



UNIVERSITY OF NAPLES *FEDERICO II* 1224 A.D.

## Gasdinamica

T. Astarita

[astarita@unina.it](mailto:astarita@unina.it)

[www.docenti.unina.it](http://www.docenti.unina.it)

Versione del 8.10.2024

## Maratona



Credit: Nicolas Bain, Denis Bartolo



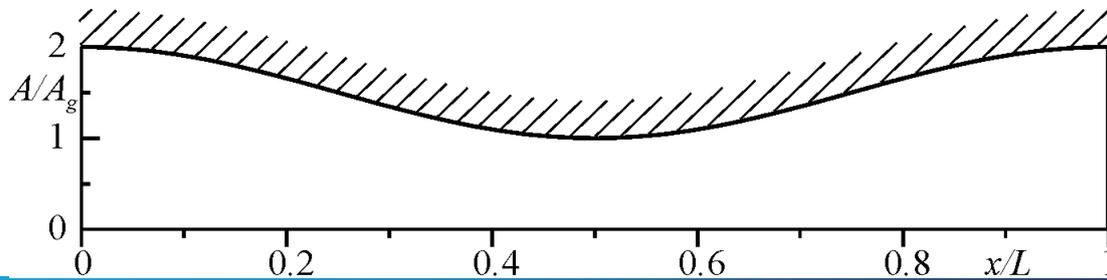
# Ugelli

Un **ugello** è un condotto ad **area variabile** (convergente e/o divergente), non molto lungo rispetto al suo diametro medio.

Ciascun tratto di un **ugello** nel quale la pressione **diminuisce** (la velocità aumenta) è chiamato **effusore**; viceversa, il tratto in cui la pressione **aumenta** (la velocità diminuisce) viene detto **diffusore**.

Il tratto **convergente** di un ugello si comporterà come **effusore**, se il flusso è **subsonico** o come **diffusore** se il flusso è **supersonico**.

Il moto negli ugelli è abbastanza **ben descritto** con le ipotesi di moto quasi-**unidimensionale**, quasi-**stazionario**, **omoenergetico** e **isoentropico**, purché essi **non** siano molto **lunghi** rispetto al loro diametro medio e la **variazione** di **sezione** sia **graduale**.



# Ugelli

Sulla base di queste ipotesi sono quindi valide le equazioni di bilancio:

$$\dot{m} = \rho VA = GA = \text{cost}, \quad H = h + \frac{V^2}{2} = \text{cost} \quad s = \text{cost}$$

Come già visto, per un gas più che perfetto si ha:

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = \psi^{\frac{1}{\gamma - 1}}; \quad \frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \psi^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$
$$\frac{T_o}{T} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) = \psi; \quad \psi(M) = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2; \quad K = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}$$

Partendo dalla conservazione della **massa** scritta fra una sezione generica e la sezione **critica** ( $\rho VA = \rho^* V^* A^*$ ) si può ricavare la:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$



# Ugelli

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

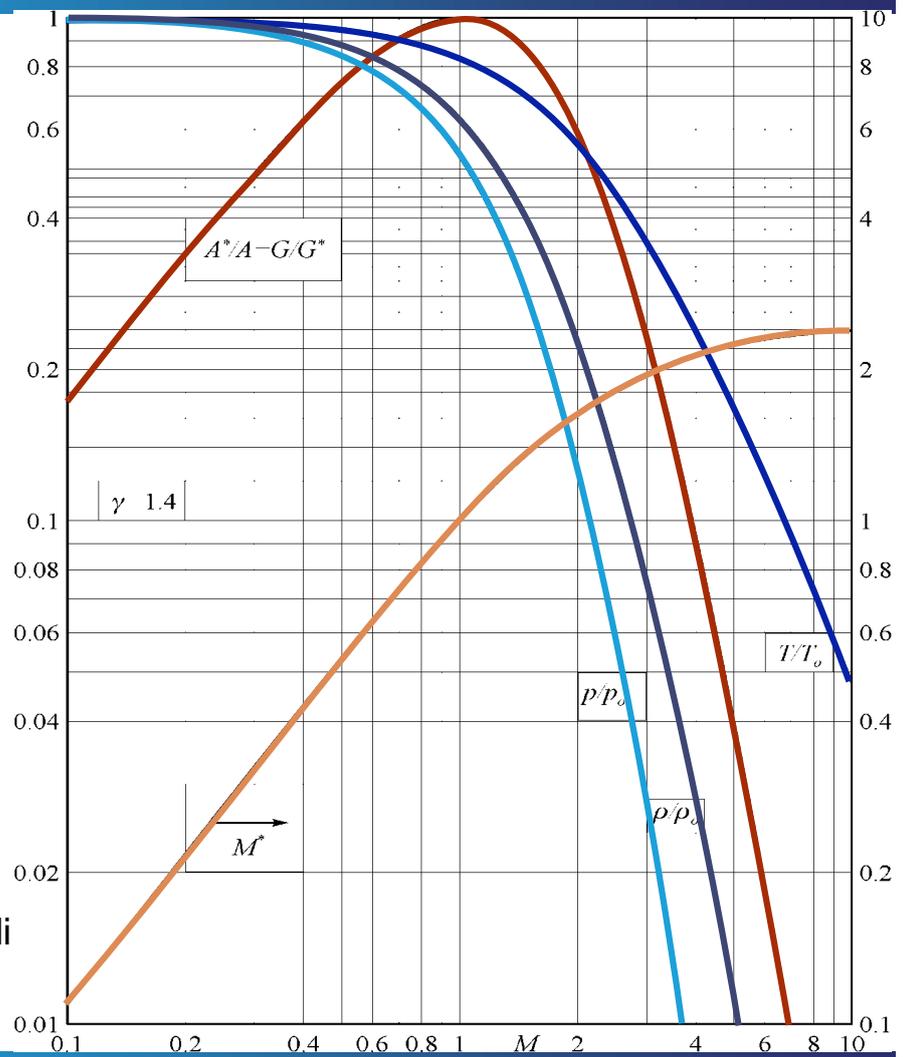
$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M^{*2} = \frac{M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \frac{\gamma + 1}{2}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Solo  $M^*$  si legge sulla scala di destra.



# Ugelli

All'aumentare di **Mach**, i rapporti  $\frac{T}{T_0}$ ,  $\frac{\rho}{\rho_0}$  e  $\frac{p}{p_0}$  sono monotonicamente **decrescenti**.

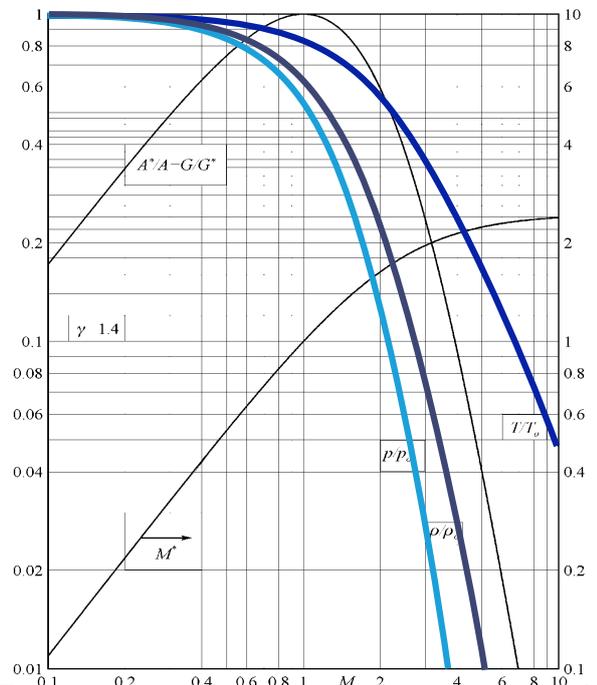
La **maggiore** diminuzione si ha per la **pressione**, poi per la densità e, infine, per la temperatura.

Per  $\gamma = 1.4$  gli esponenti sono -3.5, -2.5 e -1.

$$\frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$



# Ugelli

In condizioni **critiche** si ha:

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{2}{\gamma + 1} = (0.833);$$

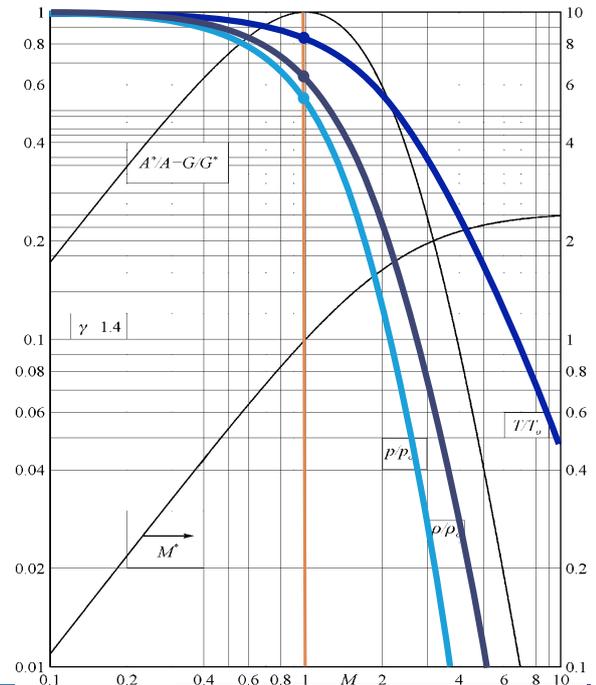
$$\frac{\rho^*}{\rho_0} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = (0.6339);$$

$$\frac{p^*}{p_0} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = (0.5283)$$

Particolare rilevanza ha il rapporto di **pressioni critiche**.

Nel seguito, a volte, si utilizzerà:

$$k = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \quad \text{e} \quad \pi = \frac{p}{p_0}$$



# Ugelli

Tranne che per  $M=1$ , per ogni  $A/A^*$ , esistono **due** valori del numero di **Mach**, uno in regime **subsonico** e l'altro in **supersonico**.

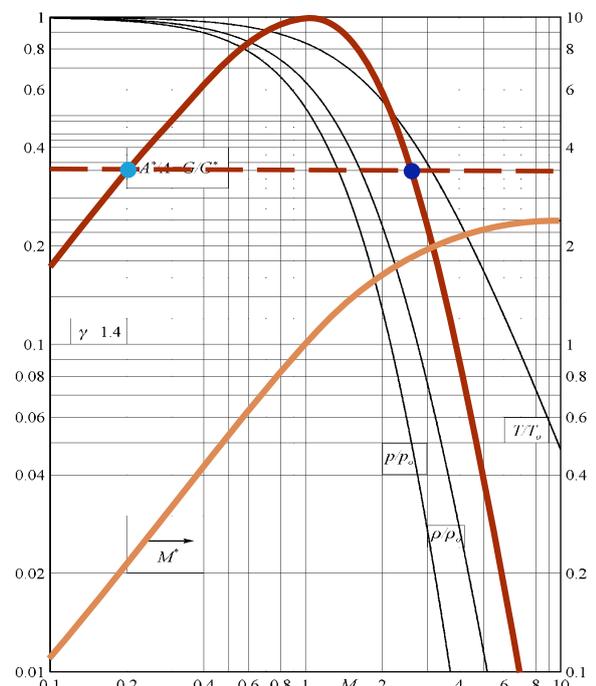
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Il numero di Mach critico:

$$M^* = \frac{V}{a^*} = \frac{V}{V^*} = \sqrt{\frac{M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \frac{\gamma + 1}{2}}$$

raggiunge un valore limite per  $M \rightarrow \infty$  (per  $V = V_{lim}$ ):

$$\lim_{M \rightarrow \infty} M^* = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} = (2.45)$$



## Formula di de Saint Venant e Wantzel

Si vuole ora ricavare formula di **de Saint Venant** e **Wantzel** che consente di calcolare la **velocità** raggiunta da un gas che, a partire dalla **pressione di ristagno**  $p_o$ , si porta ad una generica **pressione**  $p$ .

$$H = h + \frac{V^2}{2} \rightarrow V = \sqrt{2(H - h)} = \sqrt{2c_p(T_o - T)} = \sqrt{2c_p T_o \left(1 - \frac{T}{T_o}\right)}$$

ma ricordando che  $\frac{T}{T_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^k$ ,  $c_p = \frac{1}{k}R$ ,  $a^2 = \gamma RT$  si ha:

$$V = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_o \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)} = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per  $p/p_o \rightarrow 0$  si ritrova la **velocità limite**:

$$V_l = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} = \sqrt{\frac{2a_o^2}{\gamma - 1}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_o}{\gamma - 1}} = \sqrt{2c_p T_o} = \sqrt{2H}$$



## Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per  $p/p_o \rightarrow 1$  (regime **incompressibile**) conviene riscrivere la formula in funzione della **differenza** di pressione  $\Delta p = p_o - p \rightarrow 0$ :

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^k = \left(\frac{p_o - p_o + p}{p_o}\right)^k = \left(1 - \frac{\Delta p}{p_o}\right)^k \cong 1 - k \frac{\Delta p}{p_o}$$

Dove l'ultimo passaggio deriva da  $\lim_{\alpha x \rightarrow 0} (1 + x)^\alpha \rightarrow 1 + \alpha x$ .

Quindi:

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma R T_o}{\gamma - 1} \left(\cancel{\gamma} - \cancel{\gamma} + k \frac{\Delta p}{p_o}\right)} = \sqrt{\frac{R T_o}{p_o} 2\Delta p} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Che può essere ricavata più semplicemente dal teorema di Bernoulli.

$$p + \rho V^2/2 = cost = p_o$$



## Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Se si considera un sistema formato da un **serbatoio-ugello** la velocità all'uscita sarà quella per cui  $p = p_a$  e, in regime incompressibile, si ha  $\rho = \rho_o = \rho_a$ .

Questa formula anche se non **esatta** conduce, nel limite di flusso **incompressibile**, a risultati **più accurati** della formula di de Saint Venant e Wantzel che è più sensibile a **errori di arrotondamento**.

L'errore che si commette utilizzando questa formula è **inferiore** al 3% per numeri di **Mach inferiori a 0.5**.



## Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Vista la sua semplicità a senso estendere il range di utilizzo a numeri di Mach ancora più elevati. Come già detto in un flusso isentropico la **densità** varia più **velocemente** della **temperatura** quindi ha senso supporre che  $T$  sia **costante** (la temperatura ambiente non **influenza** il moto nell'ugello) e valutare la densità come media fra quella nel serbatoio e quella relativa alla pressione ambiente. Si ha:

$$\bar{\rho} = \frac{p_o + p_a}{2RT_o} \quad \rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{4RT_o\Delta p}{p_o + p_a}}$$

Questa formula permette di estendere l'intervallo per cui l'errore è **inferiore** al 3% fino a numeri di **Mach unitari**.



## Portata in un ugello convergente

La portata di massa nelle ipotesi di moto quasi-**unidimensionale** e quasi-**stazionario**, può essere calcolata in una qualunque sezione del condotto mediante la formula:

$$\dot{m} = \rho V A$$

Nel caso di **gas più che perfetto** e di trasformazione **isoentropica** si ha:

$$\rho = \frac{\rho}{\rho_o} \rho_o = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{\gamma R T_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{a_o^2} \quad V = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

da cui:

$$\dot{m} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{a_o^2} a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)} A = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$



## Portata in un ugello convergente

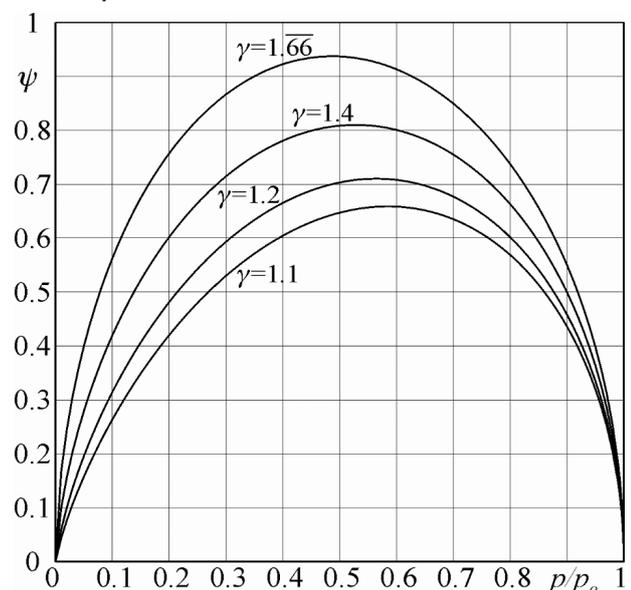
$$\dot{m} = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Introducendo il **fattore d'efflusso**  $\Psi$  (al contrario del libro nelle presentazioni si utilizzerà la **lettera maiuscola**):

$$\Psi = \frac{\dot{m} a_o}{p_o A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

si ha:

$$\dot{m} = \frac{p_o A \Psi}{a_o}$$



## Portata in un ugello convergente

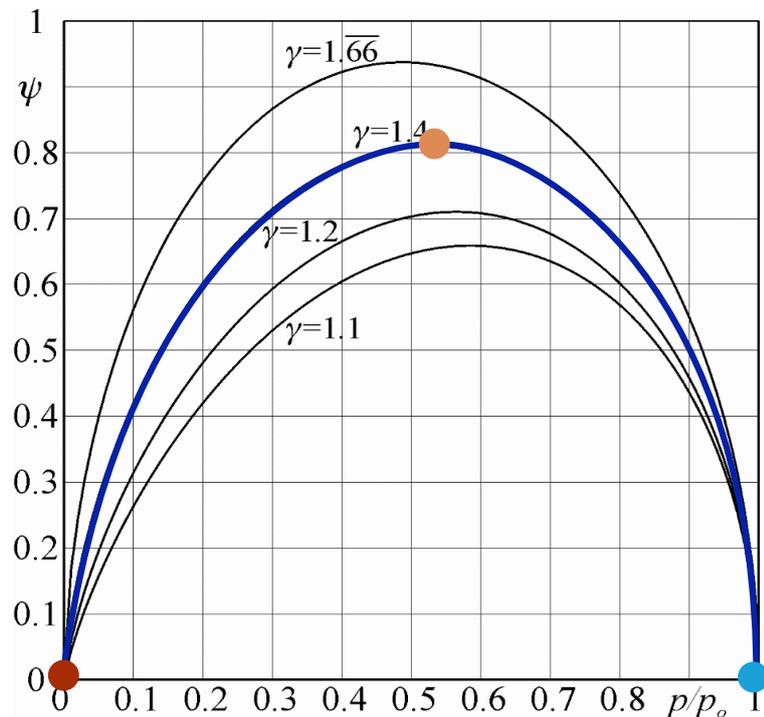
$$\Psi = \frac{\dot{m} a_o}{p_o A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Il **fattore d'efflusso**  $\Psi$  è nullo per  $p/p_o$  uguale a **0** o a **1**.

Il valore **massimo** si ricava derivando  $\Psi$  rispetto a  $p/p_o$  ed uguagliando a zero:

$$\frac{p}{p_o} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{p^*}{p_o}$$

Il **massimo** di  $\Psi$  si raggiunge in condizioni **critiche** e può essere quindi indicato con  $\Psi^*$ .



## Portata in un ugello convergente

$\Psi^*$  è una funzione solo di  $\gamma$ :

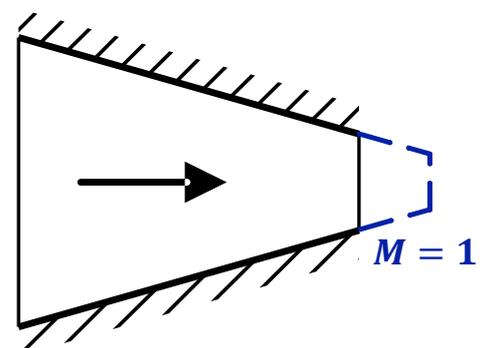
$$\Psi^* = \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^K = (0.8102)$$

In **condizioni critiche** ( $M = 1$ ) si ha anche  $A = A^*$  e la portata può essere calcolata con:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o}$$

Questa equazione può essere utilizzata anche se la **sezione critica non** è realmente **presente** nel condotto.

Infatti si può immaginare di **prolungare fittiziamente** l'ugello con un condotto convergente sino a raggiungere le condizioni soniche.



## Portata in un ugello convergente

Conoscendo l'area ed il numero di Mach d'uscita dalla relazione:

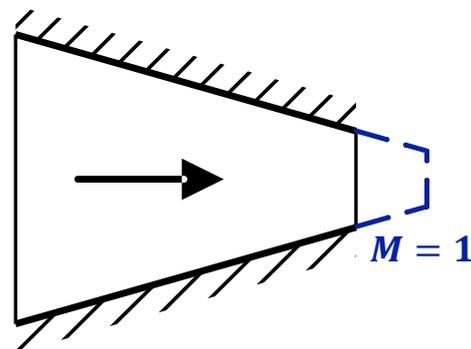
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Si può calcolare l'area critica fittizia  $A^*$  ed servirsi del **metodo** per il calcolo della portata mediante **l'area critica fittizia** utilizzando la:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o}$$

Si ricorda che si può passare facilmente dal **rapporto di pressione** al **numero di Mach** o viceversa utilizzando la:

$$\frac{p_o}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$



## Portata in un ugello convergente

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K, \quad \Psi^* = \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^K$$

Evidentemente si la **portata** può essere valutata in **qualsiasi sezione** del condotto e uguagliando le portate si ha:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o} = \frac{p_o A \Psi}{a_o}$$

Ma lungo il condotto la **pressione** e la **temperatura di ristagno** non variano quindi:

$$\frac{\Psi}{\Psi^*} = \frac{A^*}{A} = M \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K}$$

Ed infine:

$$\Psi = \Psi^* M \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K} = M \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^K \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K} = \gamma M \psi^{-K}$$



## Portata in un ugello convergente

$$\dot{m} = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per  $p/p_o \rightarrow 1$  (regime **incompressibile**) si ritrova, con:

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^k \cong 1 - k \frac{\Delta p}{p_o}; \quad \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\rho}{\rho_o} \rightarrow 1$$

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \frac{p_o^2}{a_o^2} \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta p}{p_o}\right)} = A \sqrt{\frac{2\gamma p_o^2}{\gamma R T_o} \frac{\Delta p}{p_o}} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$

Relazione ricavabile più semplicemente da:

$$\dot{m} = \rho_o V A = \rho_o A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$



## Portata in un ugello convergente

$$\dot{m} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$

L'errore che si commette utilizzando questa formula è **inferiore** al 3% per numeri di **Mach inferiori a 0.28**.

Anche in questo caso si può migliorare l'approssimazione utilizzando la densità media:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{(p_o + p_a)}{R T_o} \Delta p}$$

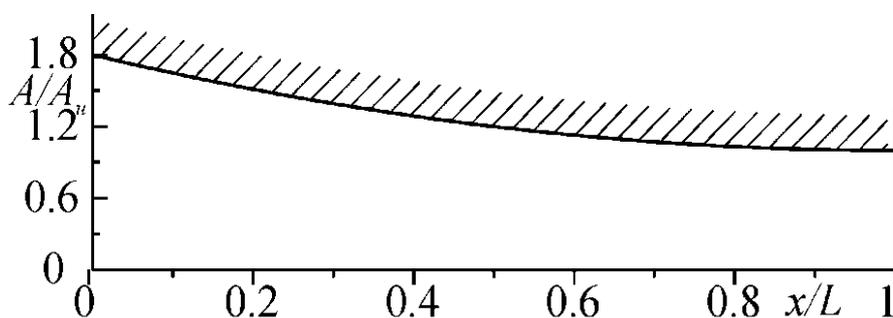
In questo caso si estende di poco l'intervallo per cui l'errore è **inferiore** al 3% fino a un numero di **Mach** pari a **0.38**.



## Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga di avere un **ugello convergente** collegato ad un serbatoio nel quale è noto lo stato termodinamico del gas. Nel serbatoio la **velocità** del fluido è **nulla** per cui, ipotizzando attraverso l'ugello un moto quasi-**stazionario**, **omoenergetico** ed **isoentropico**, le condizioni nel serbatoio coincidono con le **condizioni di ristagno** del gas lungo tutto l'ugello.

