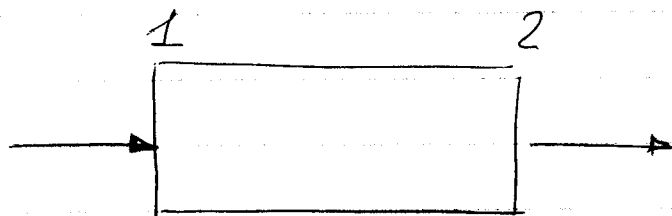


ESERCIZIO 110 TO CON ADDUZIONE DI MASSA

$$\gamma = 1.4 \quad R = 287 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$P_{01} = 1000 \text{ kPa} \quad T_{01} = 500 \text{ K}$$

$$M_1 = 0.25 \quad G_2/G_1 = 1.6$$

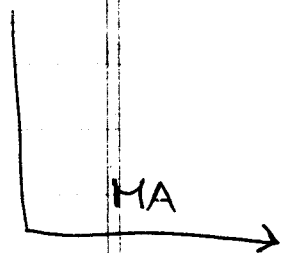


Per trovare le condizioni in 2:

$$M_1 = 0.25 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.957 \Rightarrow P_1 = 9.75 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{T_1}{T_{01}} = 0.988$$

$$T_1 = 493.8 \text{ K}$$



$$\frac{T_1}{T^*} = 1.185$$

$$\frac{P_1}{P^*} = 2.207$$

$$\frac{P_{01}}{P_0} = 1.218$$

$$\frac{G_1}{G^*} = 0.5068$$

Calcolo G_2/G^* per leggere le condizioni in 2 dalla Tabella

$$\frac{G_2}{G^*} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{G_1}{G^*} = 0.8109 \xrightarrow{\text{MA}} M_2 = 0.477$$

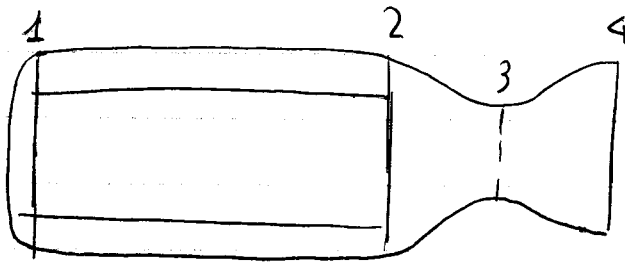
$$\frac{P_2}{P^*} = 1.815$$

$$\frac{T_2}{T^*} = 1.147$$

$$\text{Riferire con } M_1 = 0.5 \quad \frac{G_2}{G_1} = 0.26$$

1

ESERCIZIO N°2



$$D_1 = 0.025 \text{ m}$$

$$L_{12} = 0.30 \text{ m}$$

$$\dot{U} = 0.025 \text{ m/s}$$

VELOCITA' DI
REGRESSIONE

$$\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$$

$$R = 320 \text{ J/kg K}$$

$$T_{fiamma} = 3000 \text{ K}$$

$$A_3 = 3.00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

DA DETERMINARE: $\dot{m} = ?$ $P_{02} = ?$ $P_{01} = ?$ $G^* = ?$

La portata dipende dal combustibile che si consuma per unità di tempo:

$$\dot{m} = \dot{r} \rho_p \pi D L = \boxed{1.473 \text{ kg/s}} \quad \frac{[\text{m}]}{[\text{s}]} \cdot \frac{[\text{kg}]}{[\text{m}^3]} \cdot [\text{m}] \cdot [\text{m}]$$

$$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 4.909 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\frac{A_1}{A_3} = 1.636 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{P_2}{P_{02}} = 0.902 \quad M_2 = 0.386 \xrightarrow{\text{MA}} \frac{P_{02}}{P_0^*} = 1.16 \quad \frac{G_2}{G^*} = 0.7105$$

Per trovare P_0 , mi servo di A11:

$$P_{02} = \frac{\dot{m} a_2}{\psi^* A^*} = \frac{\dot{m} \sqrt{\gamma R T_0}}{\psi^* A_3} = \boxed{7024 \text{ KPa}}$$

