

Capitolo 1

DEFINIZIONI DI BASE E NOTAZIONI

Jesce sole, jesce sole, nun te fa' cchiù suspirà!

– Gatta Cenerentola

1.1 Introduzione

Lo studio della Meccanica del volo, come altre materie ingegneristiche, poggia le basi sui noti concetti della Fisica matematica. Esso richiede familiarità con un certo numero di definizioni, con le diverse convenzioni sui segni di determinate grandezze e con il sistema di notazione che da esse scaturisce. Più avanti si vedrà che una peculiarità della simbologia usata in Meccanica del volo, e in particolare in Aerodinamica degli aeromobili, è quella di fare largo uso di pedici multipli.

Scopo di questo capitolo è richiamare i principali elementi di base della materia, a partire dalla definizione dei sistemi di riferimento essenziali e dell'orientamento dei velivoli nello spazio, per passare poi dall'anatomia dei velivoli tradizionali con una panoramica sulle azioni esterne agenti sugli aeromobili in volo. Sarà presentato al tempo stesso il sistema di notazioni adottato nel testo, illustrando le motivazioni per cui si scelgono determinati simboli (convenzioni tipografiche, pedici, eccetera).

Per le grandezze fisiche che verranno via via introdotte si utilizzeranno sistemi di unità di misura diversi a seconda del contesto e dell'argomento. Le normative internazionali richiedono di esprimere le grandezze nel Sistema Internazionale di unità di misura (SI, *International System of Units*). In Italia ne è stato reso obbligatorio l'uso

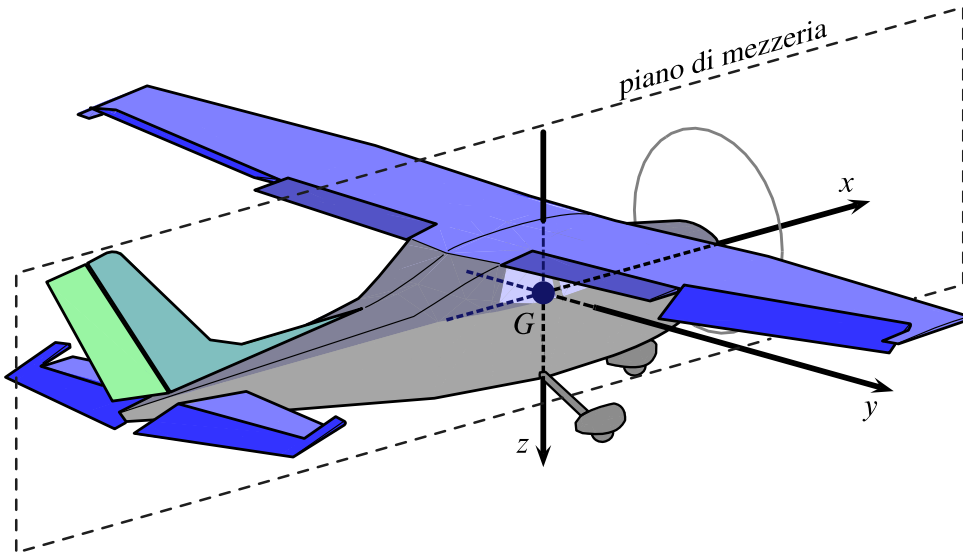


Figura 1.1 Sistema di assi velivolo.

nel 1976 in tutti gli atti pubblici. In Inghilterra e negli USA non vi è alcun obbligo a non utilizzare i tradizionali sistemi di misura basati sulle *Imperial units* e sulle *United States customary units* (o *English Units*). Pertanto, per ragioni storiche, oltre che pratiche, in aeronautica si utilizzano indifferentemente le unità di questi diversi sistemi. Così verrà fatto anche qui.

Le definizioni che seguiranno aderiscono a convenzioni largamente accettate nella letteratura europea. In alcuni casi esse si differenziano dalle rispettive convenzioni adottate da autori inglesi o americani. Questi ultimi seguono generalmente delle particolari linee guida nella scelta dei simboli, come quelle promosse dall'AIAA (*American Institute of Aeronautics and Astronautics*) o dall'ANSI (*American National Standards Institute*). Laddove ce ne sarà bisogno, le differenze tra le diverse definizioni verranno opportunamente evidenziate.

1.2 Sistema di coordinate *assi velivolo*

Un sistema di coordinate di cui si farà largo uso è il cosiddetto riferimento degli *assi velivolo*. Esso ha l'origine collocata nel baricentro G dell'aeromobile. L'asse velivolo x appartiene al piano di mezzeria longitudinale, è diretto lungo la fusoliera ed è orientato positivamente verso la prua. L'asse y indica la direzione laterale, è

normale al piano di mezzeria ed è orientato positivamente verso l'ala destra. L'asse z è orientato nel senso testa-piedi del pilota e completa la terna levogira.

Questo sistema di coordinate è solidale al velivolo e la sua evoluzione in uno spazio di riferimento inerziale ne rappresenta a tutti gli effetti il moto a sei gradi di libertà. In letteratura anglosassone tale sistema di assi è noto come *body axis frame* e per questo motivo gli assi velivolo si indicano spesso anche con (x_B, y_B, z_B) dove il pedice “B” sta per *body*.

La figura 1.1 a fronte chiarisce la definizione di assi velivolo (x, y, z) ed è alla base di altri concetti che andremo a definire più avanti. Si osservi che il piano xz è quasi sempre un piano di simmetria longitudinale della forma geometrica esterna dell'aeromobile. Nel caso in cui anche la distribuzione delle masse del velivolo e del carico pagante è simmetrica si ha che il baricentro G del mezzo volante appartiene effettivamente al piano di mezzeria. Ciò a rigore non è più vero se la distribuzione delle masse non è simmetrica. Per semplicità si supporrà di qui in avanti che il piano xz sia un piano baricentrico e di simmetria del velivolo.

Si osservi inoltre, sempre con riferimento alla figura 1.1, che la posizione angolare dell'asse x rispetto alla fusoliera, e quindi dell'asse z , può dipendere dal contesto della discussione. Tipicamente la x coincide con un asse costruttivo del velivolo, identificato da una cosiddetta *linea di galleggiamento della fusoliera*. Questo termine proviene dal gergo navale (in inglese *waterline*) e viene usato per indicare le sezioni della carena di un'imbarcazione con piani orizzontali. Se si immagina di immergere in acqua il corpo della fusoliera lasciandolo galleggiare a riposo, la linea di galleggiamento verrebbe a corrispondere con la curva intersezione del pelo libero del liquido con la superficie esterna del solido. Si veda la figura 1.2 nella pagina successiva. Le proiezioni di ciascuna linea di galleggiamento nel piano di simmetria della fusoliera corrispondono a delle rette; quella passante per G determina la direzione di x .

In alcuni casi è utile definire la direzione di x — sempre, beninteso, restando esso un asse solidale al velivolo — come quella parallela al vettore velocità del baricentro in una determinata condizione di volo di riferimento. Ciò avviene, ad esempio, quando si ricavano alcune espressioni delle derivate di stabilità longitudinali. Si parlerà in quel contesto di *assi stabilità* (si veda più avanti la figura 1.12 a pagina 21 in questo capitolo).

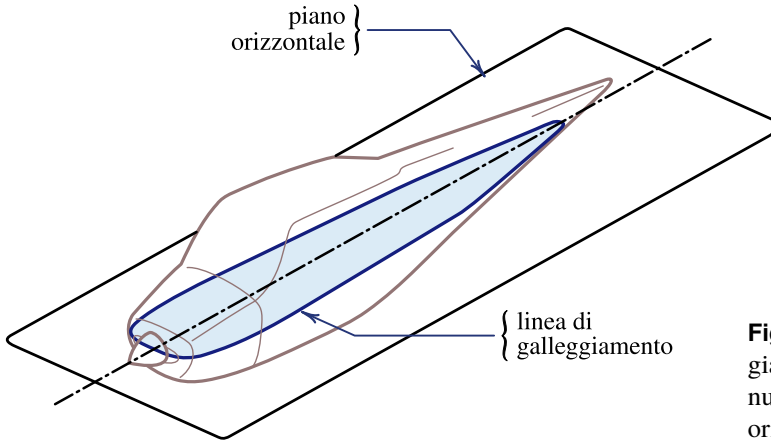


Figura 1.2 Una linea di galleggiamento della fusoliera ottenuta per sezione con un piano orizzontale.

1.3 Grandezze vettoriali

1.3.1 Forze

L'impostazione delle equazioni del moto di un velivolo secondo le leggi della Meccanica classica esige di determinare la forza esterna risultante $\mathbf{F}$ agente istante per istante, applicata al baricentro. Immaneabilmente, le equazioni vanno proiettate in un dato riferimento perché esse possano risultare di utilità pratica. Quando si sceglie di proiettare le equazioni nel sistema di assi velivolo $\{G, x, y, z\}$, le componenti della forza risultante vengono indicate con le lettere maiuscole X , Y e Z ed hanno segno positivo se agenti nel verso positivo degli assi corrispondenti, come illustrato nella figura 1.3 nella pagina successiva.

Ciascuna di esse rappresenta una componente di forza *totale*, somma di azioni di natura differente, aerodinamica, gravitazionale e propulsiva. In termini vettoriali si potrà scrivere la seguente espressione:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G \quad (1.1)$$

La scomposizione della $\mathbf{F}$ data dal secondo membro della (1.1) è nota come *break-down* della forza risultante, dove i pedici “A”, “T” e “G” stanno, rispettivamente, per “Aerodynamics”, “Thrust” e “Gravity”.

La forza $\mathbf{F}_G$ non è altro che la forza peso, detta anche $\mathbf{W}$, applicata al baricentro. Se m è la massa totale del velivolo e $\mathbf{g}$ è il vettore accelerazione di gravità, si ha

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{W} = m\mathbf{g} \quad (1.2)$$

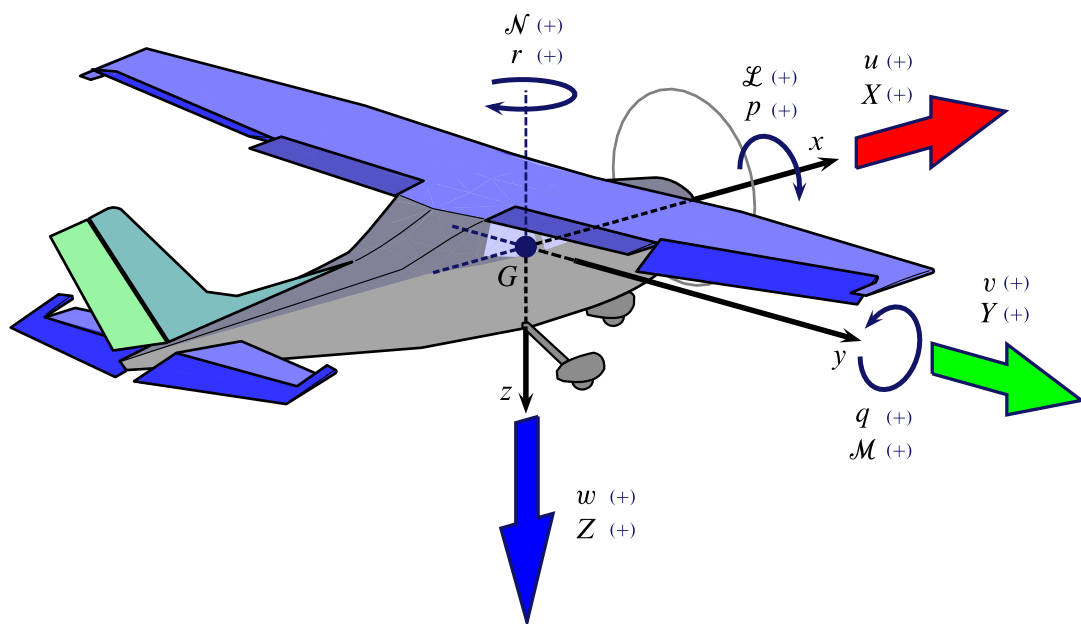


Figura 1.3 Componenti di forza e momento sugli assi velivolo.

Per la legge di conservazione della quantità di moto, se le componenti di $\mathbf{F}$ non sono tutte nulle, cioè lungo qualcuno degli assi velivolo non si verifica un equilibrio istantaneo alla traslazione, allora si verificherà una variazione della velocità del baricentro.

Dalla (1.1) discende che anche per le singole componenti di forza vale il seguente *break-down*:

$$X = X_A + X_T + X_G, \quad Y = Y_A + Y_T + Y_G, \quad Z = Z_A + Z_T + Z_G \quad (1.3)$$

1.3.2 Momenti

Le componenti negli assi velivolo (x, y, z) del vettore momento risultante $\mathcal{M}_C$ rispetto ad un prefissato polo C vengono indicate con le lettere maiuscole $\mathcal{L}_C$, $\mathcal{M}_C$ ed $\mathcal{N}_C$. Per indicare i momenti c'è la consuetudine di utilizzare un carattere calligrafico; si diranno: *momento di rollio* la componente $\mathcal{L}$ intorno all'asse x , *momento di beccheggio* la componente $\mathcal{M}$ intorno all'asse y e *momento di imbardata* la componente $\mathcal{N}$ intorno all'asse z . Si veda la figura 1.3.

La convenzione sulla notazione calligrafica per le componenti del momento permette di distinguerle facilmente dalle componenti di forza. Ad esempio, se la componente di rollio $\mathcal{L}$ fosse indicata con il simbolo “ L ” essa si confonderebbe con la portanza aerodinamica; se la componente di imbardata $\mathcal{N}$ fosse indicata con il simbolo “ N ” si confonderebbe con una forza normale.

Tipicamente il polo dei momenti viene fatto coincidere con il baricentro G del velivolo ed in tal caso il momento risultante si potrà indicare semplicemente con $\mathcal{M}$ omettendo il pedice $(\cdot)_G$ o $(\cdot)_{cg}$. La figura 1.3 mostra la convenzione sui segni positivi delle componenti di momento.

Una componente di momento non nulla è voluta in volo dal pilota quando egli desidera effettuare un cambiamento di traiettoria e viene ottenuta attraverso l’azione sui comandi. Una qualsiasi componente non nulla tra $\mathcal{L}$, $\mathcal{M}$ o $\mathcal{N}$, per conservazione del momento della quantità di moto, determina una variazione di velocità angolare del velivolo ovvero una variazione d’assetto rispetto ad un riferimento fisso.

Una scomposizione simile alla (1.3) per le componenti di forza vale anche per le singole componenti del momento esterno baricentrico risultante. Analogamente alla (1.1), per il vettore $\mathcal{M}$ si formulerà il seguente *break-down*:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T \quad (1.4)$$

dove non compare il contributo dovuto al peso essendo quest’ultimo applicato al polo G . La (1.4) si scrive in termini delle componenti lungo gli assi velivolo come segue:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_T, \quad \mathcal{M} = \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T, \quad \mathcal{N} = \mathcal{N}_A + \mathcal{N}_T \quad (1.5)$$

1.3.3 Velocità traslazionale ed angolare

La velocità di traslazione del baricentro di un velivolo rispetto ad un riferimento fisso si indica in generale con il vettore $\mathbf{V}$. Tale vettore, così come del resto i vettori forza e momento risultanti $\mathbf{F}$ ed $\mathcal{M}$, può essere proiettato convenientemente in più di un sistema di riferimento, fisso o mobile che sia. Quando si sceglie di rappresentare $\mathbf{V}$ nel riferimento degli assi velivolo $\{G, x, y, z\}$ esso avrà per componenti, rispettivamente, le velocità u , v e w .

Analogamente, la velocità angolare istantanea $\boldsymbol{\Omega}$ del sistema velivolo rispetto ad un riferimento fisso, ovvero del velivolo considerato come corpo rigido, quando rappresentata nel riferimento mobile $\{G, x, y, z\}$, avrà componenti p , q ed r , rispettivamente. Si vedano le figure 1.3 e 1.5 in cui sono rappresentate le componenti positive.

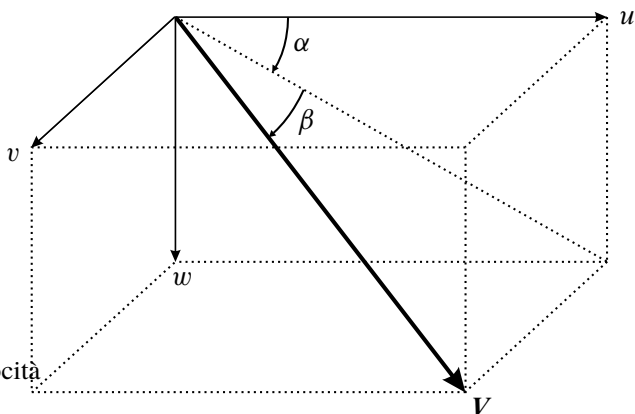


Figura 1.4 Componenti del vettore velocità istantanea V .

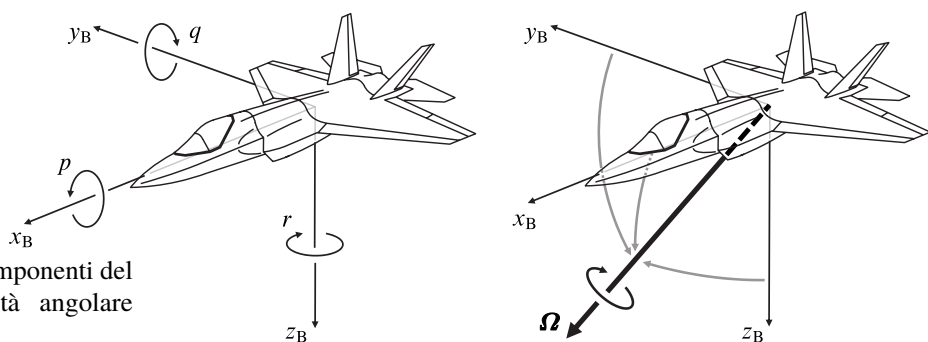


Figura 1.5 Componenti del vettore velocità angolare istantanea Ω .

Le seguenti espressioni

$$V = u \mathbf{i} + v \mathbf{j} + w \mathbf{k} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}_B, \quad \Omega = p \mathbf{i} + q \mathbf{j} + r \mathbf{k} = \begin{Bmatrix} p \\ q \\ r \end{Bmatrix}_B \quad (1.6)$$

sono dunque la rappresentazione dei vettori V ed Ω nella terna degli assi velivolo. Nelle (1.6) la notazione $\{\cdot\}_B$ indica una matrice colonna costruita con le componenti di un vettore in assi velivolo.

Si osservi che, in generale, il velivolo possiede un moto vario — cioè accelerato — rispetto ad un osservatore fisso. Pertanto, nelle rappresentazioni date dalle (1.6) anche i versori $\mathbf{i}(t)$, $\mathbf{j}(t)$ e $\mathbf{k}(t)$ sono variabili nel tempo, oltre alle grandezze $u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ e $p(t)$, $q(t)$, $r(t)$.

Esistono tuttavia delle situazioni particolari in cui i versori $(\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ sono costanti. Un esempio è dato da un **moto di regime** — cioè un moto equilibrato in cui diverse grandezze caratteristiche rimangono stazionarie — stabilizzato lungo una traiettoria

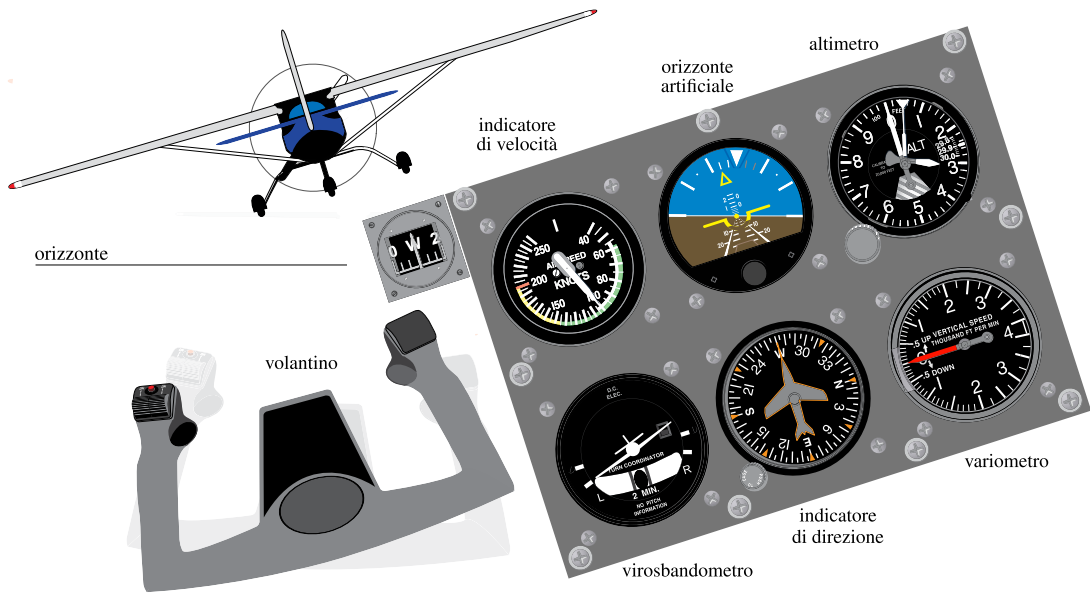


Figura 1.6 Tipica situazione di pilotaggio durante una *virata corretta* a sinistra, a quota costante. Tra gli strumenti si distinguono: 1) l'indicatore di velocità (in alto a sinistra), 2) l'orizzonte artificiale (in alto al centro), 3) l'altimetro (in alto a destra), 4) il virosbandometro (in basso a sinistra), 5) l'indicatore di direzione (in basso al centro), 6) l'indicatore di velocità verticale o variometro (in basso a destra). Nel corso della virata, ad esclusione delle fasi transitorie di inizio e fine manovra, le letture degli indicatori 1), 2), 3), 4) e 6) sono praticamente costanti nel tempo.

rettilenea. Il volo è caratterizzato da componenti (u, v, w) costanti nel tempo e, grazie al moto di pura traslazione del velivolo, in particolare da componenti (p, q, r) tutte nulle. Per tali moti si ha V costante ed $\Omega = 0$.

Altri moti particolari di un velivolo sono quei moti di regime stabilizzati lungo traiettoria curvilinea. In tali situazioni la velocità V ha modulo costante e direzione variabile, mentre la Ω è un vettore costante e non nullo. Per esempio, si pensi ad un'aeromobile che compie una manovra di *virata corretta* di regime a quota costante. Come si vede dalla figura 1.6, in questa particolare situazione di volo le letture dell'indicatore di velocità e dell'altimetro forniranno valori costanti. L'indicazione di direzione mostrerà una prua variabile nel tempo ma con un rateo di variazione costante dell'angolo di prua. In tal caso, tenendo presente le (1.6), si può far vedere che sia le componenti (u, v, w) che le componenti (p, q, r) sono tutte costanti, che il modulo di V è costante e che i versori $\mathbf{i}(t)$, $\mathbf{j}(t)$, $\mathbf{k}(t)$ variano nello spazio in modo tale da dare, istante per istante un vettore Ω costante.

Va ricordato che le componenti (u, v, w) e (p, q, r) sono delle grandezze fisiche

effettivamente misurate durante il volo dai sensori di bordo. Per esempio le componenti della velocità angolare sono tipicamente misurate da sensori giroscopici. Molto spesso questi strumenti fanno parte di dispositivi di controllo del volo o di aumento della stabilità ma sono soprattutto alla base del funzionamento di indicatori di bordo come il **virosbandometro** o come l'**orizzonte artificiale** (si veda la figura 1.6).

Il modulo V della velocità è determinato in volo a partire da misure di pressione effettuate in diversi punti dell'aeromobile. Alcune letture della pressione statica provengono da orifici (prese statiche) disposti sulla fusoliera in punti convenientemente scelti. Altre misure di pressione statica e totale sono ottenute con uno strumento chiamato *tubo di Pitot* opportunamente posizionato sulla fusoliera o sull'ala. Dalla conoscenza della pressione statica e totale si ricava, in base al teorema di Bernoulli, la velocità. Essa è normalmente fornita al pilota attraverso un apposito indicatore di bordo detto **indicatore di velocità** (anemometro) o *airspeed indicator* (si veda la figura 1.6 nella pagina precedente, in alto a sinistra). Tale velocità, detta *velocità indicata*, se opportunamente corretta dagli errori di misura dovuti al posizionamento dei sensori, dagli errori di calibrazione, dagli errori dovuti alla comprimibilità ed alle condizioni non standard dell'atmosfera, corrisponde effettivamente al modulo di V e viene detta *velocità vera* o *true airspeed*, V_t .

Dal punto di vista ingegneristico si suole esprimere la velocità sia in termini di velocità vera V_t che della cosiddetta velocità *equivalente*, V_e . La relazione che definisce quest'ultima discende direttamente dall'espressione della pressione dinamica di volo:

$$\bar{q} = \frac{1}{2}\rho|V|^2 = \frac{1}{2}\rho V_t^2 = \frac{1}{2}\rho_{SL} V_e^2 \quad (1.7)$$

dove

ρ = densità atmosferica alla effettiva quota di volo;

ρ_{SL} = densità atmosferica ideale, cioè secondo un modello convenzionale di atmosfera, all'altitudine corrispondente al livello del mare medio (*sea level*), detta anche ρ_0 ;

V_t = velocità vera (*true airspeed*, TAS), pari al modulo di V ;

V_e = velocità equivalente (*equivalent airspeed*, EAS).