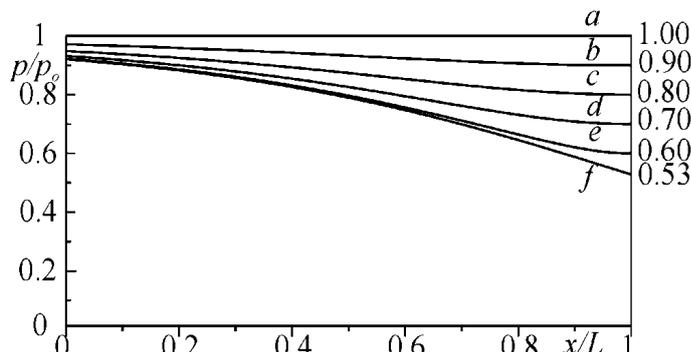
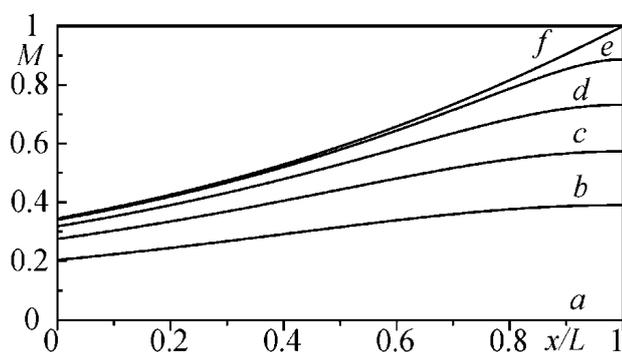
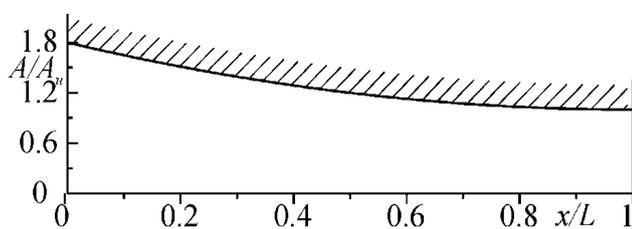
Si supponrà che il rapporto delle aree sia 1.8, che la **pressione** nel serbatoio (uguale a quella di ristagno) sia **fissata** a 1bar e che la pressione **ambiente** possa **variare** da 1bar fino a 0. Chiaramente l'ugello si comporterà da **effusore**.



## Funzionamento di un ugello convergente

Le curve tracciate nel grafico a **destra** corrispondono a quelle per cui la **pressione** nella sezione di uscita dell'ugello  $p_u$  vale (dall'alto verso il basso) 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, e 0.53 bar, cioè rispettivamente le curve *a*, *b*, *c*, *d*, *e* ed *f* di figura (cioè  $\pi_a = 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$ , e 0.53).

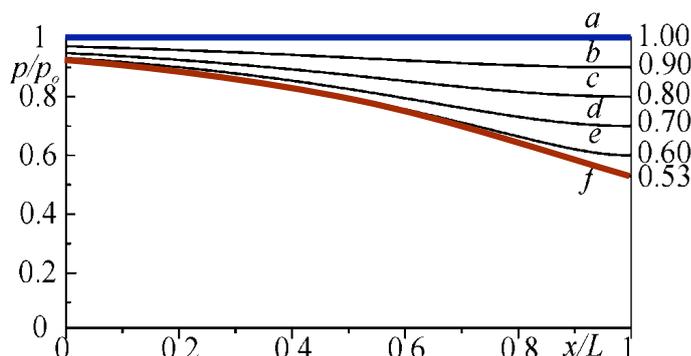
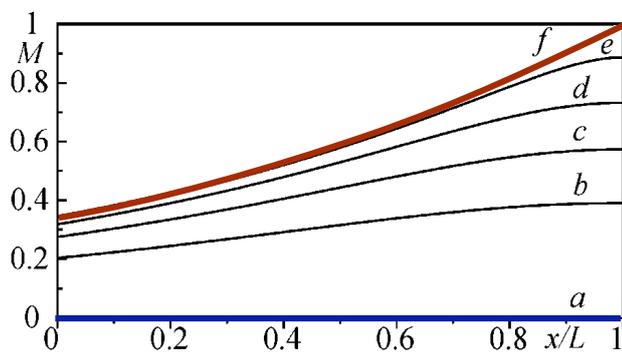
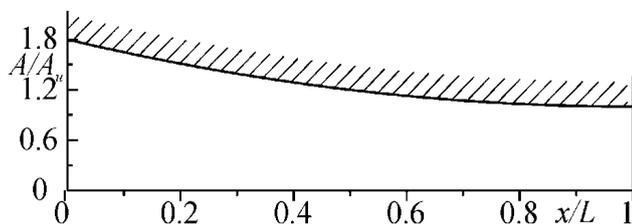
Nel grafico a **sinistra** è riportato il **numero di Mach** corrispondente.



# Funzionamento di un ugello convergente

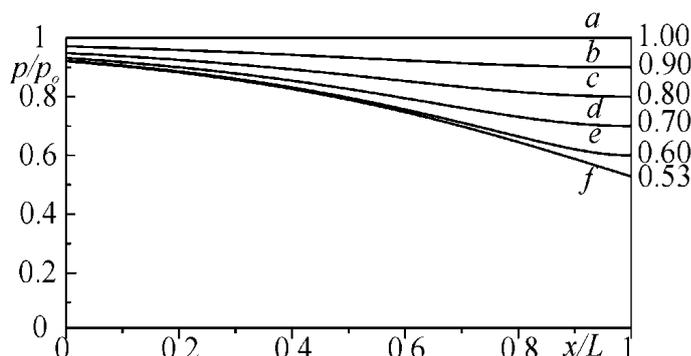
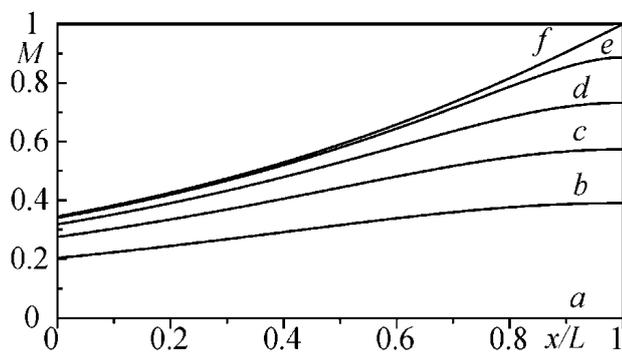
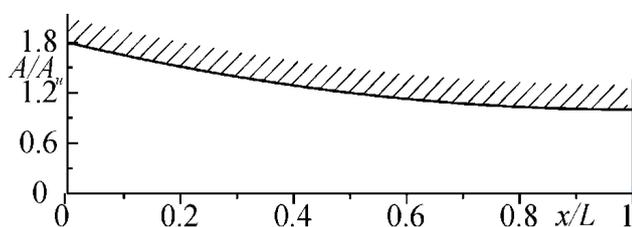
La **curva f** corrisponde al raggiungimento delle condizioni soniche nella sezione di uscita dell'ugello ( $\pi^* = p^*/p_o = 0.5283$ ).

La **curva a** ( $p = p_u = p_o = 1\text{bar}$ ) è relativa al caso per il quale la **pressione è costante** lungo l'ugello e, quindi, **velocità** e numero di **Mach** sono ovunque **nulli**. Chiaramente anche la **portata** è nulla.



# Funzionamento di un ugello convergente

Qualunque sia il valore della pressione **ambiente** compreso tra  $p^*$  e  $p_o$ , la pressione del fluido all'**uscita** dell'ugello  $p_u$  deve necessariamente essere **uguale** a  $p_a$ , cioè deve rispettare la cosiddetta **condizione di Kutta** (**pressione ambiente = pressione all'uscita**).



pressione ambiente

pressione all'uscita dell'ugello

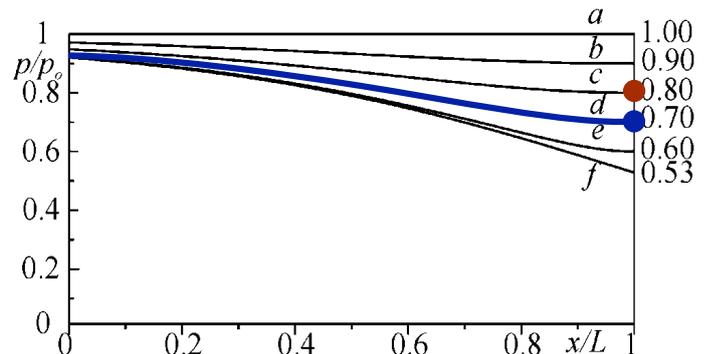
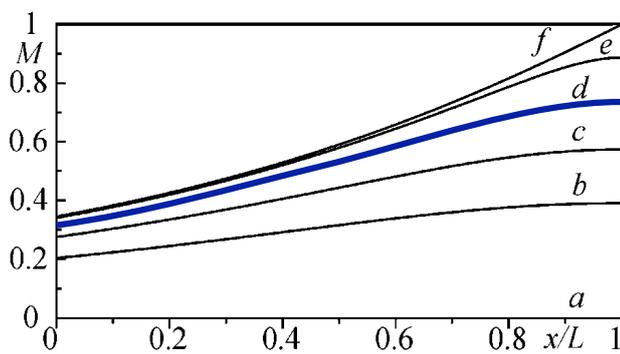


## Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga che inizialmente l'ugello stia funzionando lungo la **curva d** corrispondente a  $p_u = 0.7bar$  e che sia soddisfatta la condizione di Kutta  $p_u = p_a$ .

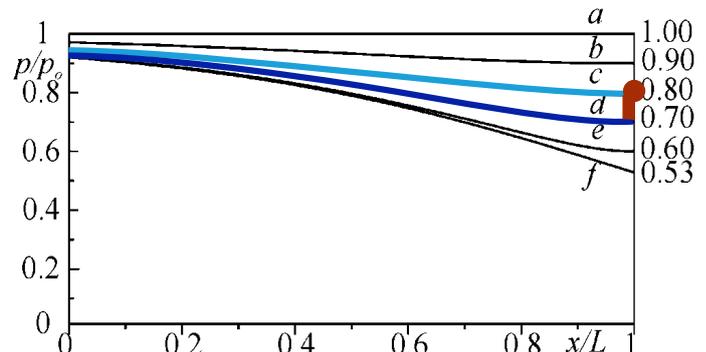
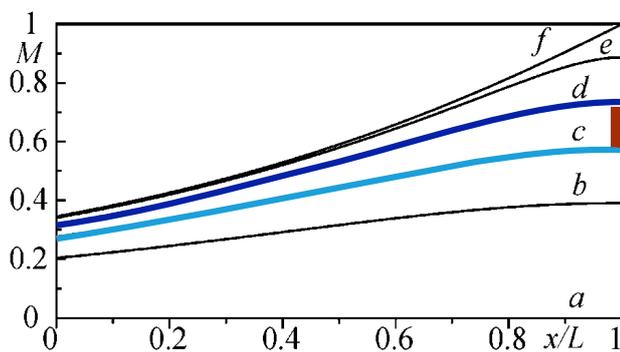
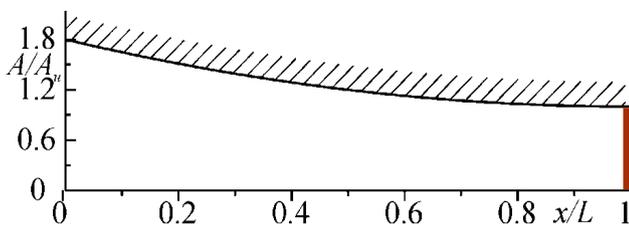
Se la pressione ambiente diventasse poi  $0.8bar$  (**pallino rosso**) nella sezione d'uscita dovrebbe essere presente un **salto di pressione** verso l'alto (una **violenta compressione**).

Questo salto di pressione può essere spiegato solo con una **fenomenologia instazionaria**.



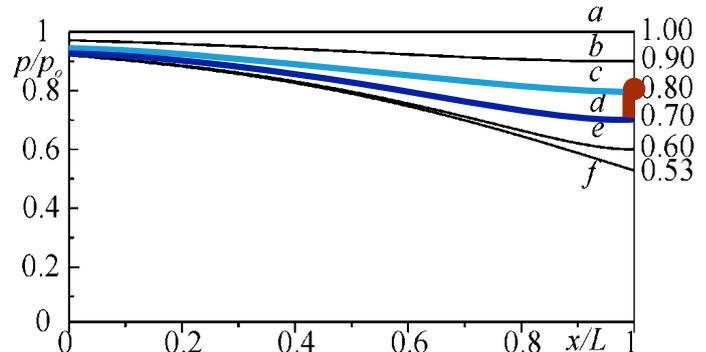
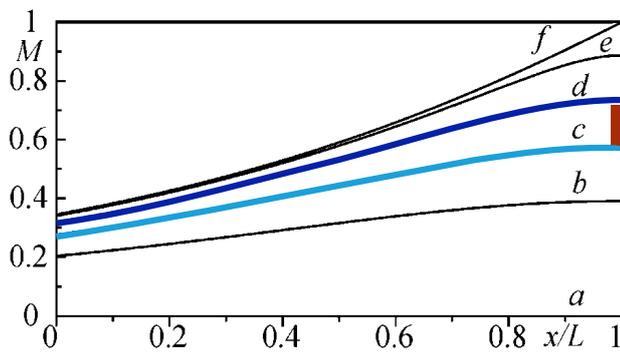
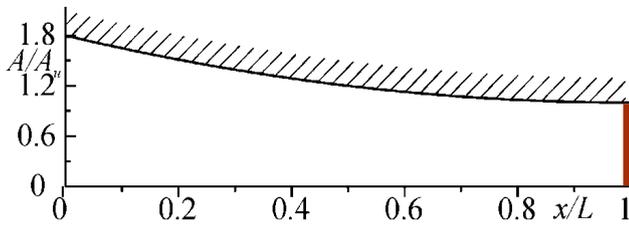
## Funzionamento di un ugello convergente

Il salto di pressione verso l'alto avviene, infatti, attraverso un'**onda d'urto** che risale la corrente, **viaggiando** a **velocità supersonica**.



## Funzionamento di un ugello convergente

L'onda d'urto **accelera** il fluido in **direzione concorde** a quella di propagazione (quindi **verso monte**) diminuendo il numero di Mach e aumentando la pressione. Il flusso si adatta alla variata condizione al contorno ed alla fine seguirà la **curva c**.

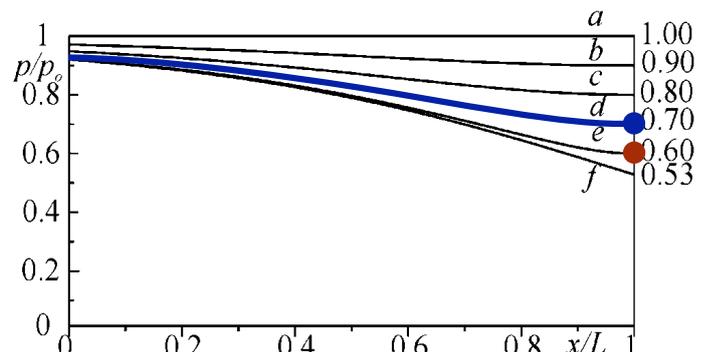
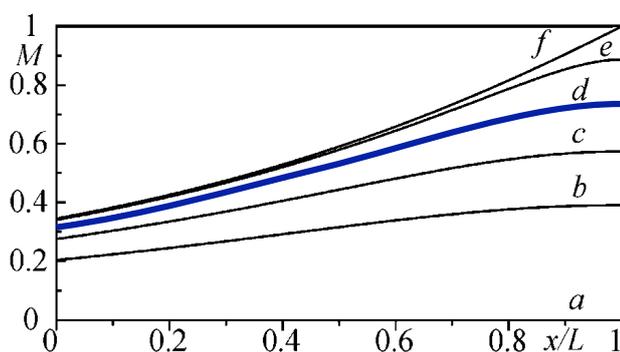


## Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga che inizialmente l'ugello stia funzionando lungo la **curva d** corrispondente a  $p_u = 0.7bar$  e che sia soddisfatta la condizione di Kutta  $p_u = p_a$ .

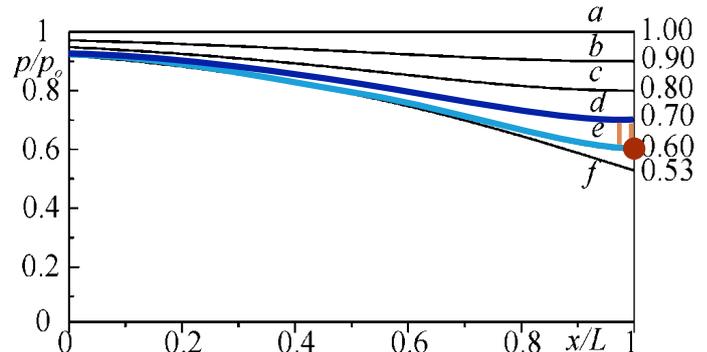
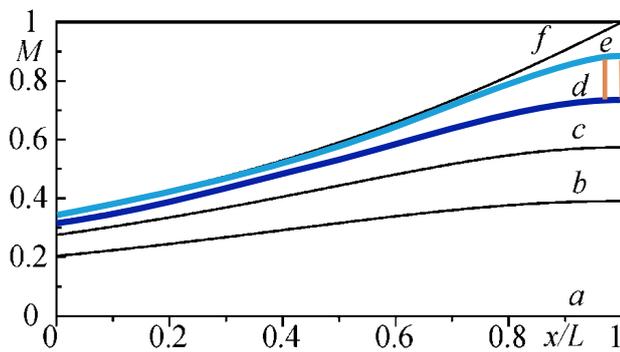
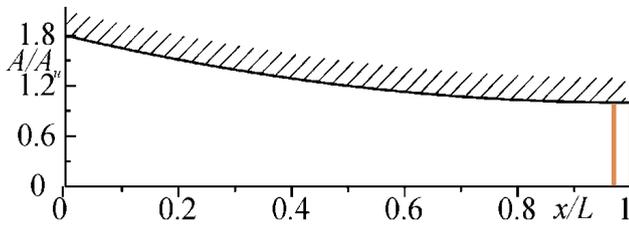
Se la pressione ambiente diventasse poi  $0.6bar$  (**pallino rosso**) nella sezione d'uscita dovrebbe essere presente un **salto di pressione** verso il basso (una **violenta espansione**).

Questo salto di pressione può essere spiegato solo con una **fenomenologia instazionaria**.



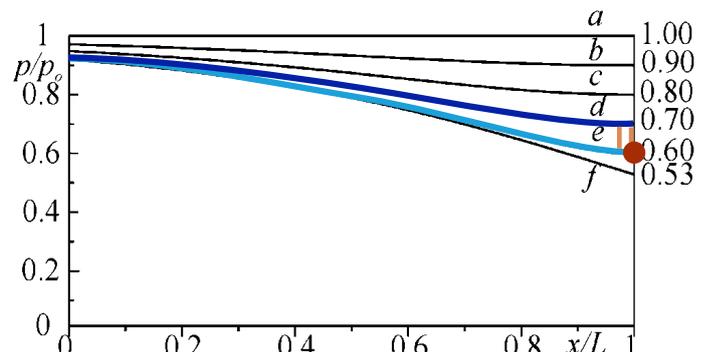
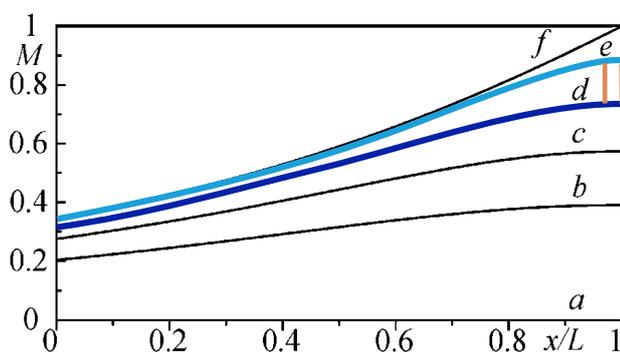
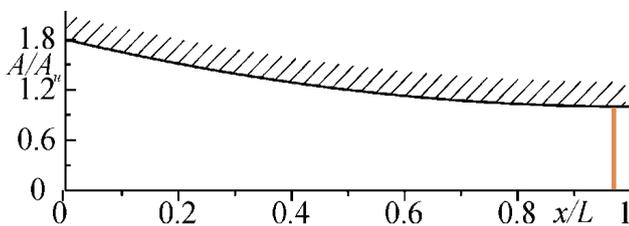
# Funzionamento di un ugello convergente

Il salto di pressione verso il basso avviene, infatti, attraverso un **treno di onde di Mach di espansione** che risalgono la corrente, **viaggiando alla velocità del suono**.



# Funzionamento di un ugello convergente

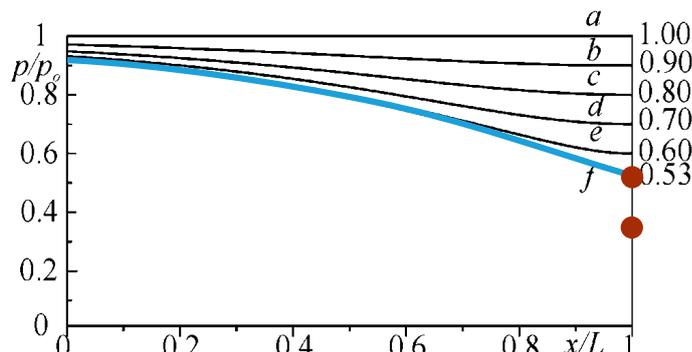
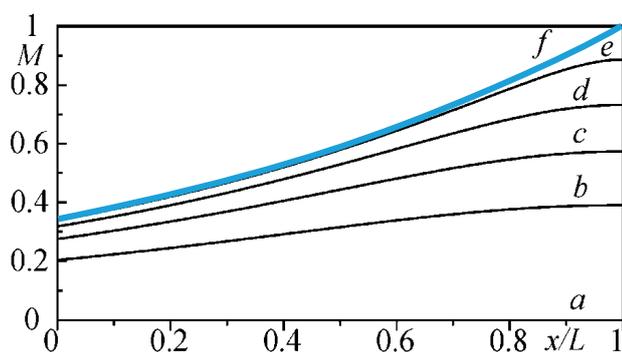
Il treno di onde d'**espansione accelera** il fluido in **direzione opposta** a quella di propagazione (quindi **verso valle**) aumentando il numero di Mach e diminuendo la pressione. Il flusso si adatta alla variata condizione al contorno ed alla fine seguirà la **curva e**.



## Funzionamento di un ugello convergente

Se la pressione ambiente diventasse **inferiore** a  $p^*$  (**pallino rosso**) l'ugello continuerà a funzionare secondo la **curva f** poiché, in questo caso all'uscita dell'ugello il **moto è sonico**; il **treno di onde di espansione** (che viaggiano verso monte alla velocità del suono) **non riesce a risalire la corrente**.

Le onde resteranno ferme nella sezione di uscita dell'ugello e la **pressione** del fluido nella **sezione di uscita** sarà sempre uguale alla **pressione critica**; la pressione si adatterà a quella ambiente **esternamente** con un ventaglio **d'espansione**.

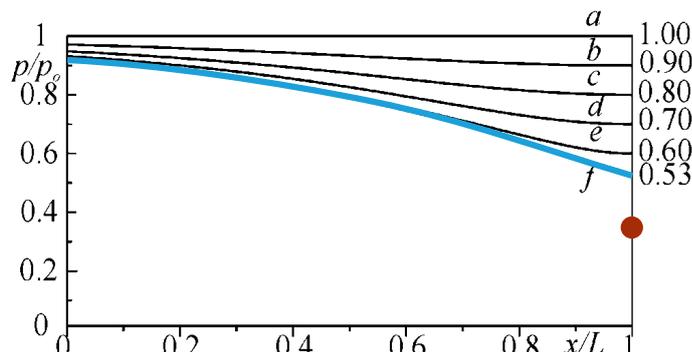
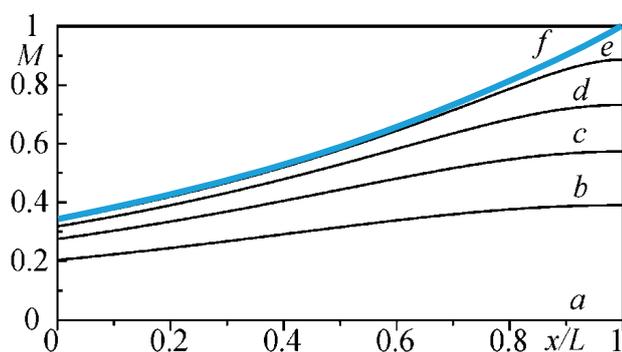


## Funzionamento di un ugello convergente

Il numero di Mach nella sezione di uscita si **blocca ad 1** e l'ugello si **strozza**, perché, come si vedrà nel seguito, la **portata** effluente dall'ugello **non dipende** dalla **pressione ambiente** se inferiore a  $p^*$ .