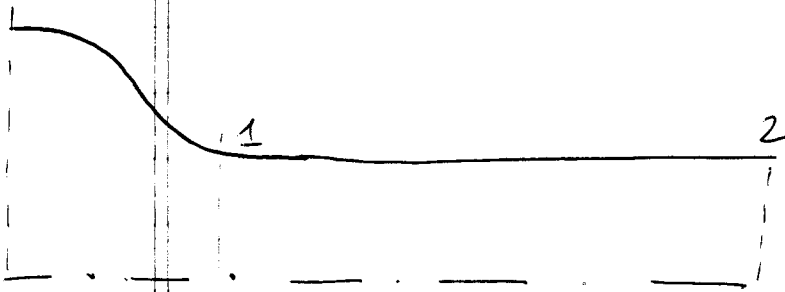
Assumiamo $M_1 = 0 \rightarrow \frac{P_{01}}{P_0^*} = 1.268 \Rightarrow P_{01} = \frac{P_{01}}{P_0^*} \cdot \frac{P_0^*}{P_{02}} \cdot P_{02} = \boxed{7661 \text{ KPa}}$

Per trovare G_2 mi servo ancora della portata:
(G_2 mi serve per trovare G^*):

$$G_2 = \frac{\dot{m}}{A_2} = 3000 \frac{\text{kg}}{\text{s m}^2} \Rightarrow G^* = \frac{G^*}{G_2} \cdot G_2 = 4223 \frac{\text{kg}}{\text{s m}^2}$$

(2)

UGELLO CONVERGENTE + ADDUZIONE DI MASSA



DATI: $\gamma = 1.4$

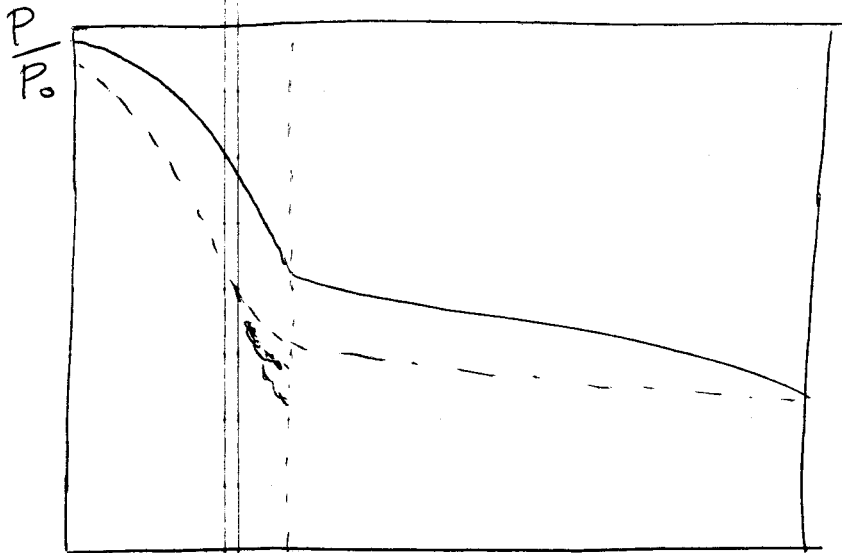
$$R = 287 \text{ J/kg K}$$

$$P_{01} = 125 \text{ kPa}$$

$$T_{01} = 350 \text{ K}$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa}$$

$$\frac{G_2}{G_1} = 1.6$$



~~Problema~~ Occorre risolvere il problema con procedimento iterativo.

Supponiamo $M_2 = 1$

1° Tentativo

$$M_2 = 1 \xrightarrow{\text{MA}} \frac{G_2}{G^*} = 1 \quad \frac{P_2}{P^*} = 1$$

$$\text{Possiamo ricavare } \frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.625 \xrightarrow{\text{MA}} M_1 = 0.323 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.930$$

$$\frac{P_1}{P^*} = 2.09$$

Calcoliamo P_2 da catena di rapporti: $P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_{01}} \cdot P_{01} = 55.5 \text{ kPa} \ll P_2$

Dovendo essere verificata la condizione di tenuta (uscita al più sonora), evidentemente $M_2 < 1$

2° Tentativo

$$M_2 = 0.8 \xrightarrow{\text{MA}} \frac{G_2}{G^*} = 0.982 \quad \frac{P_2}{P^*} = 1.27$$

$$\frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.614 \xrightarrow{\gamma_A} M_1 = 0.316 \xrightarrow{Iso} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.933$$

$$\frac{P_1}{P^*} = 2.11$$

$$P_2 = 70.1 \text{ kPa} < P_a$$

~~Un~~ Un possibile metodo per determinare il successivo valore di Tentativo per M_2 è il metodo della falsa posizione.