Dalla (1.7) si osserva che la velocità equivalente è legata alla velocità vera secondo la relazione:

$$V_t = \sqrt{\frac{\rho_{SL}}{\rho}} V_e$$

Matlab tip 1.1



Diamo una possibile implementazione in linguaggio Matlab delle formule precedenti. Si tenga presente che gli inserti “Matlab *tip*” presenti nell’arco di questo testo sono da considerarsi validi per una versione di Matlab uguale o successiva alla “2012a”.

In evidenza: funzioni **convvel** e **atmoscoesa**.

```
clear all; clc;
kmh2ms = convvel(1, 'km/h', 'm/s'); → fattore di conversione da km/h a m/s
V_EAS = 150*kmh2ms; → un'assegnata velocità equivalente,  $V_e$ 
density_ratio = 0.8; → un assegnato rapporto tra le densità,  $\rho/\rho_{SL}$ 

V_TAS = V_EAS/sqrt(density_ratio) → Calcola la velocità vera  $V_t$ 
% V_TAS =
% 46.5847
% V_TAS/kmh2ms =
% 167.7051

% Calcola le caratteristiche dell'atmosfera al livello del mare
% secondo il modello: COESA 76 (U.S. Standard Atmosphere, 1976)
[T_SL, a_SL, p_SL, rho_SL] = atmoscoesa(0); → accetta in input la quota in metri
% rho_SL =
% 1.2250

qbar = 0.5*rho_SL*density_ratio*V_TAS^2 → pressione dinamica  $\bar{q}$  in  $N/m^2$ 
                                     formula (1.7)
% qbar =
% 1.0634e+003

% Compone il vettore velocità del baricentro, rappresentato nel
% riferimento di assi velivolo
vV = [V_TAS; 0; 0]; → velocità di volo allineata con l'asse  $x_B$ 
u = vV(1); v = vV(2); w = vV(3); → componenti in assi velivolo
% vV' =
% 46.5847 0 0
```



1.4 Coefficienti adimensionali

Le definizioni di componenti di forza e di momento rispetto agli assi velivolo permettono di introdurre i seguenti coefficienti adimensionali:

$$C_X = \frac{X}{\bar{q}S} \quad C_Y = \frac{Y}{\bar{q}S} \quad C_Z = \frac{Z}{\bar{q}S} \quad (1.8)$$

$$C_{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}}{\bar{q}Sb} \quad C_{\mathcal{M}} = \frac{\mathcal{M}}{\bar{q}Sc} \quad C_{\mathcal{N}} = \frac{\mathcal{N}}{\bar{q}Sb} \quad (1.9)$$

dove

$\bar{q}$ = pressione dinamica di volo, anche detta q_∞ in Aerodinamica; per la
(1.7)

$$= \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2 + w^2) = \frac{1}{2}\gamma p M^2;$$

ρ = densità dell'aria alla quota effettiva di volo;

p = pressione statica alla quota effettiva di volo;

M = numero di Mach di volo;

γ = rapporto dei calori specifici dell'aria (= 1,40);

S = superficie di riferimento, tipicamente la superficie della forma in pianta dell'ala;

b = apertura alare di riferimento;

c = corda alare di riferimento, tipicamente la corda media aerodinamica dell'ala, detta anche $\bar{c}$.

Con riferimento alle (1.9) si tenga presente che nella letteratura anglosassone i coefficienti di momento vengono spesso indicati, per tradizione, facendo uso di pedici minuscoli anziché maiuscoli. Consultando testi o pubblicazioni scientifiche americane, ad esempio, si troveranno quasi sempre tali coefficienti indicati con C_ℓ , C_m e C_n anziché con $C_{\mathcal{L}}$, $C_{\mathcal{M}}$, e $C_{\mathcal{N}}$. Per lo stesso motivo spesso anche le componenti dimensionali $\mathcal{L}$, $\mathcal{M}$ ed $\mathcal{N}$ del momento risultante $\mathcal{M}$ rispetto al baricentro del velivolo si trovano indicate con le lettere minuscole: ℓ , m ed n .

Si avverte pertanto il lettore che in questo testo si preferisce usare una notazione, per così dire, meno ambigua — “ ℓ ” potrebbe essere confuso con una portanza per

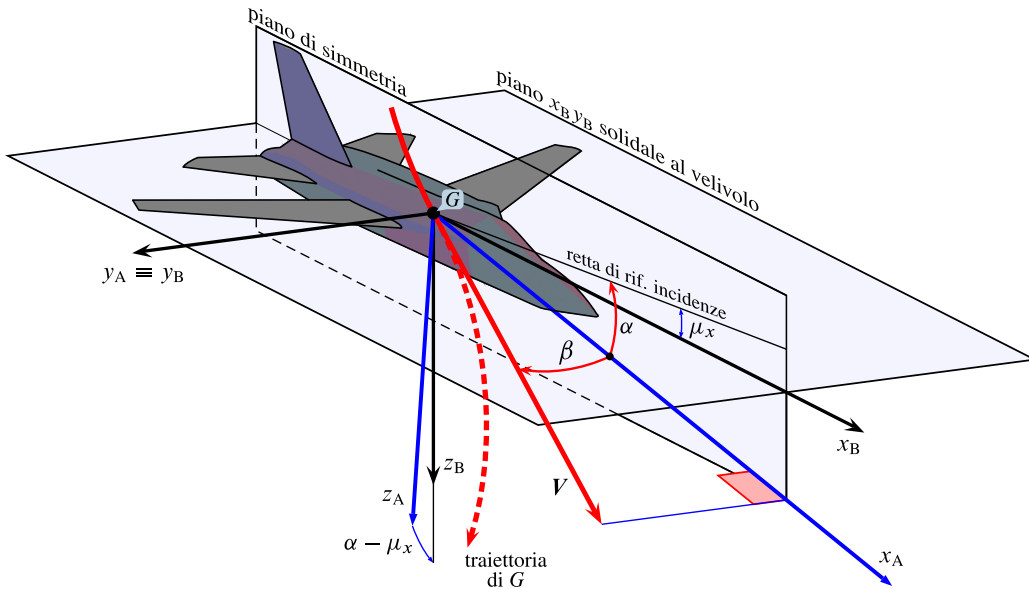


Figura 1.7 Angoli aerodinamici, assi aerodinamici ed assi velivolo.

unità di lunghezza, “ m ” con una massa, “ n ” con un fattore di carico —, indicando sempre le componenti di momento con delle lettere corsive maiuscole.

1.5 Angoli aerodinamici e coefficienti aerodinamici

L'orientamento del vettore velocità V rispetto agli assi velivolo è caratterizzato da due angoli che giocano un ruolo determinante nella rappresentazione delle azioni aerodinamiche agenti sull'aeromobile. Essi si dicono anche *angoli d'incidenza del vento relativo* o *angoli aerodinamici* e sono i ben noti *angolo d'attacco* α ed *angolo di deprezza* β . La figura 1.7 rappresenta una generica situazione di volo non simmetrico — cioè con corrente asintotica non complanare al piano di simmetria dell'aeromobile —, ad angoli α e β non nulli e positivi.

L'angolo d'attacco è sempre misurato nel piano di simmetria $x_B y_B$. In questo piano il valore di α è calcolato rispetto ad una ben fissata retta di riferimento, opportunamente posizionata rispetto alla fusoliera. La scelta più conveniente della direzione di riferimento dipende dal particolare problema studiato: spesso una retta plausibile può essere l'asse x_B ; in alternativa si può scegliere la retta di portanza nulla dell'ala come mostrato dalla figura 1.8 nella pagina successiva o della combinazione ala-fusoliera; oppure si può adottare come retta di riferimento la direzione della corda

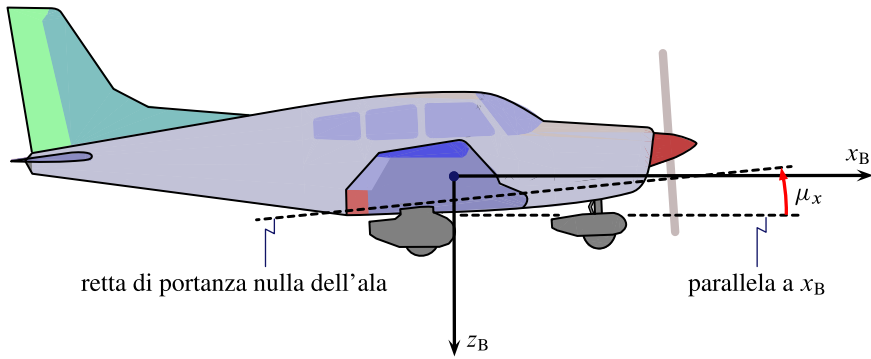


Figura 1.8 Retta di riferimento delle incidenze coincidente con la direzione di portanza nulla dell'ala.

di radice dell'ala. In generale, la retta di riferimento scelta formerà un angolo μ_x con l'asse velivolo x_B , per definizione positivo se essa è in posizione cabrata rispetto all'asse della fusoliera.

Per i velivoli non è raro disporre di modelli matematici delle forze aerodinamiche oppure di *database* aerodinamici sperimentali in cui l'angolo d'attacco è riferito direttamente all'asse x_B della fusoliera: in tali casi si ha $\mu_x = 0$. Per l'angolo d'attacco è spesso opportuno distinguere l'angolo d'attacco *rispetto alla fusoliera*, detto α_B , cioè l'angolo α nel caso $\mu_x = 0$, dall'angolo d'attacco *rispetto all'ala*, detto α_W , cioè quell'angolo misurato rispetto alla corda di radice dell'ala. In questo caso μ_x è detto anche i_W , dove la "i" sta per "incidenza" dell'ala. L'angolo i_W non è che il calettamento dell'intera ala (o angolo di montaggio, *rigging angle*) rispetto alla fusoliera, cioè rispetto all'asse longitudinale x_B .

Nel seguito, per maggiore semplicità delle formule, supporremo $\mu_x = 0$ e $\alpha \equiv \alpha_B$. In caso contrario si dovrà tener conto nelle formule del fatto che $\mu_x \neq 0$.

Si consideri a questo punto la prima delle (1.6), che esprime la velocità di avanzamento del baricentro del velivolo. Si osservi che in assenza di moti dell'atmosfera rispetto al riferimento fisso la velocità asintotica della corrente che investe il velivolo è data da $-V$. In Aerodinamica si suol dire che $V_\infty = -V$. In tale ipotesi si possono mettere in relazione le componenti (u, v, w) con i due angoli aerodinamici α e β secondo le formule seguenti

$$\begin{cases} u = V \cos \beta \cos \alpha \\ v = V \sin \beta \\ w = V \cos \beta \sin \alpha \end{cases} \quad (1.10)$$

come si deduce dall'esame della figura 1.7 per $\mu_x = 0$, con

$$V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (1.11)$$

Gli angoli d'attacco e di deparata, note le componenti di V , possono essere ricavati invertendo le (1.10), ottenendo

$$\begin{cases} \alpha = \tan^{-1} \frac{w}{u} \\ \beta = \sin^{-1} \frac{v}{V} \end{cases} \quad (1.12)$$

Il comportamento aerodinamico del velivolo — in altre parole l'entità di F_A ed M_A — è determinato principalmente dai valori dei due angoli α e β oltre che dalla particolare regolazione dei comandi di volo. Più in generale l'azione aerodinamica esterna dipende dai numeri di Reynolds e di Mach di volo, da eventuali moti di rotazione del velivolo intorno al suo baricentro e da eventuali effetti instazionari.

Esempio 1.1: Angoli aerodinamici e componenti di Velocità



Un velivolo procede alla velocità $V \equiv |V| = 200 \text{ kts} = 370,4 \text{ km/h} = 102,89 \text{ m/s}$, con un angolo d'attacco $\alpha \equiv \alpha_B = 5 \text{ deg} = 0,0873 \text{ rad}$ e un angolo di derapata $\beta = 2 \text{ deg} = 0,0349 \text{ rad}$.

Per le (1.10) le componenti di velocità risultano essere

$$\begin{aligned} u &= V \cos \beta \cos \alpha_B = 102,89 \text{ m/s} \cdot \cos(0,0349 \text{ rad}) \cdot \cos(0,0873 \text{ rad}) \\ &= \underline{102,43 \text{ m/s}} = \underline{368,8 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= V \sin \beta = 102,89 \text{ m/s} \cdot \sin(0,0349 \text{ rad}) \\ &= \underline{3,59 \text{ m/s}} = \underline{12,9 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w &= V \cos \beta \sin \alpha_B = 102,89 \text{ m/s} \cdot \cos(0,0349 \text{ rad}) \cdot \sin(0,0873 \text{ rad}) \\ &= \underline{8,96 \text{ m/s}} = \underline{32,3 \text{ km/h}} \end{aligned}$$

La componente u ha un valore molto prossimo a quello della velocità lungo la traiettoria $|V|$. La componente v rappresenta l'intensità della corrente di *cross-flow*, la quale determina l'insorgere di componenti aerodinamiche non nulle di forza

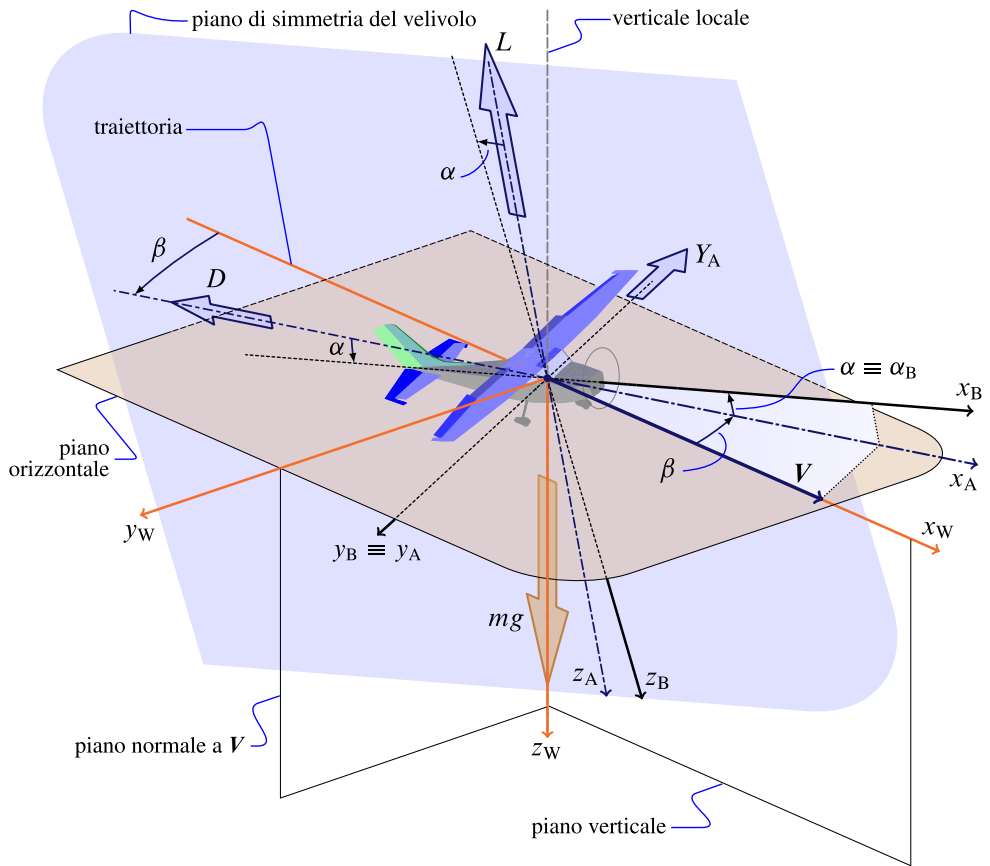


Figura 1.9 Volo in assetto non simmetrico, detto *crabbing*. Angoli aerodinamici, assi velivolo (x_B, y_B, z_B), assi vento ($x_{wind}, y_{wind}, z_{wind}$), assi aerodinamici (x_A, y_A, z_A). Definizioni di resistenza D , forza laterale Y_A e portanza L .

laterale, di momento di rollio e di momento d'imbardata. La componente w è determinata dall'inclinazione della fusoliera rispetto alla corrente asintotica ed è collegata direttamente alla portanza generata.



1.6 Assi aerodinamici

Se da una parte sono stati introdotti i coefficienti di forza esterna risultante (1.8) e di momento esterno risultante (1.9), è possibile soffermarsi sui contributi della sola

azione aerodinamica definindo i seguenti *coefficienti aerodinamici*

$$C_{X_A} = \frac{X_A}{\bar{q}S}, \quad C_{Y_A} = \frac{Y_A}{\bar{q}S}, \quad C_{Z_A} = \frac{Z_A}{\bar{q}S}, \quad (1.13)$$

$$C_{\mathcal{L},A} = \frac{\mathcal{L}_A}{\bar{q}Sb}, \quad C_{\mathcal{M},A} = \frac{\mathcal{M}_A}{\bar{q}Sc}, \quad C_{\mathcal{N},A} = \frac{\mathcal{N}_A}{\bar{q}Sb}, \quad (1.14)$$

dove

$$X_A = \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{i}_B, \quad Y_A = \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{j}_B, \quad Z_A = \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{k}_B \quad (1.15)$$

$$\mathcal{L}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{i}_B, \quad \mathcal{M}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{j}_B, \quad \mathcal{N}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{k}_B \quad (1.16)$$

sono le componenti, rispettivamente, della risultante aerodinamica $\mathbf{F}_A$ e del momento aerodinamico risultante baricentrico $\mathcal{M}_A$ sugli assi velivolo.

La forza $\mathbf{F}_A$, che con le proiezioni (1.15) si scompone in X_A , Y_A e Z_A , in Aerodinamica viene usualmente rappresentata in termini di portanza e resistenza. La figura 1.9 nella pagina precedente permette di dare una corretta visualizzazione delle forze aerodinamiche in gioco nelle definizioni (1.13) e (1.15). Nella figura è rappresentato un velivolo il cui baricentro avanza secondo una traiettoria rettilinea, orizzontale, ad angoli α e β non nulli. Questa situazione di volo, possibile con un'opportuna regolazione dei comandi da parte del pilota, è detta in gergo *crabbing* o anche *scivolata d'ala*.

Proiettando il vettore velocità $\mathbf{V}$ nel piano di simmetria $x_B z_B$ si ottiene l'asse x_A , orientato positivamente nel verso del moto. Nel piano di simmetria si costruisce subito l'asse aerodinamico z_A , perpendicolare ad x_A , orientato positivamente nel verso testa-piedi del pilota. L'asse y_A , che completa la terna levogira, è diretto perpendicolarmente al piano di simmetria ed è orientato positivamente verso la destra del pilota.

Resta dunque definita una nuova terna di assi $\{G, x_A, y_A, z_A\}$ detta terna degli *assi aerodinamici*, con origine in G , asse $y_A \equiv y_B$ e con la coppia di assi (x_A, z_A) ruotata dell'angolo $-\alpha$ nel piano di simmetria rispetto alla coppia di assi velivolo (x_B, z_B) .

Per definizione, la forza aerodinamica $\mathbf{F}_A$, scomposta lungo gli assi aerodinamici, ha per componenti, rispettivamente:

– D , dove D è la ben nota resistenza aerodinamica (*drag*); D è sempre positiva e opposta al senso del moto;

– Y_A , detta forza aerodinamica laterale o (*side-force*), tipicamente di segno opposto al segno dell'angolo β ;

$-L$, dove L è la portanza aerodinamica (*lift*); L è positiva se diretta dal ventre al dorso dell'ala.

Le suddette componenti non sono altro che le proiezioni

$$\mathbf{F}_A \cdot \mathbf{i}_A = -D, \quad \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{j}_A = Y_A, \quad \mathbf{F}_A \cdot \mathbf{k}_A = -L \quad (1.17)$$

della risultante aerodinamica sui versori $(\mathbf{i}_A, \mathbf{j}_A, \mathbf{k}_A)$ degli assi aerodinamici. La prima e la terza sono diverse dalle componenti X_A e Z_A che compaiono nelle (1.13). La seconda componente è invece la medesima Y_A che compare nella seconda delle (1.13) essendo $y_B \equiv y_A$.

In Aerodinamica è consuetudine esprimere le forze adimensionali nel piano di simmetria dei velivoli con i coefficienti di forza:

$$C_D = \frac{D}{\bar{q}S} \quad C_L = \frac{L}{\bar{q}S} \quad (1.18)$$

Le (1.18) definiscono i ben noti coefficienti di resistenza C_D e di portanza C_L del velivolo. Essi, insieme al coefficiente di forza laterale C_{Y_A} , costituiscono una scomposizione della forza adimensionale $\mathbf{F}_A/(\bar{q}S)$ lungo gli assi aerodinamici alternativa a quella lungo gli assi velivolo data dalla terna $(C_{X_A}, C_{Y_A}, C_{Z_A})$.

La definizione (1.14) dei coefficienti di momento merita una precisazione importante. In alcuni contesti i tre scalari $(\mathcal{L}_A, \mathcal{M}_A, \mathcal{N}_A)$ rappresentano le componenti del momento risultante $\mathcal{M}_A$ dell'azione aerodinamica secondo gli assi velivolo (x_B, y_B, z_B) , così come stabilito dalle (1.16). Si diranno quindi $C_{\mathcal{L},A}$, $C_{\mathcal{M},A}$, e $C_{\mathcal{N},A}$ i coefficienti aerodinamici corrispondenti. In altri contesti le suddette componenti corrispondono invece alla scomposizione del vettore $\mathcal{M}_A$ secondo gli assi aerodinamici:

$$\mathcal{L}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{i}_A, \quad \mathcal{M}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{j}_A, \quad \mathcal{N}_A = \mathcal{M}_A \cdot \mathbf{k}_A \quad (1.19)$$

cioè come coppie intorno agli assi x_A , y_A e z_A .

Salvo avviso contrario nella parte restante di questo testo si assumerà che le componenti di momento saranno da intendersi *lungo gli assi velivolo*.

Matlab tip 1.2



Questo esempio presenta una possibile codifica in linguaggio Matlab di alcune formule introdotte in precedenza. L'esempio mostra, in particolare, il calcolo delle componenti di velocità a partire dalla conoscenza degli angoli aerodinamici. Questi ultimi possono risultare noti sulla base di un calcolo precedente. Nel caso considerato sono stati così assegnati: $\alpha = 5^\circ$ e $\beta = 2^\circ$.

In evidenza: funzioni **convvel** e **convang**.

```
clear all; clc;
kts2ms = convvel(1, 'kts', 'm/s'); → fattore di conversione da kts a m/s
V_TAS = 200*kts2ms; → una assegnata velocità del baricentro
% V_TAS =
% 102.8889
h = 5000; → una assegnata quota di volo
[T, a, p, rho] = atmosisa(h); → caratteristiche dell'aria atmosferica in
    quota
% rho =
% 0.7361
qbar = 0.5*rho*V_TAS^2; → pressione dinamica
% qbar =
% 3.8963e+003
d2r = convang(1, 'deg', 'rad'); → fattore di conversione da gradi a radianti
alpha_rad = 5*d2r; → un assegnato angolo d'attacco
beta_rad = 2*d2r; → un assegnato angolo di derapata

u = V_TAS*cos(beta_rad)*cos(alpha_rad); → formule (1.10)
v = V_TAS*sin(beta_rad);
w = V_TAS*cos(beta_rad)*sin(alpha_rad);
vV = [u; v; w]; → compone il vettore velocità del baricentro
% vV =
% 102.4349 → detta anche forward velocity
% 3.5908 → detta anche sideslipping velocity
% 8.9619 → detta anche sinking velocity
```

Si osservi come sia sempre consigliabile nominare le variabili angolari, nel caso specifico `alpha_rad` e `beta_rad`, in modo che esse ricordino esplicitamente il fatto che si tratta di grandezze misurate in radianti. Nel frammento di codice su riportato il programmatore, al quale sono più familiari degli angoli espressi in gradi, ha definito la variabile `d2r` per poi convertire agevolmente gli angoli in radianti. Per tale conversione



Figura 1.10 Atterraggio con vento laterale proveniente da sinistra. Il velivolo ha il “muso nel vento” e la traiettoria di discesa è allineata con la pista.

Matlab (*Mapping Toolbox*) mette a disposizione anche la funzione primitiva [deg2rad](#).



1.7 Moto longitudinal-simmetrico

Il velivolo in scivolata d’ala mostrato precedentemente nella figura 1.9 si trova in una situazione di volo del tutto generale in cui gli angoli α e β sono non nulli. L’unica particolarità di tale condizione risiede nel fatto che l’aeromobile avanza *traslando* lungo una traiettoria *rettilinea* ed orizzontale, con i vettori V e W che individuano un piano verticale e gli angoli α e β costanti. Un moto di *crabbing* stazionario come quello descritto potrebbe essere effettuato anche lungo una traiettoria rettilinea e *non* orizzontale. Ciò può capitare, ad esempio, nelle fasi di atterraggio con vento trasversale. La figura 1.10 mostra un istante della manovra di atterraggio con vento proveniente dalla sinistra del pilota.

