

SOMMARIO

LEZIONE 13. FIAMME A DIFFUSIONE UNIDIMENSIONALI	153
<i>STRATO DIFFUSIVO INSTAZIONARIO.....</i>	<i>153</i>
<i>STRATO DIFFUSIVO CONVETTIVO STAZIONARIO.....</i>	<i>156</i>
<i>APPROCCIO SPERIMENTALE.....</i>	<i>163</i>
<i>STRATO DIFFUSIVO CONVETTIVO INSTAZIONARIO.....</i>	<i>167</i>
<i>DOPPIO STRATO DIFFUSIVO.....</i>	<i>170</i>
<i>APPENDICE A-13</i>	<i>172</i>
<i>APPENDICE B-13.....</i>	<i>174</i>
<i>APPENDICE C-13</i>	<i>176</i>
<i>APPENDICE D-13.....</i>	<i>181</i>
<i>RIFERIMENTI E NOTE.....</i>	<i>184</i>
<i>TESTI CONSIGLIATI.....</i>	<i>184</i>

Lezione 13. fiamme a diffusione unidimensionali

Strato diffusivo instazionario

Uno strato diffusivo instazionario unidimensionale é descritto dalla seguente equazione

$$\frac{Z}{t} = \mathcal{D} \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \quad 4.29)$$

Questa é l'equazione di conservazione della frazione di miscelamento Z in condizioni non reattive ed a densità costante. Nel caso in cui la condizione iniziale ($t = t_0$) sia una funzione a scalino, come quella tracciata con linea spessa nel diagramma del riquadro, l'evoluzione di Z si può ottenere dall'integrazione di Z secondo la procedura classica riportata in appendice A di questa lezione. Questa consiste nell'impiego della cosiddetta variabile di Boltzmann $\eta = x / \sqrt{4\mathcal{D}t}$ combinazione di x e t . In tal modo con le condizioni ai limiti $Z(x = -\infty) = Z_0$ e $Z(x = \infty) = Z_1$ si ottiene una soluzione basata sulla funzione riportata nell'eq 4.30.

$$\frac{Z - Z_0}{Z_1 - Z_0} = \text{erf} \left(\frac{x}{\eta} \right) \quad 4.30)$$

in cui lo spessore dello strato di miscelamento e la funzione errore sono dati dalle seguenti equazioni

$$\eta = 0.9 = \sqrt{4\mathcal{D}t} \quad 4.31)$$

$$\text{erf}(\eta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\eta} e^{-x^2} dx \quad 4.32)$$

Nella Fig 4.7 sono riportati gli andamenti spaziali della frazione di miscelamento per quattro

Istanti. Essi sono calcolati per mezzo dell'eq.4.30 per mezzo delle eqq. 4.31 e 4.32.

E' interessante analizzare questi profili a partire dalla struttura della funzione errore così come riportata nella figura 4.8.

Da questa si desume che la $\text{erf}(\eta)$ é zero per $\eta = 0$, sale linearmente per valori inferiori ad 1, per poi tendere asintoticamente ad 1. E' interessante notare come per valori inferiori a $\eta = 0.9$ si possa approssimare $\text{erf}(\eta) = \eta$. Ad esempio per $\eta = 0.9$ la $\text{erf}(0.9) = 0.9$.

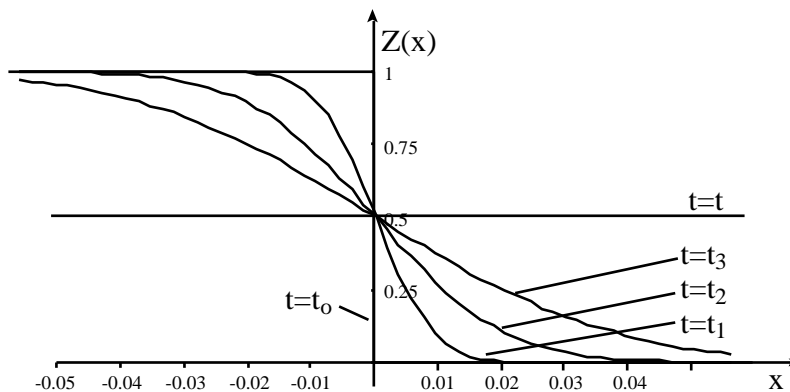


fig. 4.7 Distribuzione della frazione di miscelamento

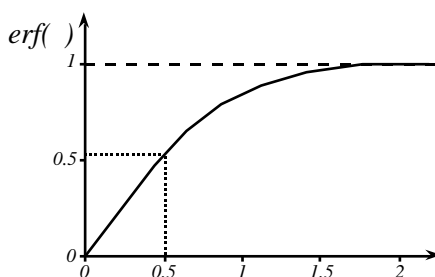


fig.4.8 Funzione degli errori

Un'espressione approssimata dello spessore dello strato diffusivo isoterma incompressibile $m = 0.05$ è data dal valore di x per cui $Z = 0.05$ o $Z = 0.95$. Esso è dato da $x_{0.95} = \sqrt{4Dt}$, che è proprio la quantità con cui si adimensionalizza x nella combinazione di variabili alla Boltzmann. Pertanto $\eta = x/\sqrt{4Dt} = x/m$ vale 0 al centro dello strato diffusivo, vale 1 nella zona periferica dello stesso dove Z assume valori di $Z = 0.05$. m viene definito come spessore dello strato diffusivo. Esso cresce nel tempo secondo una legge $\sqrt{4Dt}$ ovvero si sposta con velocità normale a $Z = 0.95$ pari a

$$v = \frac{\sqrt{4D}}{2} \frac{1}{\sqrt{t}} = \sqrt{\frac{D}{t}} \tag{4.33}$$

In condizioni di combustione non ci sono lavori sperimentali o numerici che descrivono l'evoluzione della parte dello strato diffusivo reagente.

E' facile supporre che nel caso di velocità di reazione infinita tutta l'ossidazione è concentrata su una superficie, a $Z = Z_{st}$, infinitamente sottile e localizzata ad una distanza dalla stazione di riferimento pari a $x_{0.05}$. In altre parole la fiamma è sulla periferia dello strato diffusivo e si allontana sempre di più dall'interfaccia, localizzato per definizione a $Z = Z_{st}$.

Nel caso in cui lo strato reattivo non sia infinitamente sottile ma abbia nello spazio della frazione di miscelamento uno "spessore" δ_r , è possibile ricavare uno spessore fisico dello strato diffusivo, ipotizzando che Z sia lineare nell'intorno di Z_{st} .

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{dZ}{d} \frac{d}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{0.9} e^{-\frac{x^2}{0.9}} \quad (4.34)$$

$$\frac{dZ_{st}}{dx} = \frac{r_{reac}}{r} = \frac{1}{e\sqrt{\pi}} \frac{1}{0.9} \quad Z = Z_{st} \quad x_n = 0.9 \quad (4.35)$$

Si procede ricavando la derivata di Z rispetto ad x così come riportato nell'equazione 4.34 ricordando che la derivata della funzione errore è uguale all'integrando a meno di un fattore costante. Infine si uguaglia la derivata di Z con l'espressione $\frac{r_{reac}}{r}$. Infatti nell'ipotesi di linearità di Z , la derivata è uguale al rapporto dei cateti δ_r e δ_{st} . Inoltre tenendo conto che lo strato reattivo è sulla periferia di quello diffusivo si può determinare la derivata di Z ad un valore di x uguale a $0.95 \delta_{st}$. Si ottiene infine che $\delta_r = 5 \delta_{st}$, ovvero lo strato reattivo è uguale allo spessore dello strato diffusivo per cinque volte lo spessore di fiamma nello spazio della frazione di miscelamento (ϕ). Come si vedrà più avanti, ϕ per le paraffine è circa 0.05, per cui δ_r è circa due decimi di δ_{st} . Un esempio numerico può fornire un'idea di quanto possa essere grande δ_r . Consideriamo il caso in cui lo strato diffusivo evolva per un tempo di un secondo e che il coefficiente di diffusione sia $\mathcal{D} = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, δ_{st} si estenderà per 10^{-2} m , mentre lo strato reattivo (per una paraffina) sarebbe $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Strato diffusivo convettivo stazionario

Uno strato diffusivo stazionario può essere realizzato solo se vi è un trasporto convettivo che impedisce la naturale crescita dello spessore dello strato. E' difficile pensare ad una condizione fluidodinamica che sia descritta dall'equazione 1-D convettiva diffusiva stazionaria, così come riportata dalla seguente espressione.

$$u \frac{dZ}{dx} - \mathcal{D} \frac{d^2Z}{dx^2} = 0 \quad 4.36)$$

Questa condizione è parzialmente soddisfatta sull'asse (o piano) di simmetria di due getti contrapposti. Infatti il campo di moto è descritto dall'equazione $-\frac{u}{x} = \frac{v}{y} = a$ per cui per $y=0$ la componente della velocità v è praticamente nulla lungo l'asse (o piano) di simmetria. Una fiamma a diffusione unidimensionale e stazionaria può essere ottenuta da una configurazione aerodinamica generata da due getti contrapposti, schematicamente riportata nella seguente figura.