~~p. 5~~

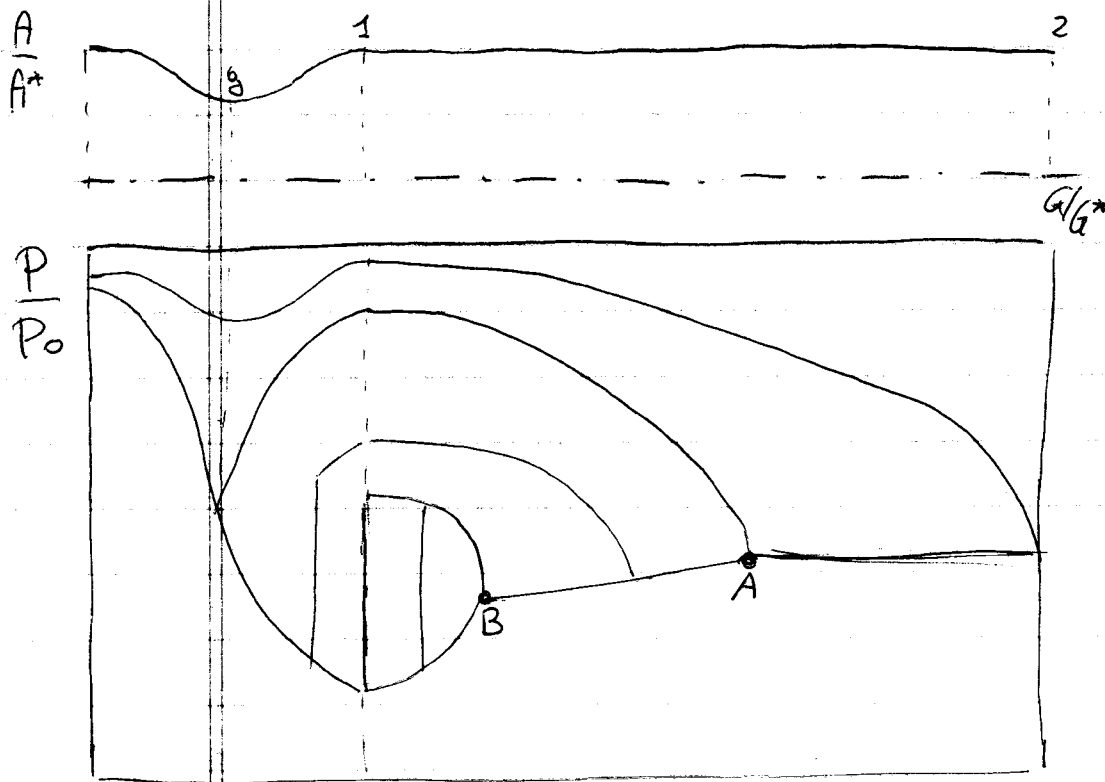
Tentativo	M_2	Err = $(P_2 - P_a)/P_a$
1	1	-0.445
2	0.8	-0.298

Se n è l' n -esimo tentativo:

$$M_2^{(n)} = \frac{M_2^{(n-1)} \text{Err}^{(n-2)} - M_2^{(n-2)} \text{Err}^{(n-1)}}{\text{Err}^{(n-2)} - \text{Err}^{(n-1)}}$$

Si ottiene $M_2 = 0.390$, e si procede fino a convergenza ($M_2 \approx 0.46259$)

UGELLO CONVERG-DIVERG + ADDUZIONE DI MASSA



DATI:

$$\gamma = 1.4 \quad R = 287 \text{ J/kgK}$$

$$P_{01} = 400 \text{ kPa}$$

$$T_{01} = 350 \text{ K}$$

$$\frac{A_1}{A_0} = 2.4$$

Determiniamo il regime di funzionamento per i rapporti caratteristici k_1 e k_2 dell'ugello convergente-divergente.

