Un ugello convergente divergente è collegato ad un condotto adiabatico. Supponendo che:

$p_o := 160 \cdot 10^3 \cdot Pa$ $\qquad \dfrac{A_2}{A_1} = 2.4$ $\qquad D := 4 \cdot in$

$f := 0.003$ $\qquad D = 0.102\,m$

Determinare, per L_{34}=1.5m e 5m, l'intervallo di pressione ambiente che provoca un urto nel condotto.

$L_{34} := 1.5 \cdot m$ $\qquad RF_{34} := 4 \cdot f \cdot \dfrac{L_{34}}{D}$ $\qquad RF_{34} = 0.177$ $\qquad p_{o2} := p_o$

La pressione ambiente massima che provoca un urto nel condotto è quella che si ha quando l'onda è nella sezione 2 mentre per quella minima l'onda sarà posta nella sezione 4. Esaminiamo il primo caso. Dal rapporto delle aree, utilizzando le tabelle (ISO), si può trovare:

$M_2 := 2.4$ $\qquad \dfrac{p_2}{p_{o2}} = 6.85 \cdot 10^{-2}$

Dal Mach nella sezione 2 si trova (NSW):

$M_3 := 0.523$ $\qquad \dfrac{p_3}{p_2} = 6.55$

Dalle tabelle (FF), entrando con M_3 si ha:

$RF_{c3} := 0.895$ $\qquad \dfrac{p_3}{p_c} = 2.04$

Poiche il rapporto RF_{c3} è maggiore di quello relativo al condotto il moto, dalla sezione 3 in poi, sarà tutto subsonico. Ora è possibile calcolare il rapporto RF_{c4} e da questo (FF) il numero di Mach all'uscita ed il rapporto di pressione:

$RF_{c4} := RF_{c3} - RF_{34}$ $\qquad RF_{c4} = 0.718$

$M_4 := 0.552$ $\qquad \dfrac{p_4}{p_c} = 1.93$

Facendo una catena di rapporti si può calcolare la pressione all'uscita del condotto:

$p_4 = \dfrac{p_4}{p_c} \cdot \dfrac{p_c}{p_3} \cdot \dfrac{p_3}{p_2} \cdot \dfrac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2}$ $\qquad p_4 := \dfrac{1.93}{2.04} \cdot 6.55 \cdot 6.85 \cdot 10^{-2} \cdot p_{o2}$

$p_4 = 67.917\,10^3 \cdot Pa$

Esaminiamo il caso in cui l'onda si trova nella sezione di uscita. Dal Mach nella sezione 2 si trova (FF):

$RF_{c2} := 0.410$ $\qquad \frac{p_2}{p_{c2}} = 0.311$

Anche in questo caso il rapporto RF_{c2} è maggiore di quello relativo al condotto quindi il moto sarà supersonico fino alla sezione di uscita dove ci sarà un onda d'urto.

$RF_{c4} := RF_{c2} - RF_{34}$ $\qquad RF_{c4} = 0.233$

Dalle tabelle (FF):

$M_4 := 1.77$ $\qquad \frac{p_4}{p_c} = 0.485$

Dalle tabelle (NSW)

$$\frac{p_5}{p_4} = 3.50$$

Facendo una catena di rapporti si può calcolare la pressione all'uscita del condotto:

$$p_5 = \frac{p_5}{p_4} \cdot \frac{p_4}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2} \qquad p_5 := 3.50 \cdot \frac{0.485}{0.311} \cdot 6.85 \cdot 10^{-2} \cdot p_{o2}$$

$$p_5 = 59.822\,10^3 \cdot Pa$$

Ci sarà un onda d'urto nel condotto per una pressione ambiente compresa nell'intervallo [59.8, 67.9] kPa. Esaminiamo il caso in cui $L_{34} := 5 \cdot m$. Il rapporto caratteristico vale:

$RF_{34} := 4 \cdot f \cdot \frac{L_{34}}{D}$ $\qquad RF_{34} = 0.591$

Poichè questo rapporto è maggiore di quello relativo ad un moto supersonico nel condotto si deve trovare solo il limite superiore per la pressione ambiente, cioè quella che si ha con uno shock nella sezione 2. Per qualsiasi pressione inferiore a questa ci sarà un onda nel condotto. Il procedimento è analogo a quello già utilizzato nel primo caso ed, in particolare, fino al punto 3 non cambia nulla.

