

CAPITOLO 3

COMBUSTIONE CON PROPAGAZIONE IN SISTEMI PREMISCELATI

SOMMARIO

LEZIONE 7 CLASSIFICAZIONE DEI PROCESSI DI COMBUSTIONE CON PROPAGAZIONE.....	82
<i>DESCRIZIONE UNIDIMENSIONALE STAZIONARIA.....</i>	<i>82</i>
<i>LA RELAZIONE DI RAYLEIGH.....</i>	<i>84</i>
<i>LA RELAZIONE DI RANKINE-HUGONIOT.....</i>	<i>86</i>
<i>CLASSIFICAZIONE.....</i>	<i>89</i>
<i>RIFERIMENTI E NOTE</i>	<i>91</i>
<i>TESTI CONSIGLIATI.....</i>	<i>91</i>

Lezione 7 Classificazione dei processi di combustione con propagazione

Descrizione unidimensionale stazionaria.

Per studiare i processi di combustione con propagazione è opportuno fissare le idee, studiando una configurazione unidimensionale stazionaria. Come si comprenderà in seguito, questo tipo di semplificazione non restringe in modo troppo limitativo l'analisi del processo. Pertanto immaginiamo che, in tubo adiabatico, impermeabile e a sezione costante, fluisca una miscela gassosa di combustibile ed aria in condizioni stechiometriche. Il fluido scorre senza attrito lungo le pareti del tubo e con un profilo piatto dell'unica componente di velocità, u .

Le condizioni di ingresso e di uscita nel/dal tubo sono fissate ad una tale distanza dalle zone dove, eventualmente, ha luogo il processo di combustione che tutti i flussi diffusivi delle grandezze primitive e tutti i gradienti di qualsivoglia grandezza siano identicamente nulli per un lungo tratto in modo che le loro derivate spaziali siano, a loro volta, nulle. Le condizioni di ingresso verranno segnalate con il pedice 1, mentre le condizioni di uscita verranno segnalate con il pedice 2. Tale configurazione è rappresentata dalla figura 3.1.

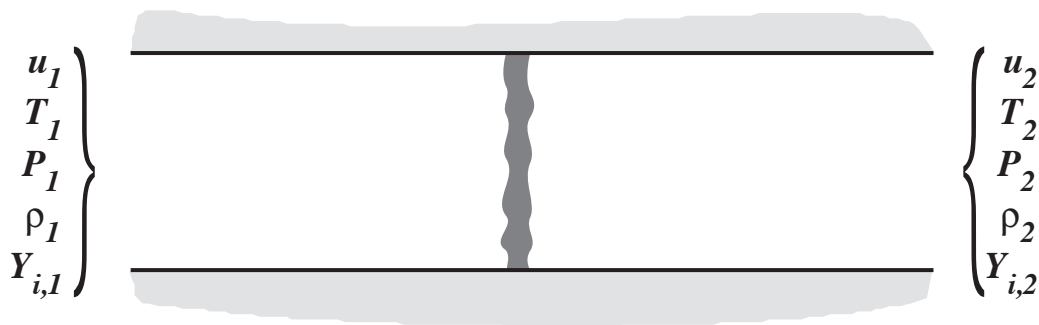


Fig 3.1 Schema di un processo di combustione con propagazione di fiamma.

L'analisi del processo di combustione viene fatta preliminarmente in termini delle grandezze conservative, in modo da semplificare al massimo la trattazione. Pertanto vengono scritte le equazioni di conservazione della massa totale, della quantità di moto (che in assenza di forze esterne si conserva) e dell'entalpia totale. Le equazioni sono qui di seguito riportate:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v}) &= 0 \\
\frac{\partial (\rho \underline{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v} \underline{v}) + \nabla \cdot J_v &= -\nabla p \\
\frac{\partial (\rho h^{tot})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{v} h^{tot}) + \nabla \cdot J_{h^{tot}} &= 0
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Sotto le ipotesi di stazionarietà e unidimensionalità le equazioni si trasformano nelle seguenti