$\frac{A_1}{A^*} = 2.4$	ISO (SUP) $\rightarrow$	$M = 2.40$	$\xrightarrow{MA}$	$\frac{G}{G^*} = 0.851$	$\frac{P}{P^*} = 0.265$
		$\frac{P}{P_0} = 0.0685$			
	ISO (SUB) $\rightarrow$	$M = 0.25$	$\xrightarrow{MA}$	$\frac{G}{G^*} = 0.507$	$\frac{P}{P^*} = 2.206$
		$\frac{P}{P_0} = 0.957$			

Posiamo calcolare la P^* per i 2 casi:

$$A: \quad P_A^* = \frac{P^*}{P} \cdot \frac{P}{P_0} \cdot P_0 = 173.5 \text{ kPa}$$

$$B: \quad P_B^* = 103.5 \text{ kPa}$$

Va notato che $P_A^* > P_B^*$, e che $\left(\frac{G}{G^*}\right)_A > \left(\frac{G}{G^*}\right)_B$

ESERCIZIO N° 1

DATI: $P_2 = 350 \text{ kPa}$

$$\frac{G_2}{G_1} = 1.5$$

Supponiamo di ~~passare~~ passare per la curva di funzionamento relativo al rapporto r_1 . In questo caso:

$$\frac{G_1}{G^*} = 0.507 \Rightarrow \frac{G_2}{G^*} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{G_1}{G^*} = 0.761$$

Dalla Tabella del moto con adduzione di massa:

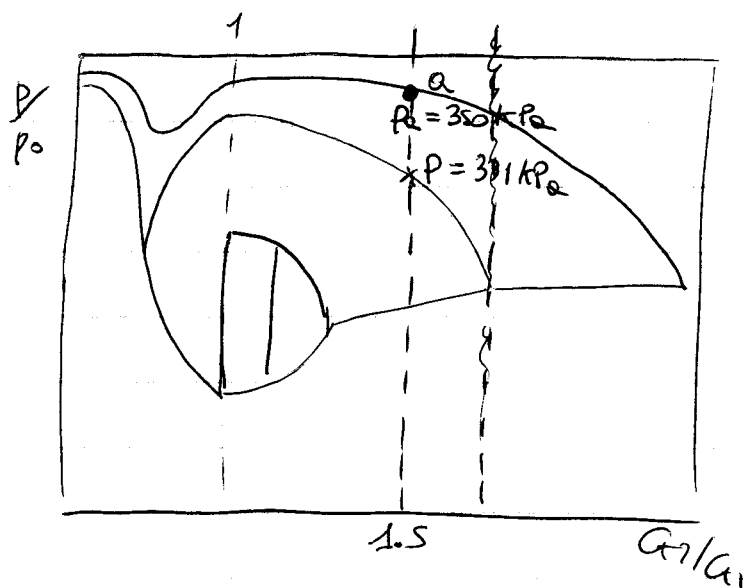
$$\frac{G_2}{G^*} = 0.761 \xrightarrow{\text{MA}} M_2 = 0.429$$

$$\frac{P_2}{P^*} = 1.908$$

Ricordando che $P_2/P^* = 2.206$, ricaviamo:

$$P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_{01}} \cdot P_{01} = 331.2 \text{ kPa}$$

$P_2 < P_2$, ovvero non è rispettata la condizione di fronte. E' evidente che il moto nell'ugello non può essere strozzato. Seguiamo una curva del tipo a in figura.



Per funzionamento con ^{ugello} ~~non~~ strozzato si ottiene $M_2 = 0.429$. Ipotizziamo, per il tentativo successivo un numero di Mach all'uscita più basso, e.g. $M_2 = 0.2$

$$M_2 = 0.2 \xrightarrow{\text{MA}} \frac{G_2}{G^*} = 0.417$$

$$\frac{P_2}{P^*} = 2.272$$

Ricaviamo: $\frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.277$

$$\frac{G_1}{G^*} = 0.277 \xrightarrow{\text{MA}} M_1 = 0.129 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.988$$