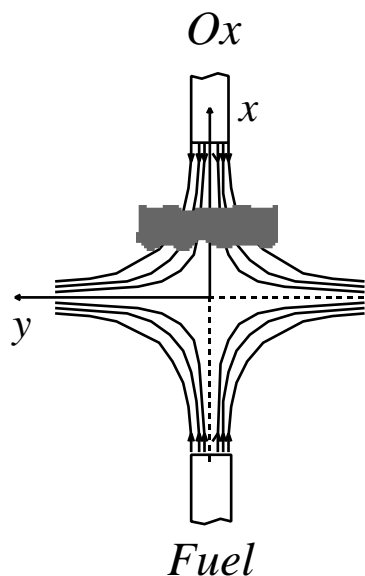


fig4.9 Schema di fiamme a controdiffusione

Il campo di velocità può essere approssimato da un flusso potenziale in cui le componenti delle velocità siano dipendenti da un solo parametro "a" e siano descritte dalle seguenti equazioni.

$$\begin{aligned} u &= -ax \\ v &= ay \end{aligned} \quad 4.37)$$

Pertanto l'eq.4.36 può essere riformulata, sostituendo la componente di velocità data dalla 4.37), come

$$-ax \frac{dZ}{dx} - \mathcal{D} \frac{d^2Z}{dx^2} = 0 \quad 4.38)$$

La descrizione del campo dipende parametricamente da un solo parametro. Come vedremo qui di seguito questo parametro può assumere varie forme tra cui si anticipa ancora la velocità di dissipazione della frazione di miscelamento, definita con la seguente formula

$$= 2 \frac{Z}{x} \quad 4.39)$$

Lungo l'asse geometrico dei getti si crea un campo convettivo-diffusivo unidimensionale. Una fiamma si può stabilizzare nell'intorno del punto di ristagno a cui è generalmente associato l'origine degli assi x ed y .

Sull'asse x è possibile scrivere un'equazione del bilancio di entalpia sensibile così semplificata

$$u \frac{T}{x} - \frac{T}{x} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^0}{c_p} \quad 4.40)$$

facendo un cambio di variabile del tipo

$$\frac{T}{x} = \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} \quad 4.41)$$

e differenziando come riportato in appendice B di questa lezione si ottiene

$$\frac{1}{2} \frac{T}{Z^2} = \frac{\dot{Y}_i h_i^0}{c_p} \quad 4.42)$$

dove, come anticipato prima

$$= 2 \frac{Z}{x} \quad 4.43)$$

prende il nome di velocità di dissipazione dello scalare Z ed ha le dimensioni dell'inverso del tempo. Quindi non si ha una produzione di entalpia o di specie chimiche indipendente dal campo fluidodinamico; la Z determina questa velocità di reazione e controlla il flusso delle specie chimiche e dell'entalpia sensibile che "alimenta" la zona di

reazione. Una notevole semplificazione deriva, dalla eventuale possibilità di conoscere $Y_i = Y_i(Z)$ o $T = T(Z)$ indipendentemente da Z o come funzione nota di Z , perché in questo caso basta conoscere Z e u per poter conoscere tutte le velocità \dot{Y}_i . In letteratura sono noti cinque tipi di approcci per determinare $Y = Y(Z, u)$ o $T = T(Z, u)$. Schematicamente questi approcci possono essere indicati, in accordo con il tipo di metodologia seguita o con l'ipotesi più significativa a cui sono legati, come:

- a) Fiamma infinitamente sottile in $Z = Z_{st}$;
- b) Ipotesi di equilibrio chimico;
- c) Ipotesi di singola reazione con velocità di reazione finita con alta energia di attivazione, a cui sono associate le teorie o modelli, cosiddetti asintotici. (Linan A.; Williams F.);
- d) Ipotesi di reazioni multiple con velocità finite. Modellazione numerica;
- e) Approccio sperimentale.

Le ipotesi a) e b) sono state descritte nei modelli presentati in precedenza. Per tali modelli Y e T sono solo funzioni di Z e non di u . Verifichiamo, ora che ciò sia vero nel caso fluidodinamico qui descritto sotto le ipotesi c) e d). Per mezzo della teoria asintotica si dimostra che nella fiamma a diffusione unidimensionale e stazionaria:

$$u_{st} = 2\mathcal{D} \left| \frac{dZ}{dz} \right|_{Z_{st}} a f(Z_{st}) \quad 4.44)$$

dove a è il gradiente di velocità assiale o radiale, che caratterizza tutto il campo di moto. Infatti si dimostra e si verifica sperimentalmente che:

$$\begin{aligned} u &= -ax \\ v &= ay \end{aligned} \quad 4.45)$$

in tutto il campo di una configurazione a getti contrapposti.

Pertanto essendo “ a ” una costante in tutto il campo, u_{st} è funzione solo di Z_{st} . Per ottenere un campo con u_{st} più grande si aumenta la velocità dei due getti indisturbati e quindi anche il valore di “ a ” aumenta. Sia la teoria asintotica che i modelli numerici predicono che all'aumentare della velocità di dissipazione dello scalare Z la T_{max} si sposta verso $Z > Z_{st}$ ed assume valori che decrescono lentamente. Un comportamento di tal genere è riportato schematicamente in figg. 4.10 e 4.11;

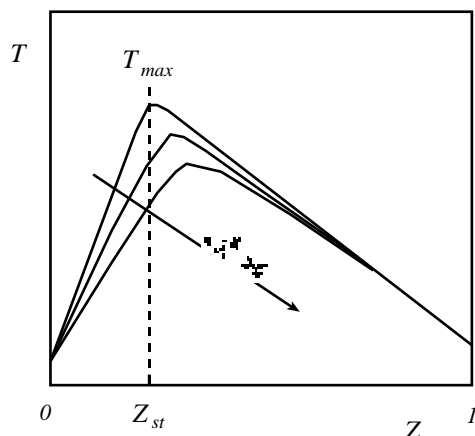


Fig. 4.10 Temperatura contro frazione di miscelamento per diversi valori della velocità di dissipazione

nella prima sono tracciate le temperature contro la frazione di miscelamento per valori crescenti di q_{st} mentre nella seconda T_{max} è diagrammata contro l'inverso di q_{st} . La T_{max} si mantiene costante fino a valori di $q_{st}^{-1} = q_{st\ min}^{-1}$ cioè in corrispondenza del valore di q_{st} detto di "quenching", per cui la fiamma si estingue

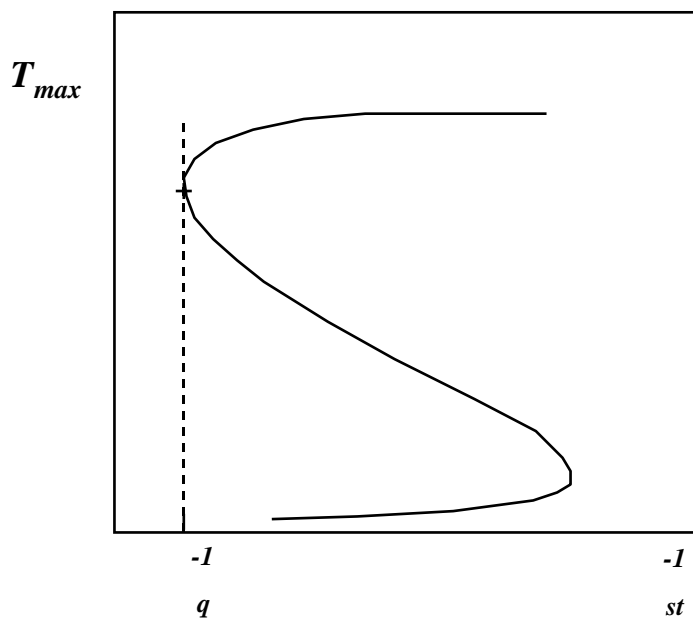


Fig. 4.11 Massima temperatura in fiamma a diffusione "stirata" per diversi valori della velocità di dissipazione.