$RF_{c4} := RF_{c3} - RF_{34}$ $\qquad RF_{c4} = 0.304$

$M_4 := 0.658$ $\qquad \frac{p_4}{p_c} = 1.60$

Facendo una catena di rapporti si può calcolare la pressione all'uscita del condotto:

$$p_4 = \frac{p_4}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_3} \cdot \frac{p_3}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2} \qquad p_4 := \frac{1.60}{2.04} \cdot 6.55 \cdot 6.85 \cdot 10^{-2} \cdot p_{o2}$$

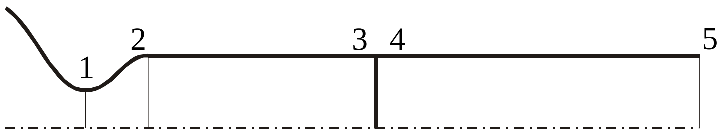
$p_4 = 56.304\,10^3 \cdot Pa$ $\qquad$ Per qualsiasi pressione inferiore a questa ci sarà un onda d'urto nel condotto.

Un ugello convergente divergente è collegato ad un condotto adiabatico. Supponendo che:

$p_o := 350\cdot 10^3\cdot \mathrm{Pa}$ $\quad p_a := 100\cdot 10^3\cdot \mathrm{Pa}$ $\quad \dfrac{A_2}{A_1} = 2.5$ $\quad D := 1\cdot \mathrm{in}$

$f := 0.0025$ $\quad L := 1.5\cdot \mathrm{m}$ $\quad D = 0.025\,\mathrm{m}$

Determinare, la posizione dell'onda d'urto all'interno del condotto.



$L_{25} := 1.5\cdot \mathrm{m}$ $\quad RF_{25} := 4\cdot f\cdot \dfrac{L_{25}}{D}$ $\quad RF_{25} = 0.591$ $\quad p_{o2} := p_o$

Dal rapporto delle aree si può ricavare (ISO) il M nella sezione 2 e da questo gli altri rapporti caratteristici:

$M_2 := 2.44$ $\quad \dfrac{p_2}{p_{o2}} = 6.40\cdot 10^{-2}$

$RF_{c2} := 0.420$ $\quad \dfrac{p_2}{p_c} = 0.303$

Da cui:

$p_{c2} = \dfrac{p_{c2}}{p_2}\cdot \dfrac{p_2}{p_{o2}}\cdot p_{o2}$ $\quad p_c := \dfrac{6.40\cdot 10^{-2}}{0.303}\cdot p_{o2}$ $\quad p_c = 73.927\,10^3\cdot \mathrm{Pa}$

Poichè il condotto è più lungo della lunghezza critica in regime supersonico l'uscita potrà essere al più sonica, però la pressione critica è minore di quella ambiente quindi l'uscita dovra essere strettamente subsonica. Dato che il testo dell'esercizio ci indica che l'onda si trova all'interno del condotto iniziamo a supporre che si trovi a L/D=10.

$RF_{23} := 4\cdot f\cdot 10$ $\quad RF_{23} = 0.1$

$RF_{c3} := RF_{c2} - RF_{23}$ $\quad RF_{c3} = 0.32$

Con questo rapporto dalle tabelle (FF) si trova:

$\dfrac{p_3}{p_c} = 0.394$ $\quad M_3 := 2.05$

Dalle tabelle (NSW) si possono calcolare le condizioni a valle dell'onda:

$M_4 := 0.569$ $\quad \dfrac{p_4}{p_3} = 4.73$

Dal numero di Mach si può trovare il punto subsonico della curva di Fanno:

$RF_{c4} := 0.627$ $\qquad \dfrac{p4}{p_c} = 1.87$

Il rapporto di Fanno relativo al segmente 4-5 può essere facilmente calcolato e con questo anche quello critico relativo alla sezione di uscita.