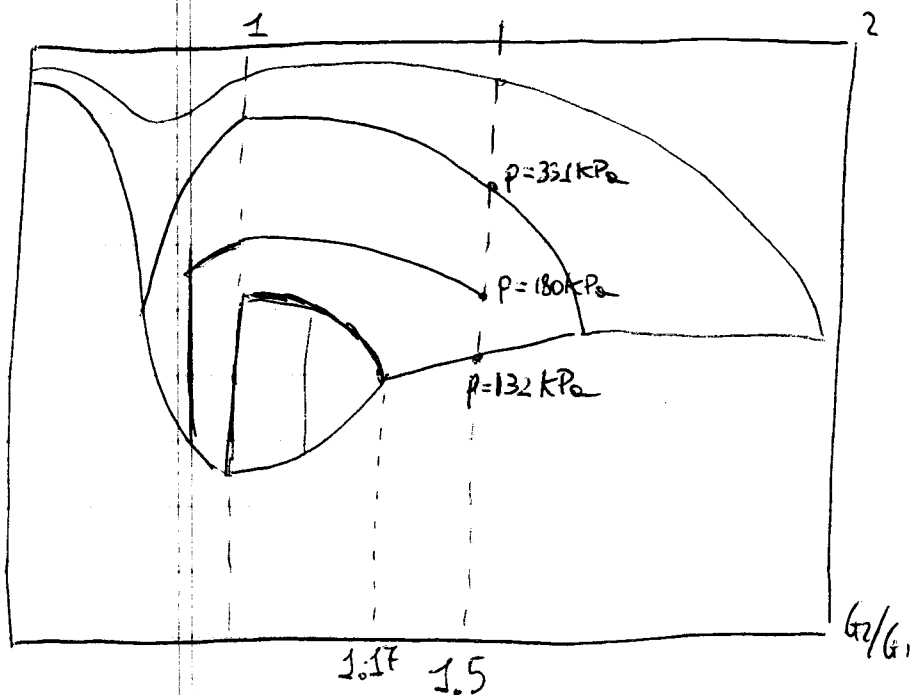
$$P_1/P^* = 2.345$$

Da catena di rapporti. $P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} \cdot P_0 = 383.2 \text{ kPa} > P_2$

Si può iterare il processo fino a convergenza con il metodo di falsa posizione

ESERCIZIO N°2

Tenendo costante $G_2/G_1 = 1.5$, riduciamo $p_2 = 180 \text{ kPa}$



Per stabilire il regime di funzionamento occorre conoscere il valore di P^* relativo a G_2/G_1 .

Supponendo $P_2 = 1$, e quindi $G_2 = G^*$, si ottiene:

$$\frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.667$$

MA

$$M_1 = 0.353$$

↓ iso

$$\frac{P_1}{P_0} = 0.9174$$

$$\frac{P_1}{P^*} = 2.044$$

$$\frac{A_1}{A^*} = 1.765$$

Calcoliamo il valore di P_0 :

$$\frac{P_0}{P_0} = \frac{A^*}{A_1^*} = \frac{A_1}{A_1^*} \cdot \frac{A_2}{A_1} = \frac{1.765}{2.4} = 0.735$$

Possiamo calcolare $P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} \cdot \frac{P_0}{P_0} = 1 \cdot \frac{1}{2.044} \cdot 0.9174 \cdot 0.735 \cdot 400 = 132 \text{ kPa}$ [7]

Siccome: $132 \text{ kPa} < P_a < 331 \text{ kPa}$, è presente un'onda d'urto nel condotto divergente.

Ipotizziamo quindi: $M_2 = 0.6 \xrightarrow{MA} \frac{G_2}{G^*} = 0.9049 \quad \frac{P_2}{P^*} = 1.596$

Possiamo ricavare $\frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.6032 \xrightarrow{MA} M_1 = 0.3093$
 $\frac{P_1}{P^*} = 2.017$

$M_1 = 0.3093 \xrightarrow{ISO} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.936 \quad \frac{A_1}{A_1^*} = 1.98$

Ricaviamo P_{01}/P_0 come fatto in precedenza:

$$\frac{P_{01}}{P_0^*} = \frac{A^*}{A_1^*} = \frac{A^*}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_1^*} = 0.825$$