Per un ugello convergente, il **fenomeno dello strozzamento non dipende** dalla **geometria** dell'ugello stesso.

In queste condizioni l'ugello è anche **sottoespanso**, perché la corrente non riesce a **completare** nell'ugello stesso la sua espansione fino alla più pressione ambiente.



# Funzionamento di un ugello convergente

Il diagramma mostra l'andamento della pressione nella **sezione** di **uscita**  $p_u$  dell'ugello in funzione del rapporto  $\pi_a = p_a/p_o$ .

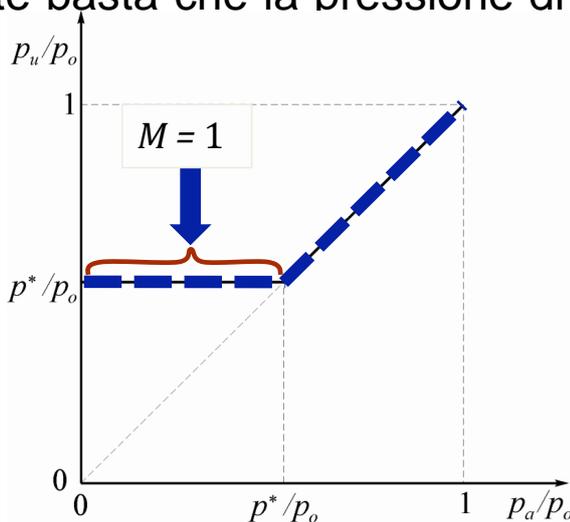
Se la pressione **ambiente** è **maggiore** di quella **critica** ( $p_a > p^*$ ) è rispettata la **condizione di Kutta** ( $p_a = p_u$ ).

Per  $p_a < p^*$ , invece la pressione all'uscita si **blocca** al valore critico  $p^*$ .

Le condizioni di ugello **strozzato** sono **facilmente raggiunte** nella pratica, infatti in **aria** e a pressione ambiente basta che la pressione di ristagno sia:

$$p_o = \frac{p_o}{p^*} p_a = \frac{1}{0.5283} = 1.893 \cdot atm$$

Ad esempio la pressione di un **pneumatico** è di circa  $2atm$  relative che corrisponde a  $3atm$  assolute. Quindi quando si fora un **pneumatico** il moto è inizialmente **strozzato**.



## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

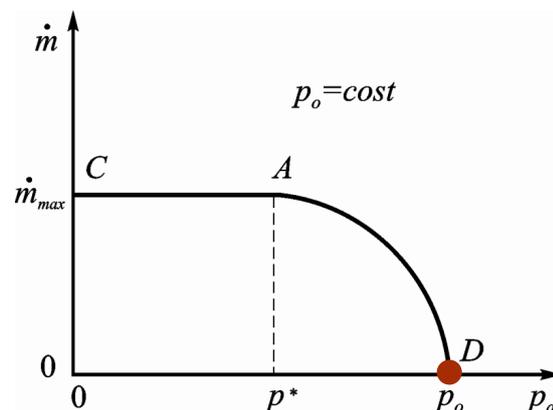
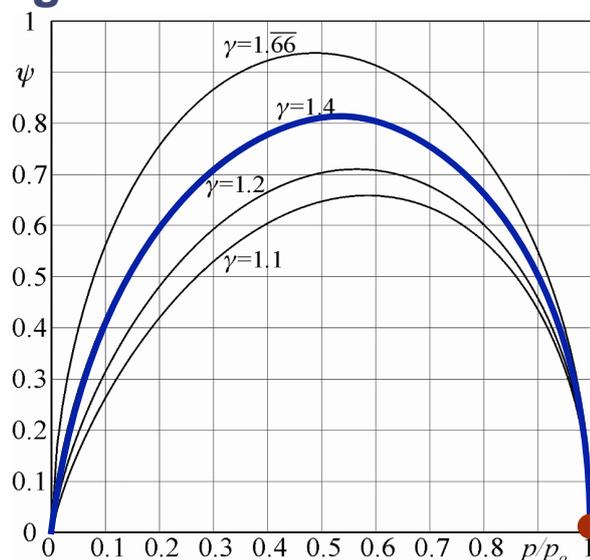
Per calcolare la **portata** uscente dal sistema **serbatoio-ugello convergente**, si può utilizzare la:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

Dove  $p_o$  e  $a_o$  sono quelle nel **serbatoio** ed  $A_u$  e  $\Psi_u$  sono, invece, valutate nella **sezione d'uscita** dell'ugello.

Inizialmente si supponga che la **pressione e la temperatura di ristagno** siano **costanti** e quindi la **portata** sia **direttamente proporzionale** al **fattore d'efflusso**.

Se  $p_a = p_o$  il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

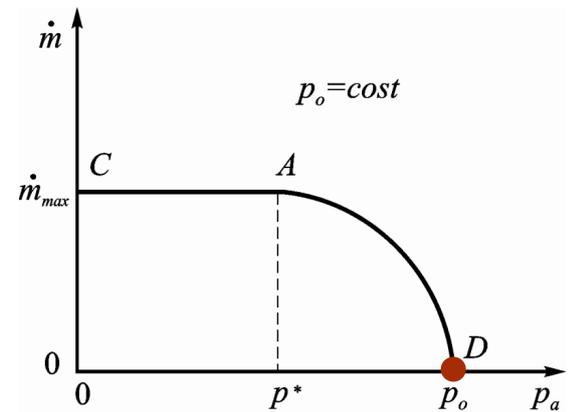
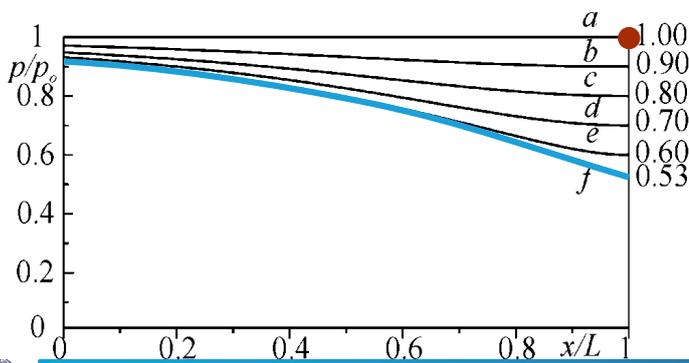
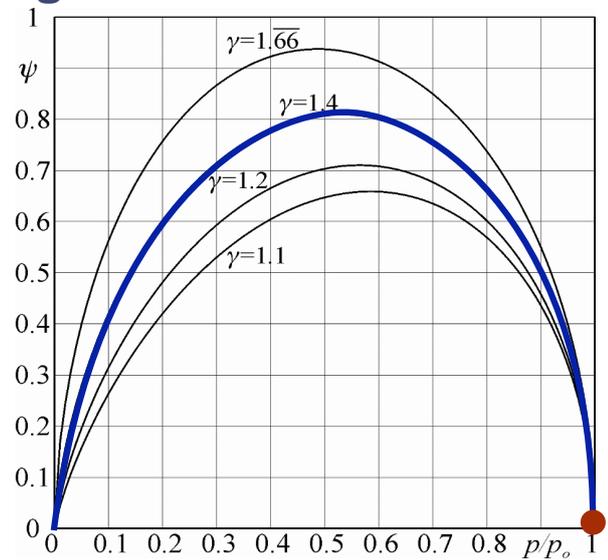


## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

Diminuendo  $p_a$  (con  $p_a > p^*$ ) deve essere soddisfatta la **condizione** di **Kutta**, di conseguenza  $\Psi$  e la **portata aumentano**.

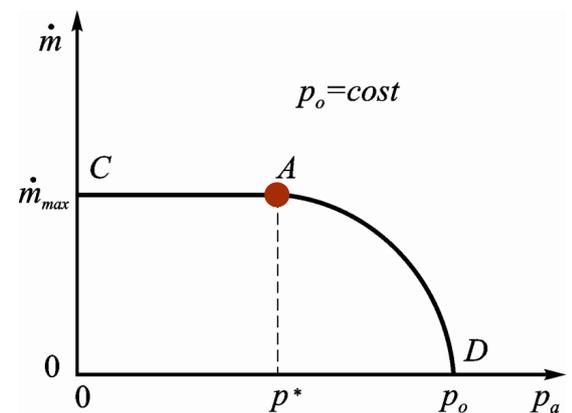
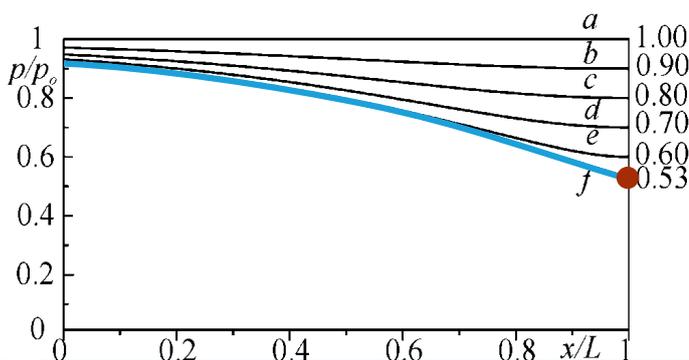
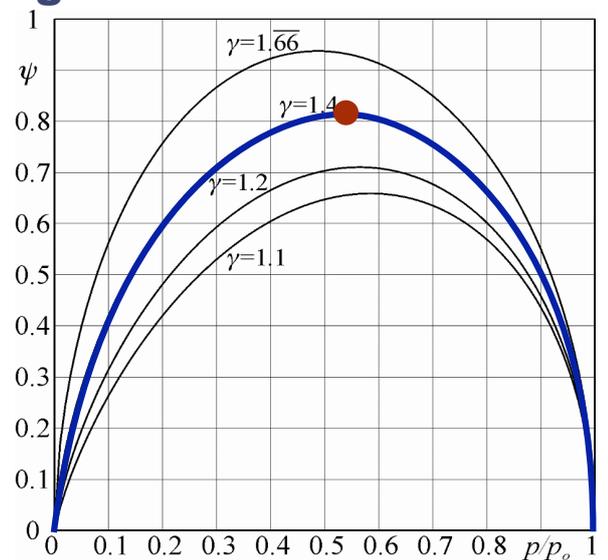
Quando  $p_a = p^*$  l'ugello **strozza** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non mutano il flusso nell'ugello.



## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Quindi per  $p_a < p^*$  l'ugello è **strozzato** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non influenzano  $\Psi$  e la **portata** che rimangono **costanti**.

La costanza della portata per  $p_a < p^*$  deve essere tenuta in conto nella **progettazione** degli impianti a **vuoto**. Per aumentare la portata è inutile usare **pompe** che diano una **depressione** molto **spinta** ma si deve aumentare l'area.



## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

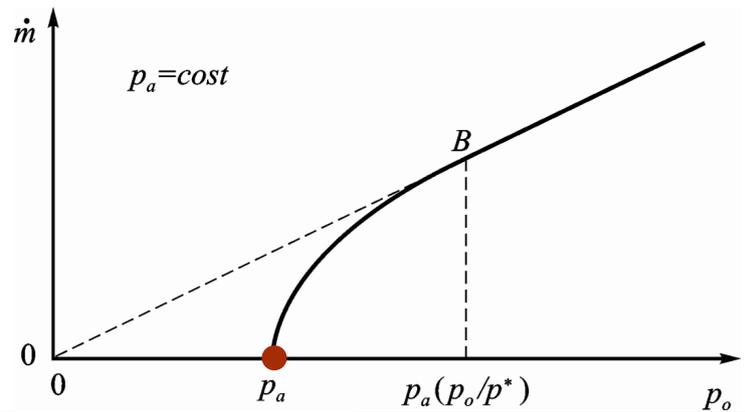
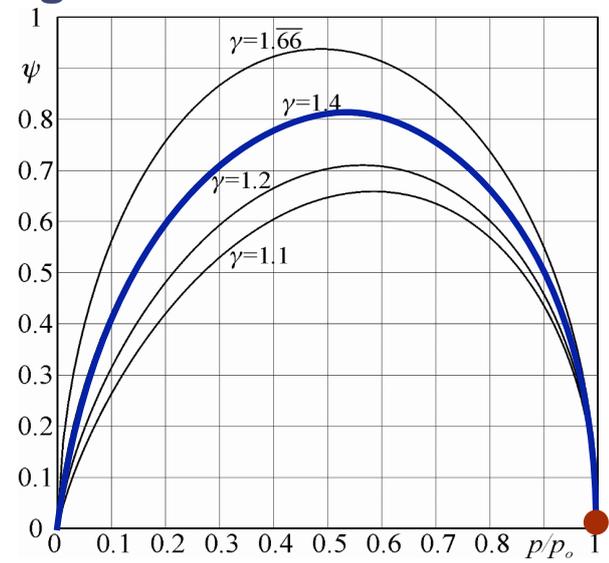
Si supponga ora che la **pressione ambiente** e la **temperatura di ristagno** siano **costanti** mentre la pressione di **ristagno** aumenti a partire da  $p_a$ .

Per  $p_o = p_a$  il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

Aumentando  $p_o$  (con  $\pi_a = p_a/p_o > p^*/p_o$ ) deve essere soddisfatta la **condizione di Kutta**, di conseguenza  $\Psi$  è una funzione **crescente** di  $p_o$ .

Inoltre, la portata aumenta anche **linearmente** con la **pressione di ristagno**:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

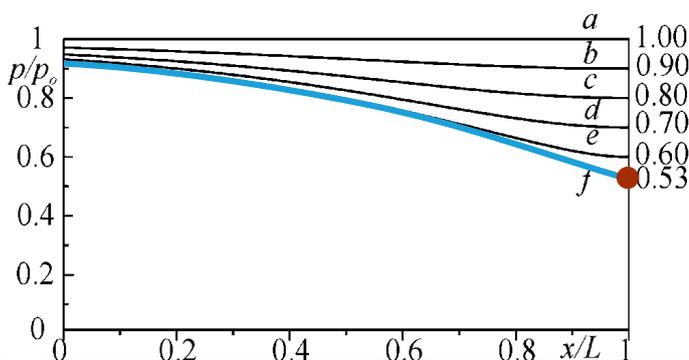
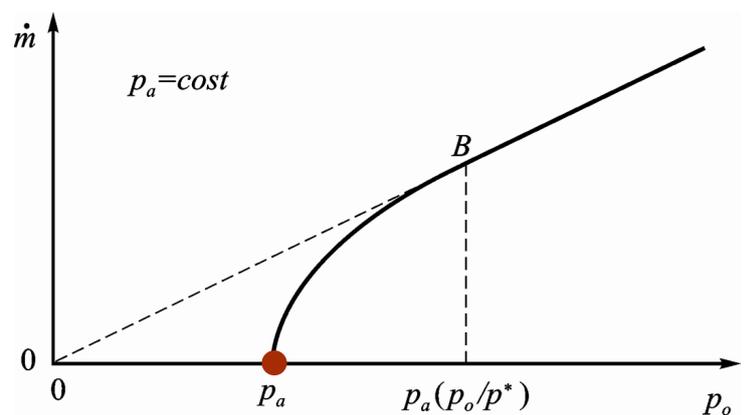
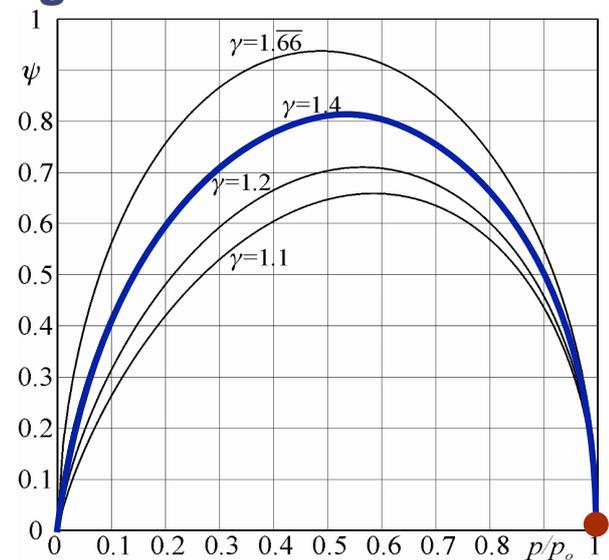


## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Quando  $\pi_a = p^*/p_o$  l'ugello **strozza** e ulteriori aumenti della pressione di ristagno non mutano il **fattore d'efflusso** che rimane bloccato al valore  **$\Psi = \Psi^*$** .

In queste condizioni si ha:

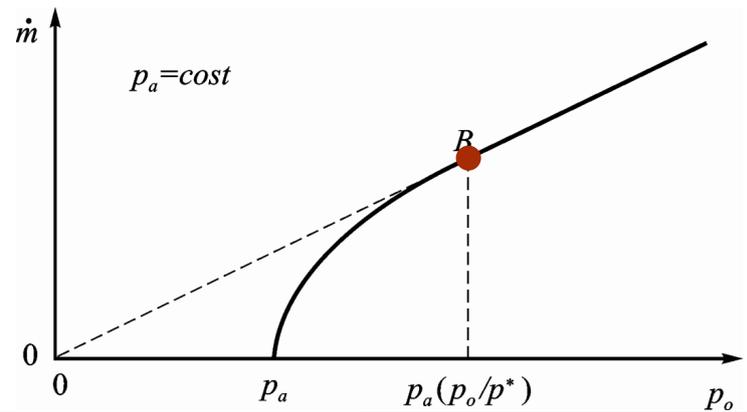
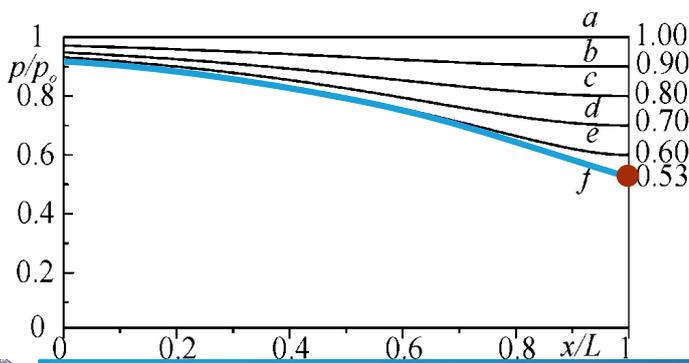
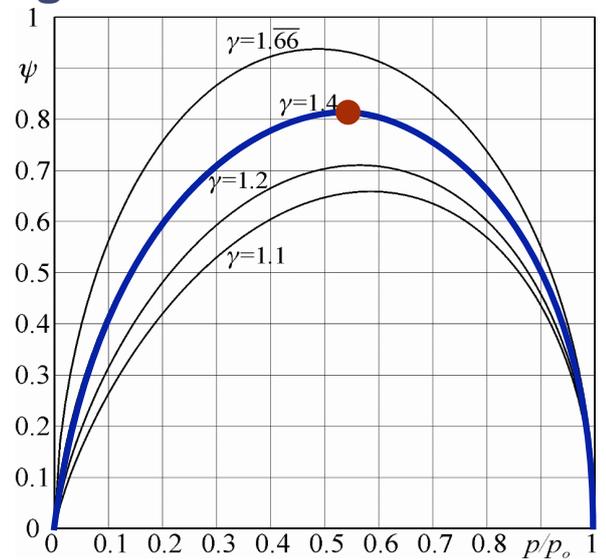
$$p_o = \frac{p_a}{p^*/p_o}$$



## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi^*}{a_o}$$

Quindi per  $p_a < p^*/p_o$  l'ugello è **strozzato** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non influenzano  $\Psi = \Psi^*$ ; tuttavia la **portata** continua a crescere **linearmente** con  $p_o$ .

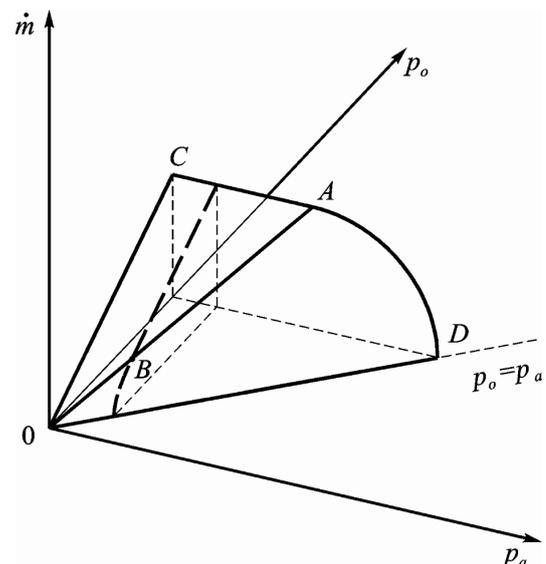


## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Per un ugello **strozzato**, la crescita **lineare** della portata con la pressione di ristagno è spesso utilizzato nella pratica industriale per ottenere una **regolazione lineare** della **portata** di massa con la **pressione assoluta** di ristagno.

Inoltre i **misuratori** di **portata** di massa, cosiddetti **sonici**, permettono di valutare la portata con una misura solamente di  $p_o$  e  $T_o$ .

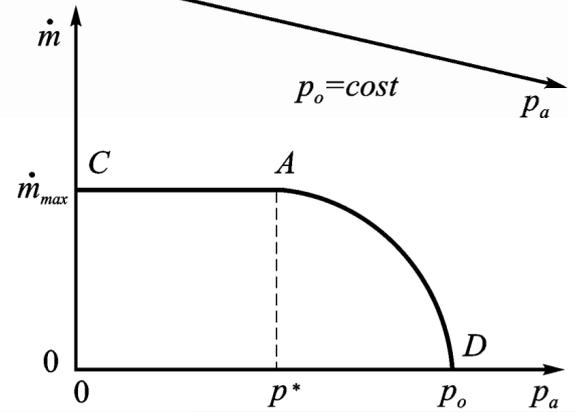
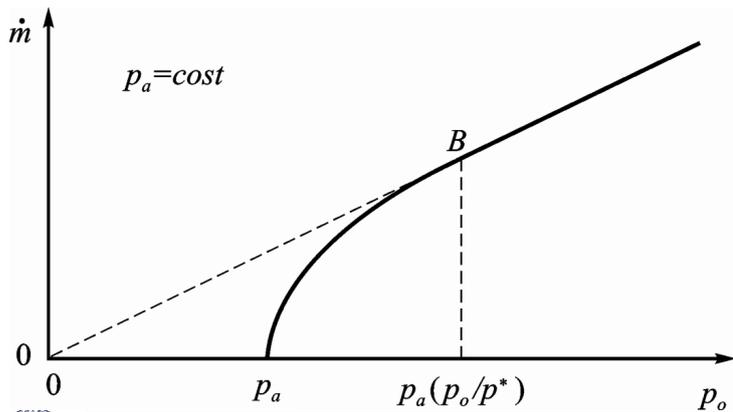
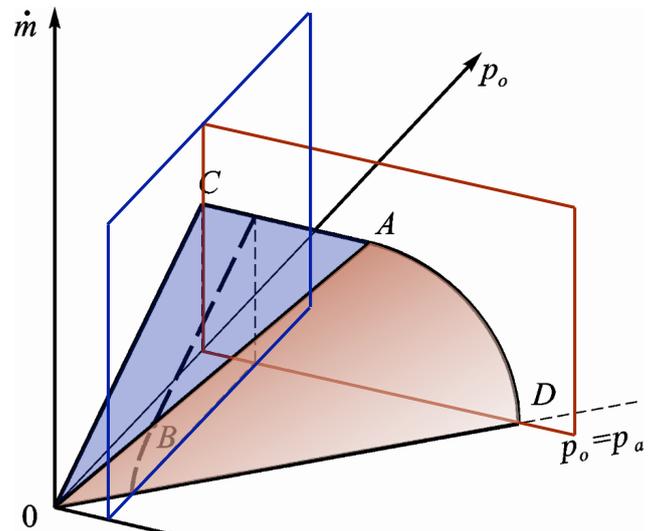
La funzione che descrive la **portata**, in un ugello **convergente**, al variare delle pressioni ambiente e di ristagno può essere visualizzata con una superficie tridimensionale che è chiamata **solido** delle portate.



## Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

La **superficie** del **solido della portata** è costituita dal **triangolo OCA** e dalla superficie **conica** (non circolare) OAD che con esso ha in comune il segmento OA.

Le **sezioni** rette del solido della portata sono evidentemente i diagrammi appena visti.



## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Quando  $p_u > p_a$ , cioè quando l'ugello è **sottoespanso**, il **flusso** la all'uscita dell'ugello si **adatta esternamente** alla **pressione ambiente**.

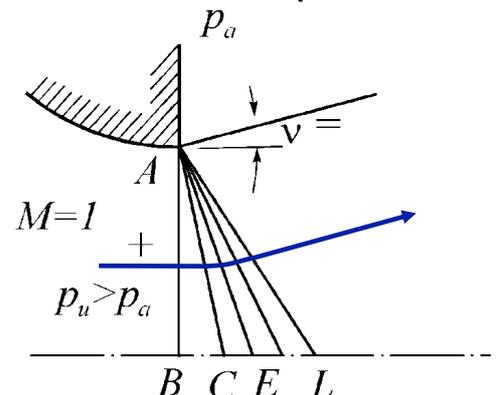
Il fluido nella sezione d'**uscita** dell'ugello AB ha una **pressione maggiore** di quella ambiente e si trova a  $M = 1$ .

La corrente **espande** sino alla  $p_a$  con un **ventaglio d'espansione**, che ha origine in A, del quale sono rappresentate solo 5 delle infinite onde. La prima onda (AB) avendo luogo per  $M = 1$  deve essere ortogonale alla direzione della corrente  $\mu = \arcsin 1/M$ .

L'**ultima** onda (AL) è invece **inclinata** dell'**angolo di Mach** rispetto alla direzione della corrente.

La **corrente**, anche se in presenza di un angolo di deviazione di  $90^\circ$ , **ruoterà solo fino** al raggiungimento della  $p_a$ , quindi di un angolo **inferiore** a  $90^\circ$  (in questo caso uguale a  $\nu$ ).

\* Nelle figure i simboli +, = e - indicano una pressione rispettivamente maggiore, uguale o minore della  $p_a$ .



## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

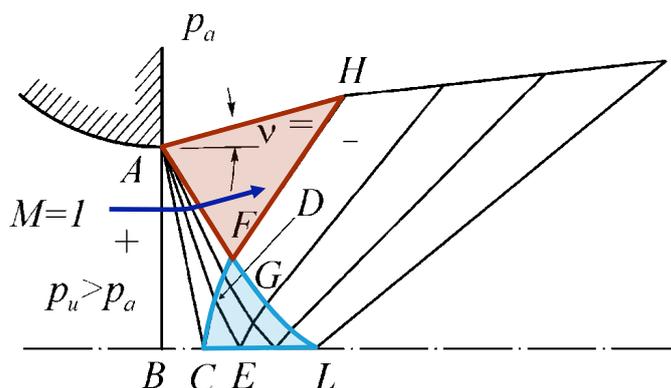
Sul piano di **simmetria** BL la corrente deve continuare dritta e ogni onda di espansione (e.g. AC) si **riflette** come onda di espansione (CD).

Nel triangolo **CFL** (zona complessa), a **causa** della **variazione** del numero di **Mach** e della **direzione** della **corrente**, l'inclinazione delle onde **cambia** quando queste incontrano altre onde. L'effetto complessivo è di una divergenza delle onde d'espansione

In realtà, poiché le onde di Mach sono infinite, la figura riportata è solo una **schematizzazione** del fenomeno. Infatti, la riflessione delle onde dovrebbe iniziare **immediatamente** a **valle** del punto B.

Nella zona triangolare **AFH** la **pressione** della corrente è **uguale** alla pressione **ambiente** ed il numero di **Mach** si ricava dalla:

$$\frac{p_o}{p_a} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

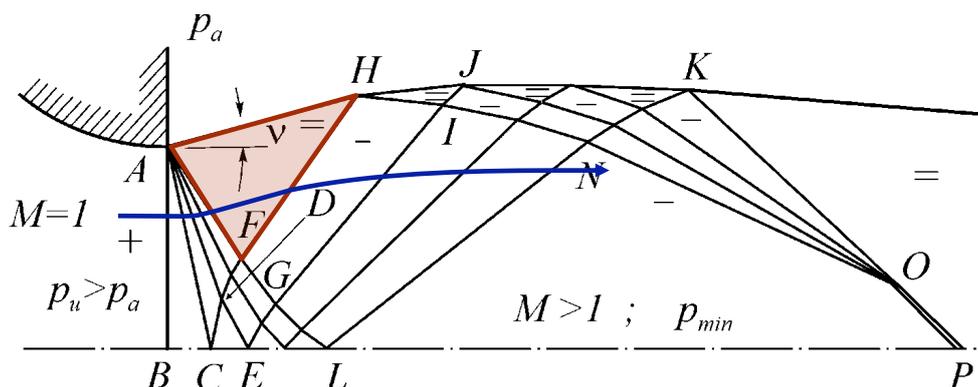


## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Il segmento AH si trova su una **superficie libera** che separa la corrente **supersonica** nella regione **AFH** dal **fluido fermo** all'esterno.

Le onde **riflesse** del tipo CH, EJ ed LK impongono una continua **deviazione** della corrente verso il **basso** e quando raggiungono il confine del getto (superficie libera), si **riflettono** come onde di Mach di **compressione** (zona HKN).

Le onde di compressione **riflesse** sono **convergenti** e si può schematizzare che esse convergano nel punto O dando luogo, per la loro coalescenza, ad un'onda d'urto obliqua OP.

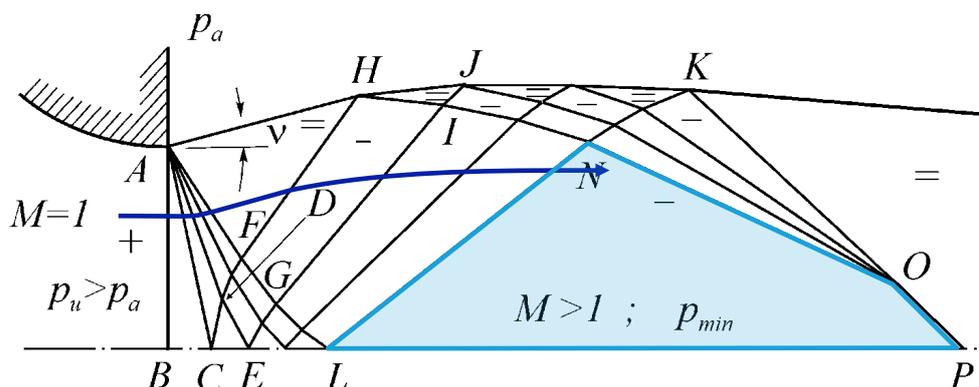


## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella regione **LNOP** la **corrente** avendo attraversato **due** ventagli di espansione raggiunge il numero di **Mach massimo**, la **pressione minima** e la **direzione** della corrente **parallela** all'asse dell'ugello BP.

Il numero di **Mach** nella regione **LNOP** è quello per il quale l'angolo di Prandtl e Meyer vale  $2\nu$  poiché la corrente è stata **raddrizzata** con una ulteriore deviazione **pari a  $-\nu$** .

Il flusso attraverso i due ventagli è **isentropico**, quindi è facile valutare la pressione in questa regione.

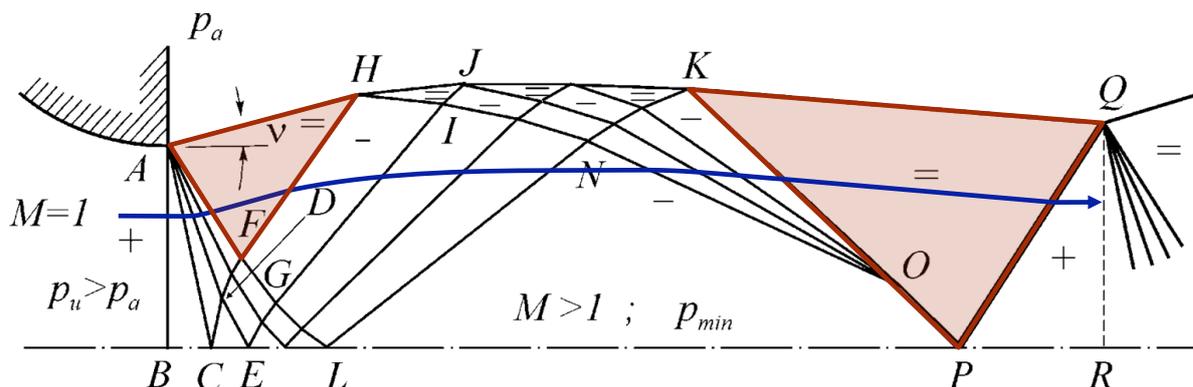


## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella regione **KPQ** la **corrente** avendo attraversato **due** ventagli di espansione ed uno di compressione devia verso il basso, e la **pressione** della corrente è di nuovo **uguale** alla pressione **ambiente**.

Le condizioni **temofluidodinamiche** sono le **stesse** di quelle che si avevano nella **regione AFH**.

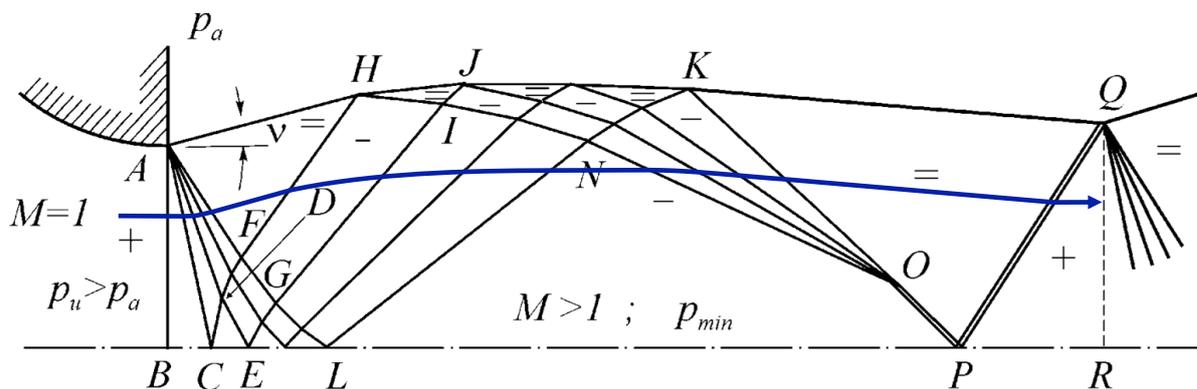
L'onda d'urto **OP** si riflette regolarmente, se il numero di Mach a valle lo consente, sull'asse dell'ugello nell'onda d'urto obliqua PQ che porta, di nuovo, la pressione ad un valore maggiore di quello ambiente.



## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella sezione QR, la **pressione** sarà **maggiore** di quella **ambiente** e, visto che l'onda d'urto obliqua PQ si deve riflettere sulla superficie libera come ventaglio di espansione, il processo si **ripete ciclicamente** fino a che il numero di Mach resta sufficientemente elevato da consentire onde di Mach e onde d'urto.

Gli effetti viscosi e le **diminuzioni** di **pressione di ristagno** associate alle onde d'urto porteranno ad un diminuzione del numero di Mach sino a valori **subsonici** ed il getto a quel punto si adatterà senza la presenza di ulteriori onde.



## Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Il **campo di moto** ora descritto è, a volte, informalmente detto a **salsicciotto** ed è visibile nella fase di decollo a valle dei turbogetti dei velivoli da caccia supersonici, o a valle di motori a razzo.

Un comportamento **analogo** si ha anche all'uscita di un ugello sottoespanso **supersonico**, con la differenza che l'angolo della prima onda non è 90° ma

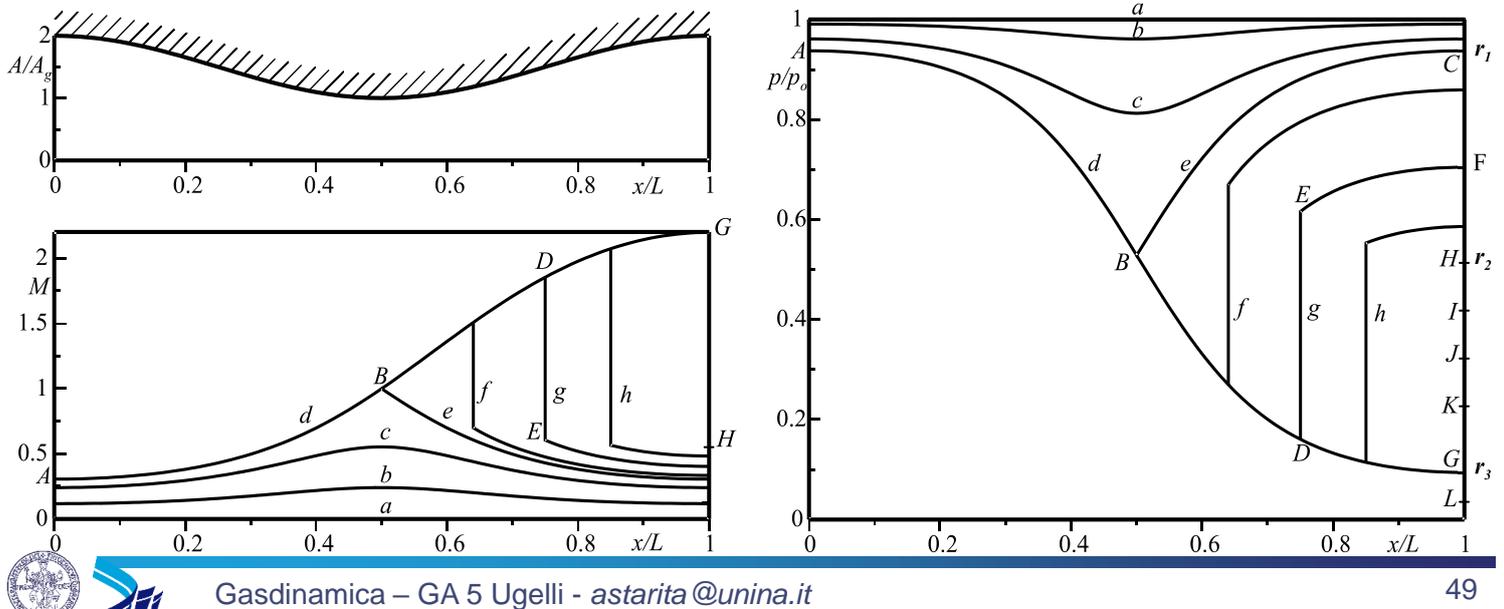
$$\mu = \arcsin \frac{1}{M}$$



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Delle **curve di funzionamento** di un ugello **convergente divergente** cosinusoidale ( $A_i = A_u = 2A_g$ ) sono mostrate in figura.

I **tre rapporti caratteristici di pressione**  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$ , mostrati nel grafico delimitano particolari **tipologie** di funzionamento.



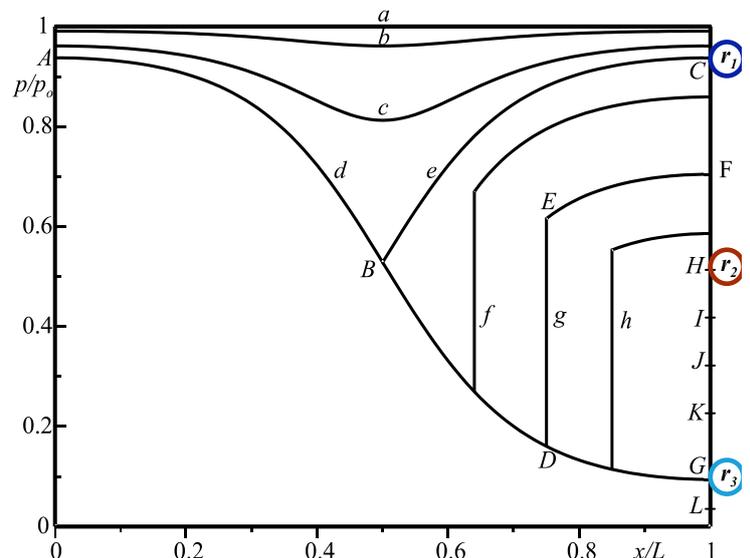
# Funzionamento di un ugello convergente divergente

I **tre rapporti caratteristici di pressione** sono funzione di  $\gamma$  e del rapporto tra l'area di uscita dell'ugello e quella di gola ( $A_u/A_g$ ).

Essi sono relativi a funzionamenti dell'ugello per il **moto è sonico in gola**. Essi sono relativi rispettivamente:

- $r_1$  a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **subsoniche**
- $r_2$  al funzionamento in con **un'onda d'urto normale** nella sezione di uscita dell'ugello;
- $r_3$  a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **supersoniche**.

I tre punti C, H e G si chiamano **punti caratteristici** e, nel seguito, talvolta si farà un **abuso di simbologia** utilizzando i simboli  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  (al posto di C, H e G) anche per i **punti caratteristici**.

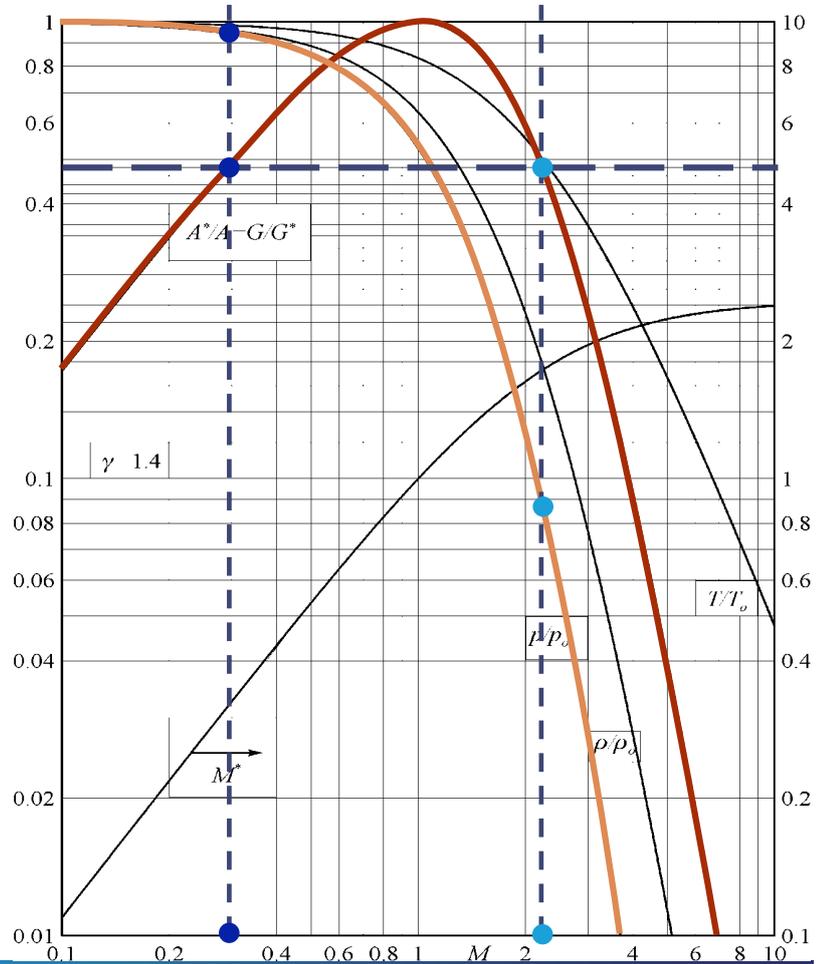


## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Supponendo che la sezione di **gola** sia **critica** si ha  $A_g = A^*$  e i due rapporti  $r_1$  e  $r_3$  si **leggono** sull'asse delle **ordinate** della figura (o nelle **tabelle**) entrando con  $A^*/A_u = A_g/A_u$ .

$r_1$  risulta sempre **maggiore** di  $p^*/p_0$  e  $r_3$  **minore**.

A questo valore del rapporto delle aree corrisponderà a due valori del numero di Mach, uno in regime **subsonico** ed uno in regime **supersonico**.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

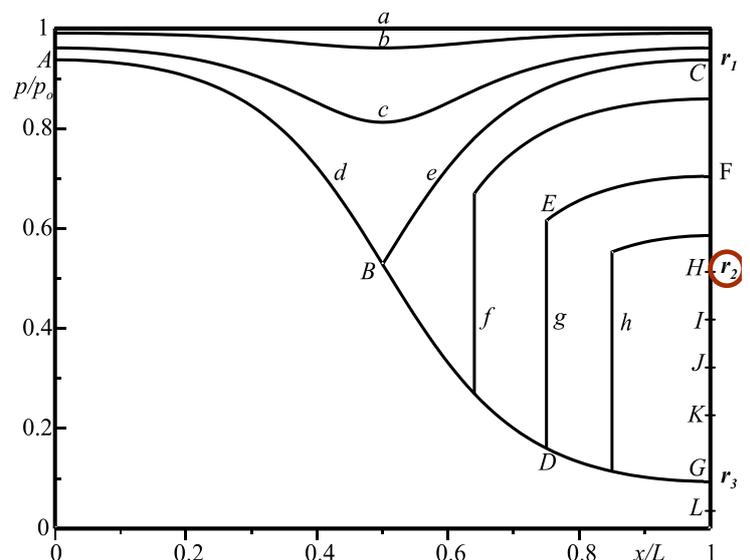
Per calcolare il valore di  $r_2$ , occorre entrare nel grafico (o nelle **tabelle**) delle **onde d'urto** con il valore di  $M_G = M_{r_3}$  (nel caso specifico circa 2.2) e leggere il rapporto  $p_2/p_1 = p_{r_2}/p_{r_3}$ :  $r_2 = \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}} r_3$ .

Non deve meravigliare che  $r_2$  sia **minore** di  $p^*/p_0 = 0.5283$  anche se a valle dell'onda d'urto il moto è **subsonico** ( $M_{r_2} < 1$ ).

Infatti, il diagramma di pressioni è **normalizzato** con la **pressione di ristagno** nel **serbatoio**  $p_0$  quindi:

$$r_2 = \frac{p_{r_2}}{p_0} = \frac{p_{r_2}}{p_{or_2}} \frac{p_{or_2}}{p_{or_3}}$$

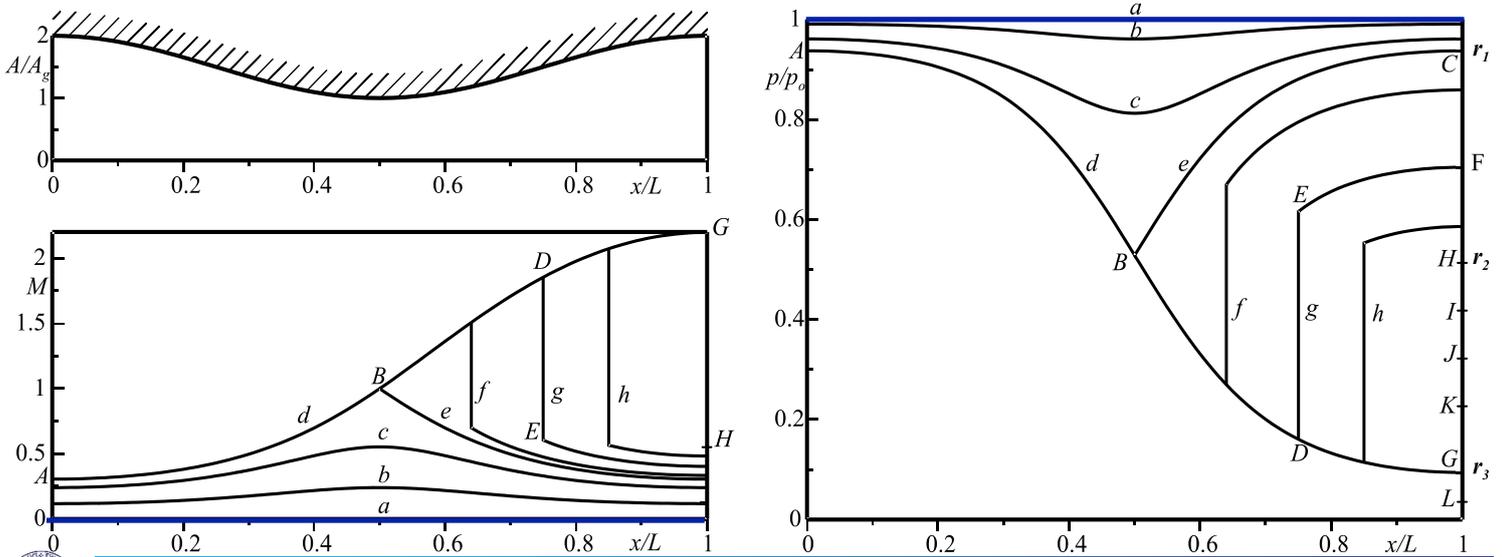
dove  $p_{or_3} = p_0$ . Dato che la **caduta** di pressione di **ristagno**  $p_{or_2}/p_{or_3}$  può essere **molto piccola**, anche se  $\frac{p_{r_2}}{p_{or_2}} > \frac{p^*}{p_0}$ , si può avere  $p_{r_2} < p^*$ .