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dx}(\rho u) &= 0 \\
\frac{d}{dx}(\rho u u + J_{u,x} + p) &= 0 \\
\frac{d}{dx}(\rho u h^{tot} + J_{h,x}) &= 0
\end{aligned} \tag{3.2}$$

integrando sulla variabile spaziale x dalle condizioni di ingresso a quelle di uscita e ricordando che i flussi diffusivi si annullano in queste condizioni, si ottiene

$$\begin{aligned}
\dot{M} &= \rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \\
I &= \rho_1 u_1^2 + p_1 = \rho_2 u_2^2 + p_2 \\
h^{tot} &= \frac{u_1^2}{2} + h_1^s + h_1^o = \frac{u_2^2}{2} + h_2^s + h_2^o
\end{aligned} \tag{3.3}$$

ovverosia la portata massica, \dot{M} , l'impulso, I , l'entalpia totale, h^{tot} , sono uguali negli stati di ingresso e di uscita. Sotto questi vincoli si vuole conoscere quale sia lo stato finale, quando lo stato iniziale (in questo caso "iniziale" vale per "di ingresso") sia conosciuto. In particolare va sottolineato che le relazioni che si otterranno saranno relative ad una condizione di stazionarietà, il che significa che rilassando questa ipotesi, altri stati finali potrebbero essere determinati.

Le incognite da determinare sono cinque: la densità, ρ , la pressione, p , l'entalpia sensibile, h^s , l'entalpia di formazione, h^o , e la componente di velocità, u . Una quarta relazione, che si introdurrà in seguito, è data dall'equazione di stato per i gas perfetti. In linea di principio altri tipi di modelli di gas possono essere presi in considerazione. Tuttavia gran parte delle condizioni a cui fanno riferimento i processi di combustione vengono bene descritti da questo tipo di modello. Pertanto, l'entalpia sensibile potrà essere espressa in funzione della temperatura e questa, a sua volta, può essere legata alla pressione e alla densità per mezzo dell'equazione di stato. L'entalpia di formazione sarà nota nel caso fosse nota la composizione finale della miscela dei gas combustibili. Anche in questo caso si fanno delle

ipotesi per cui si considera lo stato finale "di un certo tipo", ad esempio in condizione di equilibrio. In prima (e buona) approssimazione si considera la differenza tra l'entalpia di formazione finale ed iniziale, $\Delta h^o = h_2^o - h_1^o$, associata ad una reazione di completa ossidazione del combustibile, per cui essa è all'incirca pari al potere calorifico del combustibile. Anche questa scelta può essere cambiata senza togliere generalità alla trattazione. A differenza della scelta del modello di gas, la determinazione della composizione finale può essere più influente sul realismo del modello proposto. Bisogna infine precisare che anche l'entalpia sensibile è dipendente dalla composizione finale sia perché ottenuta come media pesata delle entalpie delle singole specie, sia perché i calori specifici dipendono dalle specie considerate. Tuttavia l'assunzione di un calore specifico invariante rispetto alla miscela di ingresso e dipendente solo dalla temperatura è un'ottima approssimazione, perché nei processi di combustione di gas si producono principalmente molecole con pesi molecolari non molto dissimili da quelli di ingresso e che, per giunta, le variazioni dei calori specifici si compensano nella miscela.

La relazione di Rayleigh.

Utilizzando le eq. 3.3 si può ottenere una prima relazione che elimini una delle tre incognite in esse contenute. Infatti mettendo in evidenza la portata massica al quadrato nella equazione dell'impulso, si ottiene

$$\frac{\dot{M}^2}{\rho_1} + p_1 = \frac{\dot{M}^2}{\rho_2} + p_2 \quad (3.4)$$

da cui si ottiene la relazione di Rayleigh:

$$p_2 - p_1 = -\dot{M}^2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \quad (3.5)$$

da cui si evince che le variazioni di pressione e densità, passando dalle condizioni di ingresso a quelle di uscita, saranno sempre dello stesso segno. Infatti la quantità, $-\dot{M}^2$, è sempre di segno negativo, per cui le variazioni di pressioni ($p_2 - p_1$) hanno segno opposto delle variazioni dei volumi specifici $\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$.