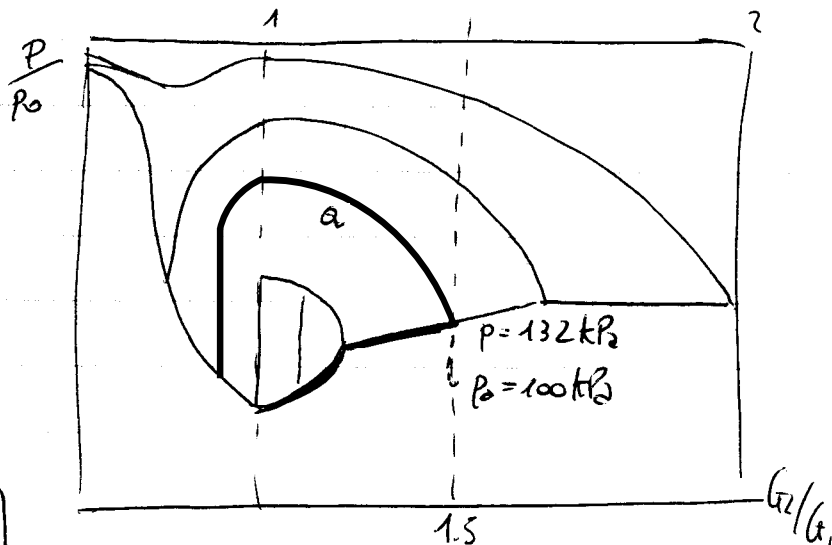
Infine $P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_{01}} \cdot \frac{P_{01}}{P_0} \cdot P_0 = 232.9 \text{ kPa}$

Si procede successivamente per tentativi fino a convergenza

ESERCIZIO N° 3

Supponiamo di mantenere $G_2/G_1 = 1.5$, e di porre la P_0 a 100 kPa .

Essendo $P_a < P^*$



Il diagramma di pressione relativo a tale condizione è quello indicato con a in figura. L'espansione è completa esternamente al condotto con un ventaglio d'espansione.

Dall'esercizio precedente: $M_2 = 1 \xrightarrow{MA} \frac{G_2}{G^*} = 1 \quad \frac{P}{P^*} = 1$

$$\frac{G_1}{G^*} = \frac{G_1}{G_2} \cdot \frac{G_2}{G^*} = 0.667 \xrightarrow{MA} M_1 = 0.353 \xrightarrow{ISO} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.9174$$

$$\frac{P_1}{P^*} = 2.044 \quad \frac{A_1}{A^*} = 1.765$$

$$\frac{P_{01}}{P_0^*} = 1.177$$

Per conoscere la denominazione della corrente occorre calcolare il rapporto ~~P_2/P_{02}~~ P_2/P_{02} , in modo da ricavare ν_a .

~~$\frac{P_2}{P_{02}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \cdot \left(\frac{P_1}{P_{01}} \right) \cdot \left(\frac{P_{01}}{P_0^*} \right) \cdot \left(\frac{P_0^*}{P_0} \right)$~~

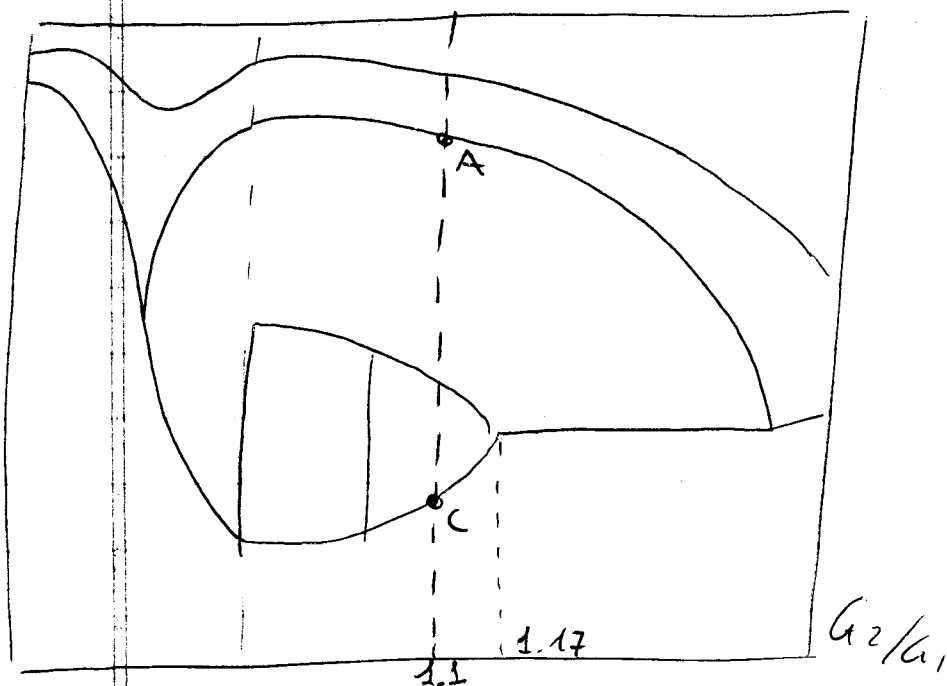
$$P_{02} = \left(\frac{P_{02}}{P_0^*} \right) \cdot \frac{P_0^*}{P_{01}} \cdot \frac{P_{01}}{P_0} \cdot P_0 = 250 \text{ kPa}$$

