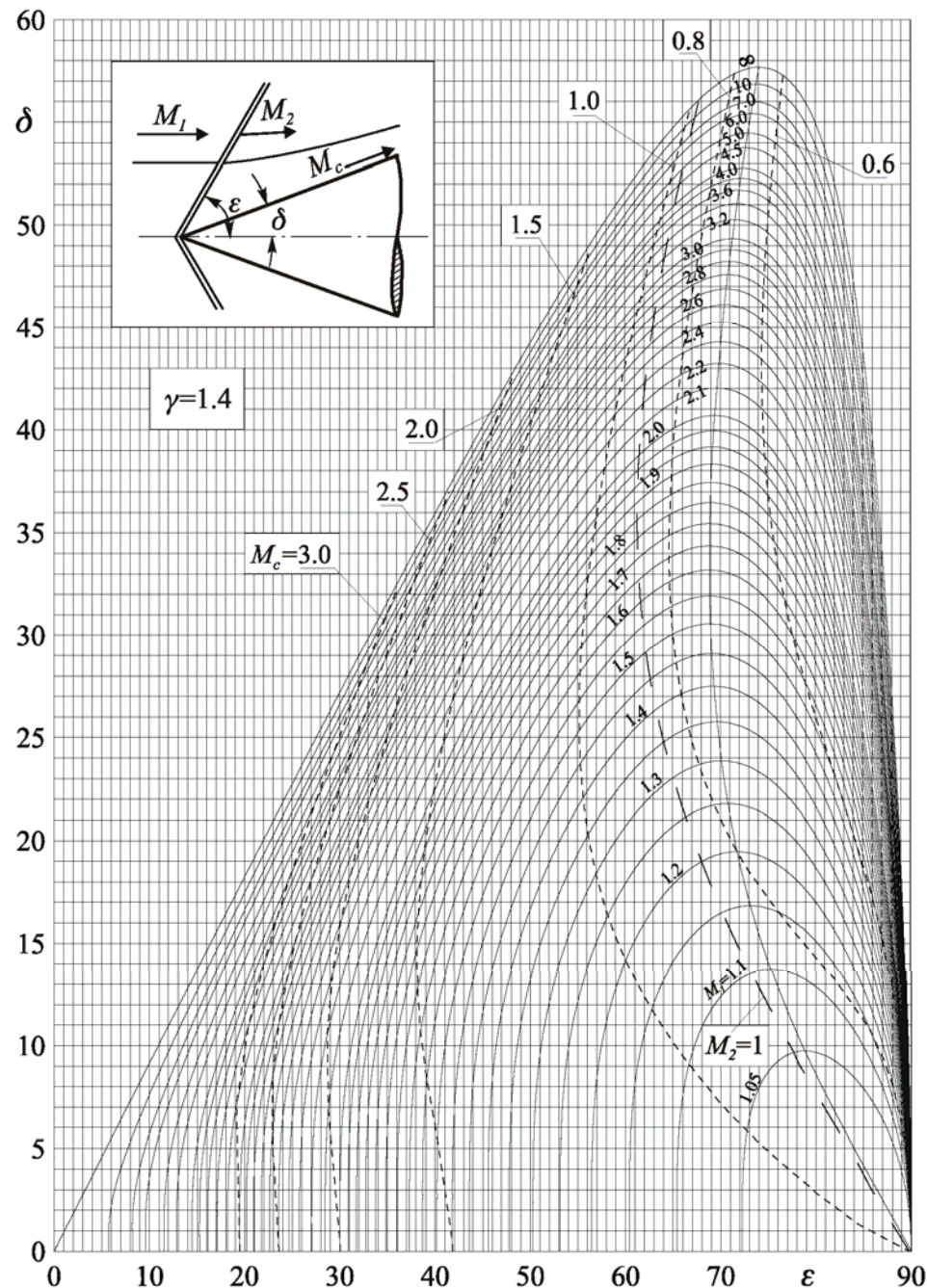
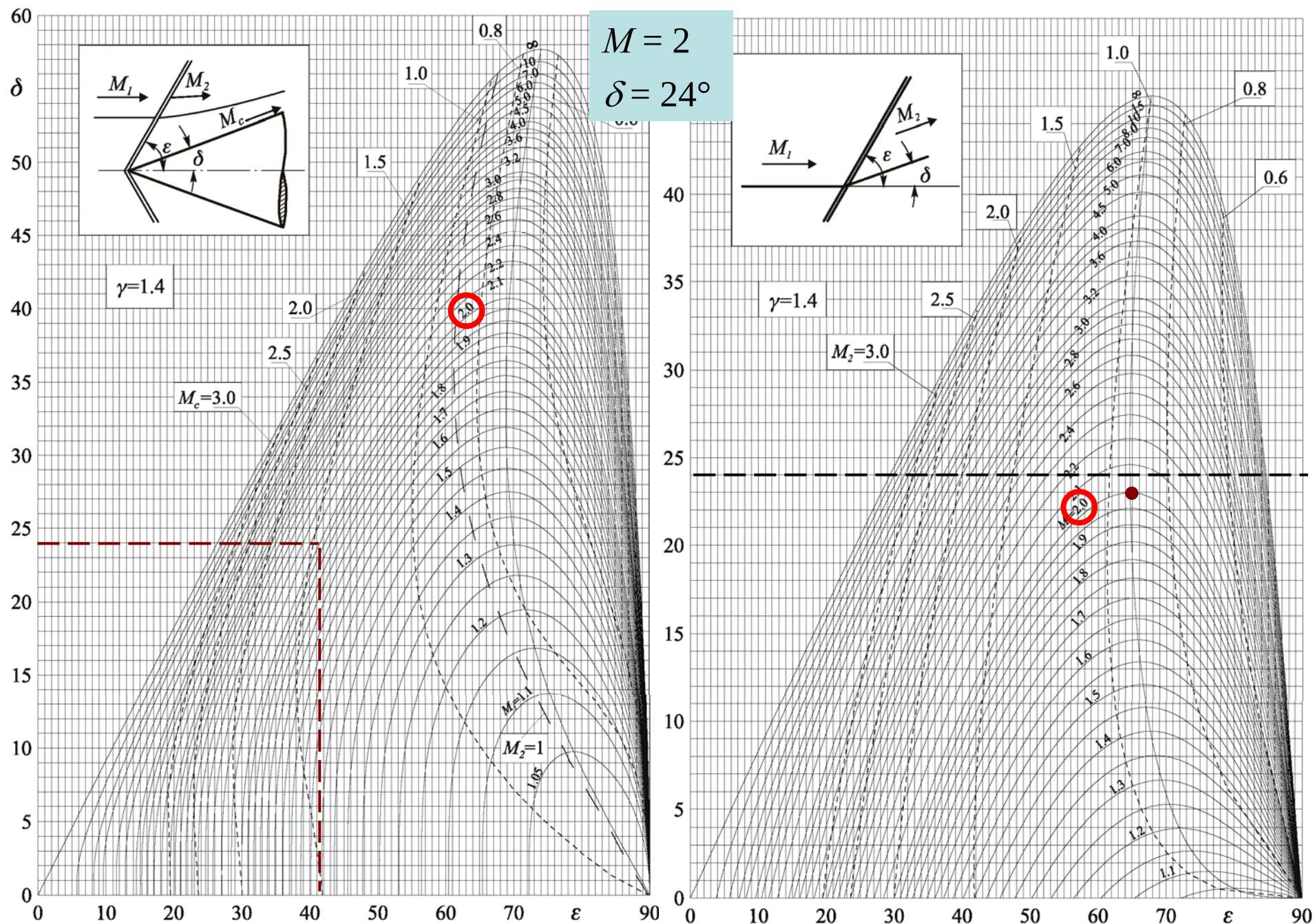
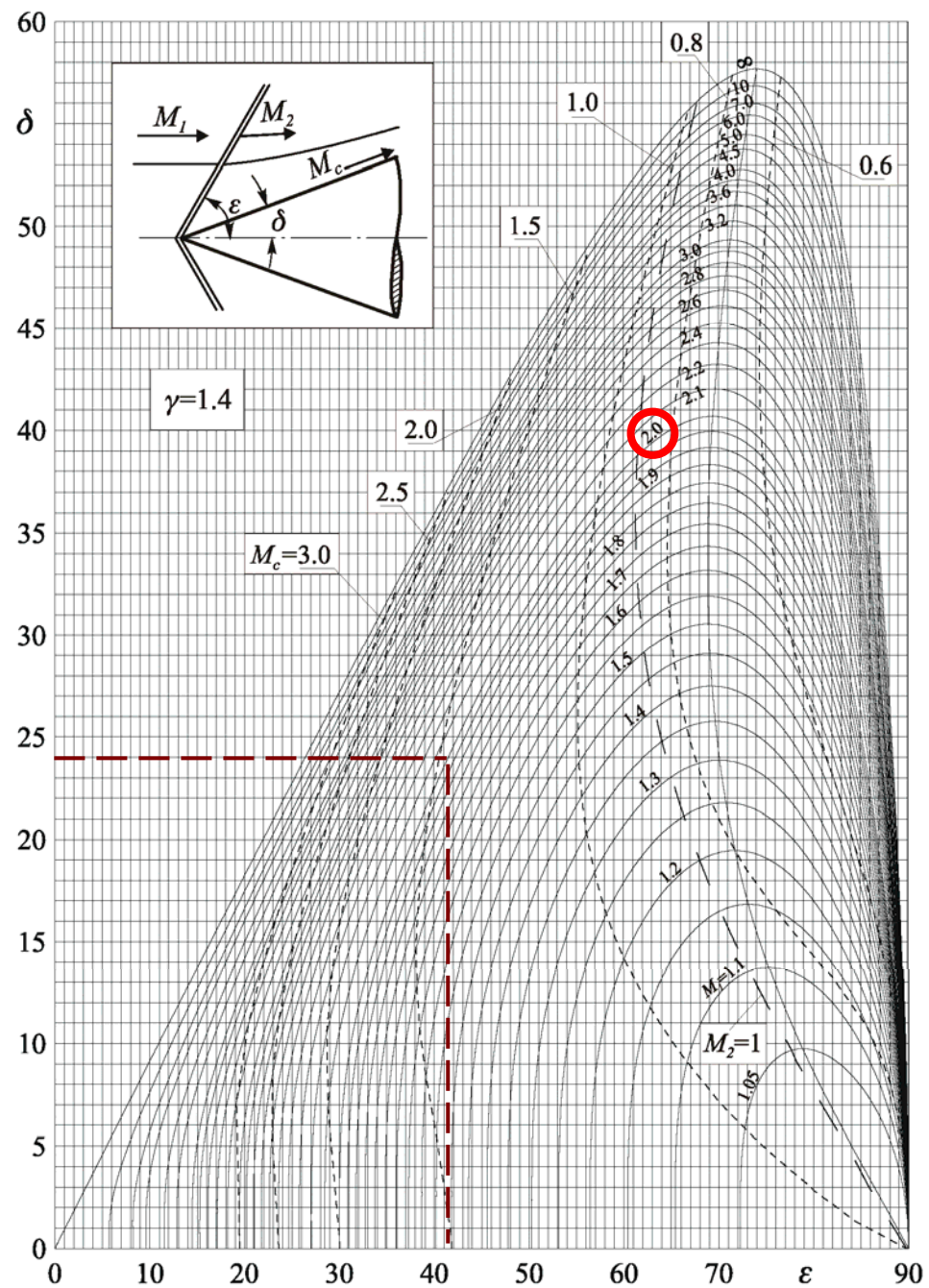




Si noti che, con eccezione di $M_2 = 1$ (curva tratteggiata a tratto lungo), nella figura precedente non sono state diagrammate