Inoltre la dipendenza della pressione (p_2) dal volume specifico ($1/\rho_2$) è di tipo lineare con coefficiente angolare, $-\dot{M}^2$, negativo. Nella fig. 3.2 sono riportati due segmenti tratteggiati rappresentativi delle relazioni di Rayleigh per due portate massiche. Ovviamente essi si sviluppano nei riquadri non ombreggiati

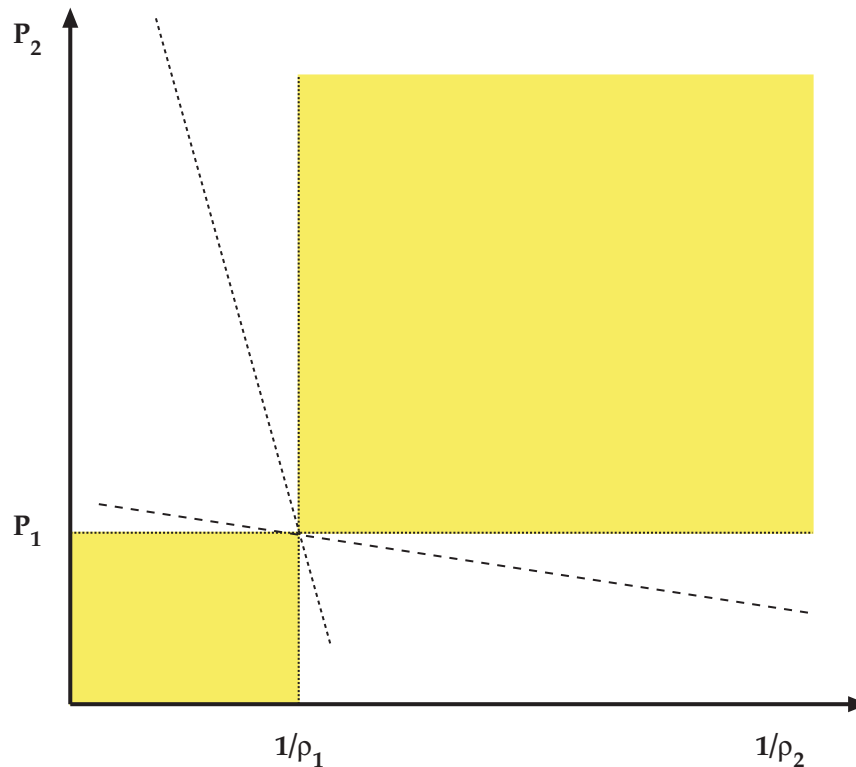


Fig. 3.2 Rappresentazione delle relazioni di Rayleigh

in quanto le rette di Rayleigh hanno, come appena detto, sempre pendenza negativa e non possono occupare la parte ombreggiata. Le rette avranno una pendenza maggiore quanto più è alta la portata massica a cui si riferiscono.

Si definisce detonazione un processo di combustione premiscelata in cui lo stato finale è a pressione più alta di quella iniziale. In virtù della relazione di Rayleigh ne consegue che i gas combusti dovranno essere anche a densità più alta da cui segue che, per la conservazione della massa, le velocità dei gas combusti dovranno essere più basse delle velocità iniziali. Bisogna ricordare che le velocità in questione sono quelle relative al processo stazionario descritto in precedenza.

Si definisce deflagrazione un processo di combustione premiscelata in cui lo stato finale sia a pressione più bassa di quella iniziale. In questo caso anche la densità sarà più bassa, mentre la velocità finale sarà più alta di quella relativa ai gas non combusti.