La larghezza della fiamma nello spazio di Z può essere calcolato ad un fissato valore di q_{st} , diagrammando $(\dot{Y}_i/n_i^o) = W$ (cioè la velocità di rilascio di calore) contro Z . In Fig. 4.12 si riportano due casi esemplificativi di tali calcoli riferiti alla combustione del metano e dell'idrogeno, tratti da un lavoro di Peters (1989). La deviazione standard () della

gaussiana che meglio si adatta alla $W(Z)$ è una misura dello spessore della fiamma nello spazio Z .

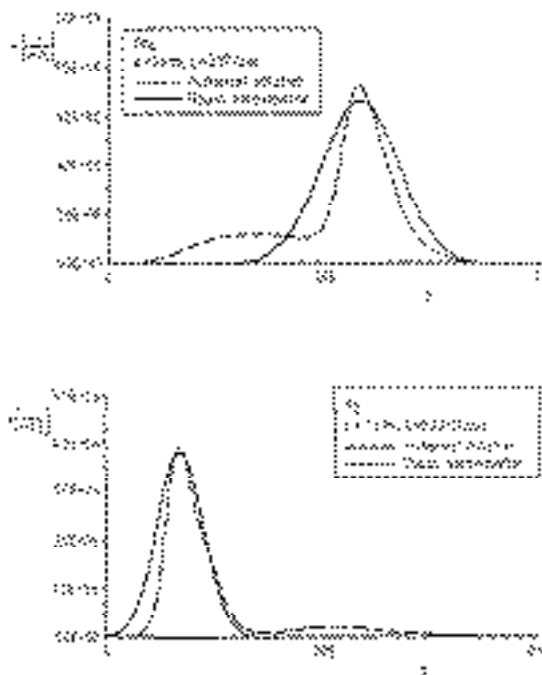


Fig. 4.12 Velocità di rilascio di calore per unità di volume contro la frazione di miscelamento (da Peters, 1989).

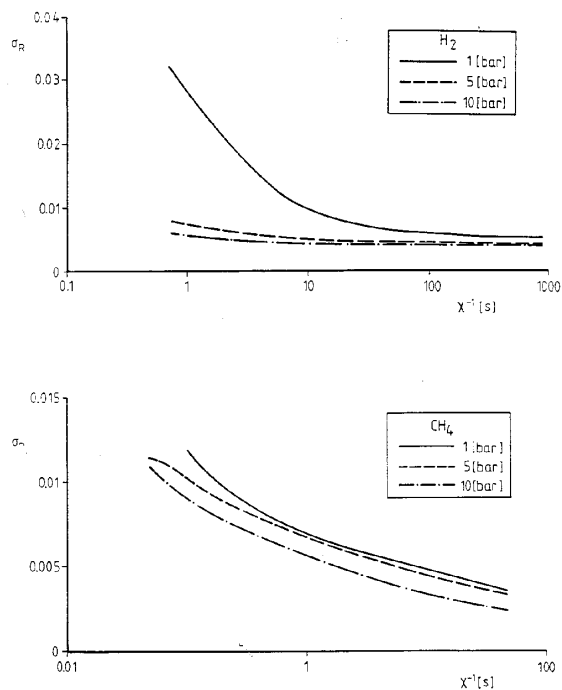


Fig. 4.13 Spessore di fiamma a diffusione nel campo delle frazioni di massa per diversi valori della velocità di dissipazione (da Petres, 1989)

Sempre con modelli numerici è stato possibile calcolare lo spessore di fiamma al variare della velocità di dissipazione. Diagrammando contro l'inverso della velocità di dissipazione, come riportato in fig. 4.13, si osserva che aumenta al crescere di, ma si mantiene sempre a valori più bassi di Z_{st} .

Per valutare lo spessore nello spazio fisico bisogna considerare il fatto che Z varia quasi linearmente intorno a Z_{st} con coefficiente angolare:

$$\left. \frac{Z}{x} \right|_{st} = \sqrt{\frac{2D}{s}} \quad 4.46)$$

per cui:

$$x_f = \frac{Z}{x} = \sqrt{\frac{2D}{s}} \quad 4.47)$$

ciò significa che se si riesce a predire Z_{st} , si predice anche (x_{st}) e quindi anche x_f .

In Fig.4.14 è riportato un ipotetico profilo di Z contro la coordinata spaziale x scelta lungo l'asse di simmetria della configurazione aerodinamica a getti contrapposti.

La figura mostra come, conoscendo Z_{st} e sia possibile risalire allo spessore della fiamma x_f .

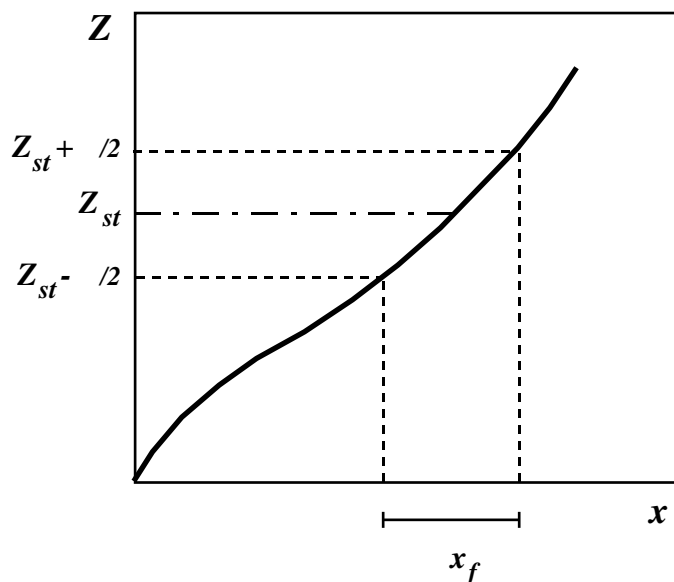


Fig. 4.14 Esempio schematico della relazione tra lo spessore di fiamma nel campo delle frazioni di massa e nel campo fisico

Inoltre la teoria asintotica dimostra che il tempo caratteristico in cui evolve la reazione è calcolabile con l'espressione:

$$t_c = \frac{Z_{st}^2(1-Z_{st}^2)}{st} \frac{1}{4a} \quad 4.48)$$

da cui il tempo caratteristico associato all'estinzione é

$$t_q = \frac{Z_{st}^2(1-Z_{st}^2)}{q} \frac{1}{4a_q} \quad 49)$$

In altre parole esiste un tempo chimico caratteristico che dipende dal campo di moto, (t_c é funzione di un generico valore di a), mentre il tempo di estinzione é unico (t_q dipende da un solo valore di a cioè a_q).

Il valore di $a_q = 320 \text{ s}^{-1}$ per fiamma di metano e aria comporta un tempo di estinzione compreso tra 10^{-3} e 10^{-4} sec.

Approccio sperimentale

I dati sperimentali, riportati in questo paragrafo sono ripresi dal lavoro di rassegna di Tsuji et al.(1982).

Essi si riferiscono ad una fiamma unidimensionale stazionaria generata nelle vicinanze di un cilindro poroso che immette radialmente verso l'esterno un combustibile gassoso (metano) in una corrente uniforme di aria. Si ottiene in questo modo una configurazione aerodinamica molto simile a quella generata da due getti contrapposti, descritta in precedenza. Infatti come mostrato in fig. 4.15 si crea un punto di ristagno lungo la direzione della linea di corrente che passa per l'asse del cilindro. A monte del punto di ristagno, lato aria, si stabilizza una fiamma a diffusione unidimensionale e stazionaria. Su questo tipo di fiamma sono stati raccolti dati di frazione molare di tutte le specie stabili (fig. 4.16), di velocità e di temperatura. Quindi da questi dati é possibile fare un'analisi completa di una struttura di fiamma a diffusione unidimensionale.