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Come nel caso dell'ugello semplicemente convergente si supponrà che la **pressione** nel serbatoio (uguale a quella di ristagno) sia **fissata** a 1 bar e che la pressione **ambiente** possa **variare** da 1 bar fino a 0.

La **curva a** ( $p = p_u = p_a = p_o = 1 \text{ bar}$ ) è relativa al caso per il quale la **pressione è costante** lungo l'ugello e, quindi, **velocità** e numero di **Mach** sono ovunque **nulli**. Chiaramente anche la **portata** è nulla.

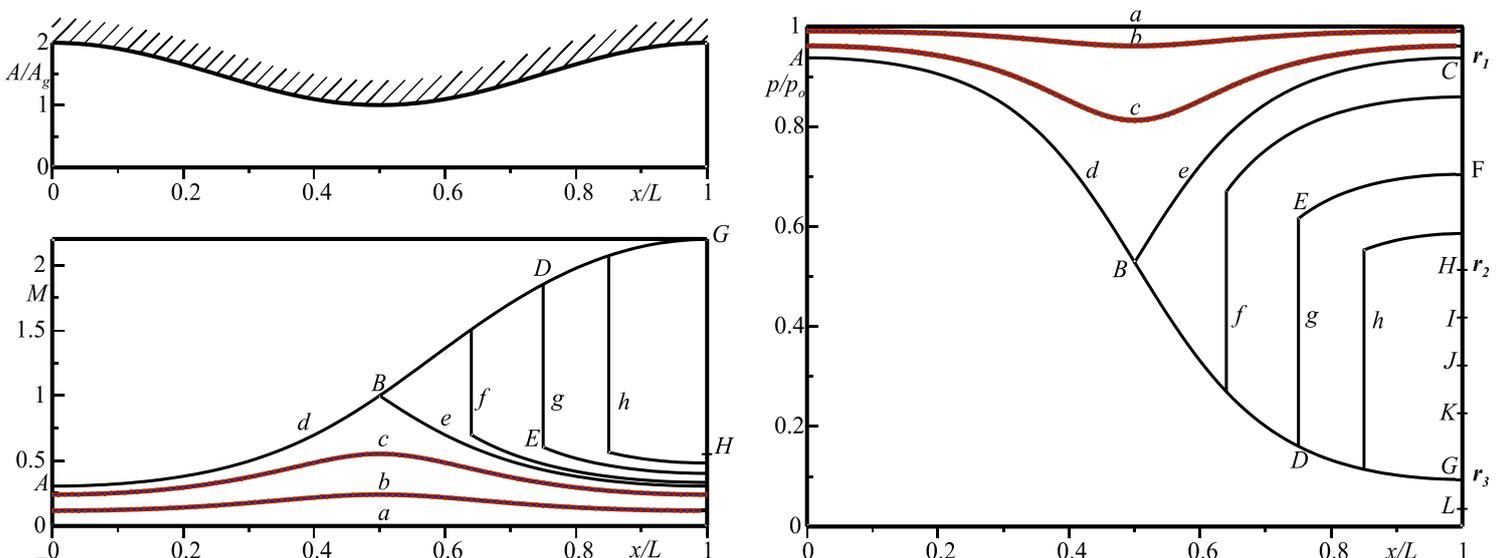


# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Al **diminuire** di  $p_a$  l'ugello funziona secondo curve del tipo **b** e **c** la condizione di Kutta deve essere rispettata.

Il moto è **subsonico** lungo tutto l'ugello con un valore **minimo** della pressione (valore **massimo** del numero di **Mach**) nella sezione di **gola**.

Questo è il **regime** alla **Venturi**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

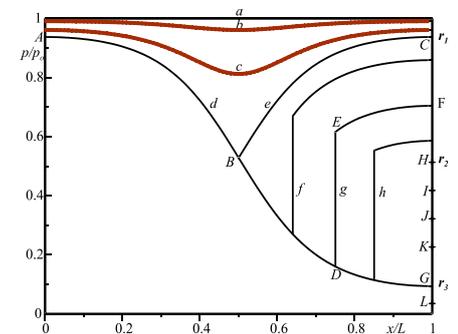
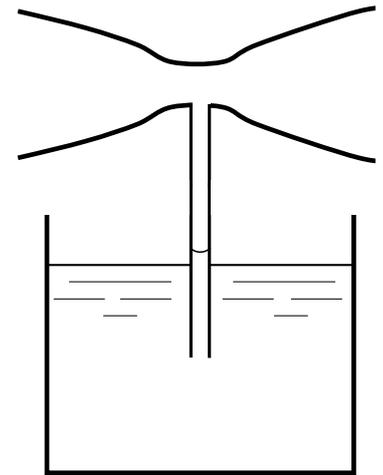
Il **regime alla Venturi** è utilizzato nei carburatori dei motori alternativi. In questo caso, la pressione di ristagno del comburente (aria aspirata dall'ambiente) è la **pressione atmosferica**.

La **depressione** che si crea nella **gola** del Venturi, per l'accelerazione del fluido, serve ad **aspirare** il combustibile (benzina).

Un funzionamento **analogo** si ha anche negli **aerografi** e negli **spruzzaprofumi**.

Un ugello alla Venturi può essere utilizzato anche come **misuratore di portata**.

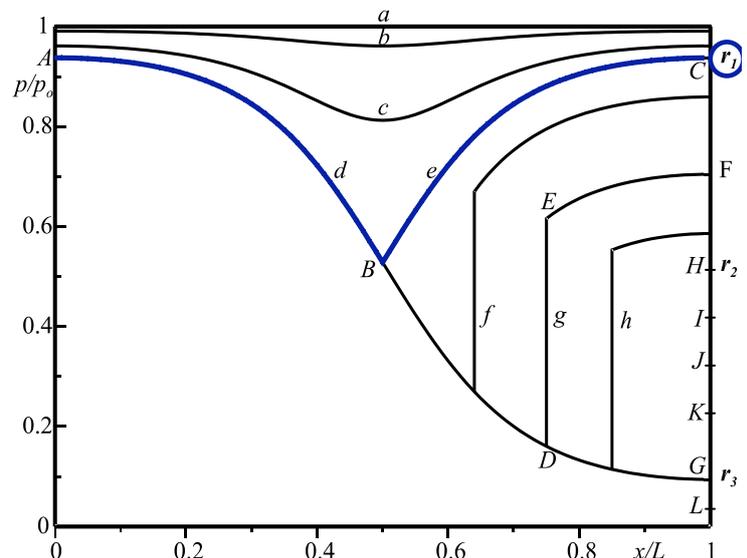
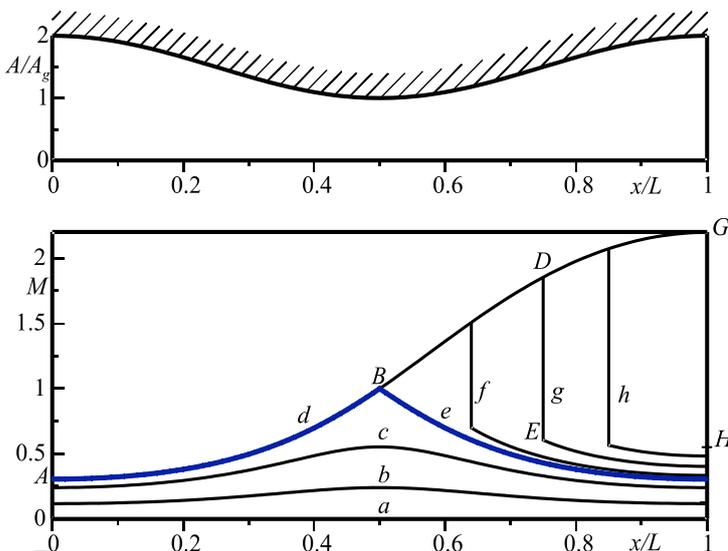
Se non si sfrutta il **minimo di pressione** in gola, **non conviene** utilizzare un ugello alla **Venturi** perché il **gradiente di pressione avverso** nel **divergente** può causare fenomeni di separazione ed un aumento delle **perdite di carico**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a = r_1$ , il fluido raggiunge per la prima volta condizioni **critiche** nella sezione di **gola**, seguendo la curva **d-e**.

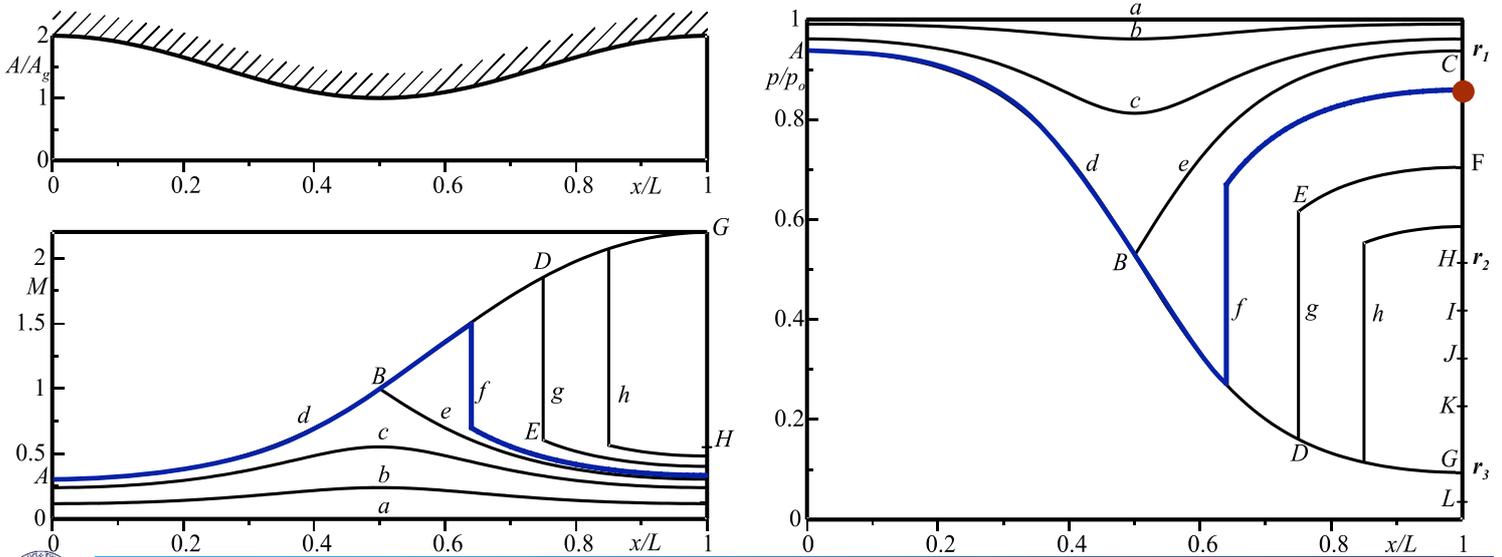
In queste condizioni l'ugello **strozza**. Ulteriori **diminuzioni** della **pressione ambiente** non cambiano lo stato della corrente nella parte **convergente** dell'ugello (curva **d**). Le condizioni in **gola** sono **critiche** e, per pressione di ristagno costante, **non cambia** la **portata**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Diminuendo  $\pi_a$  a partire da  $r_1$ , la depressione all'uscita provoca la formazione di **onde di espansione** che, viaggiando a velocità sonica, risalgono la corrente subsonica ed accelerano il fluido verso valle.

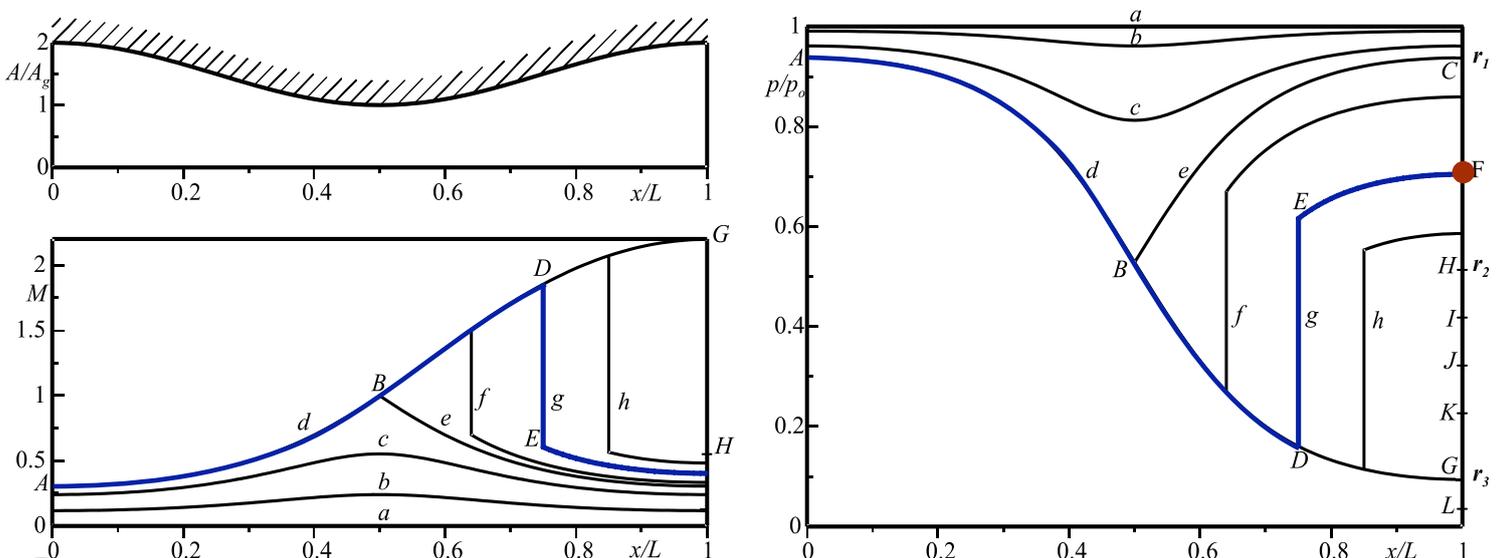
Inizialmente le onde raggiungono **la gola** portando il fluido ad evolvere in regime **supersonico** in prossimità di essa; si formerà quindi una onda d'urto che raccorda la curva supersonica a quella subsonica.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Ad esempio per  $p_a = p_F$ , la corrente nel convergente segue la curva  $d$ , sino a raggiungere le condizioni soniche in gola, poi imbocca il divergente in regime **supersonico** (tratto  $BD$ ) fino al **punto D** dove un'onda d'urto **normale** porta il fluido in regime subsonico nel **punto E**.

A valle si ha una **compressione isentropica** del fluido sino alle condizioni di uscita definite dal **punto F**.

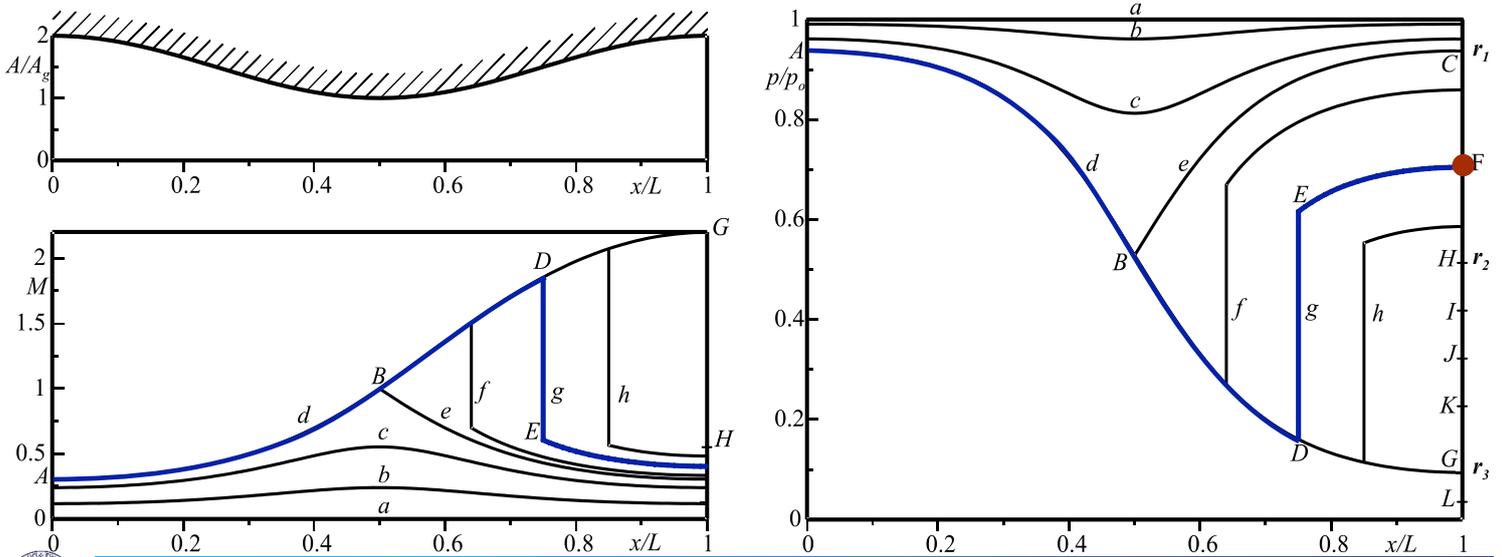


# Funzionamento di un ugello convergente divergente

L'onda d'urto provoca una **diminuzione** della **pressione di ristagno** e, dalla costanza della portata, un **aumento dell'area critica**:

$$\dot{m} = \frac{p_{oD}(=p_o) A_D^*(=A_g)\Psi^*}{a_o} = \frac{p_{oE} A_E^* \Psi^*}{a_o} \rightarrow \frac{A_D^*(=A_g)}{A_E^*} = \frac{p_{oE}}{p_{oD}(=p_o)}$$

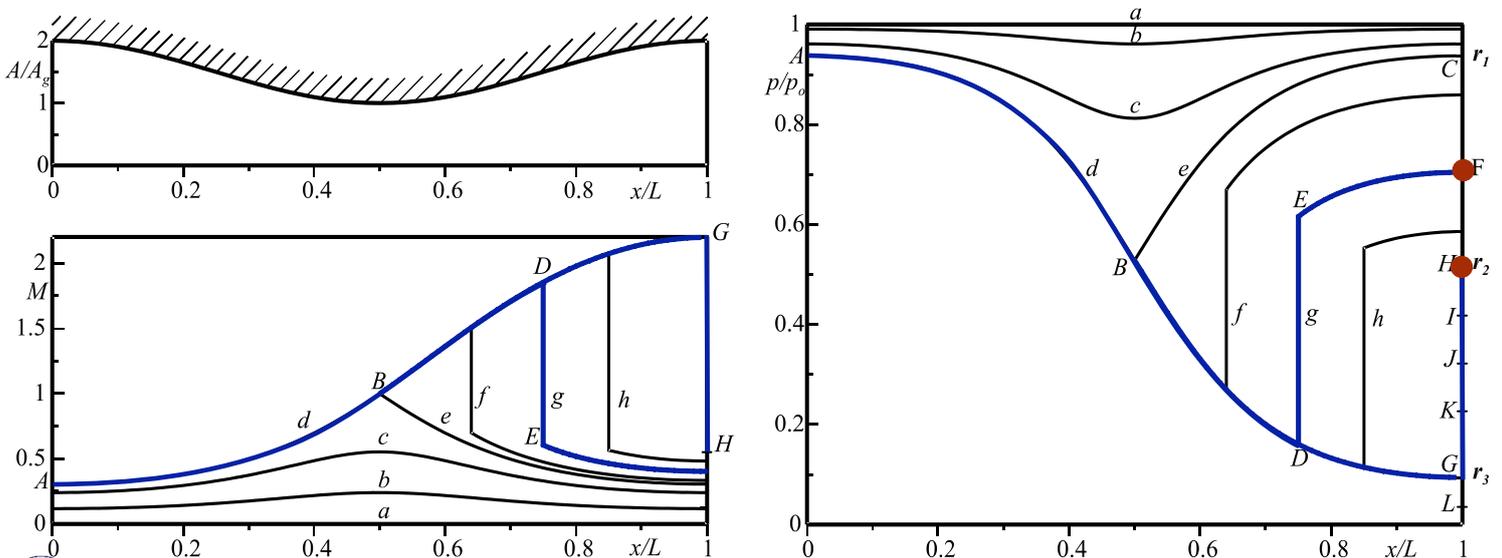
Per determinare le grandezze termofluidodinamiche nella sezione  $F$  si deve entrare nelle tabelle con  $A_u/A_E^*$ .



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_2 < \pi_a < r_1$  il **moto** all'**uscita** dell'ugello è **subsonico** e deve essere soddisfatta la condizione di Kutta. Una **diminuzione** (risp. **aumento**) di  $p_a$  fa spostare l'onda in **avanti** (**indietro**).

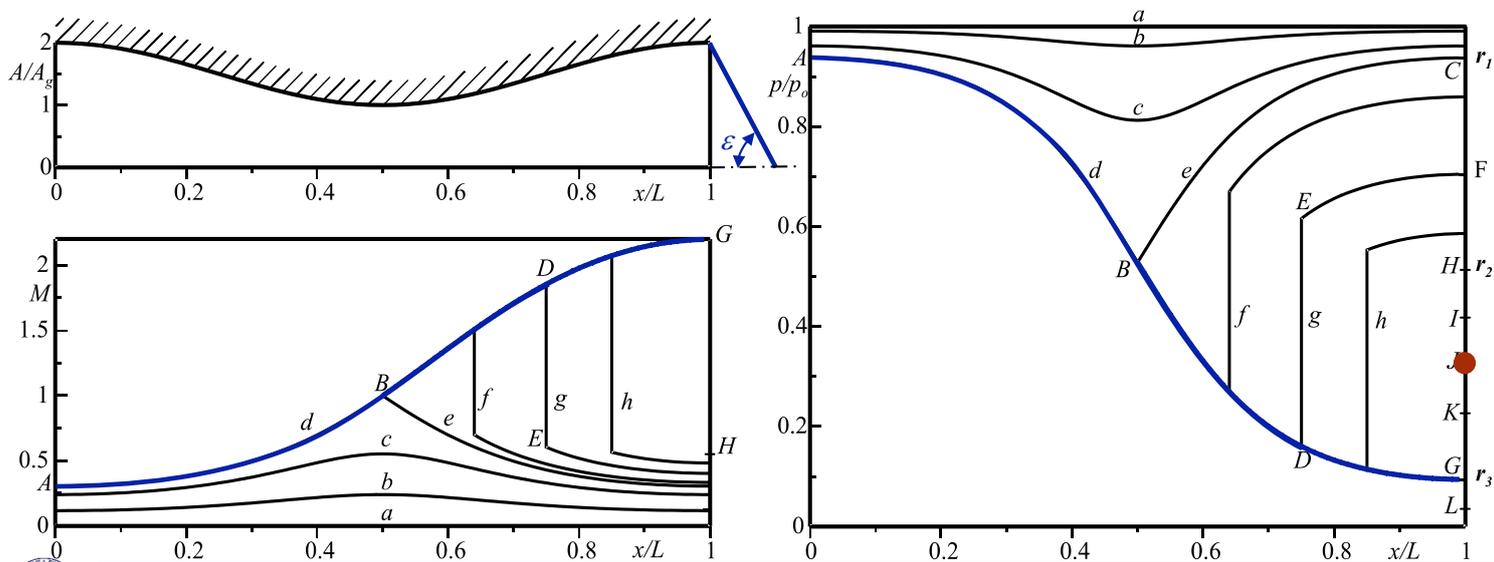
Quando  $\pi_a = r_2$  l'onda si porta nella sezione d'uscita dell'ugello.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_3 < \pi_a < r_2$  l'onda d'urto normale darebbe una compressione troppo **forte** ed è sostituita da una onda **d'urto obliqua esterna** all'ugello.