le curve a M_2 costante (cioè il numero di Mach subito a valle dell'onda d'urto), bensì quelle a M_c (**numero di Mach sulla superficie del cono**) costante (curve a tratto breve).

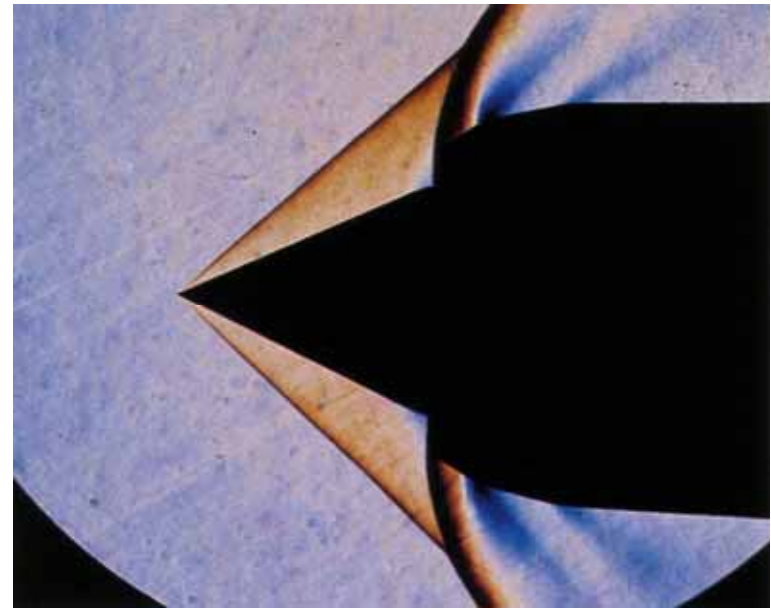
Infatti, essendo il moto a valle dell'onda d'urto isoentropico, noto M_c e le condizioni a valle dell'onda d'urto, tramite le tabelle del flusso isoentropico, si possono determinare tutte le grandezze termofluidodinamiche sulla superficie del cono che sono quelle che interessano.