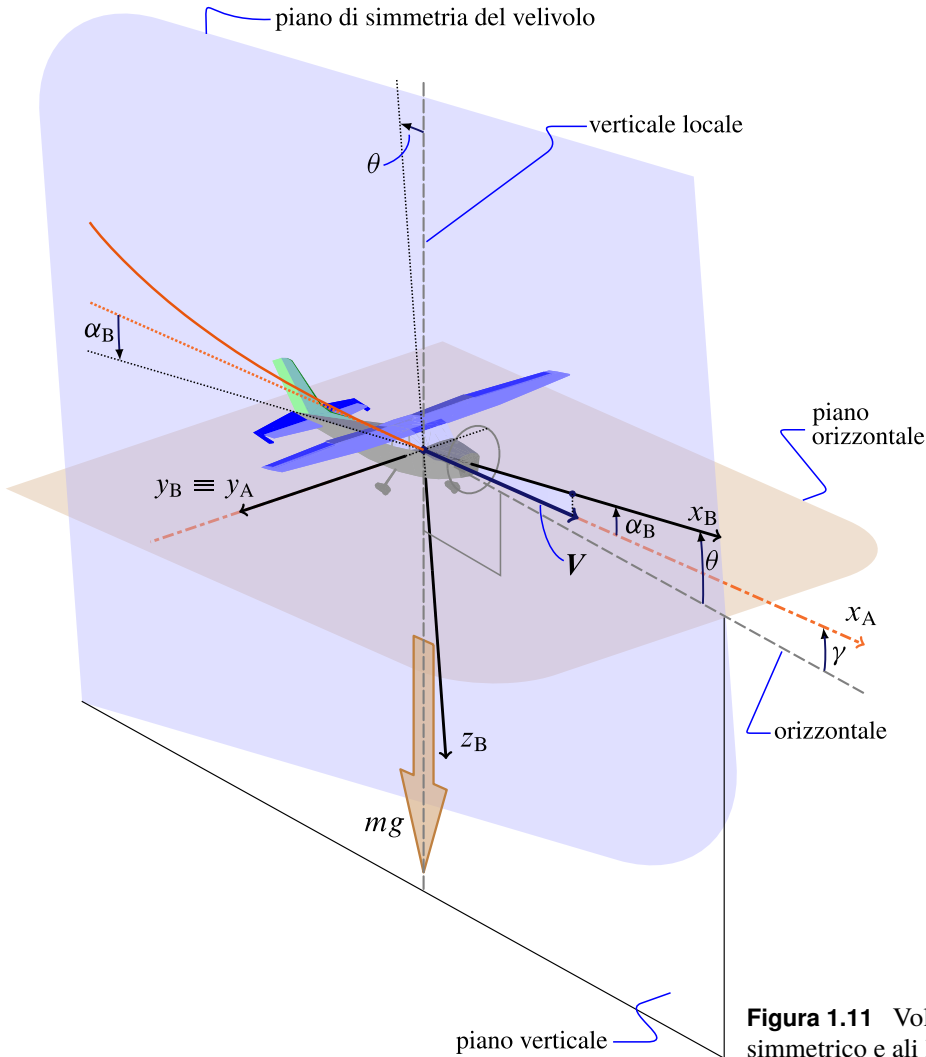


Figura 1.11 Volo in assetto simmetrico e ali livellate.

Si osservi che in un moto vario, cioè *roto-traslatorio* ($\Omega \neq 0$) e in generale *accelerato* ($dV/dt \neq 0$, $d\Omega/dt \neq 0$), gli assi aerodinamici non sono del tutto solidali al velivolo pur avendo origine costantemente coincidente con il baricentro. In generale l'asse x_A ruoterà intorno all'asse y_B al variare nel tempo degli angoli α e β , determinando una variazione delle rette d'azione della portanza e della resistenza. In simili evoluzioni l'aeromobile percorrerà traiettorie non rettilinee e i coefficienti (1.13)-(1.14) dipenderanno, oltre che da α e β , dalle loro variazioni nel tempo $\dot{\alpha}$ e $\dot{\beta}$, dalle velocità angolari (p, q, r) ed eventualmente dalle variazioni del numero di Mach. Questo argomento verrà approfondito in un capitolo successivo di questo testo quando

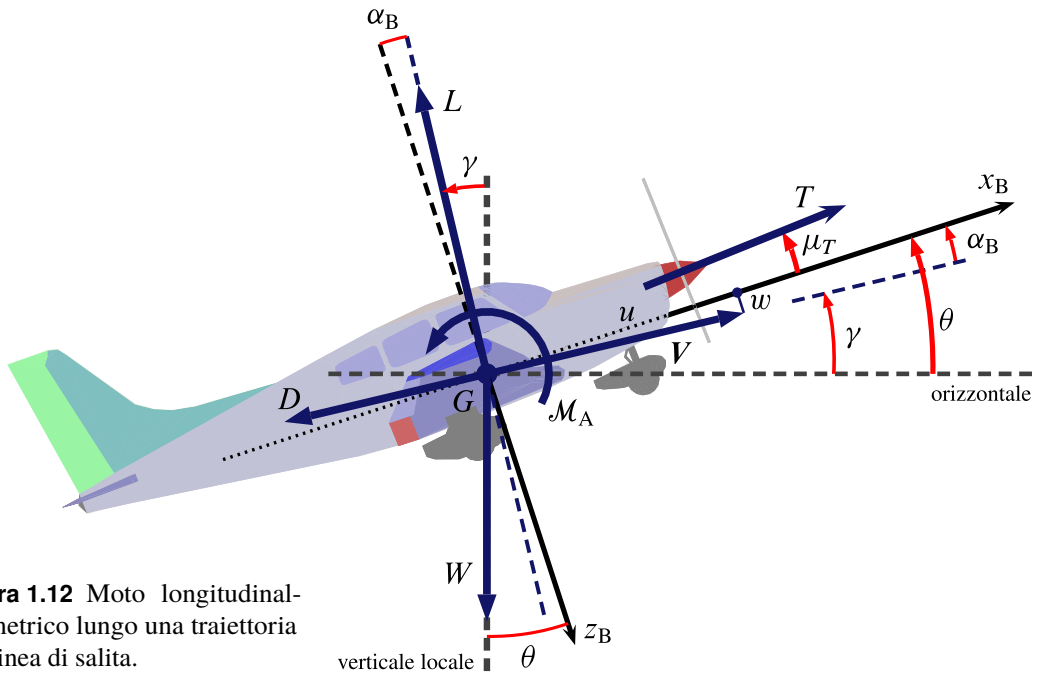


Figura 1.12 Moto longitudinal-simmetrico lungo una traiettoria rettilinea di salita.

si discuteranno nel dettaglio le azioni aerodinamiche sul velivolo.

È interessante studiare i moti di un velivolo che sono casi particolari di quello rappresentato nella figura 1.9. In particolare, per volo ad angolo di derapata $\beta = 0$ ed ali livellate, cioè con asse y_B orizzontale, si ha il cosiddetto moto *longitudinal-simmetrico*. Questa condizione è rappresentata dalla figura 1.11 a fronte nella quale la tangente alla traiettoria in un istante generico t è inclinata di un angolo $\gamma(t)$ rispetto all'orizzontale e la fusoliera si presenta inclinata di un angolo $\theta(t)$.

La vista laterale dell'aeromobile in volo longitudinal-simmetrico è rappresentata nella figura 1.12. L'angolo γ è il cosiddetto *angolo di salita* (o di *volta*) ed è positivo, per definizione, quando il velivolo guadagna quota. L'angolo θ indicato nella figura rappresenta l'inclinazione dell'asse velivolo x_B rispetto al piano orizzontale. Nel caso di volo ad ali livellate si ha l'uguaglianza: $\theta = \gamma + \alpha_B$.

Si osservi che un velivolo simmetrico, con la risultante della spinta nel piano di simmetria, che procede ad ali livellate, con il pilota che non partecipa con i comandi di volo a rompere le condizioni di simmetria, manterrà il piano di simmetria $x_B z_B$ costantemente verticale.

In un moto longitudinal-simmetrico

- (a) la forza aerodinamica laterale è nulla, $Y_A = 0$,
- (b) la componente laterale della forza propulsiva è nulla, $Y_T = 0$,

- (c) ad ali livellate la componente laterale della forza peso è nulla, $Y_G = 0$,
 (d) i momenti aerodinamici di rollio e di imbardata sono nulli, $\mathcal{L}_A = \mathcal{N}_A = 0$.

Dunque il velivolo non accelera lateralmente né ruota intorno agli assi x_B e y_B mantenendo verticale il piano di simmetria.

Se l'istante del moto rappresentato nella figura 1.12 corrisponde a un volo traslatorio e stazionario (V costante), con piccolo angolo di salita (quindi piccole variazioni di quota e di densità), esso si particolarizza nella situazione riportata nella figura 1.13 a fronte. Per definizione, l'asse stabilità x_S è allineato con V ed è ruotato rispetto a x_B di $-\alpha_B$ intorno a y_B . Dello stesso angolo, ma rispetto a z_B , è ruotato l'asse stabilità z_S ; esso ha la stessa direzione della portanza ed è orientato positivamente verso il basso. Gli assi stabilità non sono altro che assi velivolo coincidenti, in una particolare situazione di volo, con una terna di assi aerodinamici.

Di questo moto equilibrato interessa studiare la *stabilità*. Si parla di *stabilità statica* quando si ha una *tendenza* del velivolo ad annullare le eventuali perturbazioni dell'equilibrio iniziale — costituite, ad esempio, da perturbazioni $\Delta\alpha_B$ dell'angolo d'attacco. Si parla di *stabilità dinamica* quando il velivolo risponde con un'evoluzione temporale del suo moto che tende asintoticamente allo stato equilibrato iniziale.

1.8 Trasformazione di coordinate

Con riferimento alla condizione di volo simmetrico rappresentata dalle figure 1.12 e 1.13, è istruttivo a questo punto trovare le relazioni tra i coefficienti aerodinamici $C_{X,A}$, $C_{Y,A}$, $C_{Z,A}$ — contributi dell'azione aerodinamica ai coefficienti di forza (1.8) — e i coefficienti aerodinamici canonici del velivolo, C_D , C_{Y_A} e C_L . Si otterranno delle trasformazioni dalla terna di assi aerodinamici alla terna di assi velivolo convenientemente formulate attraverso matrici di rotazione.

Per un moto longitudinal-simmetrico si ha $\beta = 0$, $C_{Y,A} = 0$, e infine

$$\begin{Bmatrix} X_A \\ Z_A \end{Bmatrix} = \bar{q}S \begin{Bmatrix} C_{X,A} \\ C_{Z,A} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \cos \alpha_B & -\sin \alpha_B \\ \sin \alpha_B & \cos \alpha_B \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_D \\ C_L \end{Bmatrix} \bar{q}S \quad (1.20)$$

facilmente ricavabile dalla figura 1.12. Dalle (1.20) si evince che

$$\begin{cases} C_{X,A} = -C_D \cos \alpha_B + C_L \sin \alpha_B \\ C_{Z,A} = -C_D \sin \alpha_B - C_L \cos \alpha_B \end{cases} \quad (1.21)$$

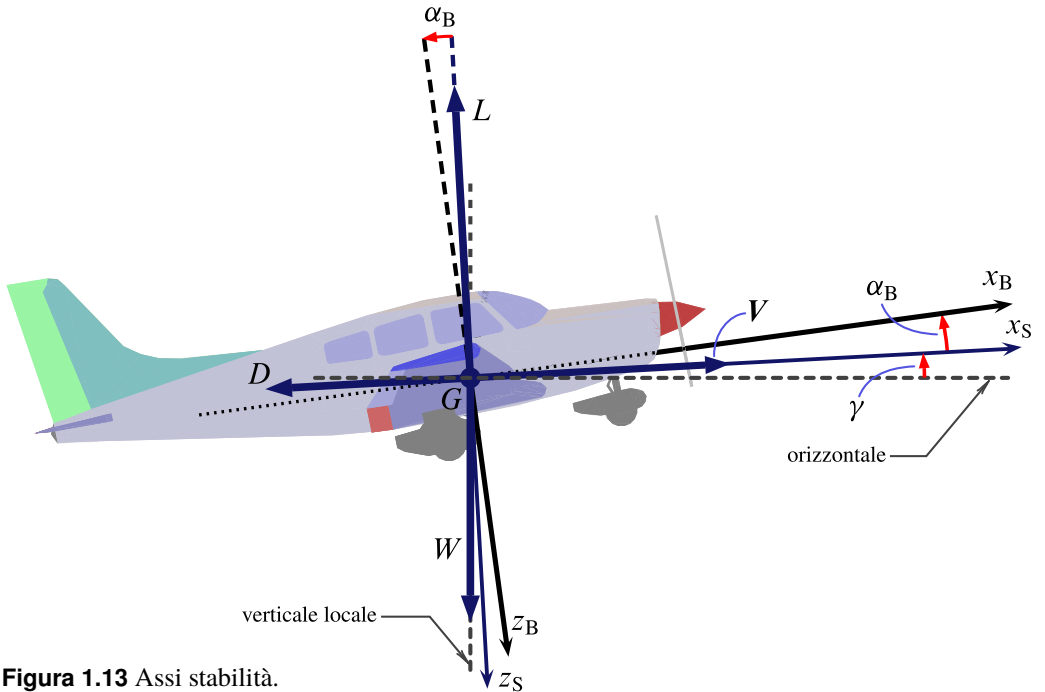


Figura 1.13 Assi stabilità.

e cioè che in volo simmetrico i coefficienti di forza di natura aerodinamica $C_{X,A}$ e $C_{Z,A}$ non sono altro che delle combinazioni dei coefficienti aerodinamici C_D e C_L . Queste relazioni discendono dal fatto che la terna di assi aerodinamici si sovrappone a quella di assi velivolo con una rotazione della prima attorno all'asse y_A di un angolo α_B . Per piccoli angoli d'attacco, $\alpha_B \approx 0$, si ottiene il caso particolare $C_{X,A} \approx -C_D$ e $C_{Z,A} \approx -C_L$.

1.9 Orientamento della traiettoria e del velivolo

Con la figura 1.12 si è introdotta la definizione di un angolo legato alla pendenza locale della traiettoria del baricentro del velivolo. Tale angolo di salita γ , detto anche *angolo di rampa*, è quello che il vettore velocità V forma con l'orizzontale locale. Per convenzione, esso è positivo per un moto di salita. Un esempio di evoluzione in cui l'aeromobile passa da un volo livellato ad un volo in salita è illustrato nella figura 1.14 nella pagina successiva.

Con “orizzontale locale” e “verticale locale” si intendono, più precisamente, quel piano coordinato e la terza delle direzioni coordinate di un riferimento solidale alla terra detto *riferimento degli assi terra* (*Earth frame*). Tale sistema di coordinate ha origine

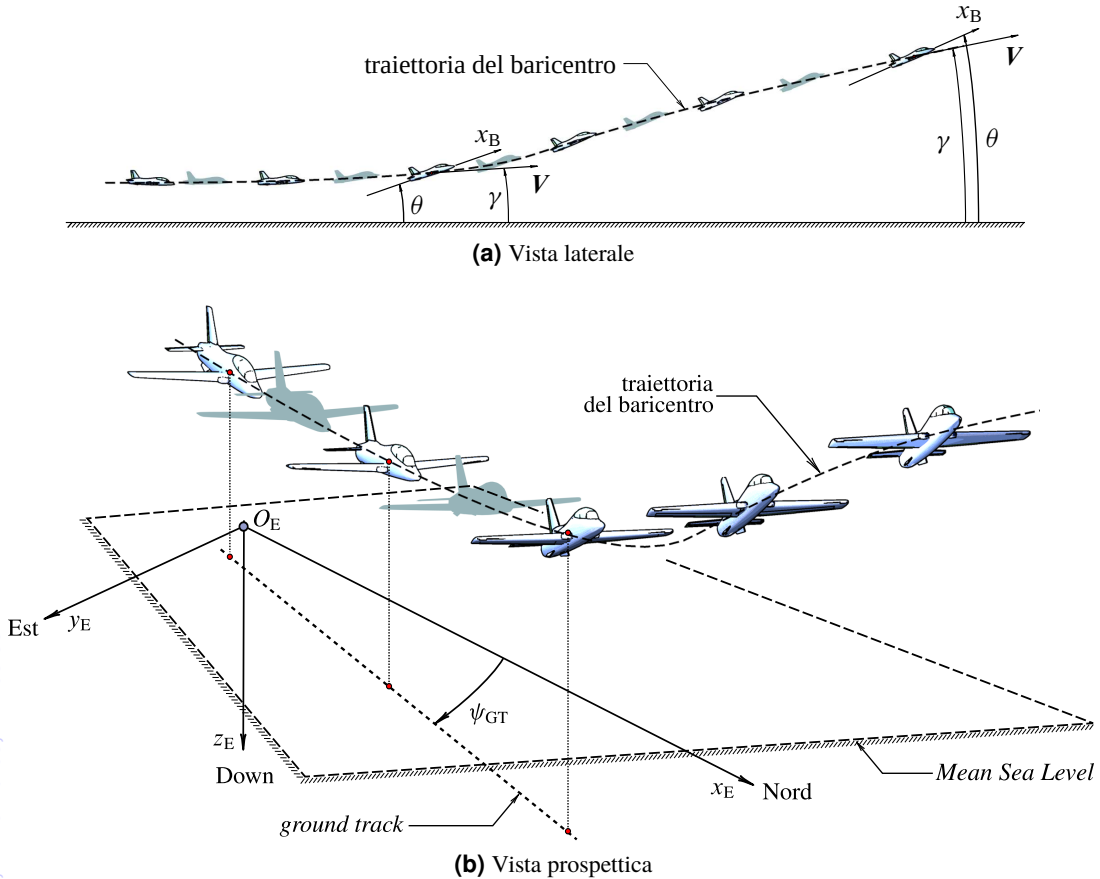


Figura 1.14 Riferimento degli assi terra $\{O_E, x_E, y_E, z_E\}$. Assetti di un velivolo nella fase transitoria di passaggio dal volo livellato ad un volo in salita. In questo caso particolare l'angolo di salita γ è variabile mentre l'angolo di virata ψ_{GT} è costante, essendo rettilinea la proiezione a terra della traiettoria.

O_E in un punto convenientemente scelto sulla superficie terrestre — tipicamente ad una distanza dal centro della terra corrispondente al **livello del mare medio o Mean Sea Level (MSL)**. L'asse z_E è rivolto per convenzione verso il centro terrestre, l'asse x_E verso il nord e, infine, l'asse y_E verso est. Tali orientamenti seguono la convenzione cosiddetta **North-East-Down (NED)** illustrata nella stessa figura 1.14. Nello studio del volo atmosferico la terna $\{O_E, x_E, y_E, z_E\}$ può essere ritenuta, sotto certe ipotesi, un riferimento inerziale, cioè uno spazio fisso in cui descrivere il moto del velivolo.

Un secondo angolo legato alla traiettoria, che ne definisce localmente l'orientamento insieme a γ , è l'**angolo di virata δ** , detto anche **ground-track heading** e indicato con

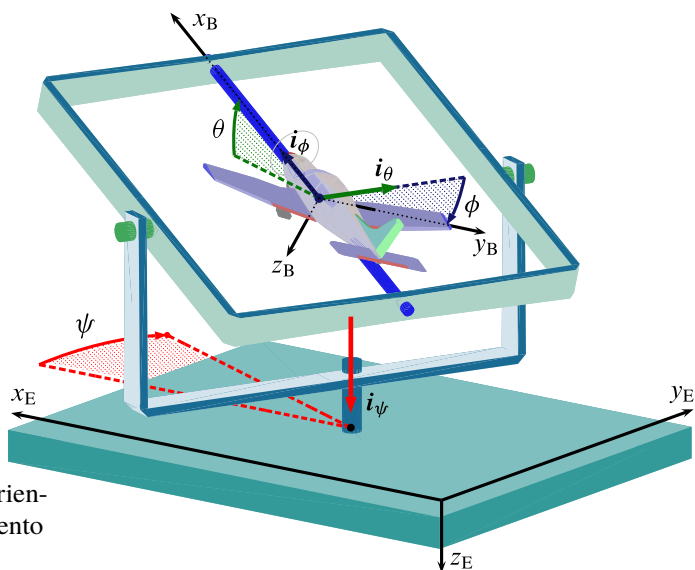


Figura 1.15 Angoli di Eulero ed orientamento del velivolo in un riferimento $\{O_E, x_E, y_E, z_E\}$ solidale alla terra.

ψ_{GT} . Tale angolo è quello che la proiezione a terra della velocità V forma con l'asse di riferimento x_E . In altre parole, ψ_{GT} è l'angolo che la tangente alla proiezione della traiettoria del baricentro sul piano $x_E y_E$, curva detta in gergo *ground-track*, forma localmente con il nord. L'angolo ψ_{GT} è rappresentato nella figura 1.14.

D'altra parte, l'orientamento del velivolo, indipendentemente dalla traiettoria del suo baricentro, è definito istante per istante dalla terna di angoli (ϕ, θ, ψ) illustrata nella figura 1.15. L'angolo di *azimuth* o angolo di *prua* ψ (*heading*) è l'angolo compreso fra il piano verticale contenente l'asse velivolo x_B ed il piano di riferimento verticale $x_E z_E$. L'angolo di *elevazione sull'orizzontale* θ (*elevation*) viene definito come l'angolo che l'asse x_B forma con il piano orizzontale $x_E y_E$. Infine, l'angolo di *inclinazione laterale* ϕ (*bank*) è l'angolo di cui risulta ruotato intorno ad x_B l'asse velivolo y_B a partire dalla posizione ad ali livellate (cioè con asse y_B parallelo al piano $x_E y_E$). I versi assunti come positivi per tali angoli, noti come *angoli di Eulero di orientamento del velivolo*, sono quelli indicati nella figura 1.15.

Per definizione, gli intervalli di variazione degli angoli di Eulero del velivolo sono i seguenti:

$$\begin{aligned}
 -\pi < \phi &\leq \pi & -180^\circ < \phi_{\text{deg}} &\leq 180^\circ \\
 -\frac{\pi}{2} < \theta &< \frac{\pi}{2} & -90^\circ < \theta_{\text{deg}} &< 90^\circ \\
 0 \leq \psi &< 2\pi & 0^\circ \leq \psi_{\text{deg}} &< 360^\circ
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

In un moto longitudinal-simmetrico, sia gli assi velivolo x_B e z_B che il vettore

velocità V rimangono nello stesso piano verticale e si ha in particolare che

$$\theta = \alpha_B + \gamma \quad (1.23)$$

cioè che l'angolo di orientamento longitudinale è somma dell'angolo d'attacco e dell'angolo di salita. In assi stabilità — si veda la figura 1.13 a pagina 23 — per definizione l'angolo d'attacco è nullo e θ coincide con γ . In tale situazione, evidentemente, la portanza che permette di mantenere la traiettoria di salita è dovuta all'angolo d'attacco non nullo che il vento relativo $-V$ forma con la retta di portanza nulla del velivolo.

Con riferimento alla figura 1.12 a pagina 21, per un moto non accelerato — cioè un moto equilibrato in cui le condizioni di volo rimangono stazionarie — le equazioni di equilibrio del moto longitudinal-simmetrico diventano

$$\begin{cases} -D \sin \gamma + L \cos \gamma + T \sin(\gamma + \alpha_B + \mu_T) = W \\ D \cos \gamma + L \sin \gamma - T \cos(\gamma + \alpha_B + \mu_T) = 0 \\ \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T = 0 \end{cases} \quad (1.24)$$

La prima e la seconda delle (1.24) si ottengono dall'equilibrio alla traslazione lungo le direzioni orizzontale e verticale. La terza rappresenta l'equilibrio ai momenti intorno all'asse di beccheggio. Nello studio delle prestazioni di salita e in volo librato queste equazioni si semplificano ulteriormente riportandole in assi stabilità, $\alpha_B = 0$, e trascurando l'angolo d'inclinazione μ_T della spinta T , $\mu_T \approx 0$.

1.10 Anatomia dei velivoli e notazioni

L'anatomia dei velivoli influenza in modo naturale la scelta dei simboli utilizzati nelle formule della Meccanica del volo. In questa parte si vuole stimolare il lettore a comprendere il criterio con cui si è scelto il sistema di pedici multipli utilizzato nel resto del volume.