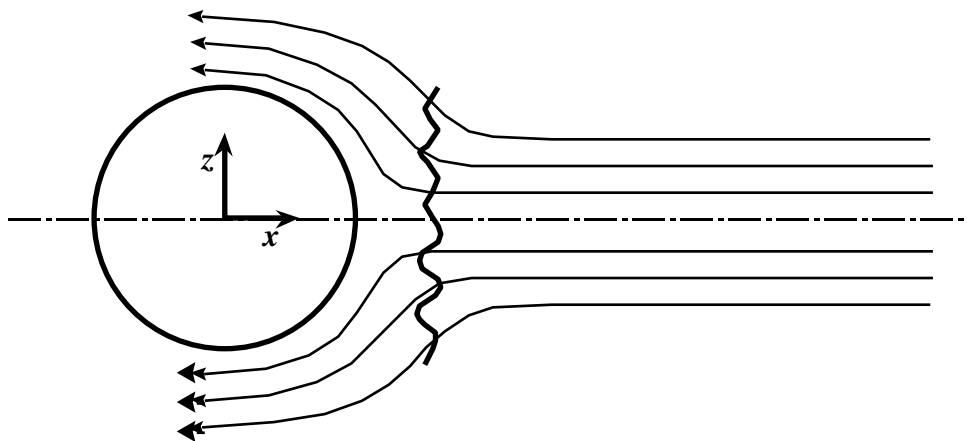


Fig. 4.15 Campo di moto di un getto ad impatto su cilindro.

Ovviamente i due componenti principali della corrente ossidante, ossigeno ed azoto, assumono un massimo nelle condizioni di immissioni e quindi tendono ad annullarsi nell'intorno della zona dove vi é il massimo sviluppo di fiamma. Si lascia allo studente l'analisi delle altre specie stabili riportate in figura.

In Fig. 4.17 sono riportati i dati di densità e variazione dell'area dovuta al rilascio di calore. La variabile riportata sull'ascissa di Fig. 4.17 é uguale a $(Y/R)(2Re)^{1/2}$, e rappresenta in forma adimensionale la coordinata lungo la quale vengono rilevati i dati sperimentali qui riportati.

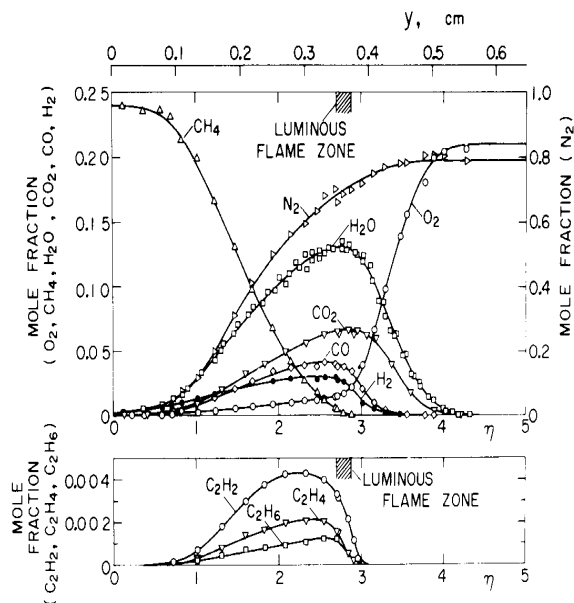


Fig. 4.16 Profili di concentrazione di varie specie stabili in fiamma di metano. (Tsuji H., Progr. Energy Combust. Sci., 8, 93, 1982).

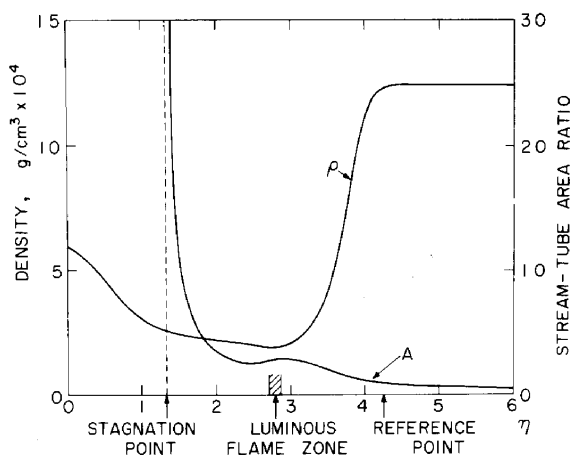


Fig. 4.17 Variazioni della densità di gas e dell'area di un tubo di flusso attraverso un fronte di una fiamma di metano nell'intorno del punto di ristagno per un rapporto $2V/R=100s^{-1}$, dove V è la velocità di flusso indisturbato ed R il rapporto del cilindro. (Tsuji H., Progr. Energy Combust. Sci., 8,93, 1982).

Per misurare la velocità di reazione delle singole specie si procede come segue. Dal bilancio della generica specie i -ma

$$-\frac{d}{dx} uY_i - D_{im} \frac{dY_i}{dx} = (\dot{Y}_i) \tag{4.50}$$

si determina il flusso G_i della specie (convettivo più diffusivo)

$$G_i = uY_i - \mathcal{D}_m \frac{Y_i}{x} \quad 4.51)$$

Nell'eq 4.51 le frazioni di massa sono ottenute dai dati sperimentali attraverso la seguente formula

$$Y_i = \frac{X_i m_i}{\sum_i X_i m_i} \quad 4.52)$$

X_i e m_i sono la frazione molare misurata ed il peso molecolare della specie i mentre la densità è calcolata per mezzo dell'equazione di stato per i gas perfetti tenendo conto che la temperatura T è misurata direttamente: $\rho = p / (RT \sum_i X_i m_i)$.

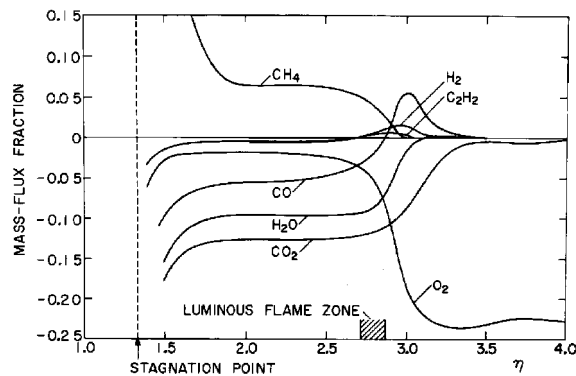


Fig. 4.18 Profili delle frazioni di flussi di massa. (Tsuji H., *Progr. Energy Combust. Sci.*, 8,93, 1982).

La diffusività della specie i -ma nella miscela ($\mathcal{D}_{i,m}$) è calcolata come diffusività della specie i in azoto.

I flussi di massa delle specie maggioritarie sono riportati in fig. 4.19 con segno positivo quando procedono da sinistra verso destra. E' interessante notare che il metano non sopravvive nella diffusione verso la corrente ossidante mentre l'ossigeno diffonde nel combustibile. Questa è una caratteristica di tutte le fiamme a diffusione ed è dovuta al fatto che la reazione $H + O_2 \rightarrow OH + O$ ha una più alta energia di attivazione delle reazioni di estrazione di idrogeno dal metano. Per ottenere la velocità di reazione in termini di mole (C_i) si deriva il flusso G_i rispetto alla coordinata x infatti dall'equazione segue che:

$$\dot{C}_i = \frac{1}{m_i} \left(\dot{Y}_i \right) = \frac{1}{m_i} \frac{G_i}{x} \quad 4.53)$$

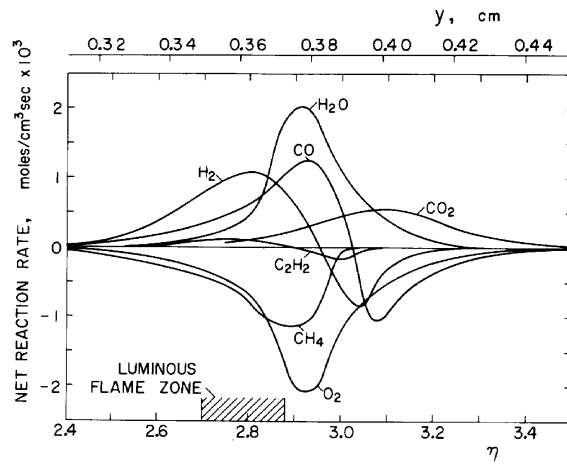


Fig. 4.19 Profili della velocità di reazione. (Tsuji H., Progr. Energy Combust. Sci., 8, 93, 1982).