E' interessante anticipare alcune considerazioni che saranno trattate nel paragrafo seguente. In genere le deflagrazioni sono relative a portate massiche relativamente più basse rispetto a quelle delle detonazioni. Pertanto le rette di Rayleigh, relative alla deflagrazione, saranno meno inclinate di quelle relative alla detonazione. In fig. 3.2 la retta a tratti lunghi può essere considerata una deflagrazione mentre quella a tratti brevi può essere rappresentativa di una detonazione. La prima assumerebbe un significato fisico solo

nel quadrante in basso a destra, mentre la seconda dovrebbe essere presa in considerazione solo nel quadrante in alto a sinistra.

Queste considerazioni sono coerenti con il senso comune associato a gran parte dei processi di combustione. Infatti gran parte di essi si sviluppa in condizioni quasi isobariche (pendenza quasi nulla delle rette) ed è associata ad una rarefazione (densità più bassa). Queste sono appunto le condizioni sotto cui si sviluppa una deflagrazione. Bisogna infine notare che questo termine è usato, nell'accezione comune, come un sinonimo di un processo che evolve in modo repentino e violento. Al contrario nella definizione scientifica sopra riportata non è necessariamente implicito tale tipo di evoluzione, anzi, come detto, la deflagrazione più frequente è associata a basse portate e a processi quasi-isobarici.

La relazione di Rankine-Hugoniot

Utilizzando la conservazione dell'energia totale, riportata nella terza delle 3.3, si può ottenere la seguente equazione

$$h_2^s - h_1^s = \frac{u_1^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} + \Delta h^o \quad (3.6)$$

dove $\Delta h^o = h_1^o - h_2^o$. Dall'eq 3.6 si può, a sua volta, ricavare una relazione tra la pressione, la densità e l'entalpia sensibile, prima mettendo in evidenza la quantità $-\mathcal{M}^2 = -\rho_1^2 u_1^2 = -\rho_2^2 u_2^2$, per cui si ottiene

$$h_2^s - h_1^s = -\frac{1}{2} \mathcal{M}^2 \left(\frac{1}{\rho_2^2} - \frac{1}{\rho_1^2} \right) + \Delta h^o \quad (3.7)$$

quindi, sostituendo alla differenza dei volumi specifici al quadrato la loro somma per la differenza,

$$h_2^s - h_1^s = -\frac{1}{2} \mathcal{M}^2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) + \Delta h^o \quad (3.8)$$

infine ponendo in quest'ultima $p_2 - p_1 = -\mathcal{M}^2 \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$ (in accordo alla relazione di Rayleigh)

$$h_2^s - h_1^s = \frac{(p_2 - p_1)}{2} \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) + \Delta h^o \quad (3.9)$$

Questa è l'equazione di Rankine-Hugoniot (Rankine W.J.M, 1870; Hugoniot H: 1887) per un gas generico. Nel caso in cui il gas sia determinato e sia assegnata una equazione di

stato che legghi le tre variabili implicate la relazione si può ridurre ad un'altra equazione che lega la pressione e la densità nello stato finale. E' questo il caso in cui si adotti il modello dei gas perfetti e si utilizzi sia un calore specifico costante (cioè indipendente dalla temperatura e dal tipo di miscela), sia l'equazione universale dei gas. Infatti, in questo caso, si può scrivere

$$h^s = c_p T = \frac{c_p}{R} \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} \quad (3.10)$$

per cui la 3.9 può anche essere espressa come

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} \left(\frac{p_2}{\rho_2} - \frac{p_1}{\rho_1} \right) = \frac{(p_2 - p_1)}{2} \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) + \Delta h^o \quad (3.11)$$

Infine ricavando il rapporto delle pressioni p_2/p_1 si ottiene

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{\rho_2}{\rho_1} \left(\frac{\gamma+1}{\gamma-1} + \frac{2\Delta h^o}{p_1/\rho_1} \right) - 1}{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} - \frac{\rho_2}{\rho_1}} = \frac{(\gamma+1) \frac{1}{\rho_1} - (\gamma-1) \frac{1}{\rho_2} + 2(\gamma-1) \frac{\Delta h^o}{p_1}}{(\gamma+1) \frac{1}{\rho_2} - (\gamma-1) \frac{1}{\rho_1}} \quad (3.12)$$