Si faccia riferimento alle figure 1.16 e 1.17 a pagina 28 dove sono rappresentati, rispettivamente, un aereo di architettura tradizionale e un velivolo dotato di alette *canard*. È tipica la situazione in cui una data grandezza fisica riferita all'intero velivolo, ad esempio la portanza (*lift*, “ L ”), viene modellata come somma di diversi contributi. Il risultato della somma rappresenta la portanza del velivolo in una data condizione di volo e può essere indicata con L_{Tot} o semplicemente con L , omettendo il pedice. I diversi addendi vanno invece distinti necessariamente con un pedice. Un'espressione

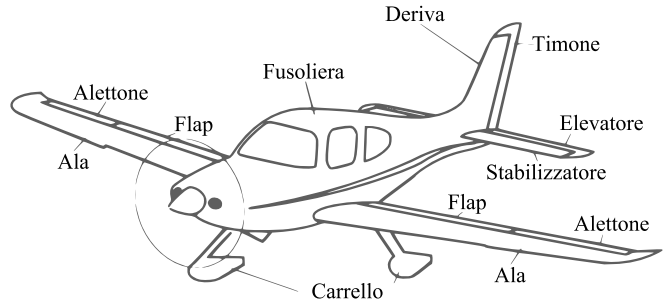


Figura 1.16 Anatomia di un velivolo di architettura tradizionale.

molto usata per la portanza di un velivolo completo è la seguente

$$L = L_{WB} + L_H \quad (1.25)$$

dove il pedice $(\cdot)_{WB}$ sta ad indicare il contributo alla portanza totale della *combinazione ala-fusoliera* — dall'inglese *wing-body* — mentre il pedice $(\cdot)_H$ sta ad indicare il contributo dell'impennaggio orizzontale — *horizontal tail*. La figura 1.18 nella pagina successiva, ricavata concettualmente dalla figura 1.16, mostra una suddivisione ideale della configurazione aerodinamica tradizionale nelle sue subcomponenti. La subcomponente *wing-body* (WB), detta anche “velivolo parziale”, è molto importante nello studio della stabilità statica longitudinale. Essa si completa con l'aggiunta dell'impennaggio orizzontale (*horizontal tail*, H) e dell'impennaggio verticale (*vertical tail*, V). L'insieme di tutte le subcomponenti forma il cosiddetto “velivolo completo”.

Se l'architettura del velivolo è tale da presentare ulteriori elementi portanti, ad esempio delle alette *canard*, la scomposizione (1.25), detta in gergo *break-down* della portanza, diventa

$$L = L_{WB} + L_H + L_C \quad (1.26)$$

dove il pedice $(\cdot)_C$ indica il contributo del *canard*.

In generale la forza aerodinamica risultante viene indicata con F_A . In questo caso la “ F ” sta per “forza”. Il pedice $(\cdot)_A$ indica il *tipo di forza*, la forza “aerodinamica”, cioè quella derivante dall'interazione tra il velivolo e la corrente. La sua espressione, per un'architettura tradizionale, è data dalla somma

$$F_A = (F_A)_W + (F_A)_B + (F_A)_H + (F_A)_V + (F_A)_I \quad (1.27)$$

Ecco un esempio di simboli con pedici multipli; in questo caso il pedice interno indica il tipo di forza in esame, il pedice esterno indica una parte del velivolo.

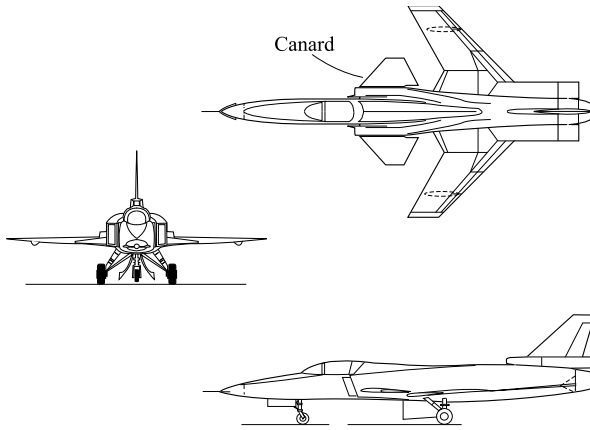
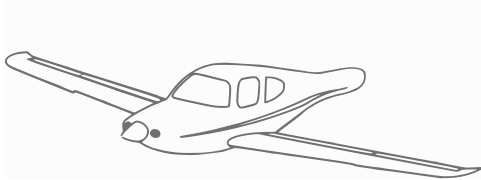
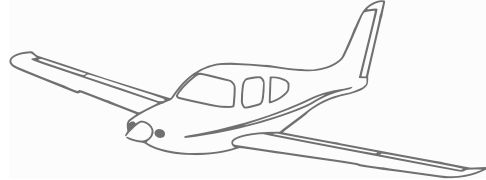


Figura 1.17 Un esempio di velivolo ad architettura non tradizionale, dotato di alette *canard* e di ali a freccia negativa, l'aereo sperimentale americano Grumman X29.



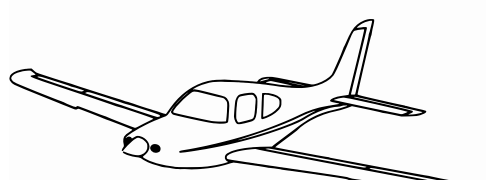
(a) wing-body (WB)



(b) wing-body-vertical tail (WBV)



(c) wing-body-horizontal tail (WBH)



(d) Velivolo completo

Figura 1.18 Possibili sottoinsiemi di una configurazione aerodinamica.

Tutti gli addendi a secondo membro della (1.27), tranne l'ultimo, rappresentano i *contributi isolati* degli elementi aerodinamici che compongono la configurazione del velivolo, come se ciascuno di essi fosse immerso isolatamente, a parità di condizioni, nella corrente fluida. Nella (1.27) gli elementi considerati sono: l'ala (W per *wing*), la fusoliera (B per *body* oppure a volte anche F per *fuselage*), l'impennaggio orizzontale (H) e quello verticale (V). L'ultimo addendo $(F_A)_I$ rappresenta un *termine d'interferenza* complessivo (I) dovuto al fatto che in realtà gli elementi aerodinamici non sono isolati ma sono integrati in una singola configurazione.

La (1.27) richiama la suddivisione della configurazione aerodinamica della figu-

ra 1.18. Tale scomposizione ideale aiuta i progettisti a stimare in via preliminare le grandezze aerodinamiche associate all'intero velivolo. In alcuni casi si può disporre o si riescono a determinare dei contributi dovuti alla combinazione di più elementi aerodinamici. Ad esempio, può essere valida una formula del tipo

$$F_A = (F_A)_{\text{WBV}} + (F_A)_H + (F_A)_I \quad (1.28)$$

in cui con il pedice $(\cdot)_{\text{WBV}}$ si intende il contributo alla forza risultante della combinazione ala-fusoliera-impennaggio verticale (*wing-body-vertical tail*). Tale contributo, che include anche la mutua interferenza dei tre singoli componenti, è determinabile ad esempio attraverso prove sperimentali in galleria del vento o con studi di Aerodinamica computazionale. Pertanto, in questo caso particolare, il termine d'interferenza $(F_A)_I$ nella (1.28) è quello dovuto all'integrazione della combinazione suddetta con l'impennaggio orizzontale ed è diverso da quello che compare nella formula (1.27).

Si osservi come nelle ultime due espressioni si sia dovuto ricorrere a un doppio pedice e, per chiarezza, all'uso di parentesi. A volte una formula come la (1.28) potrà convenientemente essere scritta nella forma equivalente

$$F_A = F_{A,\text{WBV}} + F_{A,H} + F_{A,I} \quad (1.29)$$

in cui si fa a meno delle parentesi e si usano pedici multipli separati da virgole.

L'uso dei pedici va applicato ed interpretato con attenzione in formule più articolate delle (1.25)-(1.29), quando le grandezze fisiche di cui se ne modella la scomposizione vengono espresse esse stesse con dei pedici multipli. Un esempio è costituito dai momenti (coppie) e dai coefficienti di momento (coppie adimensionali).

Per i momenti c'è sempre l'esigenza di specificare il polo rispetto al quale essi vanno calcolati. Inoltre è bene usare per queste grandezze dei simboli opportuni, dovendo esprimere anche il fatto che si tratta di coppie, distinguendoli dalle forze. Come precedentemente osservato, per indicare i momenti verrà usato deliberatamente un carattere calligrafico — ad esempio “ $\mathcal{M}$ ”, anziché “ M ”.

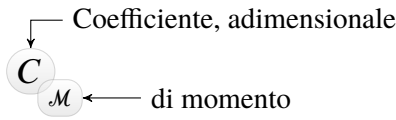
Il momento rispetto ad un polo P potrà allora essere indicato genericamente con $\mathcal{M}_P$ ed il relativo coefficiente di momento con $C_{\mathcal{M}_P}$. Quando poi si vuole esprimere un coefficiente di momento come somma di diversi contributi vanno introdotti ulteriori simboli, analoghi a quelli usati nelle scomposizioni (1.25)-(1.29). Si potrà avere, ad esempio per il coefficiente di momento di beccheggio di un velivolo rispetto al

baricentro, un'espressione del tipo:

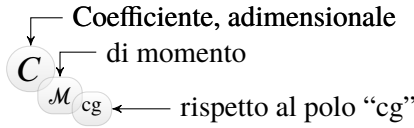
$$C_{\mathcal{M}_{cg}} = \left(C_{\mathcal{M}_{cg}}\right)_{WB} + K'_H \left(C_{\mathcal{M}_{ac}}\right)_H + K''_H (C_L)_H \frac{l_H}{c_W} \quad (1.30)$$

Il significato di una formula come la (1.30) verrà approfondito in un capitolo successivo di questo testo. Qui è importante prendere visione dell'uso delle diverse notazioni. Esse hanno la seguente interpretazione:

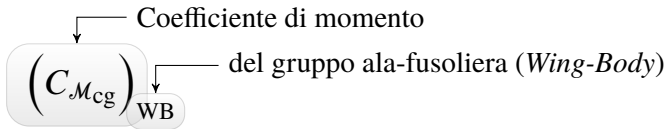
$C_{\mathcal{M}}$ indica un coefficiente adimensionale di momento,



$C_{\mathcal{M}_{cg}}$ indica il coefficiente di momento totale rispetto al baricentro (*center of gravity*); detto anche $C_{\mathcal{M}_G}$,



$\left(C_{\mathcal{M}_{cg}}\right)_{WB}$ indica il contributo della combinazione ala-fusoliera,



$K'_H \left(C_{\mathcal{M}_{ac}}\right)_H$ indica un contributo dovuto all'impennaggio orizzontale,

$(\cdot)_{ac}$ indica che il polo considerato è il centro aerodinamico “ac” (*aerodynamic center*) dell'elemento di configurazione considerato,

$\left(C_{\mathcal{M}_{ac}}\right)_H$ conseguentemente indica il coefficiente di momento di beccheggio dell'impennaggio orizzontale rispetto al proprio centro aerodinamico,

K'_H rappresenta un termine necessario ad esprimere il precedente contributo rispetto a delle appropriate grandezze di riferimento,

$K_H''(C_L)_H l_H/c_W$ indica un secondo contributo dovuto all'impennaggio orizzontale, che eventualmente include anche un effetto di interferenza aerodinamica,

$(C_L)_H$ indica il coefficiente di portanza dell'impennaggio di coda,

l_H/c_W rappresenta una distanza adimensionale, presente per il fatto che la portanza dell'impennaggio orizzontale in coda ha un braccio rispetto al baricentro del velivolo,

K_H'' rappresenta un termine adimensionale analogo a K_H' .

È proprio con formule come la (1.30) che si esprimono in genere i coefficienti di forza e di momento che compaiono nelle equazioni del moto o di equilibrio di un velivolo. Per semplicità i momenti che hanno per polo il baricentro verranno spesso indicati sottintendendo il pedice $(\cdot)_{cg}$.

In qualche occasione c'è poi l'esigenza di porre in risalto il fatto che le risultanti delle forze e dei momenti agenti sul velivolo sono scomponibili come la somma di contributi di diversa natura. Come visto nei paragrafi 1.3.1 e 1.3.2, uno dei contributi è ovviamente di natura aerodinamica, cioè è dovuto al fatto che il velivolo in una data condizione di volo rappresenta un corpo aerodinamico investito da una corrente relativa. Ci saranno poi i contributi dovuti al sistema propulsivo ed alla gravità. Dunque, volendo esprimere in generale il vettore forza risultante $\mathbf{F}$ agente sul velivolo si avrà

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G \quad (1.31)$$

Nella (1.31) la $\mathbf{F}_A$ ha per modulo proprio la forza aerodinamica risultante F_A vista in precedenza mentre i vettori $\mathbf{F}_T$ ed $\mathbf{F}_G$ corrispondono, rispettivamente, alla risultante della spinta ("T" sta per *thrust*) e dell'azione gravitazionale ("G" sta per *gravity*). Se tale scomposizione si applica all'espressione generale del coefficiente di momento di beccheggio di un velivolo rispetto al baricentro si userà il formalismo seguente

$$C_M = (C_M)_A + (C_M)_T, \quad \text{o anche} \quad C_M = C_{M,A} + C_{M,T} \quad (1.32)$$

Quando si presenteranno in un capitolo successivo le espressioni delle azioni aerodinamiche sul velivolo si darà per scontato che i coefficienti di forza e momento sono di natura aerodinamica e, non essendoci possibilità di confusione, si ometterà il pedice $(\cdot)_A$. In un altro contesto, per esempio quando si ricavano le equazioni del moto o di equilibrio del velivolo, l'uso di pedici in espressioni come la (1.32) diventa

necessario. Si osservi che nella (1.32) non compare il contributo al momento totale dovuto all'azione della gravità poiché questa è rappresentata dal peso del velivolo applicato al baricentro.

Come osservazione finale sulla simbologia adottata in questo testo, si noti che nelle definizioni introdotte la scelta dei nomi delle variabili segue una precisa prassi. Si fa uso di sequenze di lettere in maniera sistematica e consistente, per denotare coordinate, componenti di forza, di momento, di velocità e di velocità angolare: (x, y, z) , (X, Y, Z) , $(\mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N})$, (u, v, w) , (p, q, r) . Ciò consente di ottenere un buon grado di uniformità tra le notazioni e riduce al minimo la possibilità di confusione dei simboli. Questo approccio vale anche per le variabili indicate con lettere greche. Anche in quel caso le definizioni si servono di sequenze mnemonicamente semplici come α , β , γ , δ oppure ϕ , θ e ψ .

1.11 Comandi di volo

Per gli scopi di questo testo si tratterà il caso generale di un velivolo ad architettura convenzionale, dotato di comandi di volo di tipo tradizionale. Per “architettura convenzionale” si intende una soluzione progettuale in cui la superficie portante principale — cioè l'ala — è posta avanti e delle superfici portanti secondarie — cioè gli impennaggi — sono collocate in coda.

Nella figura 1.19 nella pagina successiva è rappresentato un velivolo di architettura convenzionale: in questo esempio particolare si nota una combinazione ala-fusoliera detta “ad ala alta”, con flap ed alettoni; ciascun impennaggio di coda, sia quello orizzontale che quello verticale, è dotato di una parte fissa e di una parte mobile; quest'ultima è detta *superficie di governo* ed è necessaria al controllo del volo.

Gli *alettoni* (*aileroni*) sono anch'essi delle superfici di governo e sono ricavate nella parte esterna di ciascuna semiala. Quando il pilota aziona gli alettoni si dice che egli agisce sul comando *laterale*, conferendo all'aeroplano un moto di rotazione intorno all'asse velivolo x_B . In altri termini, il movimento degli alettoni determina un moto di *rollio*. Alcune manovre di rollio sono illustrate nella figura 1.20 a pagina 34.

Il comando *longitudinale* consente invece al pilota di conferire al velivolo un moto di rotazione intorno all'asse y_B , cioè un moto di *beccheggio*. Alcune manovre di richiamata in cui il moto rotatorio è prevalentemente un moto di beccheggio sono illustrate nella figura 1.21 a pagina 35. La figura 1.22 a pagina 36 mostra due tipi molto comuni di superfici di governo longitudinale. Nella figura 1.22a si ha un piano orizzontale di coda costituito da una parte fissa, solidale alla fusoliera, detta

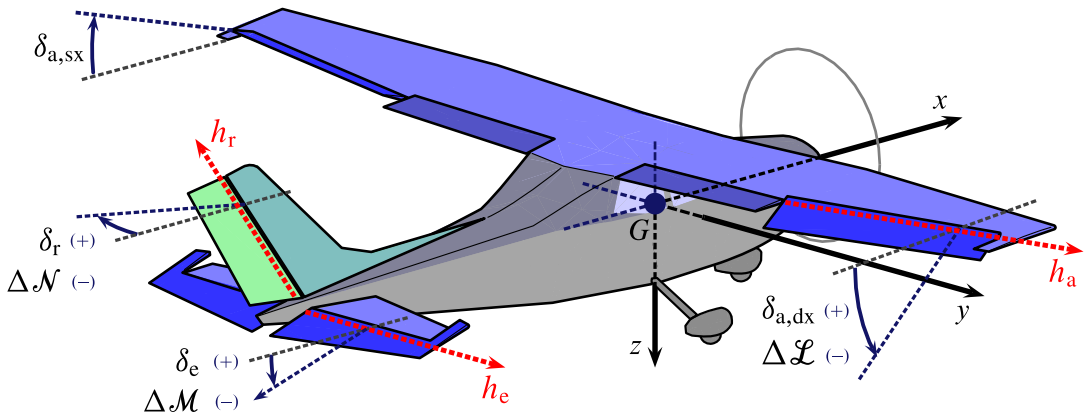


Figura 1.19 Convenzioni sui segni delle deflessioni dei comandi.

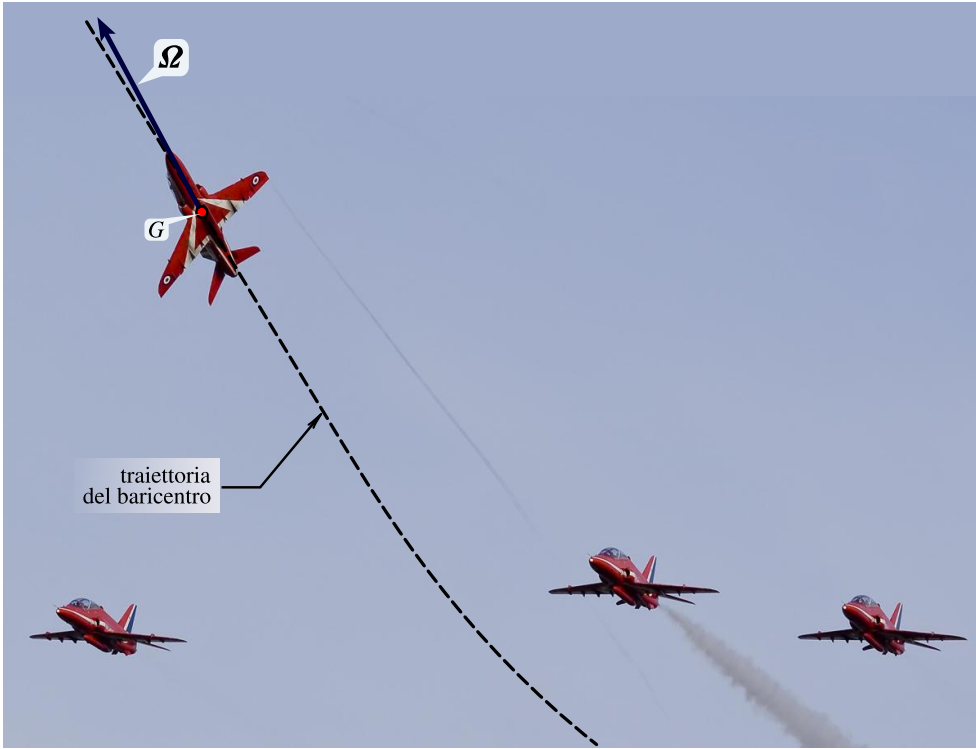
stabilizzatore orizzontale (*horizontal stabilizer*) e da una parte mobile che rappresenta la superficie di governo vera e propria detta *elevatore* (*elevator*). La figura 1.22b mostra invece un impennaggio orizzontale *tutto mobile*, incernierato ad un asse solidale alla fusoliera e detto *stabilizzatore* (*stabilator*).

Il comando *direzionale* è detto *timone* (*rudder*) ed è anch'esso riportato nei disegni della figura 1.22. Il timone di direzione può essere utilizzato per ottenere rotazioni intorno all'asse velivolo z_B , cioè moti di *imbardata*. Nella figura 1.23 a pagina 37 si osserva l'evidente disassamento della fusoliera rispetto alla direzione della corrente asintotica ("fusoliera imbardata") dovuto all'azione del timone.

Le superfici di governo su descritte sono i comandi di volo tradizionali: due alettoni montati sul bordo d'uscita delle estremità alari, un elevatore montato sull'impennaggio di coda orizzontale, un timone di direzione montato sull'impennaggio di coda verticale.

Gli alettoni, l'elevatore e il timone di direzione sono anche detti comandi di volo *primari*. Le convenzioni sui segni positivi delle deflessioni delle superfici di governo primarie sono illustrate nella figura 1.19. Ciascuna di queste superfici di governo produce variazioni di momento di rollio, beccheggio e imbardata, rispettivamente, attraverso una variazione locale della curvatura di una superficie portante.

Il comando longitudinale realizza una deflessione δ_e dell'equilibratore di segno positivo, per convenzione, se il bordo d'uscita della superficie mobile si abbassa. Il criterio che definisce una deflessione δ_e positiva è legato alla convenzione europea sui segni positivi degli sforzi di pilotaggio. A tal proposito si esamini la figura 1.24 a pagina 38. La forza F_e che il pilota deve applicare al comando longitudinale per muovere in avanti la barra o il volantino è per convenzione positiva. Dunque, si

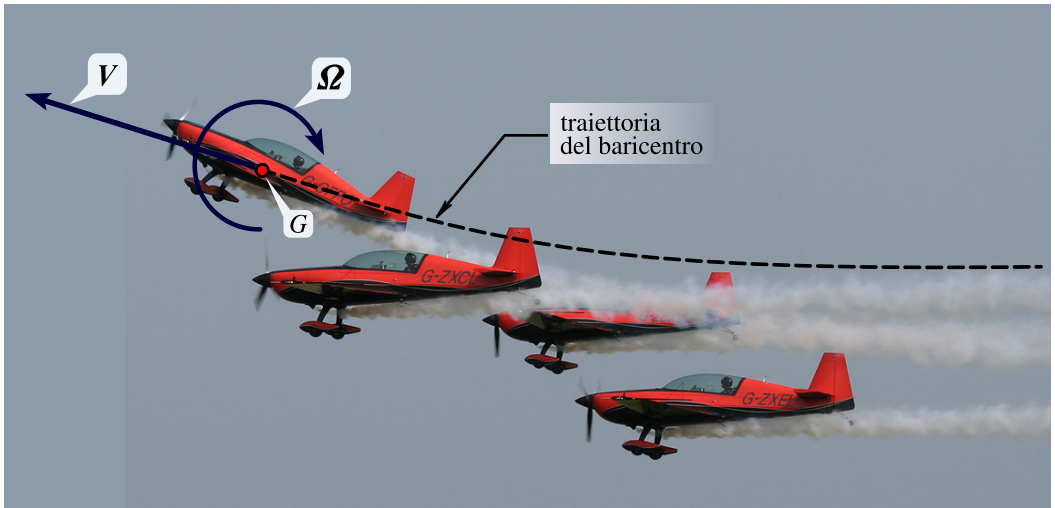


(a) In questo caso particolare $\Omega = p i_B$ con $p > 0$.



(b) Velocità angolare di rollio p positiva e negativa.

Figura 1.20 Manovra di rollio: il pilota imprime al velivolo una rotazione intorno all'asse longitudinale x_B .



(a) In questo caso particolare $\Omega = q \mathbf{j}_B$ con $q > 0$.



(b) Vettori velocità angolare istantanea allineati con gli assi laterali.

Figura 1.21 Manovra di richiamata: il pilota imprime al velivolo una rotazione intorno all'asse laterale y_B .

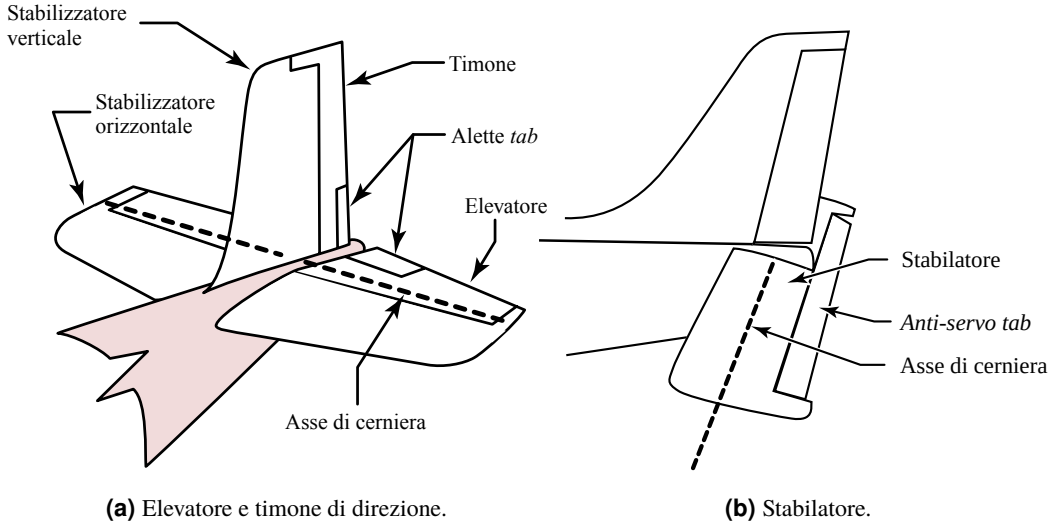


Figura 1.22 Tipici elementi funzionali di impennaggi di coda tradizionali.

stabilisce che *un incremento positivo della forza applicata dal pilota al comando longitudinale corrisponde ad una deflessione positiva dell'equilibratore*.