Strato diffusivo convettivo instazionario

Consideriamo un elemento di superficie A scelto su un'interfaccia al tempo t_0 . In Fig.4.20 questo elemento è identificato con elemento di linea $l(t_0)$ rappresentativo della sezione A . L'evoluzione nel tempo di l , in assenza di diffusione della frazione di massa del tracciante che segna l , sarà descritta dall'insieme delle derivate materiali DY_i/Dt passanti per i punti di $l(t_0)$. Tale linea (o superficie) prende il nome di linea intermateriale.

In Fig.4.20 è riportata solo la traiettoria del punto mediano (P) di $l(t_0)$ che passa per tre elementi l , scelti esemplificativamente ai tempi t_1 , t_2 e t_3 .

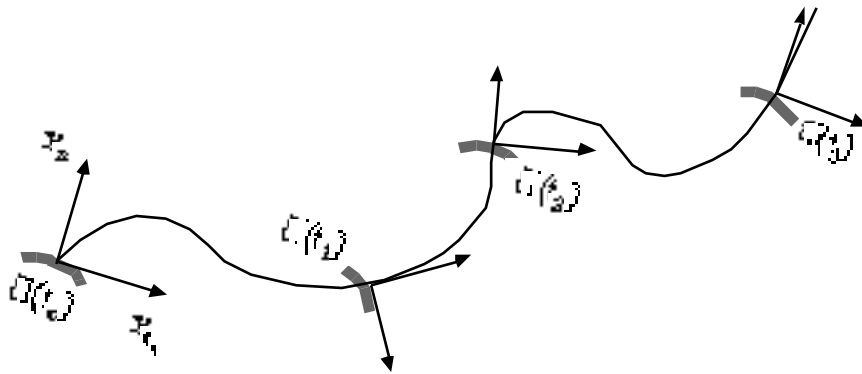


Fig 4.20 Insieme di linee intermateriali e traiettorie di un punto materiale

Consideriamo una terna di assi ortogonali x_n, x_{t_1}, x_{t_2} con l'origine sul punto materiale P e che orienti l'asse x_n ortogonalmente alla linea materiale. Ipotizziamo che le linee (o isosuperfici) a $Z=\text{cost}$ siano sempre parallele alla linea intermateriale e che la curvatura della linea (o superficie) intermateriale nell'intorno di P sia sempre sufficientemente piccola da poter considerare che le superfici di isolivello a frazione di massa costante siano "quasi piatte" cosicché siano valide le seguenti ipotesi:

$$\frac{Z}{x_n} \gg \frac{Z}{x_{t_i}} = 0 \quad 4.54)$$

$$\frac{^2Z}{x_n^2} \gg \frac{^2Z}{x_{t_i}^2} \quad 4.55)$$

In questo caso l'equazione di conservazione della frazione di massa so scrive in generale come

$$\frac{Z}{t} + u \frac{Z}{x} - \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x^2} = 0 \quad 4.56)$$

mentre,rispetto alla terna x_n, x_{t_1}, x_{t_2} può essere scritta, sotto l'ipotesi di u e \mathcal{D} costanti, come :

$$\frac{Z}{t} + u_n \frac{Z}{x_n} = \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x_n^2} \quad 4.57)$$

Sviluppando in serie di Taylor la u_n lungo la x_n e trascurando nell'espansione i termini di ordine superiori al primo, si ottiene, in accordo con Ottino(1982),

$$\frac{Z}{t} + u_{n_0} + \frac{u_n}{x_n} x_n \frac{Z}{x_n} - \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x_n^2} = 0 \quad 4.58)$$

u_{n_0} è, per scelta della terna di riferimento uguale a zero, mentre u_n/x_n può essere approssimata alla velocità di stiramento della superficie K nell'ipotesi già fatta di superfici intermateriale praticamente piatta, per cui l'espressione dello stiramento

$$K = - \frac{dy}{dt} + u_n C \quad 4.59)$$

diventa $K = - \frac{dy}{dt}$. In mezzi incompressibili e stazionari (ultima approssimazione) si può porre $- \frac{dy}{dt} = - u_n/x_n$, per cui l'equazione di conservazione diventa

$$\frac{Z}{t} - K \frac{Z}{x_n} - \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x_n^2} = 0 \quad 4.60)$$

Questa equazione rappresenta lo strato diffusivo convettivo instazionario sotto l'ipotesi di linearizzabilità del campo di moto (ovverosia $u = kx$). Essa rappresenta con più rigore uno strato diffusivo analogo a quello illustrato nel caso stazionario (immesso nel campo dei getti contrapposti), in cui le condizioni di immissione dei getti variano nel tempo. Questa configurazione è difficile da realizzare in pratica se non con variazioni periodiche, imposte, ad esempio, da forti campi sonori. Il modo in cui essa è stata qui presentata nella seguente figura introduce uno strato diffusivo che evolve tra due flussi concorrenti e che in modo approssimato (isosuperfici piatte, campo "lineare") è descritto dall'eq4.60.

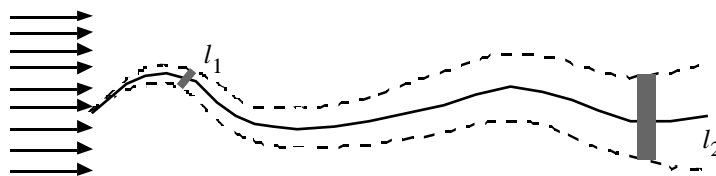


fig.4.21 Schema di uno strato di miscelamento

Essendo questa situazione frequente ed essendo questo tipo di strato diffusivo più facilmente schematizzabile mentalmente, si è ritenuto opportuno presentare questo schema. La frazione di miscelamento Z si ottiene integrando l'equazione secondo la procedura riportata in appendice C. L'evoluzione di Z è ancora una volta descritta dalla funzione errore secondo le stesse relazioni (riportata nelle due seguenti equazioni)

$$\frac{Z - Z_0}{Z - Z_0} = \operatorname{erf} \left(\frac{x}{m} \right) \quad (4.61)$$

$$m = \frac{m^{ns}}{m} = \frac{m^{ns}}{m} \frac{\sqrt{SR^2}}{SR} \quad (4.62)$$

ottenute per il caso instazionario non stirato. L'unica differenza è che lo spessore dello strato diffusivo m differisce da quello non stirato per un fattore di stiramento

$= \sqrt{SR^2}/SR$. E' interessante notare che per quanto detto fin qui SR e m possono essere in linea di principio maggiori o minori di 1, ma in pratica SR è sempre maggiore di 1, mentre m è sempre minore di 1. Su questa osservazione si basa del resto la possibilità di reale miscelazione dei fluidi. Lo stesso spessore dello strato diffusivo tende ad aumentare per effetto della sola diffusione, secondo la legge dello strato non stirato ($m^{ns} = \sqrt{4Dt}$), mentre a questo ispessimento si oppone lo stiramento della iso superficie intorno alla superficie intermateriale che induce uno schiacciamento dello spessore di strato diffusivo. Ovviamente qualsiasi struttura interna allo spessore subisce la stessa evoluzione dello spessore stesso. Ad esempio una fiamma a diffusione con uno spessore finito in cui evolve la reazione di ossidazione (come descritto nel caso non stirato) si stirerà con la stessa legge con cui si stira la superficie intermateriale.

Doppio strato diffusivo

Una rappresentazione schematica di un doppio strato diffusivo è riportata nella seguente figura. Al tempo t_0 la funzione è a doppio scalino. La distanza tra le due superfici intermateriali è dato n . La distribuzione della frazione di miscelamento varia nel tempo e nello spazio in accordo alla seguente equazione

$$Z = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \frac{x}{m} - \operatorname{erf} \frac{x-n}{m} \quad (4.63)$$

Tale equazione è ricavata nella appendice D di questa lezione.

I profili delle Z riportati in figura sono abbastanza esplicativi di per se. Essi interferiscono solo dopo un certo intervallo di tempo, in modo che la Z non assume più valori unitari, ma decresce progressivamente.