La 3.11 e la 3.12 sono due relazioni equivalenti di Rankine-Hugoniot per il caso dei gas perfetti. Lo studio dell'ultima equazione porta a concludere che esistono due asintoti. In corrispondenza del primo, che si realizza per $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$, ovvero per $\frac{1}{\rho_2} = \frac{1}{\rho_1} \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$, la pressione di uscita, p_2 , risulta tendere all'infinito.

Al contrario, in corrispondenza del secondo, allorché il reciproco della densità finale tende all'infinito, la pressione tende ad un valore finito pari a $p_2 = -p_1 \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$ (cioè negativo).

Infine nel caso in cui la densità finale sia uguale a quella iniziale la differenza di pressione sarà uguale a $(\gamma-1)\Delta h^o/\rho_1$.

In fig. 3.3 la curva tracciata con tratto continuo è un esempio dell'andamento della pressione di uscita in funzione della densità secondo la relazione di Rankine-Hugoniot. Essa tende verso i due asintoti riportati in figura con linea tratto punto

Essa può intersecare una retta di Rayleigh al massimo in due punti, che rappresentano due possibili soluzioni delle equazioni di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'entalpia totale. Le due soluzioni definiscono due condizioni, "forte" o "debole", a seconda o meno che si riferiscano alla pressione che si discosta maggiormente dalla pressione iniziale.

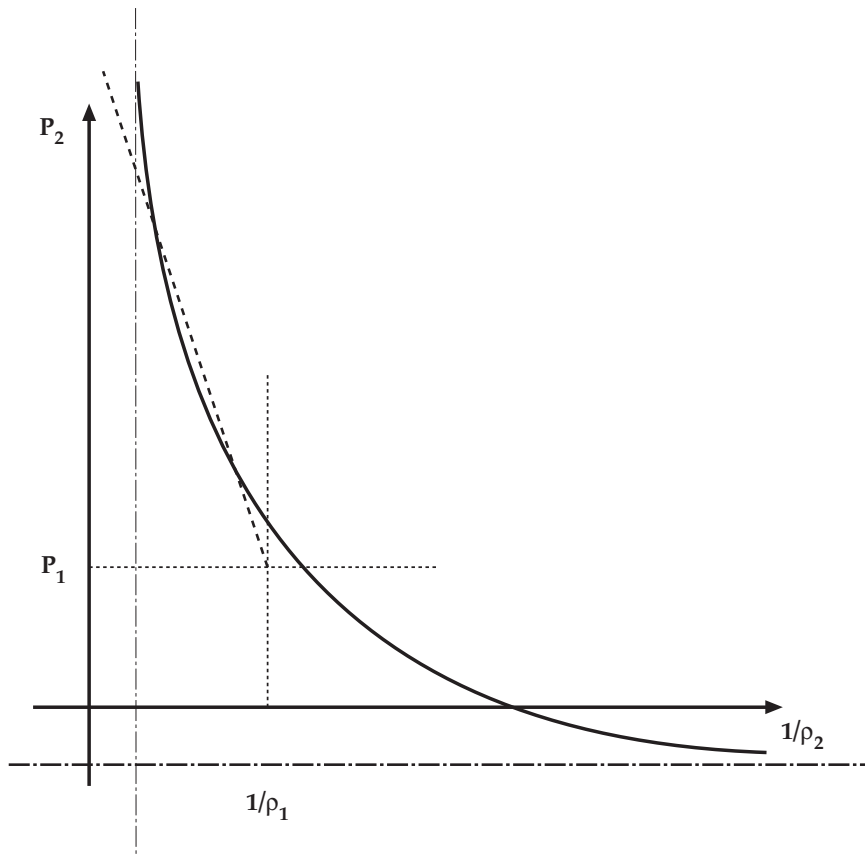


Fig 3.3 Curva di Rankine Hugoniot (linea continua). Retta di Rayleigh (linea tratteggiata).