Una deflessione positiva δ_e può essere anche visualizzata immaginando il segno della variazione di momento aerodinamico che ne consegue. Infatti, quando il bordo d'uscita della superficie mobile si deflette verso il basso, viene prodotta una forza $(\Delta Z)_H \mathbf{k}_B$ applicata in coda, dove il pedice $(\cdot)_H$ sta per *horizontal tail*. L'orientamento di questa forza è tale da produrre una variazione $\Delta \mathcal{M}$ di momento di beccheggio tipicamente *negativa*, cioè a picchiare.

La variazione di momento di beccheggio, rapportata alla variazione di deflessione $\Delta \delta_e$ necessaria ad ottenerla, è chiamata *efficacia* del comando longitudinale $\mathcal{M}_{\delta_e}$ e si ha

$$\Delta \mathcal{M} = \left. \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial \delta_e} \right|_{\bar{\delta}_e} \Delta \delta_e = \mathcal{M}_{\delta_e} \Delta \delta_e \quad (1.33)$$

dove $\bar{\delta}_e$ è un valore di deflessione iniziale di riferimento al quale il pilota applica la variazione $\Delta \delta_e$. Analogamente, si definiscono i termini di efficacia — o anche *sensibilità* — corrispondenti alle due componenti di forza longitudinale X_{δ_e} e Z_{δ_e} .

L'efficacia di un comando è importante sia dal punto di vista del dimensionamento degli organi di governo a cui essa è collegata sia dal punto di vista delle qualità di volo. Tra i termini di efficacia legati al comando longitudinale il più importante è



Figura 1.23 Nel moto di imbardata il pilota imprime al velivolo una rotazione intorno all'asse direzionale z_B . Nell'immagine si noti la deflessione del timone e la linea di fumo rilasciata dall'ala sinistra, da cui si deduce la velocità asintotica della corrente.

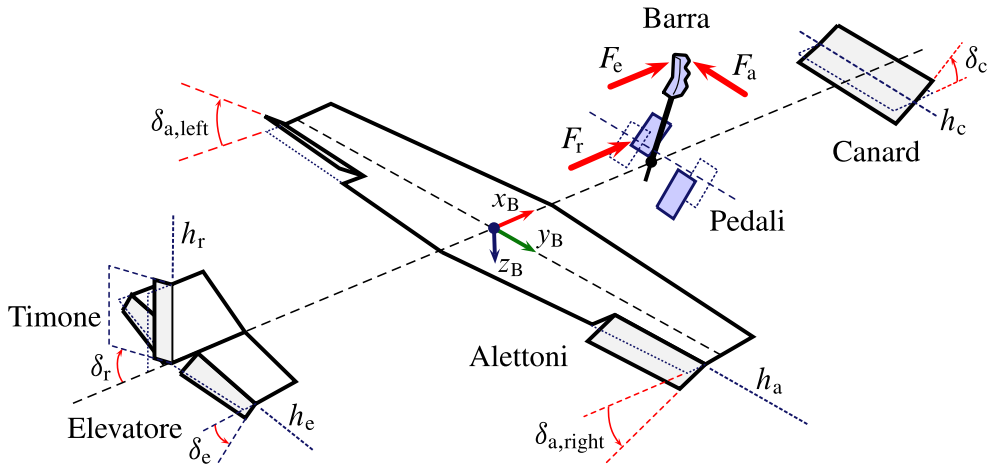


Figura 1.24 Forze positive applicate dal pilota secondo la convenzione europea e relazione con le convenzioni sui segni delle deflessioni delle superfici di governo.

certamente $\mathcal{M}_{\delta_e}$. Per definizione l'efficacia $\mathcal{M}_{\delta_e}$ è una quantità negativa.

La deflessione positiva δ_a , comandata dal movimento della barra di pilotaggio verso sinistra (o del volantino che ruota in senso antiorario), è mostrata nelle figure 1.19 e 1.24. Ad essa corrisponde tipicamente una deflessione verso il basso del bordo d'uscita dell'alettone destro e una deflessione combinata verso l'alto del bordo d'uscita dell'alettone sinistro. Un tale meccanismo produce un'asimmetria del carico alare ed un corrispondente momento di rollio non nullo. Come per la convenzione sul segno della deflessione dell'equilibratore, qui una deflessione δ_a positiva dà luogo ad un incremento negativo di momento di rollio $\Delta \mathcal{L}$, cioè tendente a far sollevare l'ala destra. Si osservi che tale convenzione *non* coincide con quella adottata in letteratura americana dove il segno di δ_a è positivo per una deflessione verso l'alto dell'alettone destro.

A volte il numero reale δ_a è definito come la media tra i valori assoluti delle deflessioni angolari dei due alettoni, destro $\delta_{a,right}$ e sinistro $\delta_{a,left}$, con segno positivo se il destro si abbassa:

$$\delta_a = \frac{1}{2} \frac{\delta_{a,right}}{|\delta_{a,right}|} (|\delta_{a,right}| + |\delta_{a,left}|) \quad (1.34)$$

La definizione (1.34) si semplifica se si assume che le deflessioni dell'alettone destro e dell'alettone sinistro sono perfettamente antisimmetriche, avendosi $\delta_a \equiv \delta_{a,right}$. Va ricordato che nella realtà a una data deflessione $\delta_{a,right}$ non corrisponde quasi mai una

deflessione $\delta_{a,\text{left}}$ uguale e contraria. I motivi di questa asimmetria saranno chiari più avanti in questo testo quando si discuteranno le azioni aerodinamiche latero-direzionali.

Quanto sopra esposto mostra l'importanza di verificare con attenzione le convenzioni e le grandezze di riferimento utilizzate nel calcolo dei coefficienti aerodinamici, specialmente nelle applicazioni che fanno uso di dati ottenuti da diverse fonti.

Per il comando laterale si definisce l'efficacia o sensibilità $\mathcal{L}_{\delta_a}$. Essa è tale che

$$\Delta \mathcal{L} = \left. \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta_a} \right|_{\bar{\delta}_a} \Delta \delta_a = \mathcal{L}_{\delta_a} \Delta \delta_a \quad (1.35)$$

e per definizione $\mathcal{L}_{\delta_a} < 0$.

La deflessione positiva δ_r del comando direzionale, comandata dal pilota con un affondo sul pedale sinistro, è mostrata nelle figure 1.19 e 1.24. Per una deflessione δ_r positiva verso sinistra del bordo d'uscita del timone nascerà un momento di imbardata $\Delta \mathcal{N}$ negativo che tenderà a spostare il muso della fusoliera a sinistra. Tale incremento di momento di imbardata è realizzato attraverso la produzione di una forza laterale $(\Delta Y)_V$ positiva ed applicata in coda. Il vettore variazione di forza laterale $(\Delta Y)_V \mathbf{j}_B$, dove il pedice $(\cdot)_V$ sta per *vertical tail*, ha un forte braccio rispetto al baricentro avendo come punto di applicazione il centro aerodinamico dell'impennaggio verticale.

L'efficacia $\mathcal{N}_{\delta_r}$ del comando direzionale è data dalla derivata aerodinamica $(\partial \mathcal{N} / \partial \delta_r) \big|_{\bar{\delta}_r}$, tale che

$$\Delta \mathcal{N} = \left. \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial \delta_r} \right|_{\bar{\delta}_r} \Delta \delta_r = \mathcal{N}_{\delta_r} \Delta \delta_r \quad (1.36)$$

e per definizione $\mathcal{N}_{\delta_r} < 0$.

In un capitolo successivo si avrà modo di approfondire alcuni concetti legati all'efficacia dei comandi e, in generale, al significato fisico delle cosiddette *derivate aerodinamiche e derivate di stabilità*.

Approfondimento 1.1: Effetti incrociati delle deflessioni δ_a e δ_r

L'efficacia di un comando è solitamente riferita al momento baricentrico intorno a un asse velivolo — ad esempio y_B — generato dalla deflessione della superficie di governo ad esso direttamente correlata — ad esempio δ_e . D'altra parte, sia per il comando laterale che direzionale sono fisicamente osservabili degli *effetti incrociati* a volte non poco significativi.

Una deflessione $\Delta\delta_r$ del timone determina una forza trasversale $(\Delta Y)_V \mathbf{j}_B$ applicata all'impennaggio verticale. Il punto di applicazione di questa forza ha, tipicamente, una distanza non nulla dal piano $x_B y_B$. Pertanto, tale azione aerodinamica darà luogo anche a un momento di rollio $\Delta\mathcal{L}$. Questo effetto dipenderà dalla particolare configurazione architettonica del piano verticale di coda del velivolo e varierà in valore e segno in funzione dall'angolo d'attacco.

Analogamente, anche l'azione sul comando laterale, che determina un'escursione $\Delta\delta_a$, produce un momento d'imbardata $\Delta\mathcal{N}$. Tipicamente questo effetto incrociato è di entità inferiore rispetto al momento di rollio provocato dalla deflessione degli alettoni, che rappresenta il fenomeno fisico dominante. In alcune circostanze, tuttavia, gli effetti incrociati vanno ben valutati ai fini del corretto dimensionamento delle parti di un velivolo.

In generale quando si parla di efficacia di un comando si assume che sia accettabile l'ipotesi di sovrapponibilità degli effetti e di dipendenza lineare dei coefficienti aerodinamici in funzione delle deflessioni delle superfici di governo. Ad esempio, a partire da una condizione di volo equilibrata lungo una traiettoria rettilinea, per una coppia di deflessioni di alettoni e timone $(\Delta\delta_a, \Delta\delta_r)$ rispetto a posizioni $(\bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r)$ di equilibrio si avrà un momento di rollio

$$\Delta\mathcal{L} = \left. \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\delta_a} \right|_{\bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r} \Delta\delta_a + \left. \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\delta_r} \right|_{\bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r} \Delta\delta_r = \mathcal{L}_{\delta_a} \Delta\delta_a + \mathcal{L}_{\delta_r} \Delta\delta_r \quad (1.37)$$

ed un momento di imbardata

$$\Delta\mathcal{N} = \left. \frac{\partial\mathcal{N}}{\partial\delta_a} \right|_{\bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r} \Delta\delta_a + \left. \frac{\partial\mathcal{N}}{\partial\delta_r} \right|_{\bar{\delta}_a, \bar{\delta}_r} \Delta\delta_r = \mathcal{N}_{\delta_a} \Delta\delta_a + \mathcal{N}_{\delta_r} \Delta\delta_r \quad (1.38)$$

Indipendentemente dall'importanza relativa degli addendi di ciascuna delle formule precedenti, i singoli effetti della deflessione $\Delta\delta_a$ e della deflessione $\Delta\delta_r$ coesisteranno e le relazioni (1.37)-(1.38) affermano che essi sono sovrapponibili. Le (1.37)-(1.38) sono cioè delle combinazioni lineari di $\Delta\delta_a$ e $\Delta\delta_r$ mediante costanti, $\mathcal{L}_{\delta_a}$, $\mathcal{L}_{\delta_r}$, $\mathcal{N}_{\delta_a}$, ed $\mathcal{N}_{\delta_r}$, caratteristiche del velivolo e della condizione equilibrata di riferimento.

Questo modello è ingegneristicamente valido per regimi di volo con moderati angoli d'attacco e di derapata, corrispondenti alle normali condizioni di volo. In regimi di moto ad elevati assetti le forme linearizzate (1.37)-(1.38) non saranno più adeguate a descrivere le variazioni $\Delta\mathcal{L}$ e $\Delta\mathcal{N}$.

I comandi di volo vengono anche detti *istintivi*. Ad esempio, nel caso dell'elevatore, se il pilota vuole ottenere un moto a picchiare ($q < 0$) egli deve compiere un movimento del braccio in avanti, come a voler imitare il moto desiderato; viceversa, se vuole cabrare, come in una richiamata ($q > 0$), la barra (o il volantino) va tirata verso il petto. Un analogo discorso vale per gli altri comandi. Per abbassare l'ala destra ($p > 0$) con una deflessione negativa degli alettoni il movimento richiesto alla barra di comando è verso destra (il volantino ruota in senso orario); un movimento contrario è richiesto per abbassare l'ala sinistra ($p < 0$). Per imbardare a destra ($r > 0$) con una deflessione negativa del timone il pilota deve spingere il pedale destro; per imbardare a sinistra ($r < 0$) deve spingere il pedale sinistro.

Si osservi che oltre ai sistemi tradizionali di comando — quali gli alettoni, l'elevatore ed il timone di direzione — esistono anche altri dispositivi fisici per il controllo di forze e momenti esterni agenti su un aereo in volo. Tra questi dispositivi si possono annoverare, ad esempio, gli *spoilers* e gli *speed breakers*, disposti tipicamente sulle ali o sulla fusoliera. Esistono poi dei dispositivi di comando speciali perché legati a configurazioni particolari come, ad esempio, i sistemi di orientamento della spinta dei propulsori per velivoli a decollo ed atterraggio verticale. Esistono anche velivoli che possiedono superfici di governo montate su impennaggi di coda a “V” oppure, ancora, delle alette mobili dette *canard*, montate nella parte anteriore della fusoliera.

La figura 1.25 nella pagina seguente riporta, una rappresentazione schematica dei sistemi di governo di un velivolo da trasporto commerciale. Più avanti, la figura 1.26 a pagina 43 mostra in dettaglio alcuni esempi di superfici di governo primarie e secondarie. Nella figura 1.27 a pagina 44 sono riportati alcuni esempi di configurazioni architettoniche, tradizionali e non tradizionali, degli impennaggi di coda.

Una volta compreso il principio teorico della *efficacia* di un dato comando di volo sarà possibile aggiungere al modello matematico di velivolo un dispositivo di comando specifico per il controllo della dinamica del volo. Per le configurazioni non tradizionali le espressioni dell'efficacia dei comandi longitudinale e latero-direzionale richiederanno un trattamento particolare.

1.12 Azioni sul velivolo

Le definizioni (1.8)-(1.9) introducono coefficienti di forza e di momento *totali*. Essi rappresentano cioè delle espressioni adimensionali delle componenti della forza e del momento *risultanti*, agenti sul velivolo istante per istante. Tali coefficienti sono una

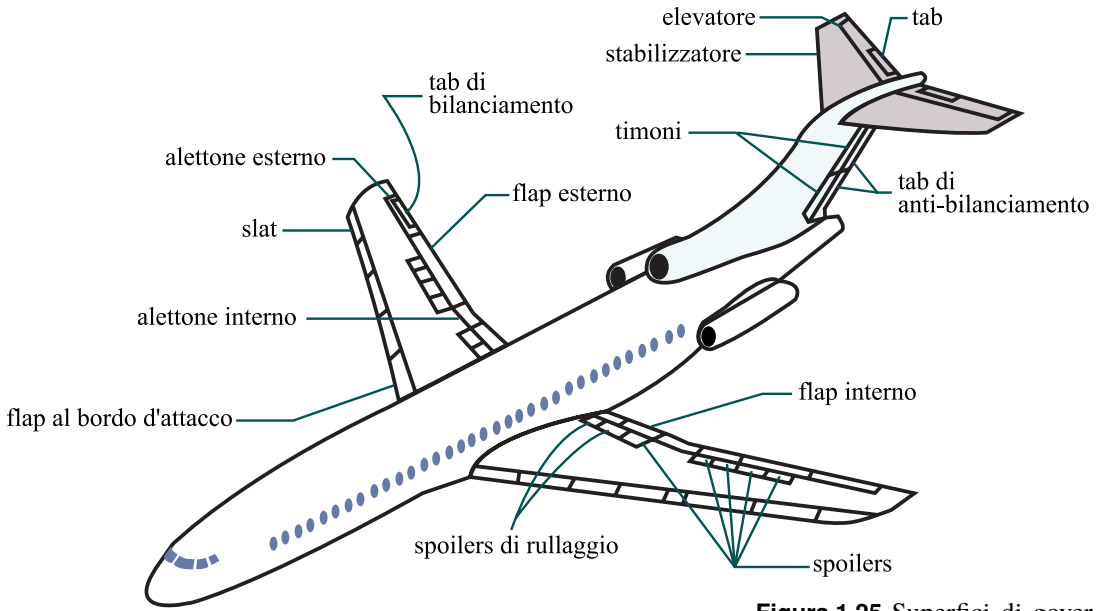


Figura 1.25 Superfici di governo di un velivolo da trasporto commerciale.

generalizzazione che riflette una prassi dell'Aerodinamica che è quella di caratterizzare oggetti investiti da una corrente in termini di coefficienti di forza e di momento aerodinamici.

Com'è noto, nello studio della Meccanica del volo si suole scomporre le azioni esterne in: azione del peso del velivolo, azione del sistema propulsivo ed in azioni aerodinamiche. Dunque i coefficienti (1.8)-(1.9) inglobano gli effetti di tutte queste azioni di natura diversa.

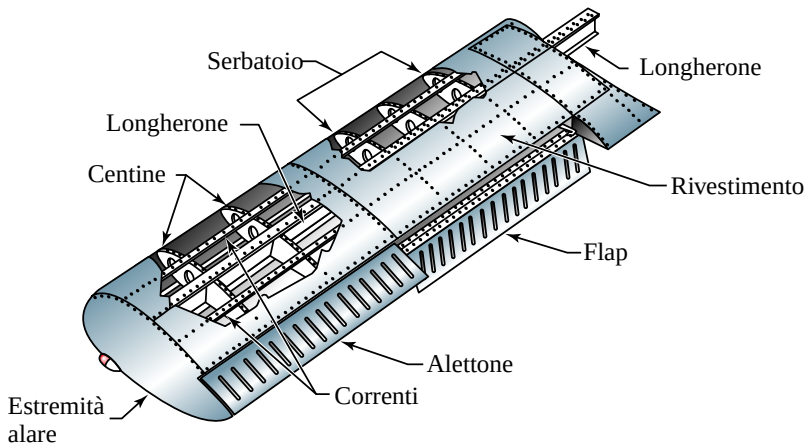
In particolare, è interessante considerare le situazioni di volo equilibrato, cioè quei moti in cui si annullano la forza e il momento risultanti di tutte le azioni esterne. Si ha dunque:

$$\mathbf{F}_A + \mathbf{F}_T + \mathbf{F}_G = 0, \quad \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T = 0 \quad (1.39)$$

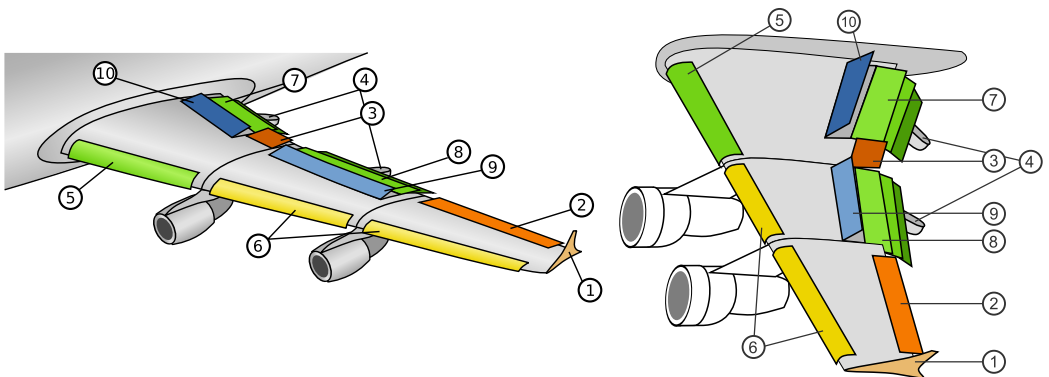
Anche qui si osservi che nella seconda delle (1.39) non compare il contributo al momento totale dovuto all'azione del peso del velivolo poiché esso è applicato al baricentro.



(a) Alettone di un tipico velivolo dell'aviazione generale.

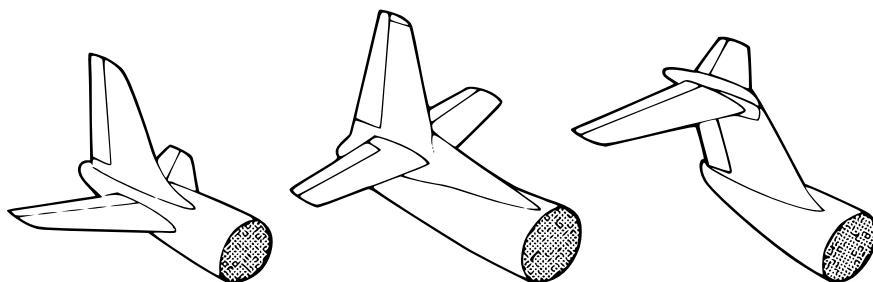


(b) Tipica struttura alare di un velivolo dell'aviazione generale.

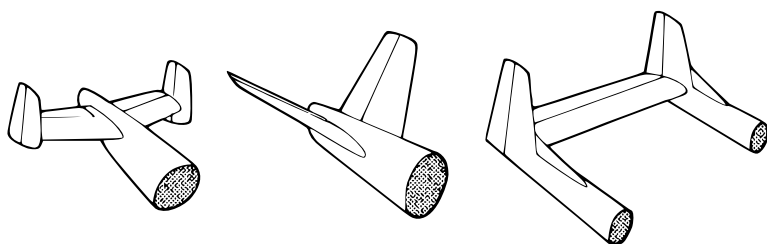


(c) Superfici di governo primarie e secondarie su un'ala di un velivolo da trasporto commerciale: ① winglet, ② alettone di bassa velocità, ③ alettone di alta velocità, ④ guide flap, ⑤ flap di tipo Krüger, ⑥ slats, ⑦ slotted flaps interni, ⑧ slotted flaps esterni, ⑨ spoilers, ⑩ spoilers-aerofreni.

Figura 1.26 Esempi di superfici di governo localizzate sull'ala.



(a) I tipi di impennaggio di coda tradizionali.



(b) Alcuni tipi di impennaggio di coda non tradizionali.



(c) Il Beech 35 *Bonanza*, dotato di con impennaggio di coda a "V".

Figura 1.27 Esempi di configurazioni architettoniche tradizionali e non tradizionali degli impennaggi di coda.

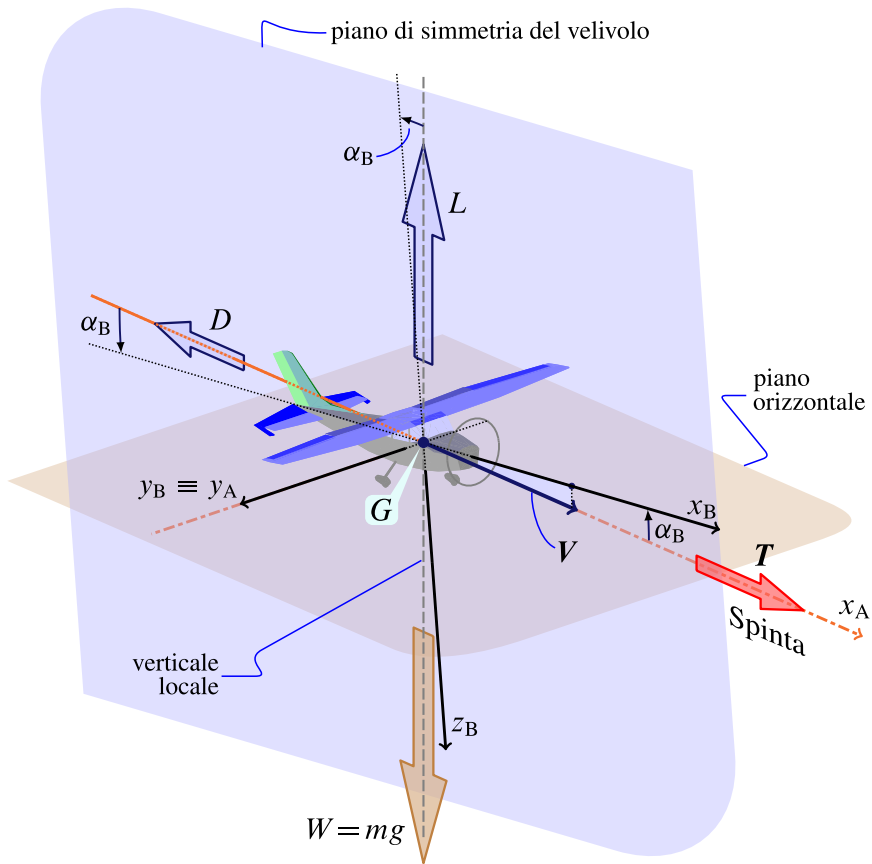


Figura 1.28 Moto uniforme orizzontale ad ali livellate. Il baricentro del velivolo percorre una traiettoria rettilinea orizzontale, il moto è di pura traslazione e l'assetto è simmetrico. La condizione di volo è quella tipicamente considerata in studi di Meccanica del volo con velivolo modellato come punto materiale ed azioni aerodinamiche date dalla polare.