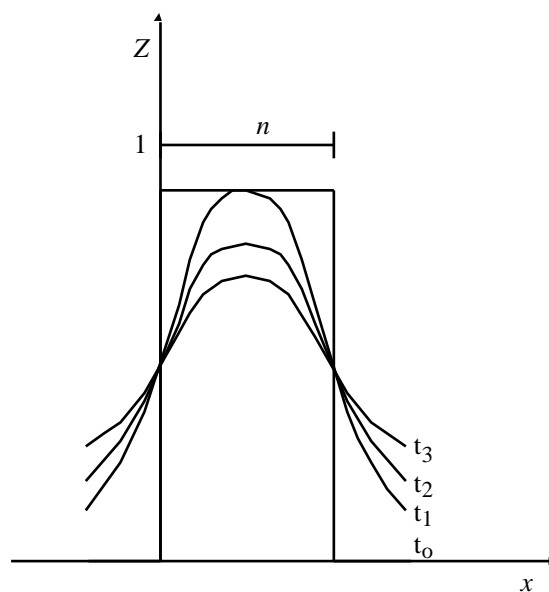


Fig. 4.22 Distribuzione della frazione di miscelamento

Il flusso diffusivo attraverso una superficie intermateriale unitaria al tempo t_0 sarà dato nel caso isolato dall'espressione riportata per mezzo dell'equazione

$$j_m(t, x_n) = \frac{\mathcal{D} SR}{\sqrt{m}} \quad (4.63)$$

Nel caso del doppio strato, la presenza di uno strato diffusivo adiacente può essere tenuta in conto per mezzo di un fattore di saturazione che è ricavato in appendice D seguendo la falsariga del lavoro di Beige et al. (1991) ed è qui di seguito rappresentato

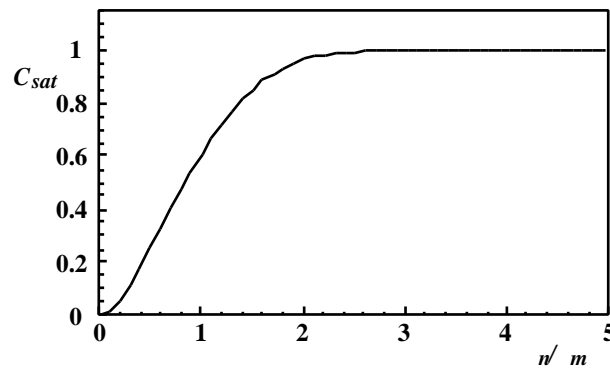


fig.4.23 Andamento fattore di saturazione

Tale fattore C_{sat} vale $C_{sat} = 1 - e^{-\frac{n}{m}}$, dove (come detto) n è la distanza tra le due interfacce. E' immediato vedere che per valori $\frac{n}{m}$ uguali a 2, C_{sat} vale circa 1 (per l'esattezza 0.86) e per $\frac{n}{m}$ circa 1, C_{sat} vale 0.63, per cui si può apprezzare che, fino a che n è maggiore o uguale a due volte m , lo strato diffusivo si comporta come se fosse isolato. Già per valori di $\frac{n}{m} = 0.1$ il fattore di saturazione vale 0.1. In sintesi per $\frac{n}{m} > 2$ si può considerare lo strato diffusivo isolato, per $\frac{n}{m} < 0.1$ lo strato diffusivo è stato completamente saturato dal secondo, mentre per valori intermedi i due strati diffusivi interagiranno tra loro. E' interessante notare che $\frac{n}{m} = 2$ corrisponde alla distanza per cui le due isosuperfici stechiometriche si incontrano e quindi scompaiono, portando così all'annichilimento della fiamma a diffusione. Purtroppo non esistono lavori sperimentali che descrivono tale annichilimento in condizioni unidimensionali, mentre alcune interessanti considerazioni possono essere tratte dal lavoro analitico-numerico di Triggvason et al. (1991).

Appendice A-13

Calcolo del profilo di concentrazione nel caso instazionario, unidimensionale.

$$\frac{Z}{t} = \mathcal{D} \frac{d^2 Z}{dx^2} \quad \text{A1)}$$

Si usa una variabile (detta di Boltzmann) come combinazione delle due presenti (una distanza adimensionalizzata).

$$\begin{aligned} &= \frac{x}{\sqrt{4\mathcal{D}t}} \\ \frac{dZ}{dx} \frac{dx}{dt} &= \mathcal{D} \frac{d^2 Z}{dx^2} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dx}{dt} &= \frac{x}{\sqrt{4\mathcal{D}t}} \left(-\frac{1}{2} t^{-3/2} \right) = \frac{-x}{2t\sqrt{4\mathcal{D}t}} \\ \frac{dx}{x} &= \frac{1}{\sqrt{4\mathcal{D}t}} \quad \text{A2)} \\ \frac{Z}{x} \frac{-x}{2t\sqrt{4\mathcal{D}t}} &= \mathcal{D} \frac{1}{4\mathcal{D}t} \frac{d^2 Z}{dx^2} \\ \frac{d^2 Z}{dx^2} + 2 \frac{dZ}{dx} &= 0 \\ x=0 &= 0 \quad Z = Z_0 \\ x &= \quad Z = Z \end{aligned}$$

Ponendo:

$$\begin{aligned} y &= \frac{Z}{x} \\ -\frac{y}{x} + 2y &= 0 \quad \frac{dy}{y} = -2 \frac{dx}{x} \quad \ln y = -2 \ln x \\ y &= a e^{-2 \ln x} \quad \frac{Z}{x} = a e^{-2 \ln x} \quad \text{A3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [Z]_o &= a e^{-2 \ln x} \\ Z - Z_o &= a e^{-2 \ln x} \end{aligned}$$

per trovare a (costante di integrazione) si valuta la funzione a

$$Z - Z_0 = a e^{-2 \ln x} \quad \text{A4)}$$

$$Z - Z_0 = a \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad a = 2 \frac{(Z - Z_0)}{\sqrt{\pi}} \tag{A5}$$

da cui

$$\frac{Z(x, t) - Z_0(x = 0, t)}{Z(x = \infty, t) - Z_0(x = 0, t)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2/4Dt} = erf\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{A6}$$

in conclusione

$$\frac{Z - Z_0}{Z - Z_0} = erf\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{A7}$$

con

$$\frac{x}{2\sqrt{Dt}} \tag{A8}$$

Nel caso le condizioni al contorno siano

$$\begin{aligned} x = -\infty & \quad Z = 0 \\ x = \infty & \quad Z = Z_0 \end{aligned} \tag{A9}$$

la 1) si può scrivere come

$$[Z]_{-} = a e^{-x^2/4Dt} \tag{A10}$$

per trovare a si valuta la 2) per $x = +\infty$

$$\begin{aligned} Z(x = \infty) - Z(x = -\infty) &= a \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/4Dt} dx \\ &= 2a \int_0^{\infty} e^{-x^2/4Dt} dx = a2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \\ a &= \frac{Z_0}{\sqrt{\pi}} \quad Z(x, t) = \frac{Z_0}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2/4Dt} dx \end{aligned} \tag{A11}$$

in conclusione

$$\frac{Z}{Z_0} = \frac{1}{2} erf\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{A12}$$

Appendice B-13

Una fiamma si può stabilizzare nell'intorno del punto di ristagno a cui é generalmente associato l'origine degli assi x ed y .

Sull'asse x é possibile scrivere un'equazione del bilancio di entalpia sensibile così semplificata

$$u \frac{T}{x} - \frac{T}{x} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B1)}$$

facendo un cambio di variabile del tipo $\frac{x}{Z} = \frac{Z}{x}$ e differenziando come qui di seguito riportato:

$$u \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} - \frac{T}{x} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B2)}$$

$$u \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} - \frac{T}{x} = \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} - \frac{2T}{x Z} \frac{Z}{x} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B3)}$$

$$\frac{T}{Z} u \frac{Z}{x} - \frac{T}{x} = \frac{Z}{x} - \frac{Z}{x} \frac{Z}{Z} - \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B4)}$$

$$- \frac{Z}{x} \frac{Z}{x} \frac{2T}{Z^2} - \frac{Z}{x} \frac{T}{Z} \frac{2Z}{x Z} = - \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B5)}$$

si ottiene:

$$\frac{Z}{x} \frac{2T}{Z^2} = \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B6)}$$

oppure:

$$\frac{2T}{Z^2} = \frac{\dot{Y}_i h_i^o}{c_p} \quad \text{B7)}$$

dove: $= 2 \frac{Z}{x}$ **B8)**

prende il nome di velocità di dissipazione dello scalare Z ed ha le dimensioni dell'inverso del tempo

Appendice C-13

Risoluzione dello strato diffusivo-convettivo instazionario, nel caso di velocità linearizzabile.