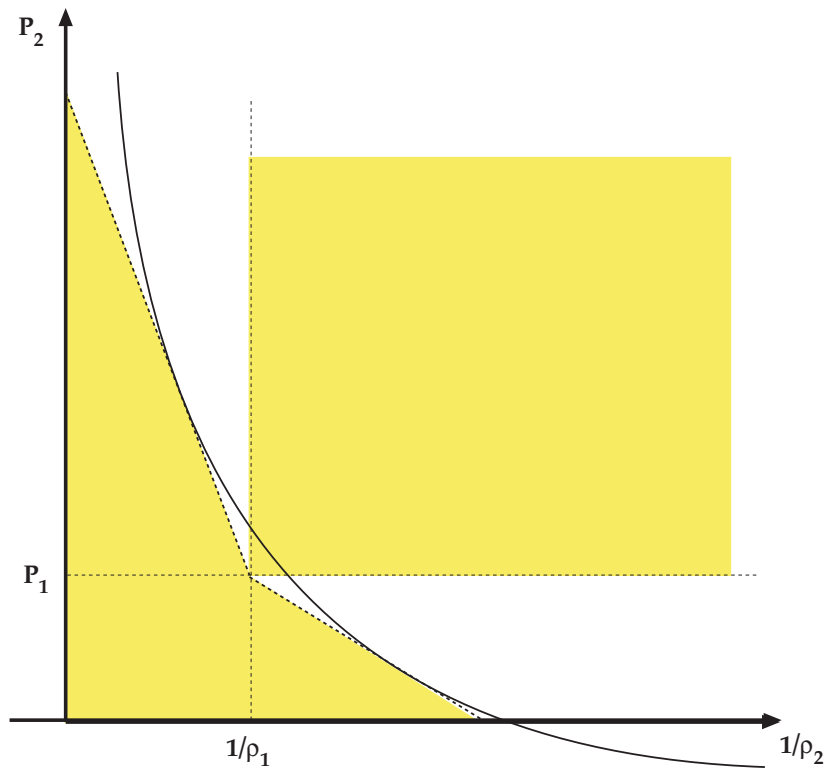


Fig 3.4 Esempio di curve di Rayleigh e di Rankine-Hugoniot; identificazione delle zone di impossibilità di propagazione stazionaria.

Bisogna inoltre evidenziare, con l'aiuto della figura 3.4 che le zone, in cui non è possibile alcuna soluzione (zone con ombreggio nella figura), si estendono rispetto a quelle già determinate dalla relazione di Rayleigh e riportate con ombreggio in fig. 3.3. Infatti queste zone si estendono anche laddove le rette di Rayleigh avrebbero, così come richiesto dall'eq. 3.11, coefficiente angolare negativo, ma all'interno di esse le rette di Rayleigh non possono intersecare la curva di Rankine-Hugoniot. In altre parole, affinché le due curve di Rayleigh e di Rankine-Hugoniot, si possano intersecare occorre che la portata massica superi un determinato valore, per il quale la retta di Rayleigh sia tangente alla curva di Rankine-Hugoniot. Dall'evoluzione di quest'ultima si ricava anche che la portata per una detonazione deve essere maggiore che per una deflagrazione come implicitamente anticipato nel paragrafo precedente.

Classificazione

Sintetizzando quanto sin qua detto, si possono definire alcuni campi, in cui la propagazione stazionaria di un processo di combustione è possibile e a cui sono associati dei regimi definiti in modo rigoroso. Per fare ciò è opportuno definire preliminarmente la pressione e la densità di uscita a cui sono associate le minime portate per la detonazione e la deflagrazione. Nel caso della detonazione tali condizioni vengono generalmente indicate come quelle di Chapman-Jouguet (segnalate con pedice "C-J"), mentre nel caso della deflagrazione non c'è un uso diffuso di una terminologia e verranno indicate come condizioni "limiti" (segnalate con pedice "lim").