1.12.1 Le quattro forze della Meccanica del Volo

Nello studio delle prestazioni dei velivoli l'aeromobile viene tipicamente schematizzato come un punto materiale di data massa, sul quale agiscono solo forze. È molto usato in quel contesto il cosiddetto schema delle “quattro forze”, ovvero: la spinta propulsiva T , la resistenza all'avanzamento D , il peso W e la portanza L . Un tale schema è illustrato nella figura 1.28 per un moto uniforme a quota costante. L'azione di sostentamento che si oppone al peso del velivolo è tipicamente identificata con la portanza aerodinamica. Essa si realizza ad una certa velocità di volo e per un determinato assetto, rendendo possibile l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione verticale. Al tempo stesso si verifica anche l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione della velocità di volo:

l'azione propulsiva bilancia l'azione frenante costituita dalla resistenza aerodinamica.

Si osservi che riducendo il velivolo a un punto materiale il vettore spinta $\mathbf{T}$ diventa per semplicità una forza applicata alla massa $m = W/g$, allineata con il vettore velocità.

Con la schematizzazione delle quattro forze basta semplicemente osservare che una data configurazione aerodinamica del velivolo fornisce determinati valori di portanza e resistenza ad una determinata velocità e per un determinato angolo d'attacco α . Non interessa in quel contesto specificare in che modo il pilota deve regolare i comandi di volo per ottenere anche l'equilibrio alla rotazione intorno agli assi velivolo.

Ad esempio, nel caso di moto longitudinal-simmetrico si assume per semplicità che tanto la forma del velivolo quanto l'azione aerodinamica siano tali da richiedere, al più, un intervento sul solo comando longitudinale δ_e e sulla regolazione della spinta δ_T (manetta), per ottenere un volo equilibrato come quello della figura 1.28. Le regolazioni di δ_e e δ_T variano al variare della velocità e della quota di volo di equilibrio. In queste ipotesi i comandi laterale e direzionale dovrebbero rimanere sempre, idealmente, in posizione neutra: $\delta_a = \delta_r = 0$.

In altri termini, nell'analisi delle prestazioni dei velivoli si fa l'ipotesi che nelle varie condizioni di volo considerate vi sia sempre equilibrio alla rotazione. Ciò equivale a dare per scontata la seconda delle equazioni (1.39).

Avendo assunto, per semplicità, una spinta baricentrica e sempre allineata con la velocità si ha che la prima delle (1.39), per moto a quota costante, si semplifica nel sistema di equazioni:

$$\begin{cases} L &= W \\ D &= T \end{cases} \quad (1.40)$$

Le quattro forze della Meccanica del volo, L , W , D e T , sono dunque quelle che realizzano i due semplici equilibri rappresentati dalle (1.40).

Una situazione ben diversa dal volo ad ali livellate della figura 1.28 è quella illustrata dalla figura 1.29 a pagina 49 in cui il velivolo procede in avvicinamento finale alla pista di atterraggio, in presenza di vento laterale. La traiettoria del baricentro è allineata con la pista mentre il pilota tenta di mantenere la fusoliera 'con il muso nel vento'; l'angolo di derapata β è piccolo ma non nullo. In questo caso per mantenere gli equilibri alla rotazione intorno ai tre assi velivolo il pilota deve trovare una regolazione opportuna di *tutti* i comandi di volo. Stabilito l'equilibrio, il baricentro percorre la traiettoria desiderata a velocità costante. Questa situazione di volo non può essere analizzata ingegneristicamente se non considerando nel dettaglio il comportamento aerodinamico

delle diverse parti della configurazione architettonica del velivolo, studiando il modo in cui esse concorrono agli equilibri alla rotazione intorno al baricentro.

Nella situazione rappresentata nella figura 1.29 a pagina 49 il moto del velivolo è traslatorio ma l'assetto *non* è simmetrico. In particolare le ali non sono livellate. Come osservato in precedenza il volo in queste condizioni viene detto *crabbing* e può essere possibile con opportune deflessioni delle superfici di governo congiuntamente ad un opportuno impegno di potenza del motore. Esistono situazioni reali molto comuni in cui tali moti avvengono, ad esempio quando il pilota è tenuto ad avanzare lungo una traiettoria prestabilita ed è al comando di un velivolo bimotore che ha subito un'avaria ad uno dei propulsori; oppure quando c'è un significativo vento laterale.

Approfondimento 1.2: Momenti aerodinamici baricentrali

Nella figura 1.29 sono indicati i diversi contributi ai momenti aerodinamici risultanti intorno agli assi velivolo.

Ad esempio, la figura 1.29a mostra che all'equilibrio al rollio contribuiscono:

- (a) la combinazione ala-fusoliera-impennaggio orizzontale, in configurazione pulita, con alettoni in posizione neutra, tramite il momento $\mathcal{L}_{A,W'BH}$;
- (b) l'azione della deflessione degli alettoni destro e sinistro, tramite il momento $\mathcal{L}_{A,a} = \mathcal{L}_{A,a,right} + \mathcal{L}_{A,a,left}$;
- (c) l'impennaggio verticale, tramite il momento $\mathcal{L}_{A,v} = \mathcal{L}_{A,v'} + \mathcal{L}_{A,r}$, che include l'effetto della deflessione del timone $\mathcal{L}_{A,r}$, sovrapposto al momento dovuto all'impennaggio verticale $\mathcal{L}_{A,v'}$ per deflessione nulla del timone.

Si ha così che, essendo $\mathcal{L}_{A,WBH} = \mathcal{L}_{A,W'BH} + \mathcal{L}_{A,a}$, il momento aerodinamico di rollio risultante $\mathcal{L}_A$ è dato dalla somma

$$\mathcal{L}_A = \mathcal{L}_{A,W'BH} + \mathcal{L}_{A,a} + \mathcal{L}_{A,v'} + \mathcal{L}_{A,r} = \mathcal{L}_{A,WBH} + \mathcal{L}_{A,v} \quad (1.41)$$

Questa espressione evidenzia i diversi contributi aerodinamici dovuti alle diverse parti del velivolo. Due di questi, $\mathcal{L}_{A,a}$ e $\mathcal{L}_{A,r}$, sono direttamente controllati dal pilota (o, nei velivoli moderni, dal sistema di comando automatico delle superfici di governo). Il momento aerodinamico $\mathcal{L}_A$, sommato algebricamente all'eventuale momento di rollio $\mathcal{L}_T$ dovuto alla propulsione, potrà essere regolato in modo tale da dare somma nulla cioè equilibrio al rollio:

$$\mathcal{L}_A + \mathcal{L}_T = 0 \quad (1.42)$$

In equilibrio il velivolo non compie rotazioni intorno all'asse x_B . Spesso il momento

$\mathcal{L}_T$ è trascurabile rispetto a $\mathcal{L}_A$.

Analogamente, il momento di beccheggio è scomposto come segue:

$$\mathcal{M}_A = \mathcal{M}_{A,WBV} + \mathcal{M}_{A,H} \quad (1.43)$$

dove $\mathcal{M}_{A,H} = \mathcal{M}_{A,H'} + \mathcal{M}_e$. La regolazione del comando longitudinale attraverso la deflessione δ_e consente di variare $\mathcal{M}_e$ e di ottenere un momento di beccheggio aerodinamico $\mathcal{M}_A$ in grado di equilibrare perfettamente l'eventuale momento $\mathcal{M}_T$ dovuto ai motori. L'equilibrio al beccheggio impedisce al velivolo di compiere rotazioni intorno all'asse y_B .

Infine, il momento di imbardata è dato dalla somma:

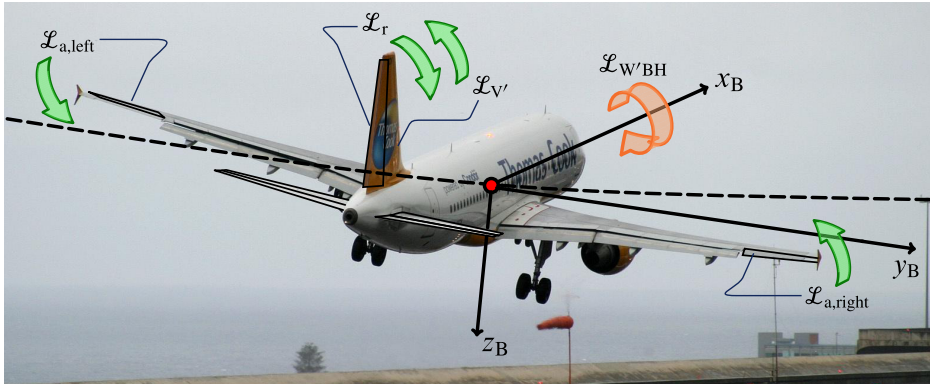
$$\mathcal{N}_A = \mathcal{N}_{A,WBH} + \mathcal{N}_{A,V'} + \mathcal{N}_{A,r} \quad (1.44)$$

La regolazione del timone attraverso la deflessione δ_r consente di variare $\mathcal{M}_r$ e di ottenere un momento aerodinamico $\mathcal{N}_A$ in grado di equilibrare l'eventuale momento $\mathcal{N}_T$ dovuto ai motori. L'equilibrio all'imbardata impedisce al velivolo di compiere rotazioni intorno all'asse z_B . Si osservi che all'interno del contributo $\mathcal{N}_{A,WBH}$ vi è anche l'effetto incrociato $\mathcal{N}_{A,a}$ della deflessione degli alettoni, potendosi scrivere: $\mathcal{N}_{A,WBH} = \mathcal{N}_{A,W'BH} + \mathcal{N}_{A,a}$.

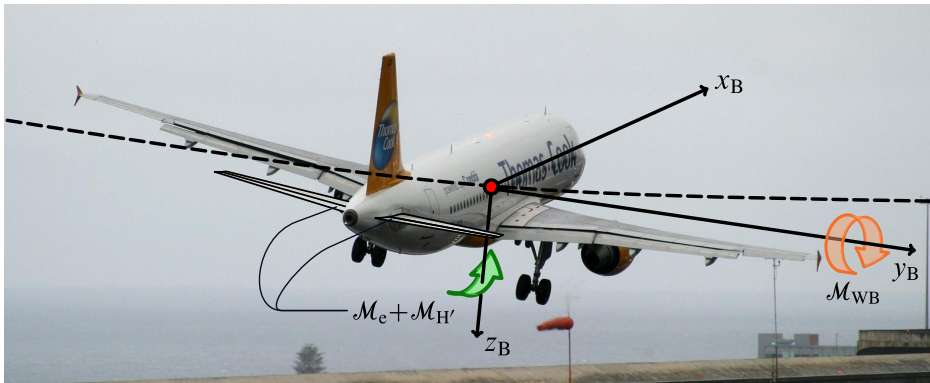
1.12.2 Sistemi di forze e punti di applicazione

Seppure la riduzione delle azioni sul velivolo basata sullo schema delle quattro forze risulti comoda e di pratico impiego nello studio delle prestazioni, lo studio della dinamica del velivolo, della stabilità del volo e, in particolare, il dimensionamento di ali e impennaggi richiedono un maggiore grado di dettaglio per quanto riguarda la schematizzazione degli equilibri.

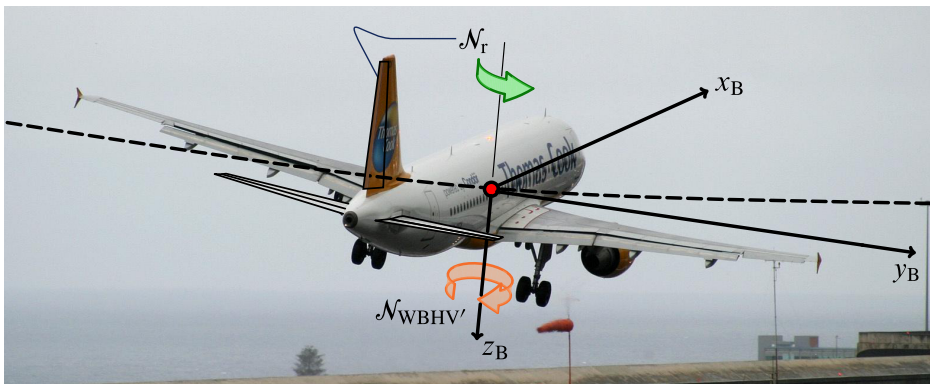
Più realisticamente le azioni esterne — di natura aerodinamica, propulsiva e gravitazionale — devono essere pensate come forze *distribuite*. Ad esempio la forza aerodinamica risultante discende dall'integrazione delle pressioni e degli sforzi tangenziali esercitati dal fluido che lambisce le superfici del velivolo esposte alla corrente. Un discorso analogo può essere fatto per la genesi della forza propulsiva risultante. Il peso è invece il risultato di un integrale volumetrico esteso a tutte le porzioni elementari in cui può considerarsi suddivisibile l'aeromobile in esame.



(a) Momenti di rollio. Contributi: $(\cdot)_{W'}$ → ala per alettoni non deflessi, $(\cdot)_B$ → fusoliera, $(\cdot)_H$ → impennaggio orizzontale (incluso l'effetto di δ_e), $(\cdot)_{V'}$ → impennaggio verticale per timone non deflesso, $(\cdot)_a$ → alettone (destro o sinistro), $(\cdot)_r$ → timone.



(b) Momenti di beccheggio. Contributi: $(\cdot)_{H'}$ → dell'impennaggio orizzontale per elevatore non deflesso, $(\cdot)_e$ → elevatore.



(c) Momenti di imbardata. Contributi: $(\cdot)_{V'}$ → dell'impennaggio verticale per timone non deflesso, $(\cdot)_r$ → timone.

Figura 1.29 Equilibri in un moto ad assetto non simmetrico.

Dalla Fisica matematica è noto che simili *sistemi di forze* potranno schematizzarsi opportunamente come l'insieme di una forza, pari alla risultante, *concentrata* in un opportuno punto, e di un momento risultante. Quest'ultimo è il momento del sistema di forze rispetto al punto di riduzione della risultante. È sempre possibile trovare un punto, in cui concentrare la risultante, rispetto al quale si abbia un momento risultante nullo.

Il sistema delle azioni aerodinamiche sul velivolo verrà rappresentato in generale con una forza risultante F_A applicata in un punto convenientemente scelto, C_A , ed un momento risultante $\mathcal{M}_{A,C_A}$ rispetto ad esso. In un capitolo successivo si approfondiranno i dettagli che portano alla definizione di alcuni punti caratteristici della configurazione aerodinamica di un velivolo. Un esempio è il cosiddetto **punto neutro a comandi bloccati**. Si vedrà come quest'ultimo può essere interpretato come il fuoco dell'intero velivolo, al pari del fuoco di un profilo alare.

Una schematizzazione analoga vale per il sistema delle azioni propulsive, riducibile ad un vettore forza risultante F_T applicato in un punto C_T e ad un momento $\mathcal{M}_{T,C_T}$.

Il sistema di forze esercitate sul velivolo dall'azione della gravità terrestre è riducibile, com'è noto, alla sola forza peso $F_G \equiv W$ concentrata nel baricentro, $C_G \equiv G$.

I punti di riduzione, le risultanti e i momenti risultanti delle azioni esterne agenti sul velivolo sono illustrati graficamente nella figura 1.30 a fronte.

1.12.3 Forze e momenti baricentrali risultanti

I punti di riduzione delle azioni esterne potrebbero essere scelti in maniera del tutto arbitraria. D'altra parte, nell'analisi della dinamica del velivolo è opportuno scegliere un punto unico in cui concentrare le risultanti delle azioni esterne. La scelta più naturale di tale punto ricade sul baricentro, che è il polo dei momenti per eccellenza, e come tale permette di ottenere delle comode semplificazioni nella scrittura delle equazioni del moto.

Si suole dunque porre $C_A \equiv C_T \equiv G$ assumendo delle forze risultanti F_A , F_T e W applicate in G . Pertanto i momenti risultanti $\mathcal{M}_A$ ed $\mathcal{M}_T$ saranno intesi, salvo avviso contrario, come i momenti risultanti delle azioni aerodinamiche e propulsive rispetto al baricentro.

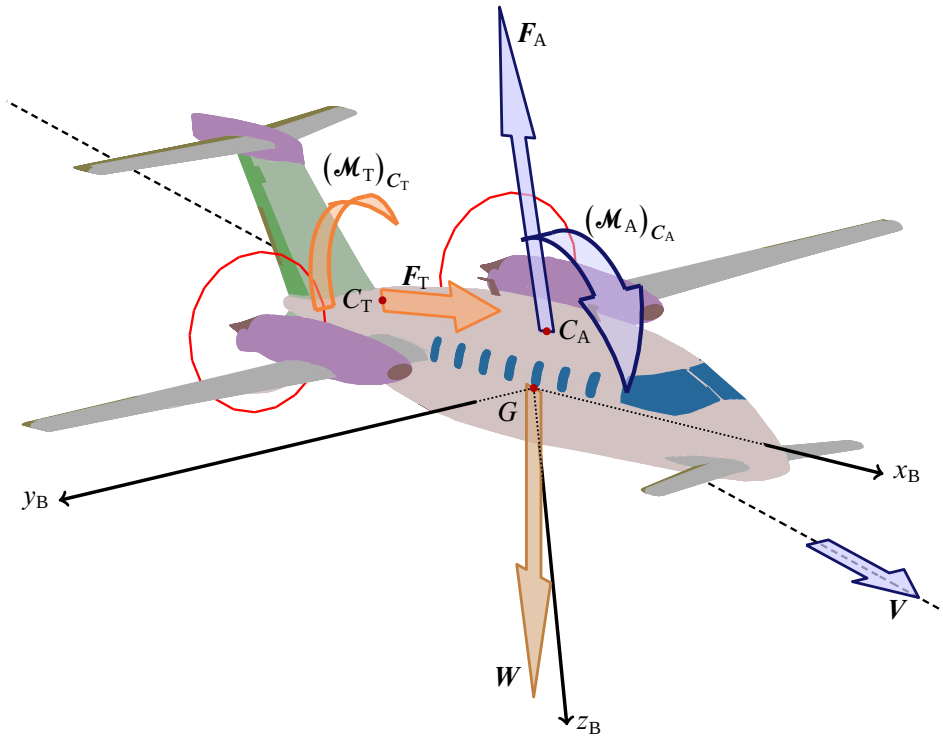


Figura 1.30 Schematizzazione di ciascun sistema di forze esterne come una forza risultante concentrata in un punto ed un momento risultante rispetto a quest'ultimo. Per ciascuna delle azioni esterne, aerodinamica, propulsiva, gravitazionale, si possono scegliere punti convenienti, C_A , C_T e $C_G \equiv G$, in cui concentrare le risultanti F_A , F_T ed $F_G \equiv W$.

1.12.4 Azione aerodinamica

La forza aerodinamica risultante F_A e il momento aerodinamico baricentrale risultante $\mathcal{M}_A$ hanno componenti negli assi velivolo date dalle terne: (X_A, Y_A, Z_A) ed $(\mathcal{M}_A, \mathcal{L}_A, \mathcal{N}_A)$.

In particolare, come evidenziato dalle (1.17) a pagina 17 e dalla figura 1.9 a pagina 15, le componenti di forza sono riconducibili alla resistenza D , alla forza aerodinamica laterale Y_A e alla portanza L .

Nei capitoli successivi si introdurrà un *modello aerodinamico* del velivolo: si ricaveranno cioè le formulazioni necessarie al calcolo delle componenti della forza F_A e del momento $\mathcal{M}_A$.

1.12.5 Azione del peso

L'azione gravitazionale è rappresentata dal peso W , una forza baricentrica orientata come il vettore accelerazione gravitazionale g e d'intensità pari al peso del velivolo $W = mg$. Per semplicità si assumerà un velivolo di massa m costante.

Sotto certe ipotesi generalmente valide per il tipo di applicazioni che interessano nella Meccanica del volo atmosferico, il vettore peso — ovvero il vettore g — ha anche un orientamento costante rispetto alla terra. D'altra parte, le componenti del peso negli assi velivolo $(X_G, Y_G, Z_G) \equiv (W_{x_B}, W_{y_B}, W_{z_B})$ sono in generale non nulle e variabili nel tempo per un moto accelerato e rototraslatorio.

Nella situazione di volo non simmetrico rappresentata nella figura 1.9 a pagina 15 ciò che nel senso comune è il “sostentamento aerodinamico” è rappresentato, di fatto, dalla componente di F_A lungo la direzione del peso W , cioè lungo la verticale locale. Per evidenziare il ruolo del peso, basta osservare che in un moto stazionario, a velocità uniforme, l'equilibrio alla traslazione può scriversi nella forma

$$0 = W \underbrace{-D i_A + Y_A j_A - L k_A}_{\text{forza aerodinamica}} + \underbrace{X_T i_B + Y_T j_B + Z_T k_B}_{\text{forza propulsiva}} \quad (1.45)$$

cioè

$$0 = (X_G + X_A + X_T) i_B + (Y_G + Y_A + Y_T) j_B + (Z_G + Z_A + Z_T) k_B \quad (1.46)$$

Dalle (1.45)-(1.46) si osserva che, tanto in una situazione di volo non simmetrico quanto in una condizione più semplice di volo simmetrico, l'equilibrio richiede che ci sia il concorso di tutte le componenti delle azioni in gioco. A questo equilibrio concorrono le componenti del peso (X_G, Y_G, Z_G) in ragione dell'orientamento mantenuto dal velivolo rispetto alla terra.

1.12.6 Azione propulsiva

Normalmente gli effetti della propulsione sul moto del velivolo vengono analizzati riducendo la forza risultante F_T a un polo C_T preso opportunamente in prossimità del sistema di propulsione, rispetto al quale il momento risultante è nullo o trascurabile. La retta secondo cui agisce F_T passante per C_T individua il cosiddetto **asse di spinta**, di versore i_T . La figura 1.31 mostra il vettore $F_T = T i_T$ e il punto di riduzione non baricentrico per un velivolo monomotore a elica. La spinta è contenuta nel piano di

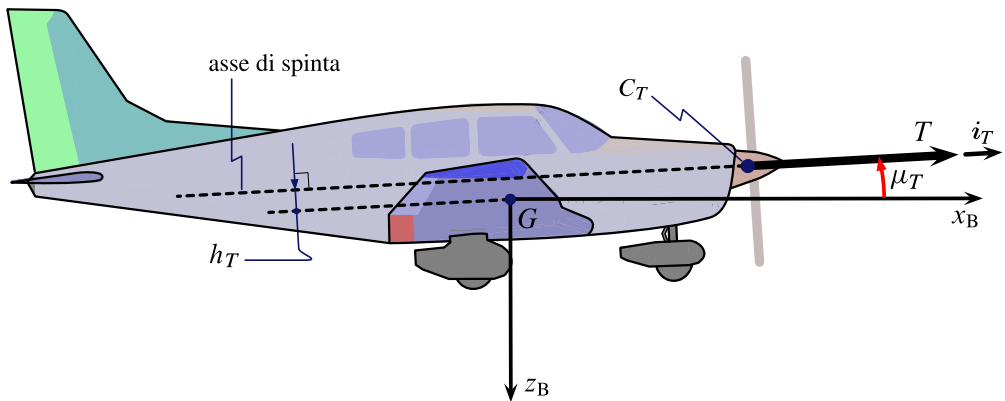


Figura 1.31 Asse di spinta di un velivolo monomotore a elica.

simmetria e ha un'inclinazione μ_T rispetto a x_B . Nella figura l'asse di spinta coincide con l'asse di rotazione dell'elica e non è baricentrico, essendo posizionato a una distanza h_T da G .

Per aeroplani monomotore il punto di applicazione C_T della spinta è localizzato tipicamente in prossimità del propulsore o del motore. La figura 1.32 nella pagina seguente riporta l'esempio di un velivolo monomotore a getto. Per velivoli plurimotore, il punto di riduzione viene ad essere il centro del sistema di forze costituito da tutte le spinte fornite dai singoli propulsori.

La direzione di F_T può essere baricentrica o può non esserlo, a seconda della configurazione architettonica del velivolo. Quando l'asse di spinta non passa per il baricentro come nel caso della figura 1.31 vi sarà certamente un momento baricentrico risultante $\mathcal{M}_T$ non nullo dovuto al trasporto di F_T da C_T a G .

Pertanto, quando l'azione propulsiva è ridotta al baricentro essa è costituita in generale dal vettore forza F_T e dal vettore momento $\mathcal{M}_T$ baricentrico, di componenti dette (X_T, Y_T, Z_T) ed $(\mathcal{M}_T, \mathcal{L}_T, \mathcal{N}_T)$ in assi velivolo.

Si tenga presente che le caratteristiche delle azioni propulsive dipendono dal tipo di motorizzazione e dal tipo di propulsore. Com'è noto, esistono generalmente due grandi categorie di velivoli: gli aeromobili dotati di propulsione a elica (*propeller*) e quelli con propulsione a getto (*jet*). Nell'analisi delle azioni propulsive, ai fini del dimensionamento di parti di un velivolo o della determinazione delle sue evoluzioni, vanno considerate in maniera specifica il tipo di motore installato e il particolare tipo di propulsore ad esso accoppiato. Per ciascun tipo di *moto-propulsore* bisognerà di volta in volta considerarne le specifiche caratteristiche di spinta e di potenza disponibili al variare delle condizioni di volo.

