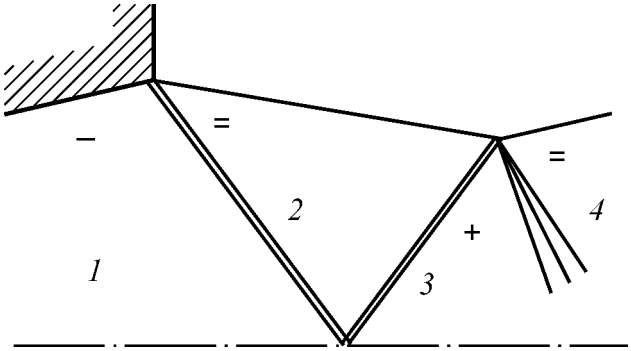
- Si consideri la riflessione regolare di onde d'urto che si verifica all'uscita di un condotto convergente-divergente. Determinare il numero di Mach in ogni sezione, fin dove possibile. Sono dati la pressione di ristagno nel serbatoio,p_0=550 kPa, la pressione ambiente, p_a=101.3 kPa, ed il numero di Mach nella zona 1, M_1=2.2.



Nella zona 1 si hanno condizioni di moto supersonico e la pressione sarà minore di quella ambiente. Essendo noto il numero di Mach in tale zona, si può leggere il valore del rapporto fra pressione dinamica e pressione di ristagno, utilizzando le tabelle per il moto isentropico:

$$\frac{p_1}{p_0}=0.09352$$

da cui:

$$p_1=\frac{p_1}{p_0}\ p_0=51.44 \text{ kPa}$$

Tale valore è necessario per il calcolo del rapporto fra pressione ambiente e pressione nella zona 1, da cui si ricava il valore del numero di Mach normale.

$$\frac{p_a}{p_1}=1.969$$

Dalle tabelle per le onde d'urto normali si possono leggere Mn_1 ed Mn_2:

$$Mn_1=1.353$$

$$Mn_2=0.7603$$

L'angolo d'inclinazione dell'onda obliqua sarà dunque:

$$\varepsilon_{12}=\arcsin\left(\frac{Mn_1}{M_1}\right)=37.8°$$

Da tale valore si risale al valore dell'angolo di deviazione δ=12°, tramite l'utilizzo del diagramma 8.13 di pag. 231, o a partire dalla (8.38) tramite quest'espressione:

$$\delta=\varepsilon_{12}-\arcsin\left(\frac{Mn_2}{M_2}\right)=11.94°$$

Per ricavare il valore di M_2, necessario per il calcolo dell'angolo d'inclinazione ε_{23}, è necessario conoscere i valori di Mn_2 e Mt_2. Per il calcolo di quest'ultimo ci si può servire di Mt_1, essendo valida la relazione:

$$Mt_2=Mt_1\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Tale relazione consegue immediatamente dalla definizione del numero di Mach, tenendo conto del fatto che attraverso un'onda d'urto obliqua si ha

$$Vt_1=Vt_2$$

A sua volta, Mt_1 è ricavabile essendo noti M_1 ed Mn_1

$$Mt_1 = \sqrt{M_1^2 - Mn_1^2} = 1.735$$

Entrando ancora nelle tabelle per le onde d'urto normali con Mn_1 si legge il valore del rapporto di temperature:

$$\frac{T_2}{T_1} = 1.225$$

E' ora possibile calcolare Mt_2 e dunque M_2:

$$Mt_2 = 1.735\sqrt{\frac{1}{1.225}} = 1.567$$

$$M_2 = \sqrt{Mt_2^2 + Mn_2^2} = 1.742$$

Nella zona 2 si ha pressione pari a quella ambiente, e l'onda d'urto si riflette; si può dunque ricavare il valore di ε_{23}, entrando nel diagramma 8.13 di pag. 231 con δ=11.94° e M_2=1.742:

ε_{23}=48.71°

Si noti che è implicitamente verificata la condizione che $\delta<\delta_{max}$, per cui non si ha riflessione alla Mach ma, come anticipato, riflessione regolare.

Il valore di ε_{23} serve per calcolare il valore del numero di Mach normale uscente dalla zona 2, che per semplicità si indica ancora come Mn_2, ma che ovviamente è diverso dal numero di Mach normale entrante nella zona 2 prima calcolato.

$$Mn_2 = M_2 \sin\varepsilon_{23} = 1.309$$

Dalle tabelle per le onde d'urto normali ricaviamo il valore del Mach normale nella zona 3 e i rapporti fra pressioni e temperature nella zona 3 e 2.

$$Mn_3 = 0.7814$$

$$\frac{p_3}{p_2} = 1.832$$

$$\frac{T_3}{T_2} = 1.197$$

Da cui si ricava il valore di p_3:

$$p_3 = \frac{p_3}{p_2}\ p_2 = 1.82 \cdot 101.3 = 184.4 \text{ kPa},$$

Si calcola adesso Mt_3 in maniera analoga a quanto prima visto:

$$Mt_3 = Mt_2\sqrt{\frac{T_2}{T_3}} = 1.051$$

si passa al calcolo di M_3:

$$M_3 = \sqrt{Mt_3^2 + Mn_3^2} = 1.309$$

A valle della seconda onda d'urto il valore della pressione è maggiore di quella ambiente e si avrà un ventaglio d'espansione, a valle del quale la pressione sarà di nuovo uguale a quella ambiente. Noto M_3 si possono ricavare, rispettivamente dalle tabelle di P.M. e dalle tabelle per il moto isentropico, i valori:

ν_3=6.432

$$\frac{p_3}{p_0} = 0.356$$

da cui p_3=185.7 kPa

Essendo la pressione a valle del ventaglio d'espansione pari a quella ambiente, si può ricavare il rapporto tra p_4 e la pressione di ristagno:

$$\frac{p_4}{p_0} = \frac{p_a}{p_3}\frac{p_3}{p_0} = 0.1944$$

Tale rapporto serve a calcolare il numero di Mach e l'angolo di Prandtl e Meyer relativo alla zona 4:

$M_4=1.727$

$\nu_4=18.61°$

Si avrà infine $\Delta=\nu_4-\nu_3=12.18°$.