figura 2 – Fattore di efficienza degli alettoni

Altri dati: diametro massimo della fusoliera $d_{max} = 1.6 \text{ [m]}$, diametro medio della fusoliera in corrispondenza dell'ala $d_{fus-wing} = 1.4 \text{ [m]}$, $C_{L_{\alpha}}$ di sezione 0.1 [1/deg] .

Espressioni utilizzate

Nell'assunzione di piccoli angoli di derapata ed assetto dell'ala in regime di fenomenologia aerodinamica lineare:

$$\left\{ \begin{aligned} C_{l_{\delta_a}} &= -\frac{AR}{4} C_{L_{\alpha}}^W \tau \int_{\eta_1}^{\eta_2} c y d y \quad (1) \text{ negativo per definizione} \\ C_{l_{\beta_T}} &= -\Gamma \frac{AR}{4} C_{L_{\alpha}}^W \int_0^1 c y d y \quad (2) \text{ stabilizzante per } \Gamma > 0 \\ C_{l_{\beta_\Lambda}} &= -\frac{AR}{4} \sin(2\Lambda) C_L^W \int_0^1 c y d y \quad (3) \end{aligned} \right.$$

Gradiente della retta di portanza dell'ala

Utilizzo la stessa procedura già illustrata nelle precedenti esercitazioni:

$$\left\{ \begin{aligned} C_{L_{\alpha}}^W &= C_{L_{\alpha}}^{W, exp} \frac{S_{exp}}{S} K_{W(B)} \quad (4) \\ C_{L_{\alpha}} &= \frac{2\pi AR}{2 + \sqrt{\left(\frac{2\pi}{C_{L_{\alpha}}} \beta AR\right)^2 \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/2}}{\beta^2}\right)} + 4} \quad (5) \end{aligned} \right.$$

In questo caso: $d_{Max}/b = 0.150 \rightarrow K_{W(B)} = 1.11, S_{exp}/S = 0.827, AR_{exp} = 6.68$, da cui:
 $C_{L_{\alpha}}^W = 0.0755 [1/deg]^i$.

Angolo diedro

Entrambi i contributi all'effetto diedro alare modellati dalle relazioni (2) e (3) sono di tipo stabilizzante (per angolo diedro e freccia positivi). Un contributo di tipo instabilizzante è connesso all'interferenza ala-fusoliera in caso di architettura ad ala bassa (l'effetto è stabilizzante se l'ala è alta), trascuriamo infine l'interferenza con la fusoliera in termini di riduzione del sideslip in corrispondenza dell'ala.

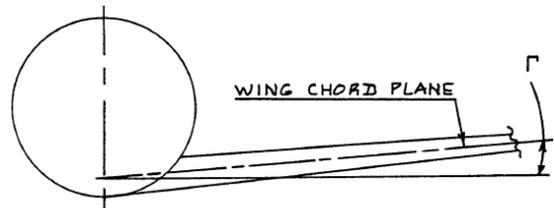


Figura 3 – Definizione di angolo diedro

Nel caso in analisi l'ala presenta un angolo di freccia $\Lambda_{c/4} = 8.6^\circ$, l'effetto diedro dovuto alla freccia dipende dal coefficiente di portanza alare pertanto dipende dall'assetto a cui essa si trova. Assumendo $C_L^W = 0.3$ ed imponendo che l'effetto diedro sia quello richiesto ricavato, mediante le (2) e (3):

$$C_{l_{\beta_\Lambda}} + C_{l_{\beta_T}} \Big|_{C_L^W = 0.3} = -\Lambda_{[rad]} \cdot 0.949_{[1/rad]} - 0.0194 = -0.1/rad \Leftrightarrow \Gamma = 0.085 rad = 4.87^\circ \quad (6)$$

Se trascuro l'effetto dovuto alla freccia ottengo:

$$\Lambda = 0^\circ \rightarrow \Gamma = 6.04^\circ \quad (7)$$

Siccome in entrambe le relazioni precedenti ho trascurato l'effetto instabilizzante della configurazione ad ala bassa, ed essendo l'effetto legato alla freccia di tipo stabilizzante è plausibile assumere che un angolo diedro di $6^\circ-7^\circ$ sia sufficiente per ottenere la stabilità richiesta.

ⁱ Assumo come numero di Mach : $M = 0.44$

Derivata aerodinamica di controllo degli alettoni

Applicando la relazione (1), assumendo $M = 0.44$ ed essendo per $S_a/S_{wa} = 0.25$ l'indice di efficacia degli alettoni $\tau = \frac{d\alpha}{d\delta_a} = 0.48$, ottengo:

$$C_{l_{\delta_a}} = -0.159 \text{ [1/rad]}$$

Effettuo anche il calcolo per diversi numeri di Mach

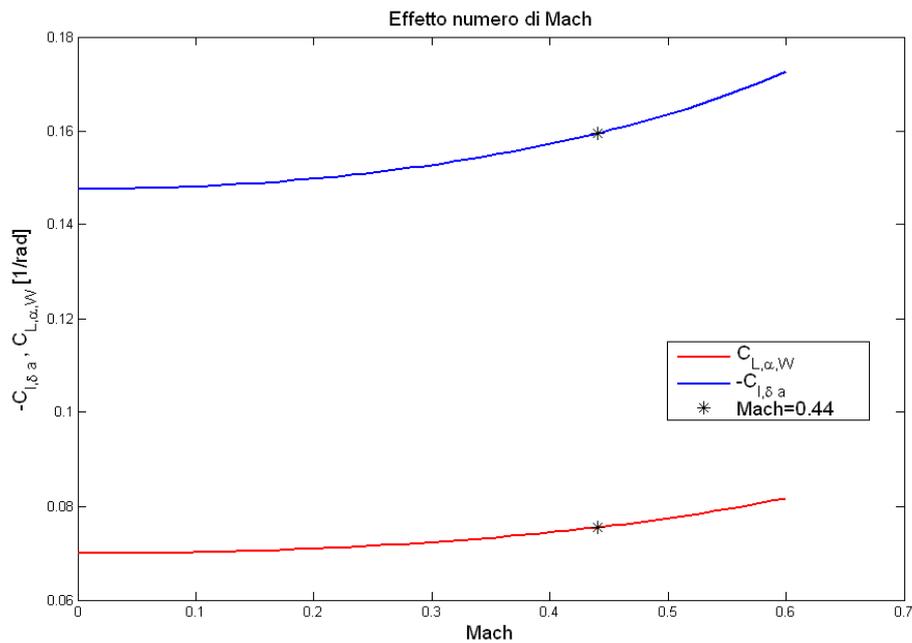


Figura 4