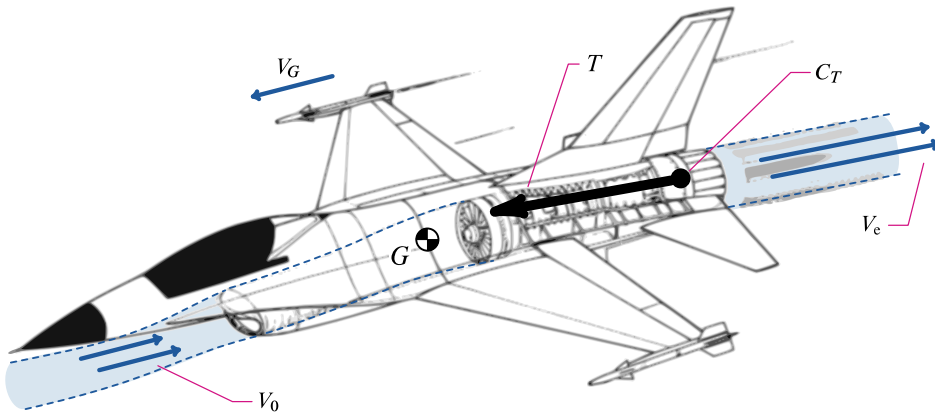


Figura 1.32 Spinta di un velivolo a getto. Tubo di flusso catturato dalla presa d'aria del motore, velocità asintotica a monte del tubo di flusso $V_0 \equiv |V_G|$ e velocità d'uscita del getto V_e (exhaust speed).

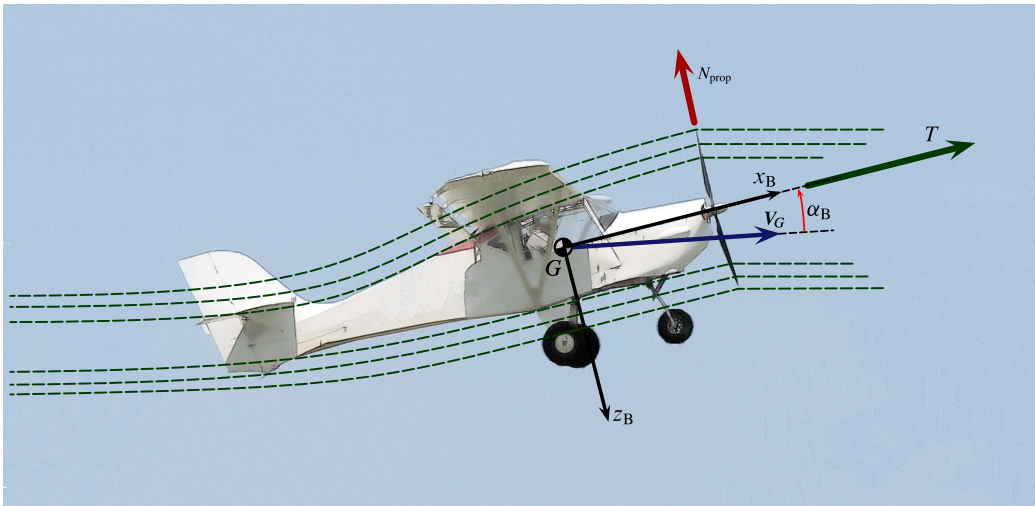


Figura 1.33 La scia di un propulsore ad elica in condizioni di funzionamento non assiali. La deviazione della corrente verso il basso operata dal propulsore determina l'insorgere di una forza N_{prop} in senso opposto contenuta nel piano del disco dell'elica.

Un sistema propulsivo funzionante in condizioni di progetto, dette condizioni *nominali*, è solitamente investito da una corrente assiale, cioè parallela all'asse di spinta. In condizioni di funzionamento nominali il modulo di F_T coincide con la spinta T fornita dal propulsore (o dai propulsori).

D'altra parte, indipendentemente dal tipo di propulsore, non sono rare le condizioni in cui bisogna considerarne il funzionamento *non nominale*, tipicamente dovuto a un flusso non assiale. Un esempio è costituito dalla situazione di volo ad elevato

angolo d'attacco mostrata nella figura 1.33. In tali situazioni la valutazione delle azioni propulsive non può non considerare l'insorgere di forze non assiali e di momenti che sarebbero tipicamente trascurabili in condizioni di funzionamento nominale. Tali azioni non assiali potranno essere schematizzate con una forza normale al vettore spinta, detta N_{prop} per i propulsori ad elica, agente nel piano del disco come nella figura 1.33, ed N_{jet} per quelli a getto, agente ortogonalmente alla direzione assiale della presa d'aria. Si avrà in generale

$$\mathbf{F}_T = T \mathbf{i}_T + N_{\text{prop}} \quad \text{oppure} \quad \mathbf{F}_T = T \mathbf{i}_T + N_{\text{jet}} \quad (1.47)$$

La presenza dell'azione aggiuntiva N_{prop} o N_{jet} verrà evidentemente tenuta in conto nella valutazione della coppia baricentrica risultante $\mathcal{M}_T$.

In condizioni di flusso assiale la forza propulsiva in assi velivolo ha componenti

$$(X_T, Y_T, Z_T) = (T \cos \mu_T, 0, T \sin \mu_T) \quad (1.48)$$

e conseguentemente il momento propulsivo ha componenti

$$(\mathcal{L}_T, \mathcal{M}_T, \mathcal{N}_T) = (0, Th_T, 0) \quad (1.49)$$

dove h_T è la distanza della retta di spinta dal baricentro, positiva come nella figura 1.31.

Si osservi che spesso è una buona approssimazione assumere che la retta d'azione della spinta sia baricentrica. In questi casi e in assenza di azioni propulsive derivanti da flusso non assiale si ha quindi $\mathcal{M}_T = 0$ ed $\mathcal{M} \equiv \mathcal{M}_A$, cioè il momento risultante sul velivolo è praticamente un momento aerodinamico.

Per un'analisi degli effetti delle azioni propulsive sul moto di un velivolo si rimanda ad un capitolo successivo.

1.13 Modello di atmosfera e caratteristiche dell'aria tipo

Com'è noto, le prestazioni di un aeromobile sono strettamente dipendenti dalle proprietà fisiche dell'aria circostante alla quota di volo. Quando si valutano le caratteristiche di diversi velivoli, è necessario effettuare il confronto sulla base di identiche condizioni atmosferiche di riferimento. È stato perciò definito dall'*International Civil Aviation Organization* (ICAO), di comune accordo tra le varie nazioni, un modello di *aria tipo* o *aria standard* (*International Standard Atmosphere*, ISA) che approssima le condizioni

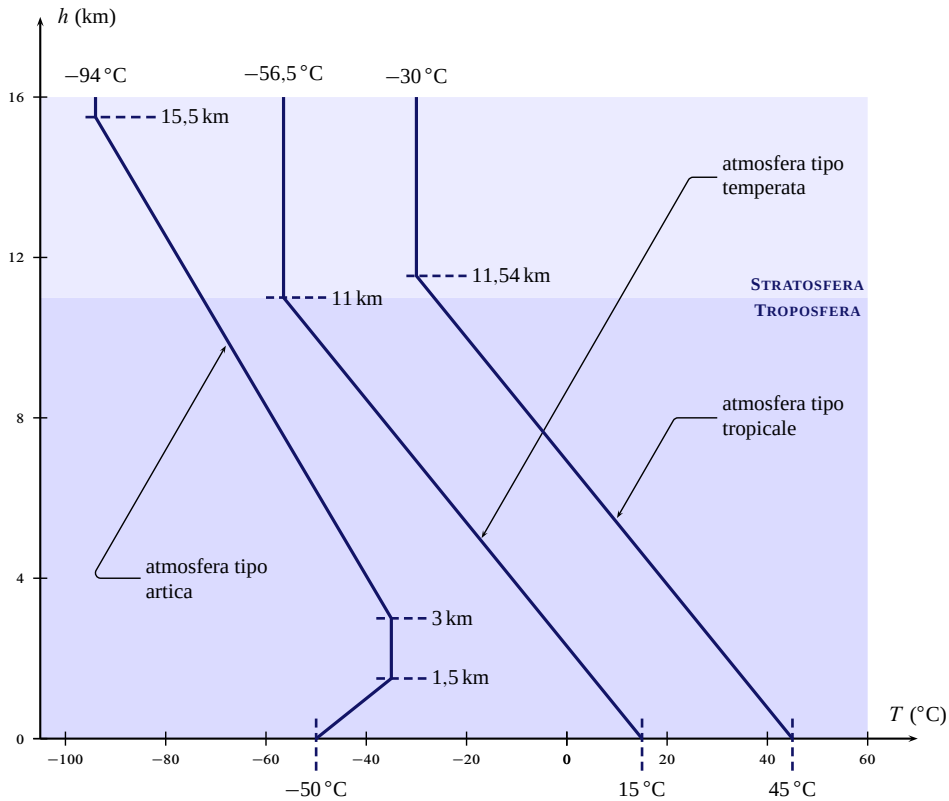


Figura 1.34 Profili di temperatura dell'aria tipo.

atmosferiche che prevalgono per la maggior parte dell'anno alle varie latitudini. In altre parole, il modello di atmosfera standard rappresenta un modello di riferimento per l'analisi delle prestazioni degli aeromobili, per la taratura degli strumenti e per una serie di importanti procedure di navigazione.

L'aria atmosferica si presenta come un miscuglio di vari elementi gassosi, principalmente ossigeno, azoto, con piccole percentuali di idrogeno, elio e gas inerti. Per le quote di interesse aeronautico la proporzione dei vari elementi costituenti varia di poco. Dal punto di vista geografico, tuttavia, le condizioni atmosferiche variano da luogo a luogo e, per lo stesso luogo, al variare della quota. I valori della pressione, densità e temperatura non sono facilmente esprimibili attraverso modelli deterministici e variano con leggi diverse a seconda del luogo, delle stagioni, del tempo.

Secondo il modello di atmosfera standard, l'aria è da considerarsi come una miscela secca e, come fluido, è assimilabile ad un gas perfetto in equilibrio statico. L'utilizzo pratico del modello consiste nel determinare le diverse grandezze associate a tale gas

per una determinata quota di interesse. La quota, o genericamente *altitudine*, deve essere necessariamente staccata a partire da un livello di riferimento convenzionale, che funge da origine.

In aeronautica il metodo più moderno di selezione della quota di riferimento consiste nell'adottare il cosiddetto *livello del mare medio* (*Above Mean Sea Level*, AMSL) basato sul modello geodetico terrestre WGS84 (*World Geodetic System*, reso standard nel 1984 ed aggiornato nel 2004 [78]). Il sistema WGS84 definisce la terra come *geoide*, cioè un ellissoide con origine nel centro terrestre e ben precise misure dei semiassi (con accuratezza dell'ordine del metro). Per una data posizione geografica è ben definito un punto della superficie di tale solido e la normale locale ad essa. Il punto superficiale identifica il livello del mare e la distanza lungo la verticale locale rappresenta, dunque, la quota.

Nella parte inferiore dell'atmosfera, detta *troposfera*, per quote h che vanno fino ad 11000 m, il modello ISA stabilisce la seguente legge di variazione della temperatura dell'aria:

$$T(h) = T_{SL} - T_h h = 288 - 0,01 h \quad (1.50)$$

dove h è misurata in metri e $T_h \equiv |(\partial T / \partial h)_{SL}| = LR$ è il *gradiente termico verticale* (detto anche *lapse rate*), pari ad una diminuzione di 6,50 K per ogni 1000 m di incremento di quota.

Per quote superiori ad 11000 m, e fino ai 20000 m, si ha la cosiddetta *stratosfera*, nella quale il modello ISA fornisce una temperatura costante e pari a $-56,5^\circ\text{C}$, corrispondente al valore di temperatura al limite superiore della troposfera.

Ai fini pratici è possibile considerare l'aria presente in atmosfera come un gas perfetto descritto dall'equazione di stato

$$p = \rho R T \quad (1.51)$$

dove R è la costante caratteristica del gas, p la pressione, ρ la densità e T la temperatura assoluta. Per lo studio del volo atmosferico si può assumere una costante caratteristica invariante con la quota pari a $R_{\text{air}} = 287 \text{ N m kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Si perviene al seguente *modello di atmosfera*:

$$\frac{T(h)}{T_{SL}} = 1 + \frac{LR}{T_{SL}} h, \quad LR = \begin{cases} -0,0065 \frac{\text{K}}{\text{m}} & \text{se } h < 11000 \text{ m} \\ 0 \frac{\text{K}}{\text{m}} & \text{se } h \geq 11000 \text{ m} \end{cases}, \quad (1.52a)$$

$$\frac{\rho(h)}{\rho_{SL}} = \sigma(h) = \left(\frac{T(h)}{T_{SL}} \right)^{-\left(\frac{g}{LR \cdot R_{air}} + 1 \right)}, \tag{1.52b}$$

con

$$T_{SL} = 288,16 \text{ K} , \quad \rho_{SL} = 1,225 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} , \quad \gamma_{air} = 1,4 , \quad g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \tag{1.52c}$$

Dalle precedenti espressioni si osserva che nella troposfera si ha

$$\frac{\rho(h)}{\rho_{SL}} = \left(\frac{T(h)}{T_{SL}} \right)^{4,26}, \quad \frac{p(h)}{p_{SL}} = \left(\frac{T(h)}{T_{SL}} \right)^{5,26} \tag{1.53}$$

cioè che la pressione e la densità sono legate da una relazione nota in Fisica come *legge politropica*, del tipo $p = C\rho^n$, con C una costante ed $n = g/(g - R_{air}LR) = 1,23$.

Nella stratosfera la temperatura è costante e conseguentemente sono costanti i valori individuali della densità e della pressione nonché del rapporto p/ρ . In altre parole, nella stratosfera la legge politropica è ancora valida, ma con esponente $n = 1$.

In realtà si riscontrano sia nella troposfera che nella stratosfera dei valori diversi da quelli calcolabili con il modello di aria tipo. In taluni luoghi ed in determinate condizioni meteorologiche il discostamento dei valori reali può essere notevole. Di conseguenza, la valutazione della quota standard eseguita in base a misure in volo della temperatura, può essere sensibilmente diversa da quella ottenuta, ad esempio, a

Tabella 1.1 Principali proprietà dell’atmosfera al livello del mare (*sea level*, SL) secondo il modello di atmosfera *standard* dell’*ICAO International Standard Atmosphere* (ISA), per una latitudine di 45°.

Grandezza	Sistema metrico	Sistema inglese
Pressione, p_{SL}	1013,25 N m ⁻²	2116,20 lb ²
Densità, ρ_{SL}	1,23 kg m ⁻³	0,00 slug ft ⁻³
Temperatura, T_{SL}	15,00 °C	518,67 °R 59,00 °F
Velocità del suono, a_{SL}	340,30 m s ⁻¹ 1225 km h ⁻¹	116,40 ft s ⁻¹
Viscosità dinamica, μ_{SL}	5,76 · 10 ⁻⁹ N s m ⁻²	3,74 · 10 ⁻⁷ lb s ft ⁻²
Gradiente termico verticale, $ (dT/dh)_{SL} $	6,50 · 10 ⁻³ °C m ⁻¹	
Gradiente barico verticale, $ (dp/dh)_{SL} $	11,72 Pa m ⁻¹	

partire da misure della pressione statica circostante oppure, ancora, della densità.

La quota standard viene rilevata a bordo dei velivoli con strumenti misuratori della pressione e temperatura mentre la *quota vera* rispetto al suolo sorvolato (*Above Ground Level*, AGL) viene rilevata con strumenti elettromagnetici, che non tengono conto dei suddetti parametri.

Per finire, si fa presente che esistono anche delle varianti del modello di aria tipo adatte a intervalli di latitudini caratterizzate da zone particolarmente calde o fredde. Tali varianti si ottengono dal modello richiamato sopra introducendo delle adeguate leggi di variazione della temperatura con la quota, come mostrato nella figura 1.34 a pagina 56.

Le proprietà salienti dell'aria tipo temperata al livello del mare sono riportate nella tabella 1.1 a fronte.

Matlab tip 1.3



Riportiamo una possibile implementazione in linguaggio Matlab che ricostruisce le caratteristiche dell'atmosfera secondo il modello ISA. Altri modelli sono disponibili sotto forma di funzioni primitive Matlab. Si veda, ad esempio, il modello denominato "1976 COESA" fornito dalla funzione **atmoscoesa**. Per un modello più sofisticato, Matlab mette a disposizione la funzione **atmosnonstd**, che implementa una porzione dei rilievi sperimentali riportati dal Dipartimento della Difesa degli Stati Uniti d'America.

In evidenza: funzioni **atmosisa**, **atmoscoesa** e **atmosnonstd**.

```
clear all; clc;
kmh2ms = convvel(1, 'km/h', 'm/s'); → fattore di conversione da km/h a m/s
V_EAS = 150*kmh2ms; → un'assegnata velocità equivalente,  $V_e$ 

% Calcola le caratteristiche dell'atmosfera al livello del mare
% secondo il modello: U.S. Standard Atmosphere, 1976
[T_SL, a_SL, p_SL, rho_SL] = atmoscoesa(0); → accetta in input la quota in metri
rho_SL =
    1.2250

h = 5000; → una quota assegnata (m)

% Calcola le caratteristiche dell'atmosfera alla quota prestabilita
[T, a, p, rho] = atmoscoesa(h);
rho =
    0.7361
```

```
% calcola il rapporto tra le densità
density_ratio = rho/rho_SL
density_ratio =
    0.6009

% Calcola la velocità vera
V_TAS = V_EAS/sqrt(density_ratio)
V_TAS =
    53.7506

% Calcola la pressione dinamica
qbar = 0.5*rho*V_TAS^2 →  $\bar{q}$ , formula (1.7)
qbar =
    1.0634e+003
```

I modelli di atmosfera messi a disposizione dall'ambiente Matlab sono basati sulle fonti seguenti:

- (a) "U.S. Standard Atmosphere", 1976, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- (b) "Global Climatic Data for Developing Military Products" (MIL-STD-210C), 9 January 1987, Department of Defense, Washington, D.C.
- (c) "Global Climatic Data for Developing Military Products" (MIL-HDBK-310), 23 June 1997, Department of Defense, Washington, D.C.



1.14 Unità di misura

Le grandezze che verranno considerate in questo testo, come ad esempio le derivate di stabilità dimensionali nella scrittura delle equazioni del moto, saranno espresse in termini delle seguenti quantità caratteristiche del velivolo e della sua condizione di volo:

b = apertura alare, in m o in ft,

c = corda di riferimento, tipicamente la corda media aerodinamica alare, detta anche $\bar{c}$ o $\bar{c}_W$, in m o in ft,

S = superficie di riferimento, tipicamente la superficie della forma in pianta dell'ala, in m^2 o in ft^2 ,

V = velocità di volo o anche velocità asintotica del vento relativo, in m/s o in ft/s,

W = peso del velivolo, in N o in kg_f o in lb,

g = accelerazione di riferimento, relativa al livello del mare medio, in m/s^2 o in ft/s^2 ,

m = massa del velivolo, in kg o in slug (ovvero $\text{lb s}^2/\text{ft}$),

ρ = densità atmosferica, in kg m^{-3} o in slug ft^{-3} (ovvero $\text{lb s}^2/\text{ft}^4$),

h = quota di volo rispetto al livello del mare medio, in m o in ft,

F = generica forza, in N o in kg_f o in lb,

$\mathcal{M}$ = generico momento, in N m o in $\text{kg}_f \text{ m}$ o in lb ft,

$\bar{q}$ = pressione dinamica, in N m^{-2} o in $\text{kg}_f \text{ m}^{-2}$ o in lb ft^{-2} .

Come si vede, specialmente per il fatto che la letteratura aeronautica presenta un numero predominante di autori anglosassoni e americani, bisogna contemplare tanto le unità del sistema di misura *metrico* (Sistema Internazionale, SI) quanto quelle del sistema inglese (*English System*). I principali fattori di conversione tra le unità di questi sistemi di misura sono riportati nella tabella 1.2 nella pagina successiva.

Si ricorda che gli effetti della comprimibilità sulle caratteristiche aerodinamiche di un velivolo sono associate al numero di Mach di volo

$$M = \frac{V}{a} \quad (1.54)$$

definito come rapporto tra la velocità del velivolo e la velocità del suono alla quota di volo

$$a = \sqrt{\gamma_{\text{air}} R_{\text{air}} T} = \sqrt{\gamma_{\text{air}} \frac{p}{\rho}} \quad (1.55)$$

Si osservi che le caratteristiche della configurazione aerodinamica di un velivolo dipendono in generale anche dal numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho V l_{\text{ref}}}{\mu} \quad (1.56)$$

dove μ è il coefficiente di viscosità dinamica alla quota di volo ed l_{ref} una opportuna lunghezza di riferimento del velivolo. Come si vedrà più avanti, la dipendenza dei

Tabella 1.2 Fattori di conversione tra unità di misura del sistema metrico e del sistema inglese.

Grandezza	Sistema metrico	Sistema inglese
Lunghezza	0,30 m	1 ft
Massa	14,59 kg	1 slug
Pressione	47,88 N m ⁻²	1 lb ft ⁻²
Forze	4,45 N	1 lb
Densità	515,38 kg m ⁻³	1 slug ft ⁻³
Temperatura	(5/9) K	1 °R

coefficienti aerodinamici di un velivolo dai numeri adimensionali M e Re incorpora la dipendenza dalla quota di volo nelle espressioni delle azioni aerodinamiche agenti sul velivolo. Spesso nei modelli di pratico impiego si tiene conto di tale dipendenza limitatamente al numero di Mach di volo, cioè agli effetti della comprimibilità del campo fluidodinamico intorno al velivolo.

Per il calcolo del numero di Reynolds di volo è utile considerare il modello noto come *legge di Sutherland* che fornisce la viscosità dell'aria in funzione della temperatura:

$$\mu(T) = 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg } \left(\text{m s } \sqrt{\text{K}} \right)^{-1} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 110,4 \text{ K}} \tag{1.57}$$

in cui T è in K e μ è in kg/(m s).

Esempio 1.2: *Velocità vera e velocità equivalente*

Una velocità equivalente $V_e = 150 \text{ km/h} = 41,7 \text{ m/s}$ corrisponde a un determinato valore della velocità vera $V \equiv V_t$ in quota.

Per le (1.52) all'altitudine $h = 3000 \text{ m}$ si ha una densità dell'aria $\rho = 0,909 \text{ kg/m}^3$ e la velocità vera di volo è

$$V = \frac{V_e}{\sqrt{\frac{\rho}{\rho_{SL}}}} = \frac{41,7 \text{ m/s}}{\sqrt{\frac{0,909 \text{ kg/m}^3}{1,225 \text{ kg/m}^3}}} = \underline{48,4 \text{ m/s}} = \underline{174,1 \text{ km/h}}$$

che come si vede ha un valore più elevato della V_e corrispondente.



DRAFT ver. 2017.a Copyright © D. P. Coiro, A. De Marco, F. Nicolosi

Esempio 1.3: *Caratteristiche dell'aria in quota*

Si vogliono calcolare le caratteristiche dell'aria tipo secondo il modello ISA ad un'ipotetica quota di volo $h = 8000$ m. Per un numero di Mach di volo $M = 0,70$ si vuole poi determinare la velocità vera e il numero di Reynolds di volo per unità di lunghezza Re/l_{ref} .