Si approssima la $\frac{Z}{t} + u \frac{u}{x_n} - \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x_n^2} = 0$ con

$$\frac{Z}{t} - Kx_n \frac{Z}{x_n} - \mathcal{D} \frac{^2 Z}{x_n^2} = 0 \quad (\text{C1})$$

dove:

$$K = -\frac{u_n}{x_n} = \frac{1}{A} \frac{D(A)}{Dt} \quad (\text{C2})$$

è la “velocità di stiramento” ed è in relazione a:

$$SR = \frac{(A)_t}{(A)_{t_0}} \quad (\text{C3})$$

(definito “rapporto di stiramento”) attraverso la seguente equazione:

$$\int_{t_0}^t K dt = \int_{t_0}^t \frac{D(A)}{A} = \ln \frac{(A)_t}{(A)_{t_0}} = \ln SR \quad (\text{C4})$$

Per cui, in sintesi, si ottiene che:

$$SR = \exp \int_{t_0}^t K dt \quad (\text{C5})$$

Eseguiamo una trasformazione di variabili. Seguendo la falsariga della trattazione di Chella ed Ottino, poniamo:

$$(x_n, t) = x_n f(t) \quad (\text{C6})$$

$$= (t) \quad (\text{C7})$$

per cui dalla (6) si ottiene anche che $\frac{1}{x_n} = f(t)$, $\frac{1}{t} = x_n f(t)$.

In altre parole Z dipenderà dalle due variabili x_n e t

$$Z = Z(x_n, t) \quad (C8)$$

Pertanto andando ad eseguire le trasformazioni di variabile si ottiene:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x_n} - Kx_n \frac{\partial Z}{\partial x_n} - \mathcal{D} \frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} + \frac{\partial Z}{\partial x_n} \frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} = 0 \quad (C9)$$

Il termine $\frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} = 0$ perché $\frac{\partial Z}{\partial x_n}$ è solo funzione del tempo.

Pertanto mettendo in evidenza $\frac{\partial Z}{\partial x_n}$ l'equazione precedente si riduce a

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x_n} - Kx_n \frac{\partial Z}{\partial x_n} - \mathcal{D} \frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} = 0 \quad (C10)$$

sostituendo alle derivate rispetto a x_n e t , le espressioni sopra ottenute, l'eq. C10 diventa:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Z}{\partial x_n} [x_n f'(t) - Kx_n f(t)] - \mathcal{D} f^2(t) \frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} = 0 \quad (C11)$$

scegliamo opportunamente la funzione $f(t)$ tale che:

$$x_n f'(t) - Kx_n f(t) = 0 \quad (C12)$$

cosicché: $\dot{f}(t) = K f(t)$, per cui $\int_{t_0}^t \frac{df}{f} = \int_{t_0}^t K dt$ e quindi:

$$f(t) = \exp \int_{t_0}^t K dt = SR \quad (C13)$$

ponendo l'arbitrario valore di $f(t_0)$ pari ad 1 si ottiene in definitiva:

$$(x_n, t) = x_n f(t) = x_n SR \quad (C14)$$

e la eq. (C11) diventa:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} - \mathcal{D} SR^2 \frac{\partial^2 Z}{\partial x_n^2} = 0 \quad (C15)$$

scegliendo, ancora:

$$\frac{d}{dt} = SR^2$$

si ottiene:

$$\frac{Z}{2} - D \frac{d^2 Z}{dx^2} = 0 \quad (\text{C16})$$

ricordando che:

$$(x_n, t) = x_n SR \quad (\text{C17})$$

ed integrando d / dx in dx , si ottiene:

$$\int_{t_0=0}^t SR^2 dt = t \overline{SR^2} \quad (\text{C18})$$

L'equazione (C16) è la classica equazione della diffusione instazionaria che può essere risolta con la ulteriore trasformazione di variabile "alla Boltzmann" e cioè ponendo:

$$\eta = \frac{x}{\sqrt{4Dt}} \quad (\text{C19})$$

da cui:

$$\frac{dx}{d\eta} = \frac{1}{\sqrt{4Dt}}, \quad \frac{d^2 Z}{dx^2} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 Z}{d\eta^2} \quad (\text{C20})$$

cosicché:

$$\frac{Z}{2} - D \frac{1}{\sqrt{4Dt}} \frac{d^2 Z}{d\eta^2} = 0 \quad (\text{C21})$$

Utilizzando le (C20) si ottiene:

$$\frac{Z}{2} - \frac{1}{\sqrt{4Dt}} \frac{d^2 Z}{d\eta^2} = 0 \quad (\text{C22})$$

e cioè:

$$2 \frac{Z}{\sqrt{4Dt}} + \frac{d^2 Z}{d\eta^2} = 0 \quad (\text{C23})$$

o equivalentemente:

$$\frac{d^2 Z}{d\eta^2} = -2 \frac{dZ}{d\eta} \quad (\text{C24})$$

ponendo ancora $G = \frac{dZ}{d\eta}$ l'eq.(C24) diventa:

$$\frac{dG}{d} = -2 \quad G \quad (\text{C25})$$

separando le variabili:

$$\frac{dG}{G} = -2 \quad d \quad (\text{C26})$$

ed integrando si ottiene $G = c e^{-2}$. Per cui sostituendo G ed integrando ancora tra $= 0$ ($Z_o = 0$) e :

$$\int_{Z_o}^Z dZ = c \int_0^d e^{-2} d \quad (\text{C27})$$

si ottiene:

$$Z - Z_o = c \frac{\sqrt{}}{2} \text{erf}(\quad) \quad (\text{C28})$$

dove $\text{erf}(\quad) = \frac{2}{\sqrt{}} \int_0^d e^{-2} d$ è la funzione errore.

Infine utilizzando la (C19) e la (C17) si ricava:

$$Z - Z_o = c \frac{\sqrt{}}{2} \text{erf} \frac{\quad}{\sqrt{4\mathcal{D}}} = c \frac{\sqrt{}}{2} \text{erf} \frac{x_n SR}{\sqrt{4\mathcal{D}}} \quad (\text{C29})$$

che, per $x_n = \quad$ ($\text{erf}(\quad) = 1$), permette di determinare $Z = Z$, e quindi $c = \frac{2}{\sqrt{}} (Z - Z_o)$.

Pertanto l'eq. C29 si può riscrivere come:

$$\frac{Z - Z_o}{Z - Z_o} = \text{erf} \frac{x_n SR}{\sqrt{4\mathcal{D}}} \quad (\text{C30})$$

dove, ricordando la (C18), $\int_{t_o=0}^t SR^2 dt = t \overline{SR^2}$.

Pertanto si ottiene la seguente espressione della frazione di massa:

$$\frac{Z - Z_o}{Z - Z_o} = \text{erf} \frac{x_n}{\sqrt{4\mathcal{D}}} \frac{SR}{\sqrt{SR^2}} \quad (\text{C31})$$

La distanza dall'origine della coordinate per cui $Z - Z_o = 0.9 (Z - Z_o)$ viene qui definita come spessore di strato di miscelamento $\delta_{0.9}$, così che la (31) diventa:

$$\frac{Z - Z_o}{Z - Z_o} = \text{erf} \frac{0.9}{\sqrt{4\mathcal{D}t}} \frac{SR}{\sqrt{SR^2}} \quad (\text{C32})$$

La funzione errore vale 0.9 per un valore della variabile circa uguale a $\text{erf}(1) \approx 0.9$, per cui:

$$1 = \frac{0.9}{\sqrt{4\mathcal{D}t}} \frac{SR}{\sqrt{SR^2}}$$

così da poter ricavare $\delta_{0.9}$:

$$\delta_{0.9} = \sqrt{4\mathcal{D}t} \frac{\sqrt{SR^2}}{SR} \quad (\text{C33})$$

e riscrivere in forma compatta la (C32) come:

$$\frac{Z - Z_o}{Z - Z_o} = \text{erf} \frac{x_n}{\delta_{0.9}} \quad (\text{C34})$$