$RF_{45} := RF_{25} - RF_{23}$ $\qquad RF_{45} = 0.491$

$RF_{c5} := RF_{c4} - RF_{45}$ $\qquad RF_{c5} = 0.136$

Dalle tabelle (FF):

$M_5 := 0.743$ $\qquad \dfrac{p_5}{p_c} = 1.40$

Ora si può calcolare la pressione d'uscita; il modo più naturale sarebbe:

$$p_5 = \frac{p_5}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_4} \cdot \frac{p_4}{p_3} \cdot \frac{p_3}{pc} \cdot \frac{p_c}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2}$$

Però $\dfrac{p_c}{p_4} \cdot \dfrac{p_4}{p_3} \cdot \dfrac{p_3}{pc} = 1$ quindi:

$p_5 = \dfrac{p_5}{p_c} \cdot \dfrac{p_c}{p_2} \cdot \dfrac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2}$ $\qquad p_5 := 1.40 \cdot \dfrac{1}{0.303} \cdot 0.0640 \cdot p_{o2}$ $\qquad p_5 = 103.498\,10^3 \cdot Pa$

Poichè la pressione all'uscita del condotto è più alta di quella ambiente si deve supporre che l'onda sia più prossima all'uscita, supponiamo quindi:

$\dfrac{L_{23}}{D} = 15$

$RF_{23} := 4 \cdot f \cdot 15$ $\qquad RF_{23} = 0.15$

$RF_{c3} := RF_{c2} - RF_{23}$ $\qquad RF_{c3} = 0.27$

Con questo rapporto dalle tabelle (FF) si trova:

$\dfrac{p_3}{p_c} = 0.444$ $\qquad M_3 := 1.88$

Dalle tabelle (NSW) si possono calcolare le condizioni a valle dell'onda:

$M_4 := 0.599$ $\qquad \dfrac{p_4}{p_3} = 3.98$

Dal numero di Mach si può trovare il punto subsonico della curva di Fanno:

$RF_{c4} := 0.496$ $\qquad \dfrac{p4}{p_c} = 1.77$

Il rapporto di Fanno relativo al segmente 4-5 può essere facilmente calcolato e con questo anche quello critico relativo alla sezione di uscita.

$RF_{45} := RF_{25} - RF_{23}$ $\qquad RF_{45} = 0.441$

$RF_{c5} := RF_{c4} - RF_{45}$ $\qquad RF_{c5} = 0.055$

Dalle tabelle (FF):

$M_5 := 0.820$ $\qquad \dfrac{p_5}{p_c} = 1.25$

Ora si può calcolare la pressione d'uscita:

$$p_5 = \frac{p_5}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_2} \cdot \frac{p_2}{p_{o2}} \cdot p_{o2} \qquad p_5 := 1.25 \cdot \frac{1}{0.303} \cdot 0.0640 \cdot p_{o2} \qquad p_5 = 92.409\,10^3 \cdot Pa$$

Utilizzando un'interpolazione lineare si può trovare il prossimo valore di tentativo:

$$L := D \cdot \frac{[15 \cdot (103.5 - 100) - 10 \cdot (92.4 - 100)]}{103.5 - 92.4} \qquad \frac{L}{D} = 11.577$$

$RF_{23} := 4 \cdot f \cdot \dfrac{L}{D}$ $\qquad RF_{23} = 0.116$

$RF_{c3} := RF_{c2} - RF_{23}$ $\qquad RF_{c3} = 0.304$

Con questo rapporto dalle tabelle (FF) si trova:

$\dfrac{p_3}{p_c} = 0.410$ $\qquad M_3 := 1.99$

Dalle tabelle (NSW) si possono calcolare le condizioni a valle dell'onda:

$M_4 := 0.578$ $\qquad \dfrac{p_4}{p_3} = 4.48$

Dal numero di Mach si può trovare il punto subsonico della curva di Fanno:

$RF_{c4} := 0.584$ $\qquad \dfrac{p4}{p_c} = 1.83$

Il rapporto di Fanno relativo al segmente 4-5 può essere facilmente calcolato e con questo anche quello critico relativo alla sezione di uscita.

$RF_{45} := RF_{25} - RF_{23}$ $\quad$ $RF_{45} = 0.475$

$RF_{c5} := RF_{c4} - RF_{45}$ $\quad$ $RF_{c5} = 0.109$

Dalle tabelle (FF):

$M_5 := 0.764$ $\quad$ $\dfrac{p_5}{p_c} = 1.36$

Ora si può calcolare la pressione d'uscita:

$p_5 = \dfrac{p_5}{p_c}\,\dfrac{p_c}{p_2}\cdot\dfrac{p_2}{p_{o2}}\cdot p_{o2}$ $\quad$ $p_5 := 1.36\cdot\dfrac{1}{0.303}\cdot 0.0640\cdot p_{o2}$ $\quad$ $p_5 = 100.541\,10^3\cdot Pa$

Che è praticamente uguale al valore della pressione ambiente.