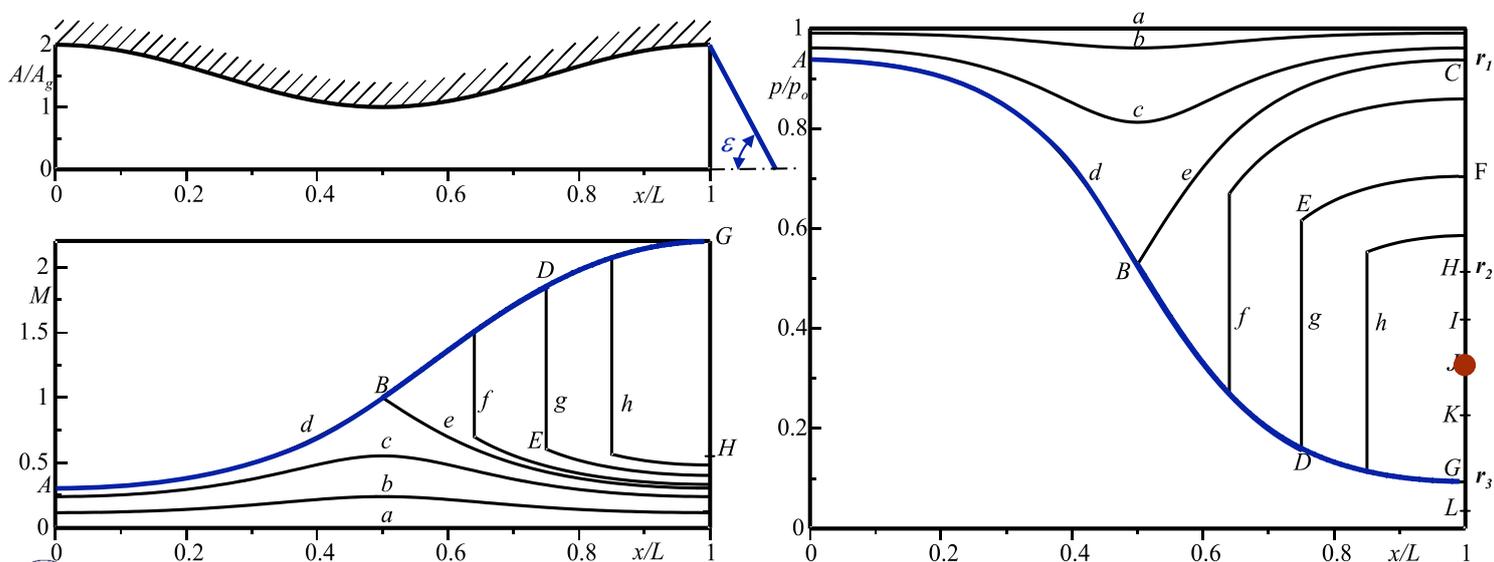
Ad una **diminuzione** (risp. **aumento**) di  $p_a$  corrisponde una diminuzione (**aumento**) dell'angolo d'urto  $\epsilon$  e ad un onda **meno** (**più**) forte.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_3 < \pi_a < r_2$  l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto  $r_3$  e successivamente all'**esterno** dell'ugello un'onda d'urto obliqua, **comprime** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

**Non** è rispettata la **condizione** di **Kutta** e l'ugello si dice **sovraespanso**.

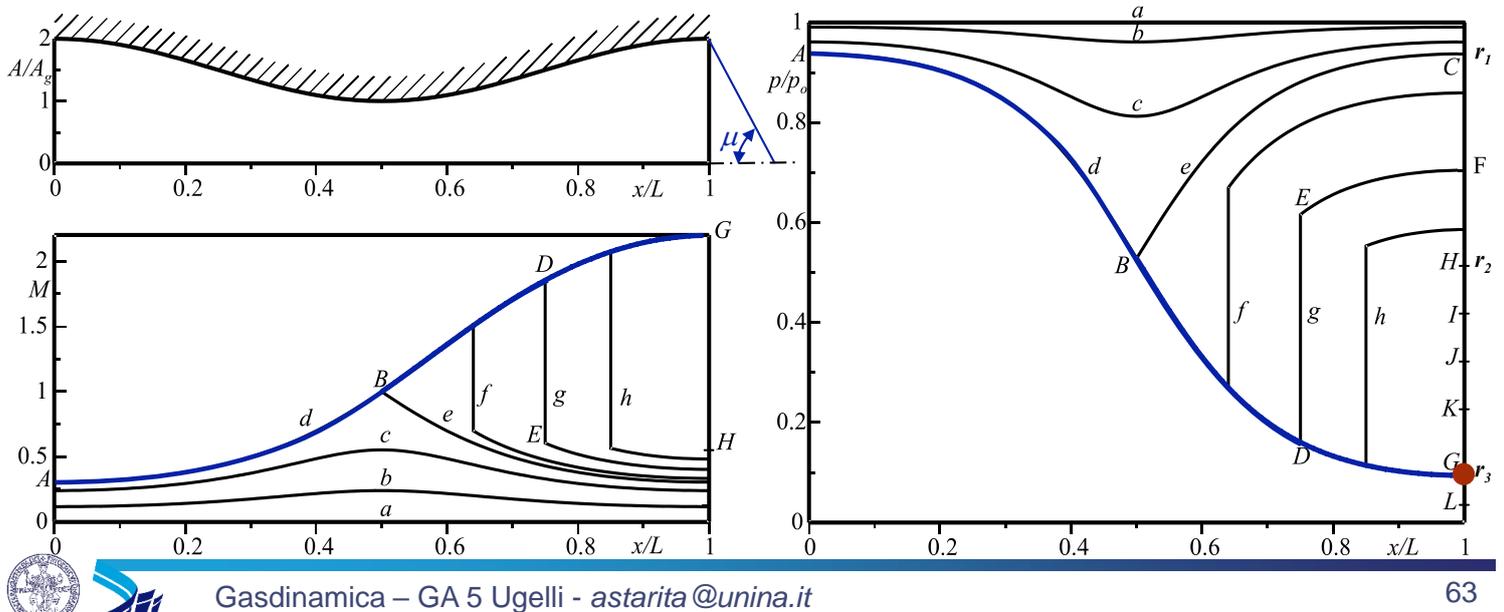


## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a = r_3$  l'onda obliqua diventa un'onda di **Mach** e  $\epsilon = \mu = \arcsin 1/M_{r_3}$ .

In questo punto particolare è di nuovo rispettata la **condizione di Kutta** ed il funzionamento dell'ugello si dice **corretto**.

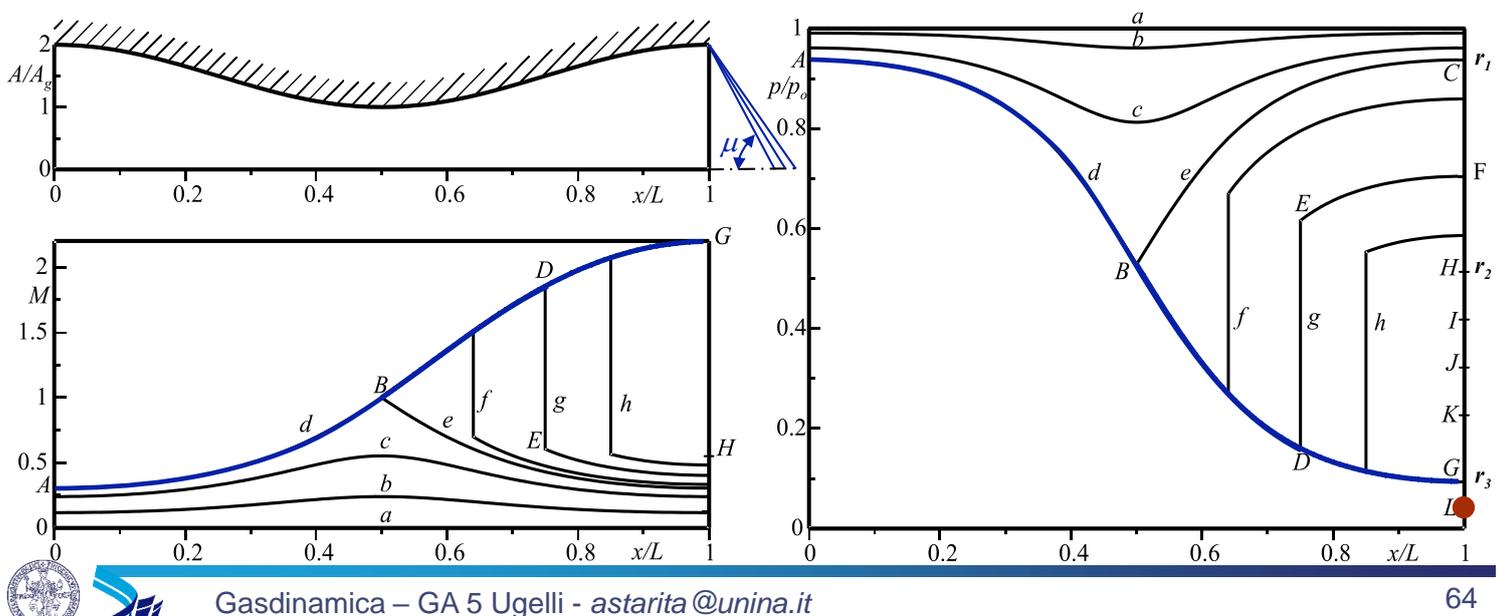
Il funzionamento con espansione **corretta** dell'ugello è quello che produce la **massima spinta propulsiva**.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a < r_3$  l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto  $r_3$  e successivamente all'**esterno** dell'ugello un **ventaglio d'espansione** fa **espandere** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

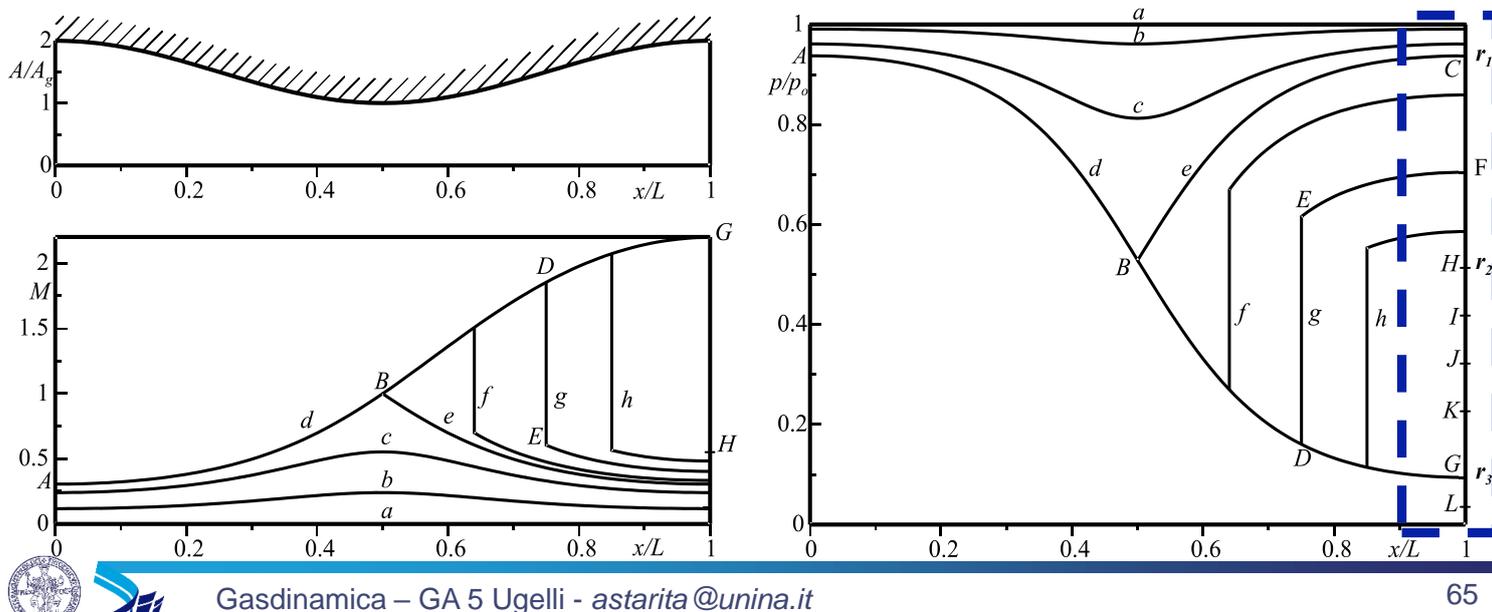
**Non** è rispettata la **condizione di Kutta** e l'ugello si dice **sottoespanso**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

In **conclusione** si ha per:

- $\pi_a < r_1$  l'ugello è sempre **strozzato** in gola.
- $\pi_a < r_2$  la curva di funzionamento si **blocca**; la distribuzione del numero di Mach e pressione **non** sono **funzione** di  $p_a$ . L'**adattamento** della corrente alla pressione ambiente avviene all'**esterno** dell'ugello. Normalmente **non** è verificata la **condizione** di **Kutta**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

- $r_1 \leq \pi_a < 1$  - **regime** alla **Venturi**; la corrente è ovunque **subsonica** nell'ugello con un **minimo** della **pressione** (massimo della velocità e del numero di Mach) nella sezione di **gola**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_2 < \pi_a < r_1$  - **regime** con **onda d'urto** nel **divergente**; la corrente raggiunge  $M = 1$  nella sezione di **gola**; in un tratto del **divergente** il flusso è **supersonico** ma a valle dell'**onda d'urto** diventa **subsonico**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_3 < \pi_a < r_2$  - **ugello sovraespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **minore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un'**onda d'urto obliqua**; **non è valida la condizione di Kutta**.
- $\pi_a = r_3$  - **funzionamento corretto** il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **uguale a** quella **ambiente**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $\pi_a < r_3$  - **ugello sottoespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **maggiore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un **ventaglio d'espansione**; **non è valida la condizione di Kutta**.

# Funzionamento di un ugello convergente divergente

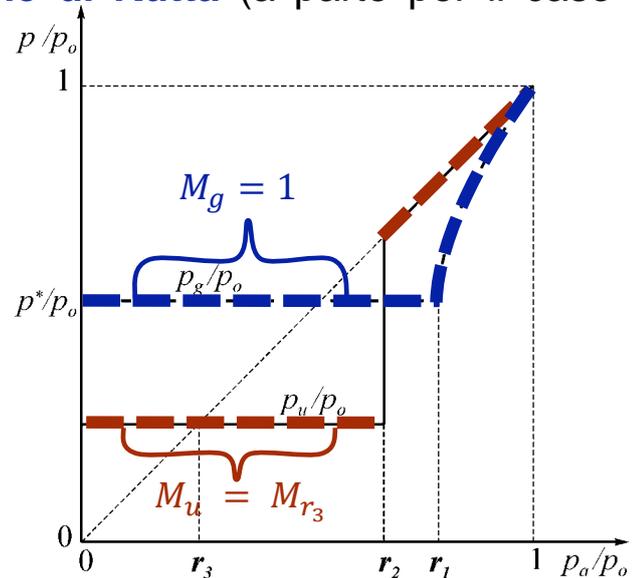
Il diagramma mostra l'andamento della pressione nella **sezione** di gola  $p_g$  e d'**uscita**  $p_u$  dell'ugello in funzione del rapporto  $p_a/p_o$ .

Per la pressione all'uscita dell'ugello si ha:

- per  $\pi_a \geq r_2$  è rispettata la **condizione di Kutta** ( $p_a = p_u$ ) e  $p_u$  è una funzione lineare di  $p_a$ ;
- per  $\pi_a < r_2$  non è rispettata la **condizione di Kutta** (a parte per il caso particolare  $\pi_a = r_3$ ) e  $p_u/p_o = r_3$ ;

Per la pressione nella **gola** dell'ugello si ha:

- per  $\pi_a > r_1$  la **gola non è critica** e  $p_g$  è una funzione **decrescente** di  $p_a$ ;
- per  $\pi_a \leq r_1$  la **gola è critica** e  $p_g/p_o = \pi^*$ ;



## Portata in un ugello collegato ad un serbatoio

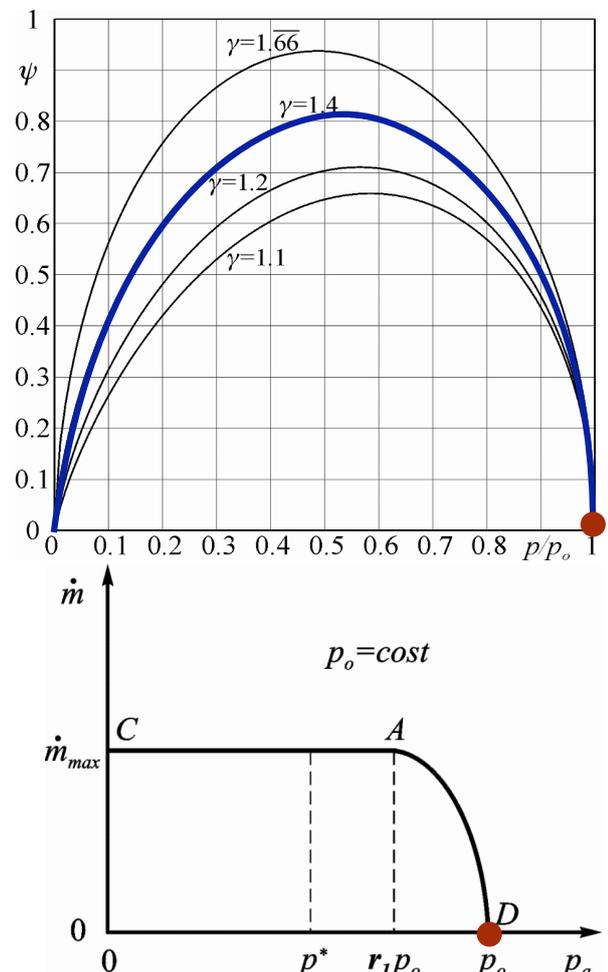
Per calcolare la **portata** uscente dal sistema **serbatoio-ugello convergente-divergente**, si può utilizzare la :

$$\dot{m} = \frac{p_o A_g \Psi_g}{a_o}$$

Dove  $p_o$  e  $a_o$  sono quelle nel **serbatoio** ed  $A_g$  e  $\Psi_g$  sono, invece, valutate nella **sezione di gola** dell'ugello.

Inizialmente si supponga che la **pressione e la temperatura di ristagno** siano **costanti** e quindi la **portata** sia **direttamente proporzionale** al **fattore d'efflusso**.

Se  $p_a = p_o$  il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

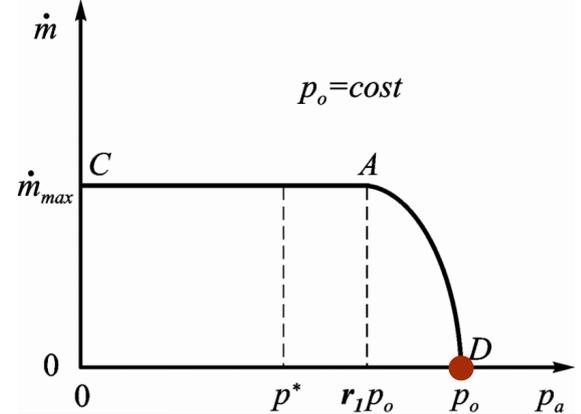
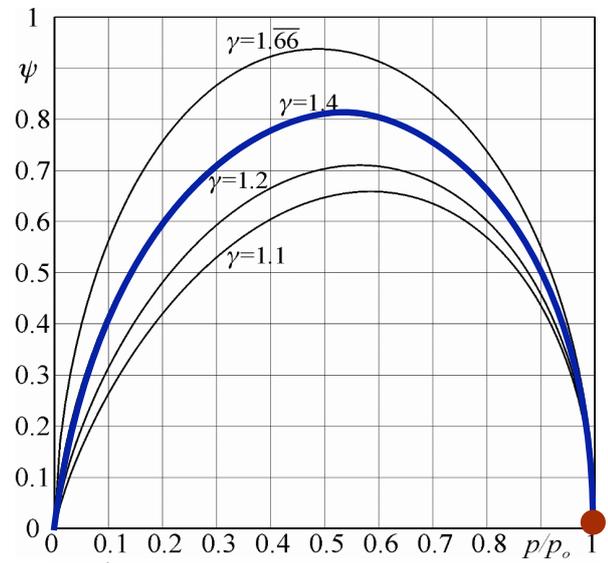
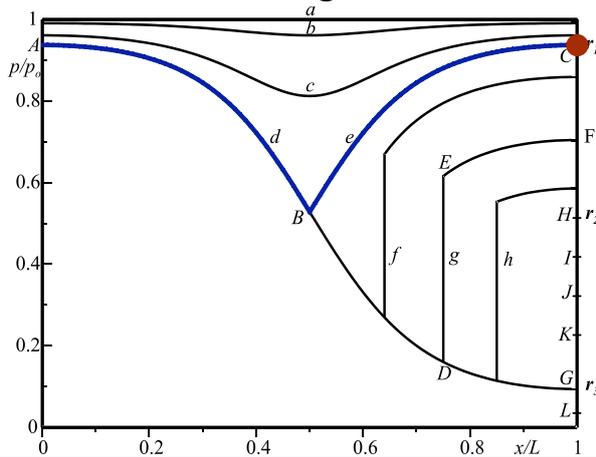


## Portata in un ugello collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_g \Psi_g}{a_o}$$

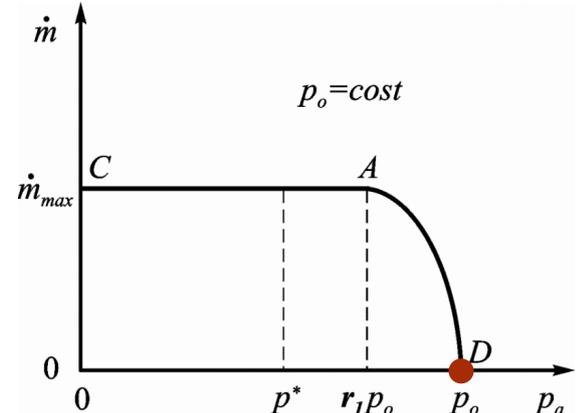
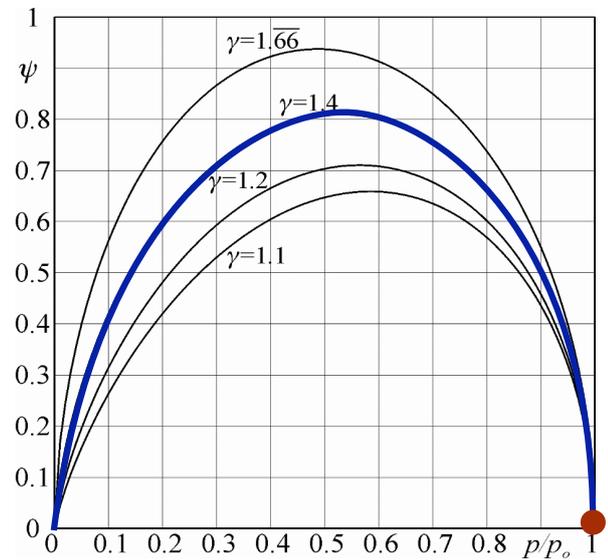
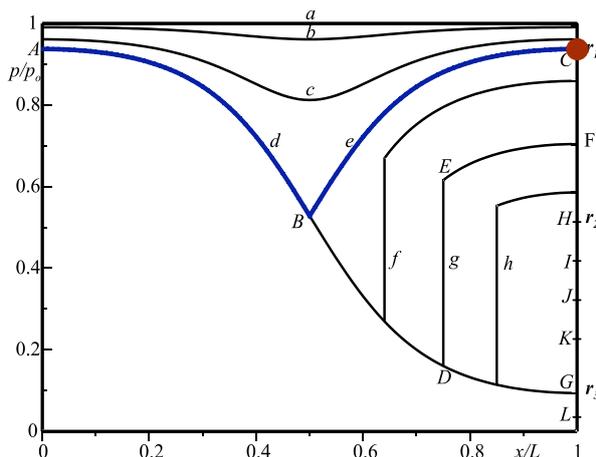
Diminuendo  $p_a$  (con  $\pi_a > r_1$ ) la pressione in gola decresce e  $\Psi_g$  e la **portata aumentano**.