La quota assegnata è al di sotto degli 11 km dunque nel modello ISA va assunto un gradiente di temperatura $LR = -0,0065$ K/m. Pertanto la temperatura in quota è

$$T = T_{\text{SL}} - LR h = 288,16 \text{ K} + (-0,0065 \text{ K/m}) \cdot 8000 \text{ m} = \underline{236,2 \text{ K}}$$

a cui corrisponde una velocità del suono

$$a = \sqrt{\gamma_{\text{air}} R_{\text{air}} T} = \sqrt{1,4 \cdot 287 \text{ N m kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \cdot 236,2 \text{ K}} = \underline{308,04 \text{ m/s}}$$

Per i valori assegnati del numero di Mach di volo e della quota si così ha una velocità di volo

$$V = a M = 308,04 \text{ m/s} \cdot 0,70 = \underline{48,37 \text{ m/s}} = \underline{174,1 \text{ km/h}}$$

La densità relativa vale

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{\rho}{\rho_{\text{SL}}} &= \left(\frac{T}{T_{\text{SL}}} \right)^{-\left(\frac{g}{LR \cdot R_{\text{air}}} + 1 \right)} \\ &= \left(\frac{236,2 \text{ K}}{288,16 \text{ K}} \right)^{-\left(\frac{9,81 \text{ m/s}^2}{-0,0065 \text{ K/m} \cdot 287 \text{ N m kg}^{-1} \text{ K}^{-1}} + 1 \right)} = \underline{0,429} \end{aligned}$$

quindi la densità dell'aria alla quota di volo è

$$\rho = \rho_{\text{SL}} \sigma = 1,225 \text{ kg m}^{-3} \cdot 0,429 = \underline{0,525 \text{ kg m}^{-3}}$$

Questo valore e il valore della velocità di volo permettono il calcolo della pressione dinamica di volo

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 = 0,50 \cdot 0,525 \text{ kg m}^{-3} (48,37 \text{ m/s})^2 = \underline{1063,37 \text{ N m}^{-2}} = \underline{0,011 \text{ bar}}$$

Infine, per la (1.57) la viscosità dinamica dell'aria alla quota assegnata è

$$\begin{aligned}\mu &= 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg (m s } \sqrt{K})^{-1} \cdot \frac{T^{3/2}}{T + 110,4 \text{ K}} \\ &= 1,458 \cdot 10^{-6} \text{ kg (m s } \sqrt{K})^{-1} \cdot \frac{(236,2 \text{ K})^{3/2}}{236,2 \text{ K} + 110,4 \text{ K}} \\ &= \underline{1,527 \cdot 10^{-5} \text{ kg (m s)}^{-1}}\end{aligned}$$

a cui corrisponde un numero di Reynolds per unità di lunghezza

$$\frac{Re}{l_{\text{ref}}} = \frac{\rho V}{\mu} = \frac{0,525 \text{ kg m}^{-3} \cdot 48,37 \text{ m/s}}{1,527 \cdot 10^{-5} \text{ kg (m s)}^{-1}} = 7,416 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$$



Esercizio 1.1: Caratteristiche dell'aria in quota



Sulla base dell'esempio 1.3 calcolare i numeri di Mach di volo alla quota $h = 9000 \text{ m}$ corrispondenti a velocità V pari, rispettivamente, a 800 km/h , 700 km/h e 600 km/h .

Per una lunghezza di riferimento $l_{\text{ref}} = 5,0 \text{ m}$ calcolare anche i numeri di Reynolds di volo corrispondenti.



Appendici

BIBLIOGRAFIA

- [1] I. H. Abbott e A. E. von Doenhoff. *Theory of Airfoil Sections*. Dover, 1959.
- [2] AIAA/ANSI. *Recommended Practice for Atmospheric and Space Flight Vehicle Coordinate Systems*. 1992.
- [3] J. D. Anderson. *Fundamentals of Aerodynamics*. 3rd edition. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [4] Autori Vari. *Distribuzione ufficiale di Digital Datcom*.
- [5] J. Berndt. «JSBSim: An Open Source Flight Dynamics Model in C++». In: *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Providence, Rhode Island*. 2004.
- [6] J. Berndt e A. De Marco. «Progress on and Usage of the Open Source Flight Dynamics Model Software Library, JSBSim». In: *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Chicago, Illinois*. 2009.
- [7] J. J. Bertin. *Aerodynamics for Engineers*. 4th edition. Upper Saddle River, NJ, Prentice-Hall, 2002.
- [8] W. B. Blake. «Prediction of Fighter Aircraft Dynamic Derivatives Using Digital Datcom». In: *AIAA Applied Aerodynamics Conference*. AIAA-85-4070. Colorado Springs, Colorado, 1985.
- [9] C. de Boor. *A Practical Guide to Splines*. Springer-Verlag, 1978.
- [10] S. A. Brandt, R. J. Stiles e J. J. Bertin. *Introduction to Aeronautics – A design Perspective*. AIAA Education Series, 2004.
- [11] M. Calcara. *Elementi di dinamica del velivolo*. Napoli: Edizioni CUEN, 1988.
- [12] A. W. Carter. *Pressure distributions on a wing having NACA 4415 airfoil sections with trailing-edge flaps set at 0 deg and 40 deg*. 1971.

- [13] D. P. Coiro et al. «Design of a Low Cost Easy-to-Fly STOL Ultralight Aircraft in Composite Material». In: *Acta Polytechnica* Vol. 45.No. 4 (2005), pp. 73–80.
- [14] V. Comincioli. *Analisi numerica: Metodi, modelli, applicazioni*. Seconda edizione 1995. McGraw-Hill, 1990.
- [15] G. Dahlquist e A. Bjorck. *Numerical Methods. Volume I: Fundamentals of Numerical Discretization*. John Wiley & Sons, 1988.
- [16] A. Deperrois. *XFLR5, Airfoil and Wing Analysis Tool*. 2008.
- [17] M. Drela e H. Youngren. *XFOil, Subsonic Airfoil Development System*. 2008.
- [18] E. L. Duke, R. F. Antoniewicz e K. D. Krambeer. *Derivation and Definition of a Linear Aircraft Model*. Technical Report. 1988.
- [19] W. J. Duncan. *Control and Stability of Aircraft*. Cambridge: Cambridge University Press, 1952.
- [20] B. Etkin. *Dynamics of Atmospheric Flight*. Dover Publications, 2005.
- [21] B. Etkin. *Dynamics of Flight: Stability and Control*. New York: John Wiley & Sons, 1982.
- [22] Y. Fan. *Identification of an Unsteady Aerodynamic Model up to High Angle of Attack Regime*. PhD thesis. Blacksburg, Virginia, 1997.
- [23] R. D. Finck. *USAF Stability and Control Datcom*. AFWAL-TR-83-3048. October 1960. Revised 1978.
- [24] B. Galbraith. *"Digital Datcom+"*. Holy Cows, Inc., 2012.
- [25] D. J. Graham, G. E. Nitzberg e R. N. Olson. *A systematic investigation of pressure distributions at high speeds over five representative NACA low-drag and conventional airfoil sections*. Rapp. tecn. 1945.
- [26] R. K. Heffley e W. F. Jewell. *Aircraft Handling Qualities Data*. NASA contractor report v. 2144. National Aeronautics e Space Administration, 1972.
- [27] R.K. Heffley e Jewell W.F. *Aircraft Handling Qualities Data*. December 1972.
- [28] M. Hepperle. *Applet JavaFoil*. 2006.
- [29] C. Hirsch. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. John Wiley & Sons, 1994.
- [30] D. E. Hoak. *The USAF Stability and Control DATCOM*. Rapp. tecn. (Revised 1978). 1960.

- [31] D. Howe. *Aircraft Loading and Structural Layout*. AIAA Education Series, 2004.
- [32] E. N. Jacobs e K. E. Ward. *Interference of wing and fuselage from tests of 209 combinations in the NACA variable-density tunnel*. Rapp. tecn. 1936.
- [33] R. T. Jones. *A Note on the Stability and Control of Tailless Airplanes*. Rapp. tecn. 1941.
- [34] J. Katz e A. Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. 2nd edition. Cambridge, England, U.K.: Cambridge University Press, 2001.
- [35] E. Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. Seventh edition. John Wiley & Sons, 1993.
- [36] A. T. Lee. *Flight Simulation: Virtual Environments In Aviation*. Ashgate, 2005.
- [37] V. Losito. *Fondamenti di Aeronautica Generale*. Napoli: Accademia Aeronautica, 1994.
- [38] L. Mangiacasale. *Flight Mechanics of a μ -Airplane*. Milano: Edizioni Libreria CLUP, 1998.
- [39] *MATLAB Users' Guide*. <http://www.mathworks.com/>. The Mathworks, 2003 ed edizioni successive.
- [40] B. W. McCormick. *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*. John Wiley & Sons, 1979.
- [41] G. Mengali. *Elementi di Dinamica del Volo con Matlab*. Pisa: Edizioni ETS, 2001.
- [42] P. Morelli. *Static Stability and Control of Sailplanes*. Torino: Levrotto & Bella, 1976.
- [43] H. Multhopp. *Aerodynamics of Fuselage*. 1942.
- [44] M. M. Munk. *Aerodynamic Forces of Airship Hulls*. Rapp. tecn. 1924.
- [45] M. M. Munk. *The aerodynamic forces on airship hulls*. Rapp. tecn. 1924.
- [46] S. M. Murman. «A Reduced-Frequency Approach for Calculating Dynamic Derivatives». In: AIAA-2005-0840. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting. Reno, NV, January 10-13, 2005.
- [47] Marcello R. Napolitano. *Aircraft Dynamics: From Modeling to Simulation*. John Wiley, 2012.
- [48] R. Nelson. *Flight Stability and Automatic Control*. McGraw-Hill, 1989.

- [49] B. N. Pamadi. *Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes*. AIAA Education Series, 1998.
- [50] C. D. Perkins e R. E. Hage. *Airplane Performance Stability and Control*. New York: John Wiley & Sons, 1949.
- [51] W. F. Phillips. «Lifting-Line Analysis for Twisted Wings and Washout-Optimized Wings». In: *Journal of Aircraft* Vol. 41.No. 1 (gen.–feb. 2004).
- [52] W. F. Phillips. *Mechanics of Flight*. Aerospace/Engineering. John Wiley & Sons, 2004.
- [53] W. F. Phillips e N. R. Alley. «Predicting Maximum Lift Coefficient for Twisted Wings Using Lifting-Line Theory». In: *Journal of Aircraft* Vol. 44.No. 3 (mag.–giu. 2007).
- [54] W. F. Phillips, S. R. Fugal e R. E. Spall. «Minimizing Induced Drag with Wing Twist, Computational-Fluid-Dynamics Validation». In: *Journal of Aircraft* Vol. 43.No. 2 (2006).
- [55] W. F. Phillips et al. «Estimating the Low-Speed Downwash Angle on an Aft Tail». In: *Journal of Aircraft* Vol. 39.No. 4 (2002).
- [56] R. M. Pinkerton. *Calculated and measured Pressure Distribution Over the Midspan Section of the N.A.C.A. 4412 Airfoil*. Rapp. tecn. 1937.
- [57] L. Prandtl e O. G. Tietjens. *Applied Hydro and Aeromechanics*. Dover, 1957.
- [58] W. H. Press et al. *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 1992.
- [59] A. Quarteroni e F. Saleri. *Introduzione al calcolo scientifico. Esercizi e problemi risolti con Matlab*. Springer, 2004.
- [60] R. L. Reuss, M. J. Hoffmann e G. M. Gregorek. *Effects of Surface Roughness and Vortex Generators on the NACA 4415 Airfoil*. (Available electronically at <http://www.osti.gov/bridge>). Golden, Colorado, USA, 1995.
- [61] R. D. Richtmyer e K. W. Morton. *Difference Methods for Initial Value Problems*. Wiley-Interscience, 1967.
- [62] J. M. Rolfe e K. J. Staples. *Flight Simulation*. Cambridge Aerospace Series. Cambridge University Press, 1988.
- [63] J. Roskam. *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*. DARcorporation, 2001.

- [64] J. Roskam. *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*. Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls. Darcorporation, 2003.
- [65] H. T. Schlichting. *Calculation of the Influence of a Body on the Position of the Aerodynamic Centre of Aircraft with Swept-back Wings*. 1947.
- [66] H. T. Schlichting e E. Moller. *Report on the special field "Interference" to the wind-tunnel committee in February 1945*. 1953.
- [67] H. T. Schlichting e E. A. Truckenbrodt. *Aerodynamics of the Aeroplane*. 2nd edition. McGraw Hill Higher Education, 1979.
- [68] L. V. Schmidt. *Introduction to Aircraft Flight Dynamics*. AIAA Education Series. American Institute of Aeronautics e Astronautics, 1998.
- [69] M.S. Selig e B.D. McGranahan. *Wind Tunnel Aerodynamic Tests of Six Airfoils for Use on Small Wind Turbines*. Rapp. tecn. (Available electronically at <http://www.osti.gov/bridge>). Colorado, USA, 2003.
- [70] A. Sherman. *Interference of wing and fuselage from tests of 28 combinations in the NACA variable-density tunnel*. Rapp. tecn. 1937.
- [71] G. A. Stagg. *An Unsteady Aerodynamic Model for Use in the High Angle of Attack Regime*. MS thesis. Blacksburg, Virginia, 1998.
- [72] R. F. Stengel. *Flight Dynamics*. Princeton: Princeton University Press, 2004.
- [73] Brian L. Stevens e Frank L. Lewis. *Aircraft Control and Simulation*. Wiley-Interscience, ott. 2003.
- [74] Ashish Tewari. *Atmospheric and Space Flight Dynamics*. Modeling and Simulation in Science, Engineering and Technology. Boston, MA: Birkhäuser Boston, 2007.
- [75] R. Tognaccini. *Complementi al corso di Aerodinamica degli Aeromobili*. Napoli: Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Università degli Studi di Napoli Federico II, 2007.
- [76] Autori vari. *ESDU-01005. Effect of Planform Geometry on Low Speed Pitch-Break Characteristics of Swept Wings*. London, 2001.
- [77] Autori vari. *ESDU-76003. Geometrical properties of cranked and straight tapered wing planforms*. London, 2001.
- [78] Voce WGS84 su Wikipedia.

- [79] S. R. Vukelich e J. E. Williams. *The USAF Stability and Control Digital Datcom*. AFFDL-TR-79-3032. Updated by Public Domain Aeronautical Software 1999. Apr. 1979. Volume I.
- [80] J. E. Williams e S. R. Vukelich. *The USAF Stability and Control Digital DATCOM. Volumes I, II, III. Implementation of Datcom Methods*. Rapp. tecn. (Revised 1978). 1979.

GLOSSARIO

altimetro è un barometro aneroide che converte le misurazioni di pressione atmosferica in letture di quota e generalmente in piedi. Sono presenti due lancette: la più corta è quella delle migliaia di piedi, la più lunga è quella delle centinaia di piedi. È presente anche uno specchietto che indica le decine di migliaia di piedi. La lettura della quota può essere tarata in funzione ad un valore di pressione a livello del mare diverso da quello standard.

asse di spinta direzione lungo la quale agisce la spinta totale T .

assi aerodinamici una terna di assi $\{G, x_A, y_A, z_A\}$, con origine nel baricentro G , in generale non solidale al velivolo; l'asse x_A ha per direzione la proiezione del vettore velocità v del baricentro sul piano di simmetria del velivolo ed è orientato nel verso del moto; l'asse z_A è ortogonale a x_A , appartiene al piano di simmetria ed è orientato nel verso testa-piedi del pilota; l'asse y_A , che completa la terna levogira, è orientato verso la destra del pilota e coincide con l'asse velivolo y_B .

assi costruttivi un sistema di assi $\{O_C, x_C, y_C, z_C\}$ usato nei disegni costruttivi di un velivolo; tipicamente utilizzato per individuare punti particolari dell'aeromobile, come il centro di massa, i punti di contatto dei carrelli, la posizione del pilota, i punti di applicazione della spinta, eccetera; l'origine O_C è collocata tipicamente in prossimità della prua del velivolo (a volte in prossimità del pannello dei comandi, alle spalle del castello motore); l'asse x_C corre lungo la fusoliera, orientato verso poppa; l'asse y_C è orientato verso la destra del pilota; l'asse z_C è orientato nel senso piedi-testa del pilota; il sistema di assi costruttivi si presenta ruotato rispetto alla terna di assi velivolo $\{G, x_B, y_B, z_B\}$ di 180° intorno a y_B .

assi stabilità un particolare sistema di assi velivolo $\{G, x_S, y_S, z_S\}$ definito da una data condizione di volo anziché da considerazioni costruttive; è una terna di assi solidali al velivolo ed origine nel baricentro G , per cui l'orientamento dell'asse x_S rispetto alla fusoliera è stabilito proiettando nel piano di simmetria il vettore velocità del baricentro, in una prestabilita condizione di volo; tipicamente è usato in studi di stabilità statica e dinamica ed è riferito ad una condizione di volo iniziale, simmetrica, equilibrata, a quota costante.

assi terra una terna di assi $\{O_E, x_E, y_E, z_E\}$, con origine O_E un punto convenientemente scelto sulla superficie terrestre al livello del mare medio (MSL); l'asse z_E è rivolto per convenzione verso il centro terrestre, l'asse x_E verso il nord geografico e l'asse y_E verso est (convenzione degli orientamenti *North-East-Down*, NED).

assi velivolo terna standard di assi solidali al velivolo $\{G, x_B, y_B, z_B\}$, con origine nel baricentro G , asse x_B diretto verso prua, asse y_B diretto verso l'ala destra, asse z_B diretto nel senso testa-piedi del pilota.

assi vento (americani) una terna di assi $\{G, x_{wind}, y_{wind}, z_{wind}\}$, con origine nel baricentro G , in generale non solidale al velivolo; l'asse x_{wind} è diretto lungo il vettore velocità v del baricentro e orientato nel verso del moto; l'asse z_{wind} è ortogonale a x_{wind} , appartiene al piano di simmetria dell'aeromobile ed è orientato nel verso testa-piedi del pilota; l'asse y_{wind} completa la terna levogira.

assi vento (assi traiettoria) una terna di assi $\{G, x_{wind}, y_{wind}, z_{wind}\}$, con origine nel baricentro G , in generale non solidale al velivolo; l'asse x_{wind} è diretto lungo il vettore velocità v del baricentro e orientato nel verso del moto; l'asse z_{wind} è ortogonale a x_{wind} , appartiene a un piano verticale passante per x_{wind} ed è orientato nel verso testa-piedi del pilota; l'asse y_{wind} , che completa la terna levogira, è sempre ortogonale ed orientato verso la destra del pilota.

indicatore di direzione o indicatore di prua, è costituito da un giroscopio dall'aspetto di una bussola con su disegnata la sagoma dell'aereo. Lo scopo dello strumento è di mostrare al pilota l'angolo di prua. L'indicatore direzionale, al contrario della normale bussola, non è soggetto agli errori causati da moti di cabrata o picchiata o dalla turbolenza atmosferica.

indicatore di velocità o anemometro, è lo strumento che consente di misurare la velocità dell'aereo relativa alla massa d'aria che lo circonda. Tale strumento

risale al valore della velocità tramite misure di pressione statica e totale effettuate con un tubo di Pitot ed eventuali prese statiche aggiuntive.

linea di galleggiamento della fusoliera termine mutuato dal gergo degli architetti navali (in inglese *waterline*) per indicare sezioni di una carena con piani orizzontali; per una fusoliera parzialmente immersa in acqua, lasciata galleggiare a riposo, una linea di galleggiamento corrisponde con la curva intersezione del pelo libero del liquido con la superficie esterna del solido.

livello del mare medio detto anche *Mean Sea Level*, corrisponde alla superficie isogeopotenziale a cui è assegnato il livello zero (a meno di variazioni locali della gravità terrestre); in aeronautica il MSL è usato come riferimento per la misura dell'altitudine.

moto di regime un moto equilibrato in cui alcuni parametri di volo caratteristici rimangono stazionari.

orizzonte artificiale uno strumento che indica l'orientamento del velivolo nello spazio. Fornisce informazioni sull'inclinazione della fusoliera rispetto all'orizzontale e sull'inclinazione laterale delle ali.

punto neutro a comandi bloccati punto rispetto al quale il momento di beccheggio del velivolo a comandi bloccati risulta costante con l'angolo d'attacco. Corrisponde alla posizione massima arretrata del baricentro, oltre la quale il velivolo presenta un gradiente C_{M_α} negativo del momento baricentrale, cioè una instabilità statica al beccheggio.

punto neutro a comandi liberi equivalente del punto neutro a comandi bloccati nel caso di comando longitudinale reversibile lasciato libero di ruotare intorno all'asse di cerniera per effetto della pressione dinamica della corrente.

variometro strumento che misura la velocità verticale dell'aereo, cioè il rateo di salita, a partire dalla lettura della variazioni di pressione nel volo in salita. Le pressioni sono misurate attraverso una presa statica posizionata in un punto tale da non essere influenzato da particolari depressioni o sovrappressioni del campo aerodinamico che circonda il velivolo.

virosbandometro uno strumento composto da un virometro e da uno sbandometro.

Il virometro è uno strumento giroscopico, misura la velocità angolare e fornisce informazioni circa il rateo di virata dell'aeromobile. Sullo strumento è disegnata la sagoma dell'aeromobile e due tacche etichettate con "L" (*left*) ed "R" (*right*). Se il pilota effettua una virata mantenendo la sagoma su una delle due tacche ottiene una velocità angolare pari a 3 deg/s , cioè un cambiamento di angolo di prua di 360° compiuto in due minuti. Lo sbandometro è costituito da una sfera metallica soggetta alle forze d'inerzia laterali e, se mantenuta al centro dell'indicatore, indica se l'aeromobile effettua una virata coordinata. Se nella virata la pallina non è centrata l'aeromobile possiede un angolo di derapata non nullo.

LISTA DEI SIMBOLI

- ()_A grandezza o componente nel riferimento di assi aerodinamici; azione di natura aerodinamica.
- ()_B grandezza o componente nel riferimento di assi velivolo; termine relativo alla fusoliera (*body*).
- ()_G azione di natura gravitazionale.
- ()_H termine relativo all'impennaggio orizzontale (*horizontal tail*).
- ()_{SL} grandezza calcolata al livello del mare (*sea level*).
- ()_T azione di natura propulsiva (*thrust*); termine collegato alla spinta T .
- ()_V termine relativo all'impennaggio verticale (*vertical tail*).
- ()_{wind} grandezza o componente nel riferimento di assi vento; termine relativo all'ala (*wing*).
- ()_{WB} termine relativo al velivolo parziale (configurazione ala-fusoliera o *wing-body*).
- D resistenza aerodinamica (*drag*).
- F vettore forza esterna risultante.
- G baricentro del velivolo.
- g vettore accelerazione gravitazionale.
- i_H angolo di calettamento dell'impennaggio orizzontale rispetto alla fusoliera, formato dalla corda di radice del piano di coda con l'asse longitudinale x_B .

i_W angolo di calettamento dell'ala rispetto alla fusoliera, formato dalla corda di radice alare con l'asse longitudinale x_B .

L portanza aerodinamica (*lift*).

M numero di Mach di volo.

$\mathcal{M}$ vettore momento baricentrico esterno risultante.

m massa del velivolo.

p componente del vettore velocità angolare $\boldsymbol{\Omega}$ lungo l'asse velivolo x_B .

q componente del vettore velocità angolare $\boldsymbol{\Omega}$ lungo l'asse velivolo y_B .

$\bar{q}$ pressione dinamica di volo.

r componente del vettore velocità angolare $\boldsymbol{\Omega}$ lungo l'asse velivolo z_B .

Re numero di Reynolds di volo (basato tipicamente sulla corda di riferimento $\bar{c}$).

T spinta propulsiva.

$\mathbf{T}$ vettore spinta, indicato come forza esterna anche con $\mathbf{F}_T$.

u componente del vettore velocità $\mathbf{V}$ lungo l'asse velivolo x_B .

$\mathbf{V}$ vettore velocità del baricentro del velivolo (rispetto all'osservatore inerziale).

v componente del vettore velocità $\mathbf{V}$ lungo l'asse velivolo y_B .

V_e velocità equivalente (*equivalent airspeed*).

V_t velocità vera (*true airspeed*).

W peso del velivolo, pari a mg .

$\mathbf{W}$ vettore peso del velivolo, applicato al baricentro G , detto anche $\mathbf{F}_G$.

w componente del vettore velocità $\mathbf{V}$ lungo l'asse velivolo z_B .

X componente della forza esterna risultante lungo l'asse velivolo x_B .

x_A asse aerodinamico longitudinale.

x_B asse velivolo longitudinale o asse di rollio.

y_A asse aerodinamico laterale.

z_A asse aerodinamico di portanza.

x_S asse di stabilità longitudinale.

z_S asse di stabilità trasversale.

Y componente laterale della forza esterna risultante, lungo l'asse velivolo y_B .

Z componente della forza esterna risultante lungo l'asse velivolo z_B .

Y_A componente laterale della forza aerodinamica.

y_B asse velivolo laterale o asse di beccheggio.

z_B asse velivolo di imbardata.

z_V asse verticale locale, con origine nel baricentro del velivolo e orientato positivamente verso il basso.

α angolo d'attacco riferito a una retta del piano di simmetria del velivolo passante per il baricentro, inclinata di un angolo μ_x rispetto all'asse x_B .

α_B angolo d'attacco riferito all'asse x_B .

α_W angolo d'attacco riferito alla corda di radice dell'ala.

β angolo di derapata (o di *sideslip*).

γ angolo di salita (o di rampa o di volta).

μ_T inclinazione della spinta rispetto all'asse velivolo longitudinale.

Ω vettore velocità angolare istantanea del velivolo rispetto a un riferimento inerziale.

ϕ angolo d'inclinazione laterale delle ali.

Terzo angolo della terna di angoli di Eulero (ψ, θ, ϕ) dell'orientamento del velivolo rispetto a un riferimento fisso.

ψ angolo di azimuth dell'asse velivolo x_B .

Primo angolo della terna di angoli di Eulero (ψ, θ, ϕ) dell'orientamento del velivolo rispetto a un riferimento fisso.

ψ_{GT} *ground-track heading*, detto anche angolo di virata δ .

Angolo che la proiezione a terra della velocità V del baricentro del velivolo forma con il nord.

ρ densità dell'aria alla quota di volo.

θ angolo d'inclinazione sull'orizzontale dell'asse velivolo x_B .

Secondo angolo della terna di angoli di Eulero (ψ, θ, ϕ) dell'orientamento del velivolo rispetto a un riferimento fisso.