Appendice D-13

Doppio strato diffusivo

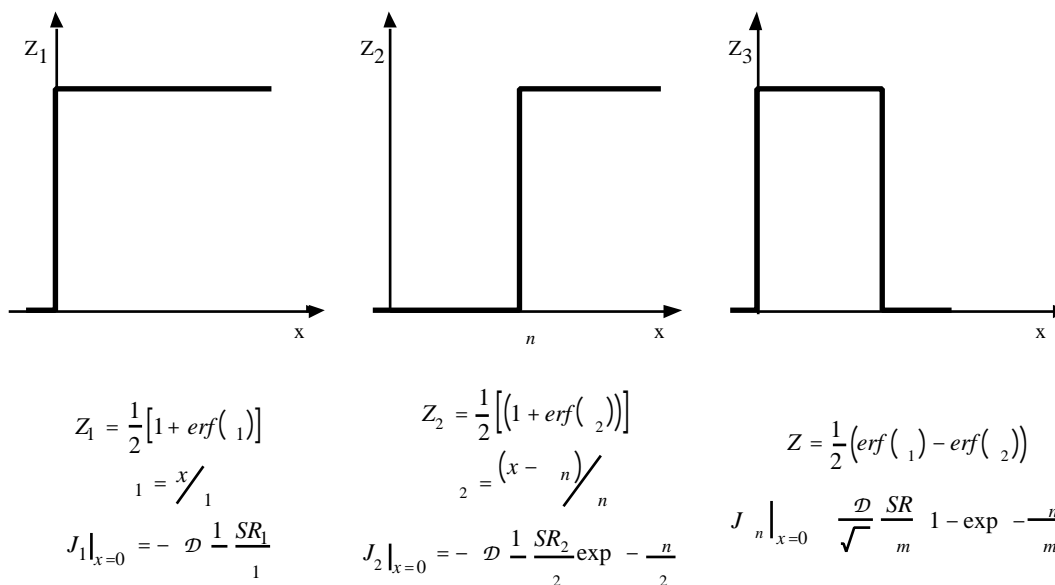


Fig. D-1 Tre distribuzioni della frazione di miscelamento. La terza è la somma delle prime due. Sotto ogni schema sono riportate le formule che descrivono i profili ed i flussi diffusivi attraverso la superficie localizzata dove al tempo iniziale la Z assume una discontinuità.

L'equazione di conservazione della frazione di miscelamento sono lineari in Z. Pertanto Z può essere pensata come la differenza di due distribuzioni Z₁ e Z₂ ottenute dall'integrazione della equazione di conservazione unidimensionale con condizioni iniziali come quelle descritte dalla linea continua nel caso 1 e 2. La frazione di miscelamento è quindi data dall'equazione sul lato destro del riquadro e cioè dalla differenza di due funzioni errore determinate sulle variabili adimensionalizzate $\xi_1 = \frac{x}{\delta_1}$ e

$\xi_2 = \frac{(x - n)}{\delta_2}$. Nel caso in cui $\xi_2 = -1$ per cui Z si distribuisce come nel caso

dello strato diffusivo isolato e cioè $Z = \frac{1}{2} (1 + \operatorname{erf}(\xi_1))$. In quest'ultimo caso il flusso diffusivo, J_n attraverso una superficie posizionata ad x = 0 ed unitaria al tempo t = 0

può essere ottenuto attraverso la seguente equazione $J_n = -D \frac{Z}{x} SR$. Infatti per la

legge di Fick nel caso non stirato il flusso diffusivo è $- \mathcal{D} \frac{Z}{x}$. Tale flusso deve essere moltiplicato per il rapporto di stiramento SR al fine di ottenere il flusso attraverso la superficie che valeva 1 al tempo zero ed SR al tempo t . Ricordando le formule di derivazione della funzione errore si ottiene che :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{t}}\right) &= \frac{2}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{t}} \\ \frac{d}{dx} \frac{x}{\sqrt{t}} &= \frac{1}{\sqrt{t}} \\ \left. \frac{Z}{x} \right|_{x=0} &= \frac{Z}{x} \frac{1}{\sqrt{t}} = \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x^2}{t}} \bigg|_{x=0} = \frac{1}{\sqrt{t}} \end{aligned} \tag{D1}$$

per cui il flusso diffusivo, nel caso di strato isolato, può essere espresso come

$$J_n = - \mathcal{D} \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{SR}{m} \tag{D2}$$

In tale espressione è racchiusa tutta l'influenza dello stiramento (o della fluidodinamica) nello scambio di materia tra mezzi gassosi. Infatti nel caso stirato si ottengono due effetti principali. Il primo è che aumenta la "superficie materiale" attraverso cui avviene lo scambio. Questo effetto è valutabile da SR , che appunto indica di quanto la superficie materiale unitaria iniziale si sia estesa, Il secondo effetto è che lo spessore di strato diffusivo si schiaccia in quanto, ricordando che

$$\frac{\text{strato}}{\text{strato}} = \frac{\sqrt{SR^2}}{SR} = \text{isolato} \tag{D3}$$

essendo il fattore di schiacciamento generalmente minore di uno, si ottiene in altre parole che lo strato diffusivo stirato è più piccolo di quello che si otterrebbe in condizioni "isolate". Per ottenere il flusso diffusivo nel caso di "doppio strato" (J_n), basterà sostituire nell'espressione del flusso isolato la derivata della Z ottenuta nel caso di doppio strato

$$\begin{aligned} \frac{z}{x} &= \frac{1}{2} \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x_1}{\sqrt{t}}\right)}{x_1} - \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x_2}{\sqrt{t}}\right)}{x_2} = \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x_1^2}{t}} \frac{1}{x_1} - \frac{2}{\sqrt{t}} e^{-\frac{x_2^2}{t}} \frac{1}{x_2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{1}{x_1} \left[1 - \exp\left(-\frac{x_1^2}{t}\right) \right] \end{aligned} \tag{D4}$$

nell'ipotesi che $x_1 = x_2$.

$$J_n = -DSR \frac{Z}{x} = -\frac{\mathcal{D}}{\sqrt{x}} \frac{SR}{n} [1 - \exp(-\frac{n}{x})] \quad \text{D5)}$$

per cui ricordando quanto vale J_n si ottiene che

$$C_{sat} = \frac{J_n}{J_n} = 1 - \exp(-\frac{n}{x}) \quad \text{D6)}$$

dove C_{sat} è compreso tra 0 ed 1 e vale 1 nel caso in cui $n \gg x$. E' da sottolineare che uno dei passaggi chiave è costituito dalla posizione $x_1 = x_2$ ovvero sia che i due strati diffusivi, che evolverebbero isolatamente, sono approssimativamente uguali a tempi uguali.

Riferimenti e note

Beige, D., Leonard, A., and Wiggins, S.: Phys. Fluid A **3**(5), 1039(1991)

Gibson C.H: Physics of Fluids **11**, 2305 (1968)

Linan A., Acta Astronautica, Pergamon Press **1**,1007 (1974). Ottino, J.M.: J. Fluid Mech., **114**, 83 (1982)

Peters N., Prog. Energy Combust. Sci., **10**,319(1984)

Peters N., "Length Scales in Laminar and Turbulent Flames" Numerical Approaches to Combustion Modeling, E.S. Oran, J.P. Boris Eds., (1989)

Pope S.B., Int. J. Eng. Sci. **5**, 445 (1988)

Tryggvason, G., and Dahm, W.J.A., Combust. Flame **83**, 207(1991)

Tsuji H., Prog. Energy Combust. Sci., **8**, 93, (1982).

Williams F. A., *Combustion Theory*, The Benjamin/Cummings Company Inc, Menlo Park CA(1985)

Testi consigliati

Burke S.P., Schumann T.E.W., Indust. Eng. Chem. **20**, p.998 (1928). Reprinted as *First Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh,, **2** (1965)

Tsuji H., Prog. Energy Combust. Sci., **8**, 93, (1982).

Tsuji H. and Yamaoka I.: *Eleventh Symposium (International) on Combustion*, The Combustion Institute, Pittsburgh, **979**(1967)

Peters N., "Length Scales in Laminar and Turbulent Flames" Numerical Approaches to Combustion Modeling, E.S. Oran, J.P. Boris Eds., (1989)

Linan A., Acta Astronautica, Pergamon Press **1**,1007 (1974).

Peters N., Comb. Sci. Tech. **30**, 1(1983)