$$P_2 = 100 \text{ kPa} \Rightarrow \frac{P_2}{P_{02}} = 0.4 \xrightarrow{ISO} M_2 = 1.223$$

$$\nu_a = 4.14^\circ$$

ESERCIZIO N° 4

Supponiamo di mantenere $P_2 = 100 \text{ kPa}$, ma di ridurre $G_2/G_1 = 1.1$



Per individuare il regime di funzionamento, occorre conoscere ~~il regime~~ ~~funzionamento relativo~~ la pressione che compare ai punti A e C del grafico

Supponendo di passare per r_1 , si ha:

$$\frac{G_2}{G^*} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{G_1}{G^*} = 1.1 \cdot \underbrace{0.507}_{\text{vedi es. n. 1}} = 0.558 \xrightarrow{\text{MA}} M_2 = 0.281$$

$$\frac{P_2}{P^*} = 2.162$$

Ricaviamo P_2 :

$$P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} \cdot P_0 = 2.162 \cdot \underbrace{\frac{1}{2.206}}_{\text{vedi es. n. 1}} \cdot 0.957 \cdot 400 = 375 \text{ kPa}$$

Essendo $P_0 < P_2$, il moto è senz'altro strozzato

Supponendo di passare per r_3 :

$$\frac{G_2}{G^*} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{G_1}{G^*} = 1.1 \cdot 0.851 = 0.936 \xrightarrow{\text{MA}} M_2 = 1.63$$

$$\frac{P_2}{P^*} = 0.508$$

$$P_2 = \frac{P_2}{P^*} \cdot \frac{P^*}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} \cdot P_0 = 0.508 \cdot \frac{1}{0.265} \cdot 0.0685 \cdot 400 = 52.6 \text{ kPa}$$

Essendo $P_0 > P_2$, si può avere funzionamento con onda d'urto obliqua all'uscita del condotto, o con onda d'urto nel divergente. Per verificare questa ipotesi, supponiamo di ~~non~~ passare per r_2 :

$$M_{r_3} = 2.40 \xrightarrow{\text{NSW}} \begin{cases} M_{r_2} = 0.523 \\ \frac{P_{01}}{P_0} = 0.5407 \end{cases} \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{P_1}{P_{01}} = 0.830$$

$$M_{r_2} = 0.523 \xrightarrow{\text{MA}} \begin{cases} \frac{G_1}{G^*} = 0.851 \\ \frac{P_1}{P^*} = 1.735 \end{cases}$$

$$\frac{G_2}{G^*} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{G_1}{G^*} = 1.1 \cdot 0.851 = 0.936 \xrightarrow{\text{MA}} \begin{cases} M_2 = 0.659 \\ \frac{P_2}{P^*} = 1.49 \end{cases}$$

Calcoliamo la p_2 :

$$p_2 = \frac{p_2}{p^*} \cdot \frac{p^*}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{01}} \cdot \frac{p_{01}}{p_0} \cdot p_0 = 154.3 \text{ kPa} < p_2$$

Essendo p_2 compresa tra 52.5 kPa e 154.3 kPa , il condotto funziona con onda d'urto obliqua all'uscita del condotto.

La pressione all'uscita è quindi 52.5 kPa , e il rapporto di compressione relativo è:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{52.5}{100} = 1.90 \xrightarrow{\text{NSW}} M_{n2} = 1.33$$

Ricordando che $M_2 = 1.63$, ~~non~~ risulta:

$$M_{n2} = 1.33 \xrightarrow{\text{NSW}} M_{nv} = 0.77$$

$$\epsilon = \arcsin \left(\frac{\theta_{n2}}{\theta_2} \right) = 54.74^\circ$$