Quando  $\pi_a = r_1$  l'ugello **strozza** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non mutano il flusso nell'ugello.



## Portata in un ugello collegato ad un serbatoio

Dato che  $p^*/p_o < r_1$  l'ugello **strozza** per pressioni ambiente **superiori** a quelle relative ad un ugello solo convergente.



## Portata in un ugello collegato ad un serbatoio

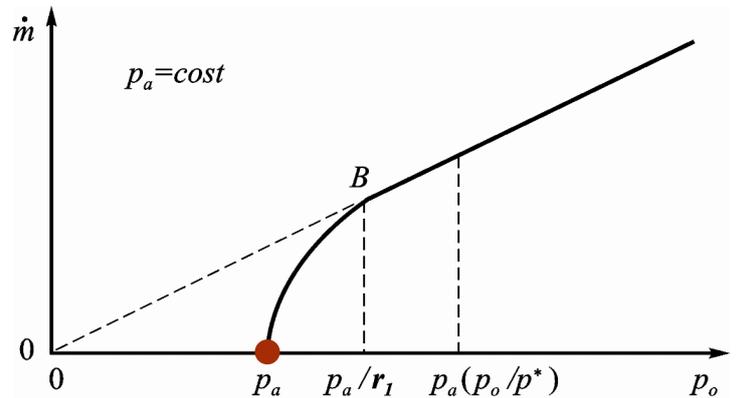
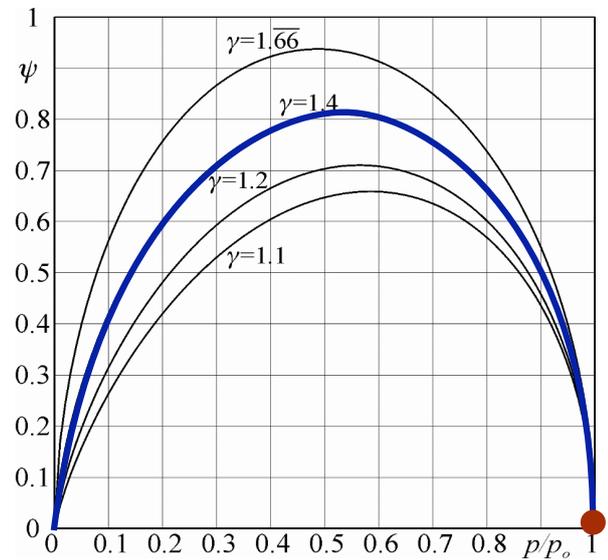
Si supponga ora che la **pressione ambiente** e la **temperatura di ristagno** siano **costanti** mentre la pressione di **ristagno** aumenti a partire da  $p_a$ .

Per  $p_o = p_a$  il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

Aumentando  $p_o$  (con  $\pi_a > r_1$ ) la pressione in gola decresce e  $\Psi_g$  e la **portata aumentano**.

Inoltre, la portata aumenta anche **linearmente** con la **pressione di ristagno**:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_g \Psi_g}{a_o}$$

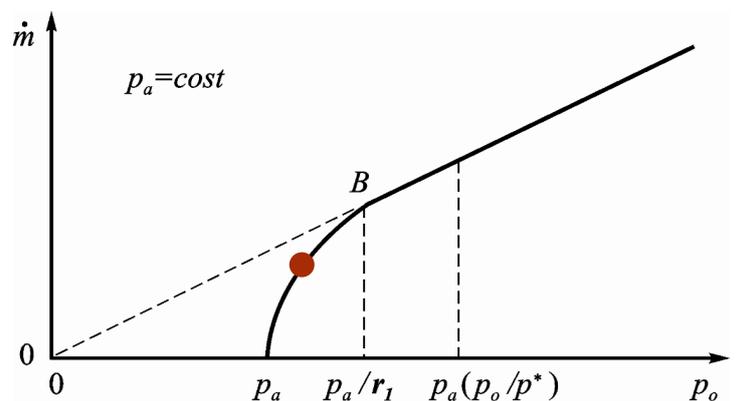
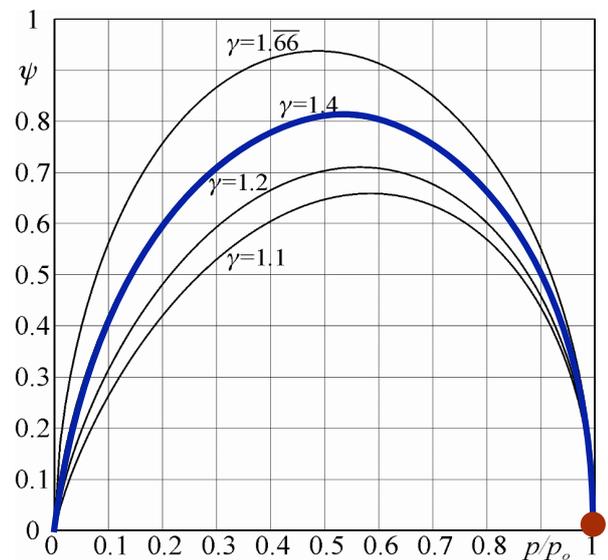
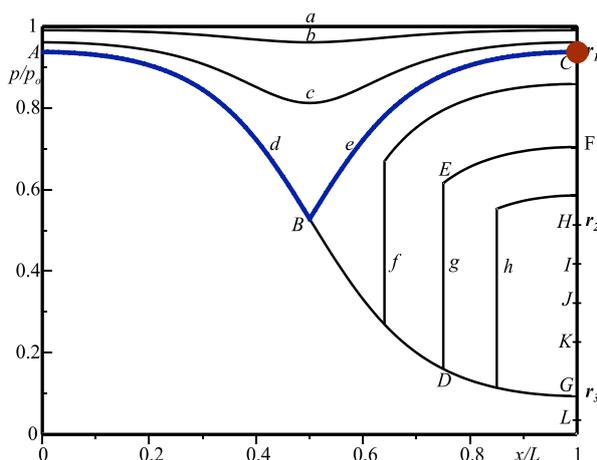


## Portata in un ugello collegato ad un serbatoio

Quando  $\pi_a = r_1$  l'ugello **strozza** e ulteriori aumenti della pressione di ristagno non mutano il **fattore d'efflusso** che rimane bloccato al valore  $\Psi_g = \Psi^*$ .

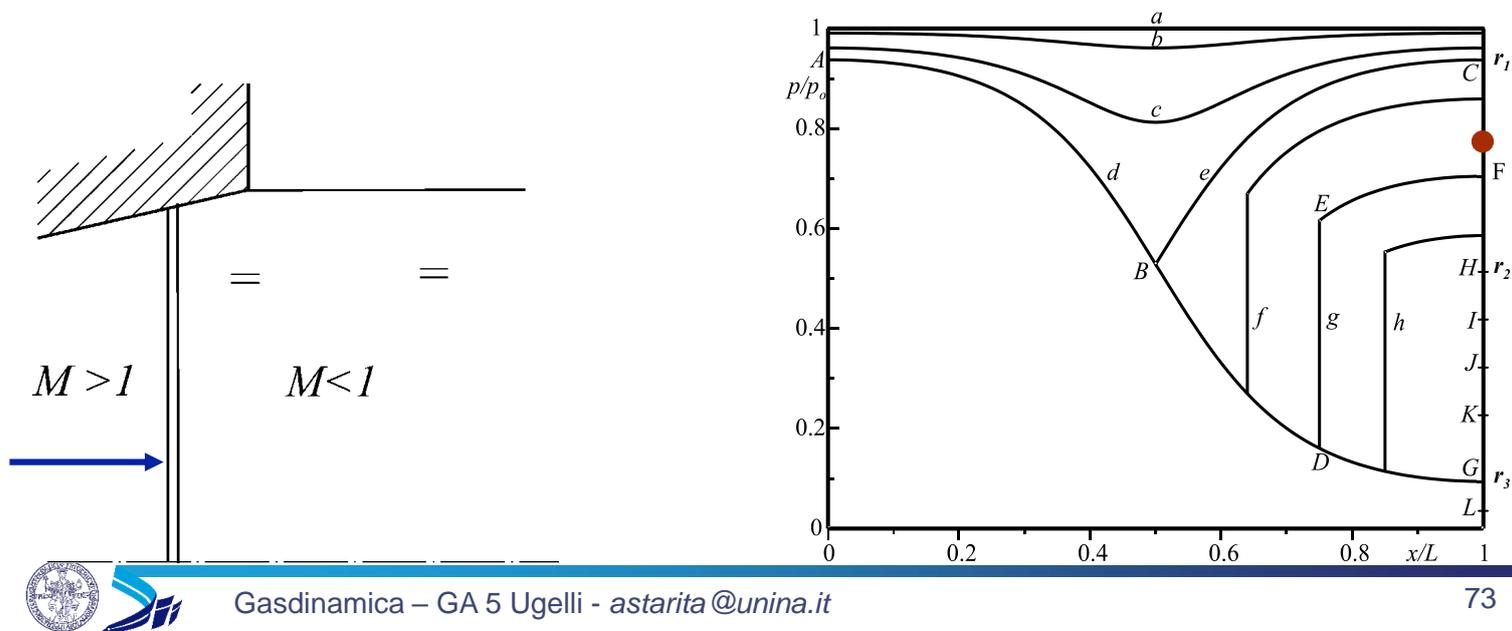
In queste condizioni si ha:

$$p_o = \frac{p_a}{r_1}$$



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

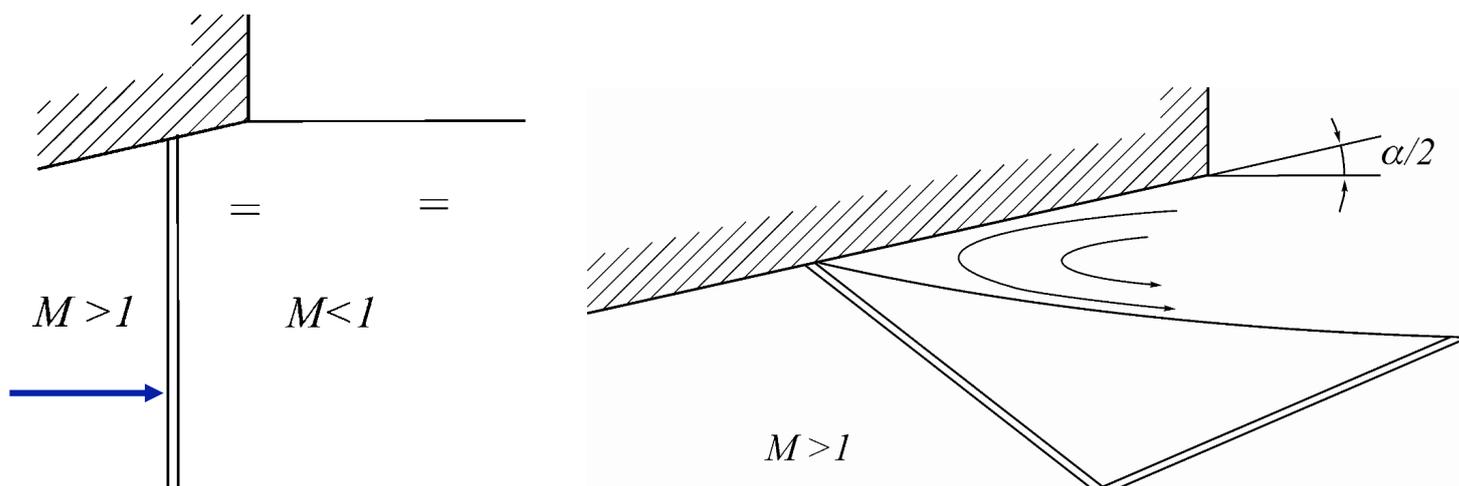
Per  $r_2 < \pi_a < r_1$ , si ha un'onda d'urto nel divergente e nella sezione di uscita dell'ugello è valida la **condizione di Kutta** quindi la pressione è uguale a quella ambiente.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

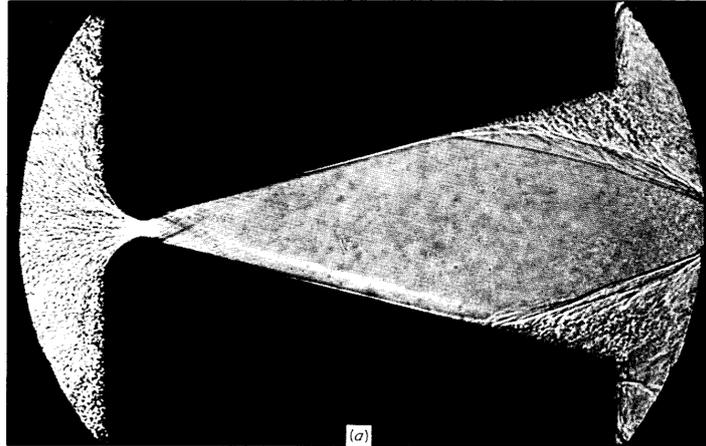
Per  $r_2 < \pi_a < r_1$ , si ha un'onda d'urto nel divergente e nella sezione di uscita dell'ugello è valida la **condizione di Kutta** quindi la pressione è uguale a quella ambiente.

A valle dell'onda il **gradiente di pressione** in direzione assiale è **sfavorevole** ( $dp/dx > 0$ ) e può indurre una separazione della corrente dalla parete con formazione di onde d'urto oblique all'interno del divergente e di una zona di ricircolo.

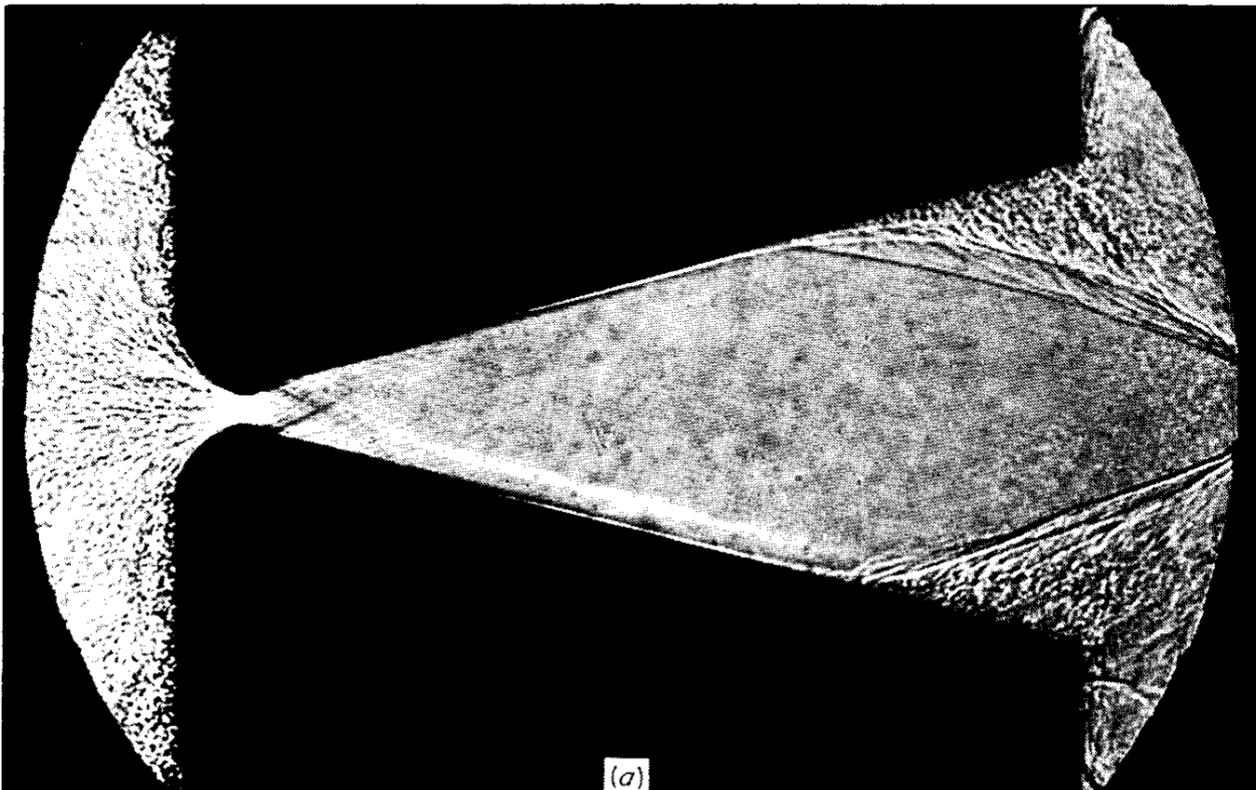


## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Tale **separazione** è tanto più **probabile** quanto **maggiore** è  $dp/dx$  e quindi **l'angolo di divergenza**. Pertanto, questa fenomenologia è tipica degli ugelli **propulsivi** nei quali motivi di peso e di ingombro richiedono divergenti relativamente corti e quindi ad elevato angolo di **divergenza**. Esistono vari **criteri** per determinare il **punto** di **separazione** uno di questi prevede che la pressione nella sezione a cui avviene la separazione è  $p_s = 0.4p_a$ , cioè per  $p > 0.4p_a$  la corrente rimane attaccata alla parete e solo quando la pressione raggiunge  $0.4p_a$  la corrente separa.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

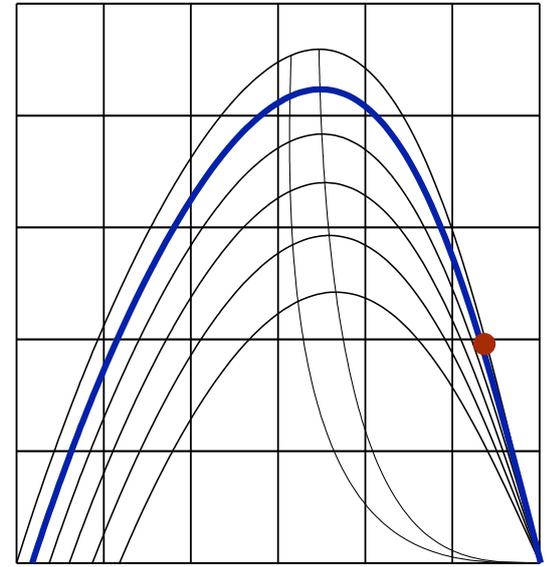
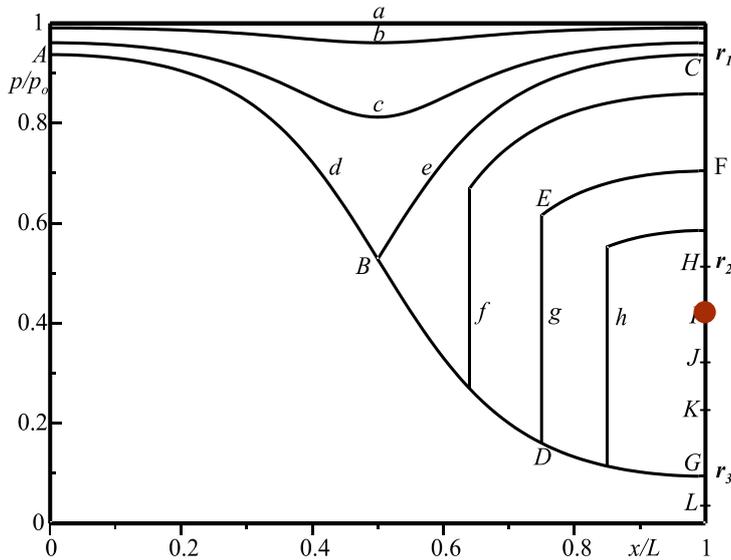


Shadograph del flusso separato in un ugello divergente.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a < r_2$  l'onda d'urto inizia a diventare **obliqua** ed inizialmente si ha una soluzione **forte**; il moto a valle è **subsonico** l'onda non si **riflette** sull'asse.

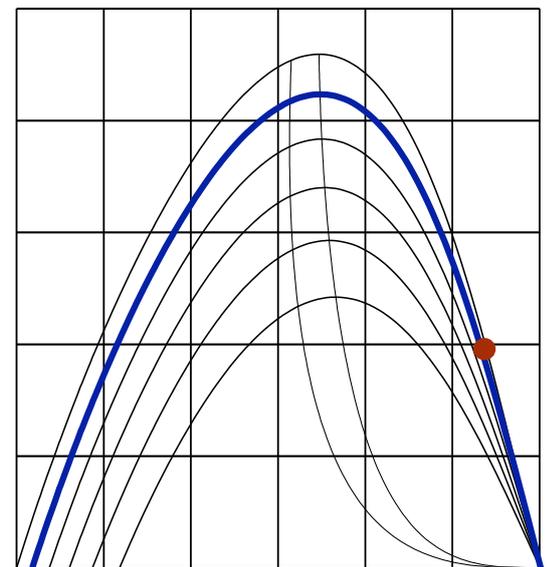
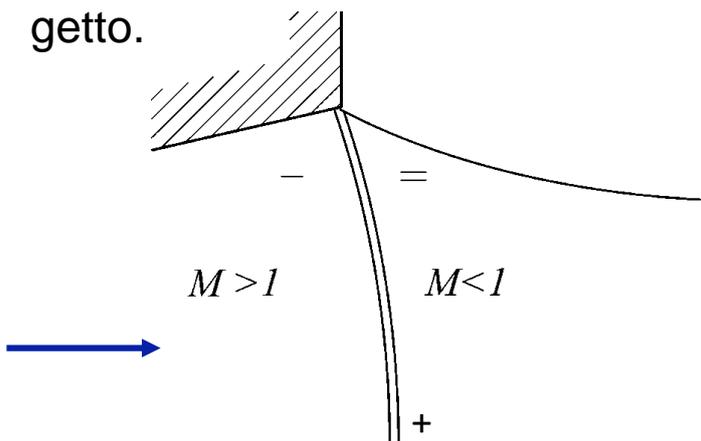


## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a < r_2$  l'onda d'urto inizia a diventare **obliqua** ed inizialmente si ha una soluzione **forte**; il moto a valle è **subsonico** l'onda non si **riflette** sull'asse.

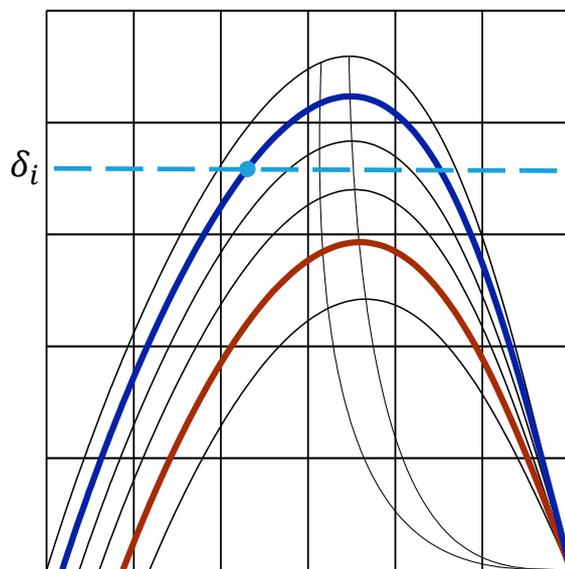
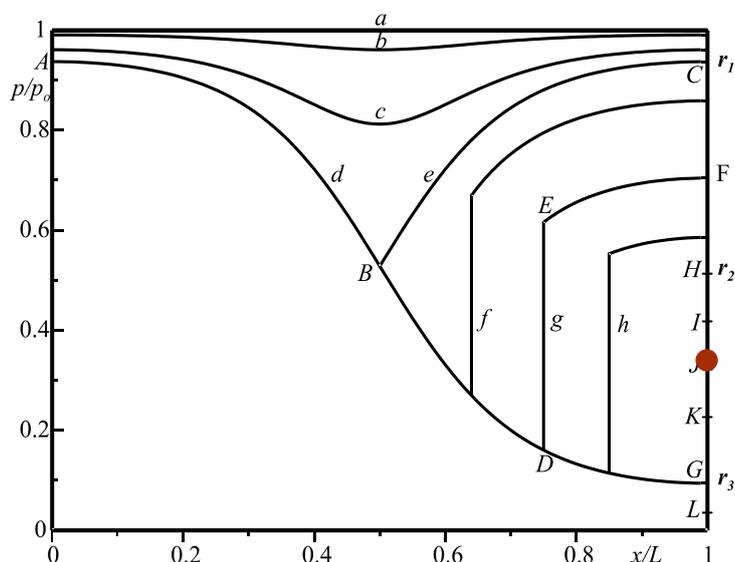
La **curvatura** delle linee di corrente dopo l'onda d'urto è causata dal **gradiente di pressione** esistente tra asse e periferia del getto, generato dalla inclinazione variabile dell'onda.