Si possono definire sei regimi.

Detonazione forte:	p_2	>	p_{CJ}	>	p_1
Detonazione di C-J	p_2	=	p_{CJ}	>	p_1
Detonazione debole	p_{CJ}	>	p_2	>	p_1
Deflagrazione debole	p_1	>	p_2	>	p_{lim}
Deflagrazione limite	p_1	>	p_{lim}	=	p_2
Deflagrazione forte	p_1	>	p_{lim}	>	p_2

Dalla relazione di Rayleigh si evince che la densità aumenta o diminuisce come la pressione, per cui quanto appena riportato schematicamente in termini di pressione è valido anche in termini di densità. Dalla conservazione di massa consegue che la velocità di uscita aumenta o diminuisce in senso opposto alla densità.

Pertanto si può concludere che una miscela reagente passando attraverso un processo di detonazione si comprime (aumento di pressione), addensa (aumento di densità) e decelera. Viceversa essa si decomprime, rarefa e accelera nel caso di una deflagrazione.

Al contrario che per la pressione, densità e velocità, non si può dire alcunché della temperatura finale senza entrare nello specifico della valutazione quantitativa delle pressioni e densità in gioco, in quanto entrambe queste quantità evolvono nella stessa direzione. Infatti, l'equazione dei gas perfetti non riesce a dirimere l'andamento complessivo della temperatura, comparando questa come rapporto di due grandezze che crescono o decrescono contemporaneamente. Ciò risulta analizzando il rapporto, membro a membro, delle equazioni di gas perfetto applicate ai gas reagenti e a quelli combusti

$$\frac{p_2}{p_1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (3.13)$$

Ovviamente è nell'esperienza comune che quasi tutti i processi di combustione sono fortemente esotermici e generano un innalzamento della temperatura. Questa considerazione qualitativa dovrà essere verificata in seguito, ma, se fosse vera (come è vera), comporterebbe che il rapporto di compressione (p_2/p_1) è più grande del rapporto tra le densità del mezzo (ρ_2/ρ_1) nella detonazione e viceversa nella deflagrazione. In quest'ultimo caso è anche noto che gran parte dei processi di combustione sono quasi-isobarici (approssimativamente $p_2/p_1 = 1$) per cui il rapporto tra le densità è uguale al reciproco del rapporto delle temperature.

E' infine utile anticipare che i processi di combustione stazionari che si riscontrano maggiormente sono la detonazione alla Chapman-Jouguet e la deflagrazione debole. Pertanto è necessario approfondire questi due particolari regimi di combustione sia per giustificare la loro prevalenza sugli altri, sia per trovare le grandezze che li regolano e le relazioni che legano quest'ultime. Ciò viene fatto elaborando ulteriormente le relazioni di conservazione che si sono presentate in precedenza, e ricostruendo, sotto opportune ipotesi, la struttura del processo di combustione, in modo da conoscere anche l'evoluzione intima del processo.

Alla deflagrazione debole sono generalmente associate un'altra serie di terminologie che sono di uso comune nei testi scientifici. Per esempio si utilizzano le diciture "fiamme premiscelate" o "propagazione laminare di fiamma" come sinonimi rispettivamente di deflagrazione debole e di velocità di propagazione di onda deflagrativa.

Riferimenti e note

Hugoniot H :J. Di l'Ecole Polyt. **57**,3,1887

Rankine W.J.M. :Trans. Royal Soc. **A110**, p.277,

Testi consigliati

Barnard J. A. e Griffith J.F.: *Flame and Combustion*, 3a ed. Blackie Academic and Professional, London, 1995

Kuo K. K.: *Principles of Combustion*, c.r. Johan Wiley Sons Inc. (1986) , Wiley Interscience Publication, N.Y., 1986

Penner S.S: *Explosions, Detonations, Flammability and Ignition,Part I*, Pergamon Press, London,1959