La pressione della corrente è **uguale** a quella ambiente solo alla periferia del getto.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

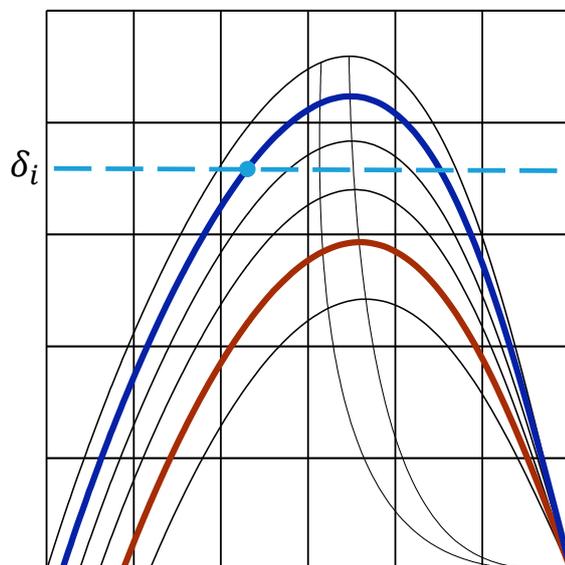
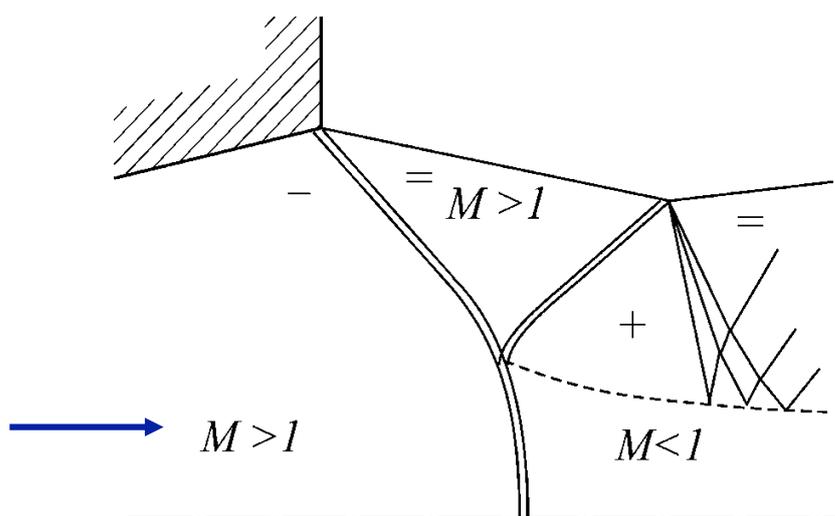
Al **diminuire** di  $\pi_a$  si **riduce la forza** dell'onda d'urto che diventa più inclinata e produce un moto supersonico a valle. Però l'**angolo di deviazione** imposto è grande e si ha una riflessione a **lambda**.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

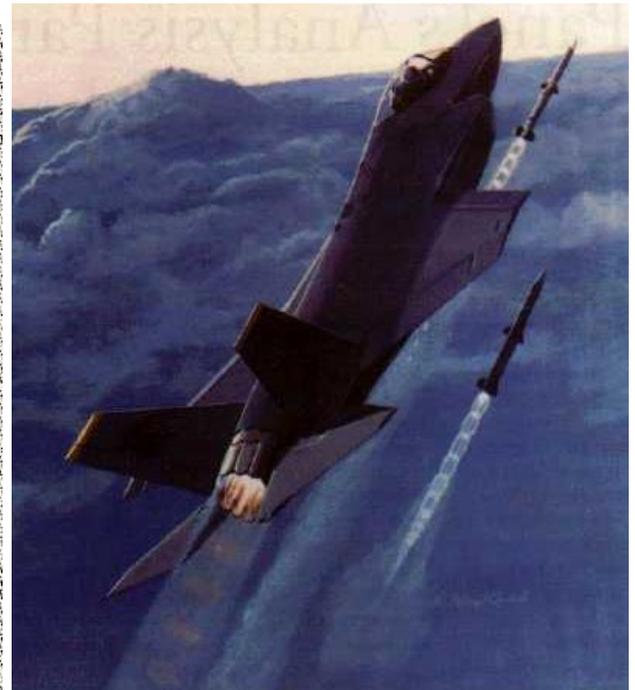
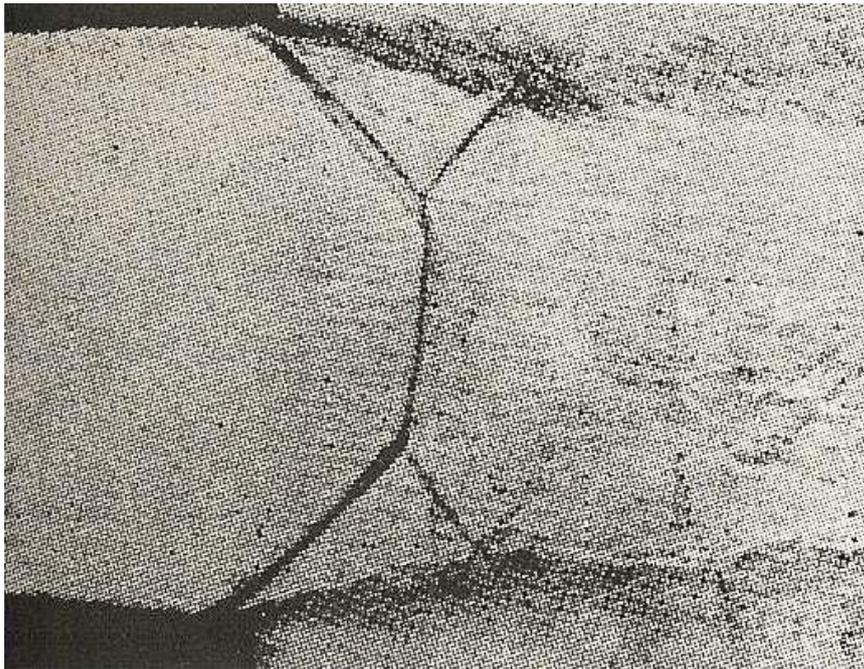
Al **diminuire** di  $\pi_a$  si **riduce la forza** dell'onda d'urto che diventa più inclinata e produce un moto supersonico a valle. Però l'**angolo di deviazione** imposto è grande e si ha una riflessione a **lambda**.

La **riflessione** dell'onda d'urto al confine del getto sulla superficie libera provoca la formazione di un **ventaglio d'espansione**. La linea tratteggiata è ancora una linea di slip.



# Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

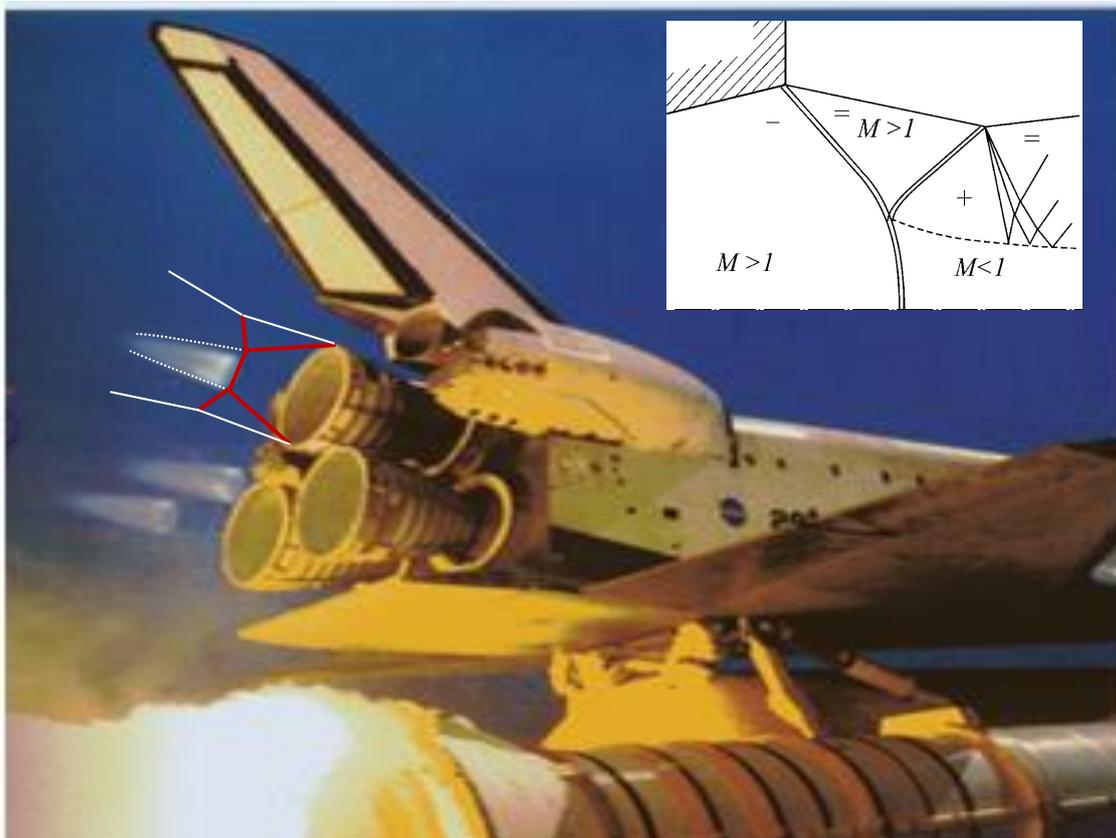
Trattandosi di un **ugello** completo, si avrà una **intersezione alla Mach** o a doppia **lambda**.



**Schlieren** dell'intersezione di onde d'urto a doppia lambda.



# Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

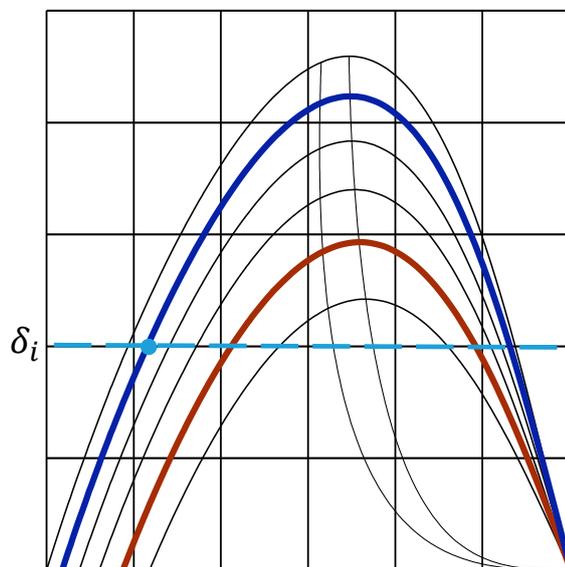
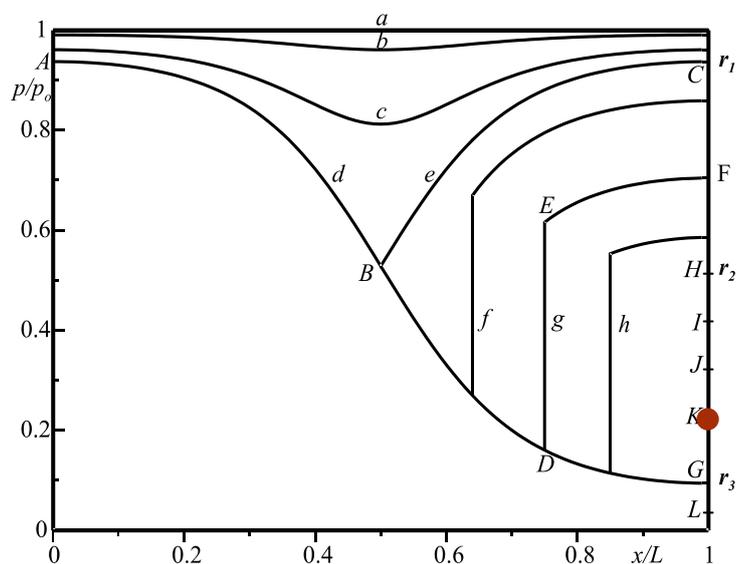


Space shuttle main engines.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

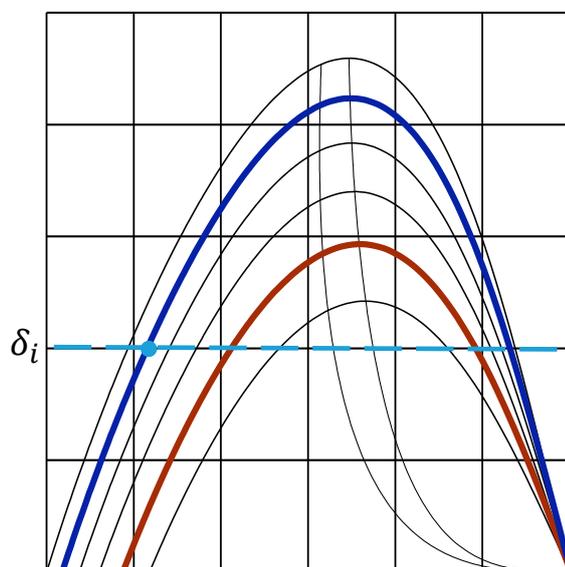
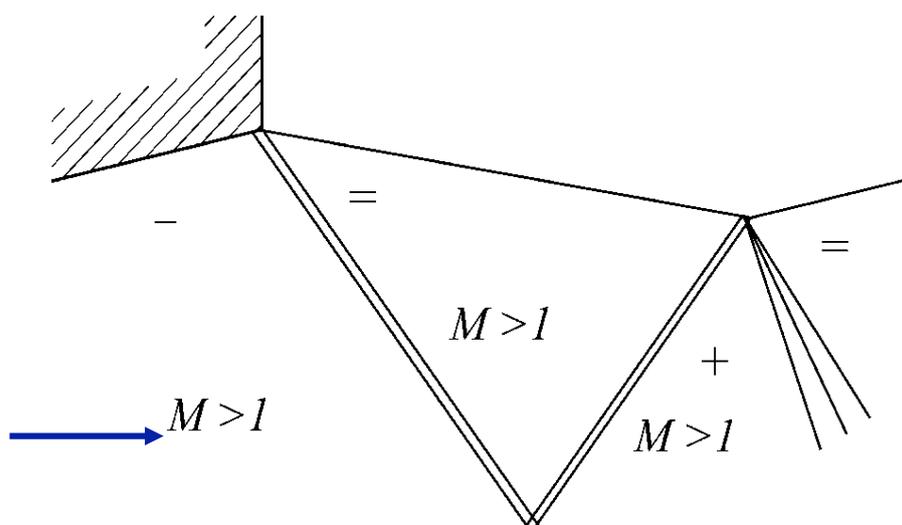
Per valori ancora inferiori di  $\pi_a$  la **forza** dell'onda d'urto diminuisce in modo significativo ed è possibile una **riflessione regolare**.



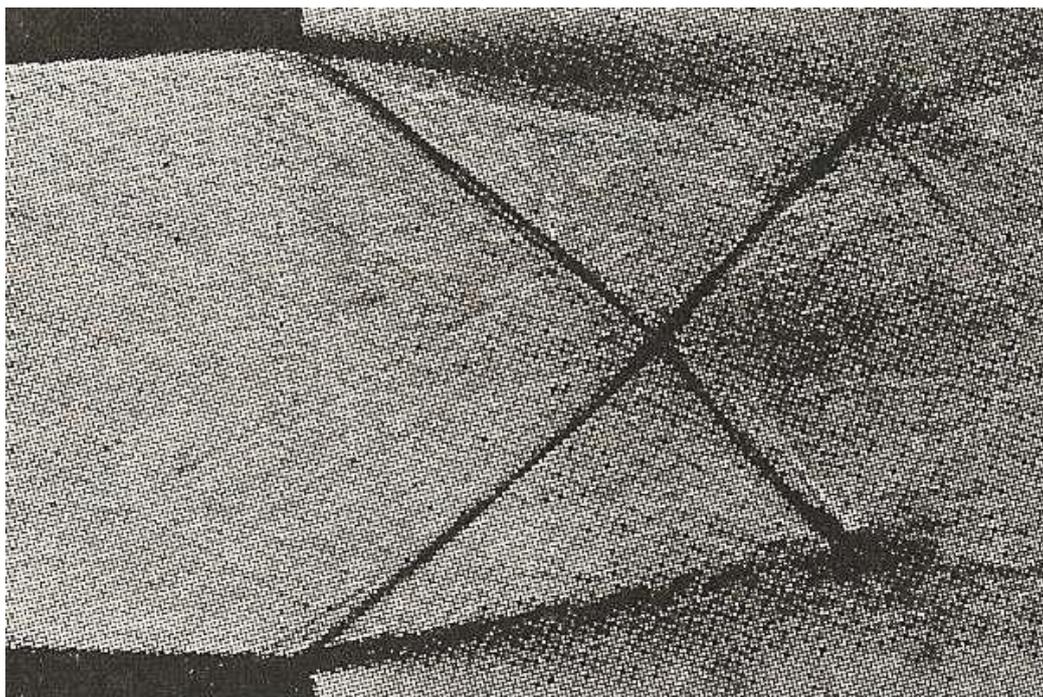
## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per valori ancora inferiori di  $\pi_a$  la **forza** dell'onda d'urto diminuisce in modo significativo ed è possibile una **riflessione regolare**.

Dopo l'onda d'urto riflessa, la **pressione** della corrente è **maggiore** di quella **ambiente** e a valle di questa zona, il getto evolve in modo simile a quanto visto per un ugello convergente **sottoespanso**.



# Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

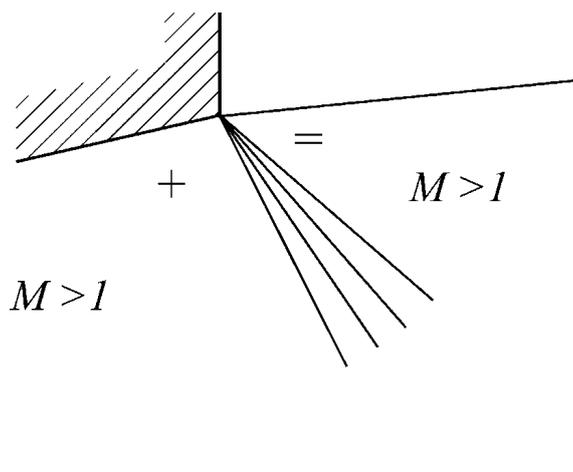
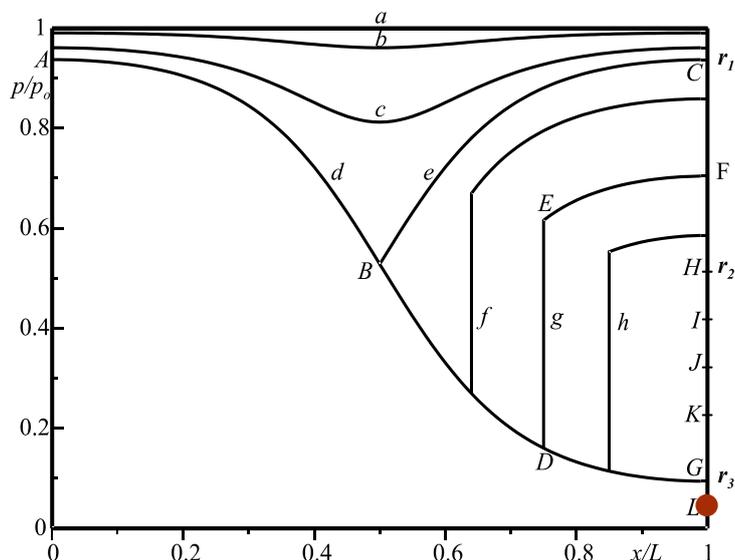


**Schlieren** dell'intersezione regolare di onde d'urto a valle di un ugello sovra-espanso.

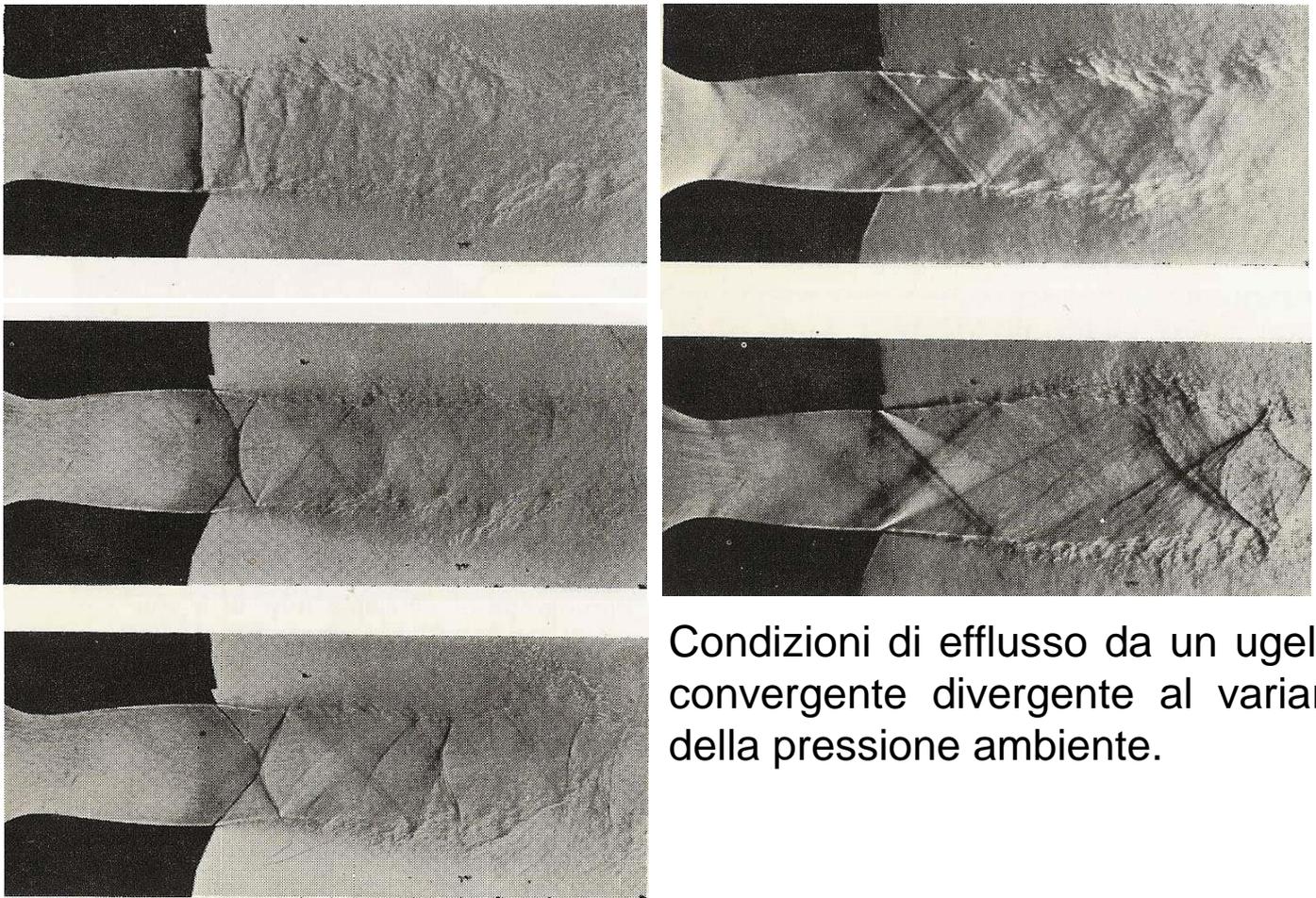


## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a < r_3$  l'ugello è **sottoespanso** si forma una ventaglio d'espansione ed il getto evolve in modo simile a quanto visto per un ugello convergente. Chiaramente la prima onda non sarà normale alla corrente.



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente



## Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