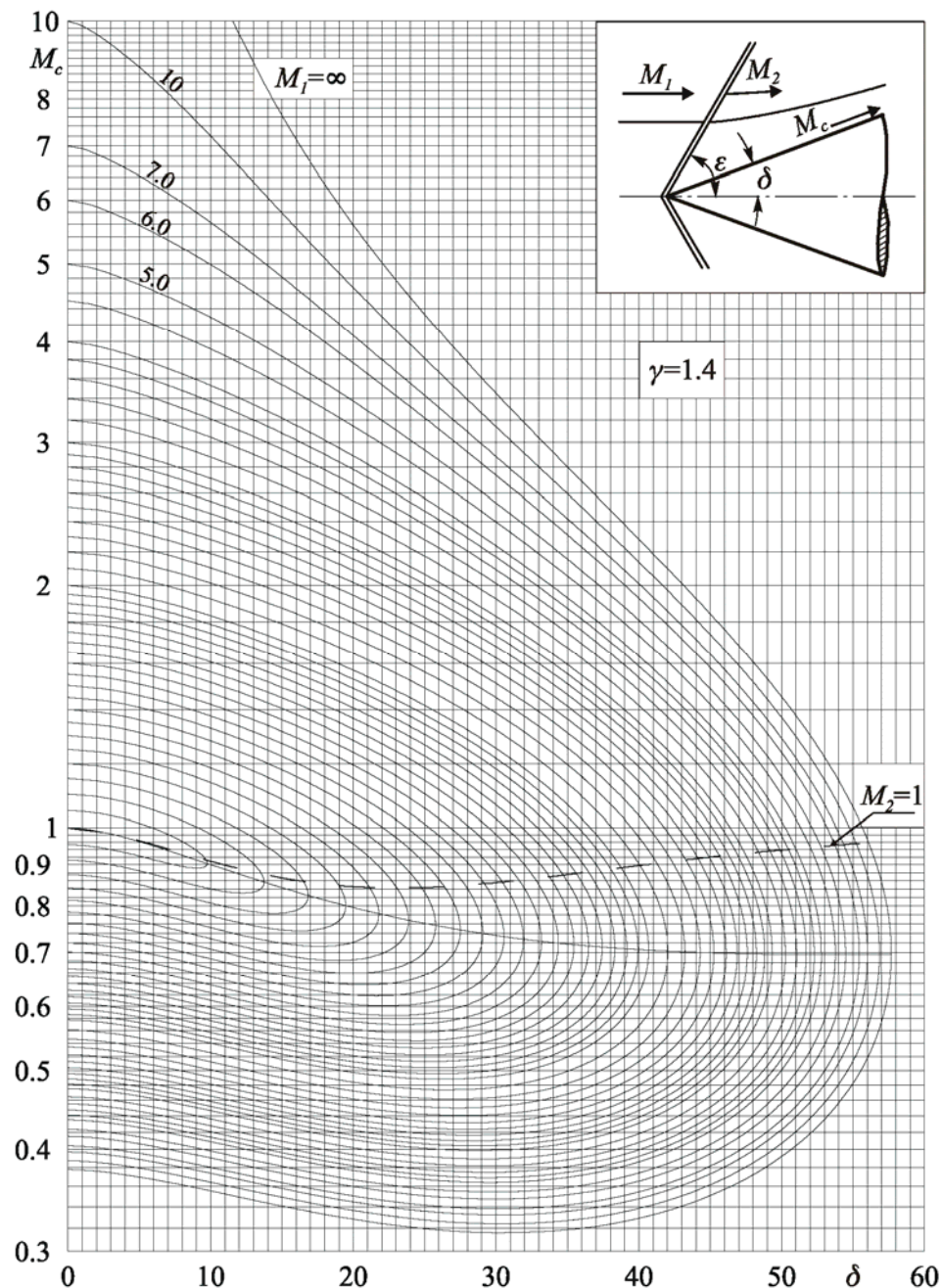




$$M = 2$$

$$\delta = 24^\circ$$





Nella figura a lato, è più dettagliatamente diagrammato M_c in funzione di δ per diversi valori di M_1 . Nel diagramma i **numeri di Mach a monte dell'onda d'urto** sono identificabili con le **intercette** delle relative curve per $\delta = 0$ e $M_c \geq 1$.

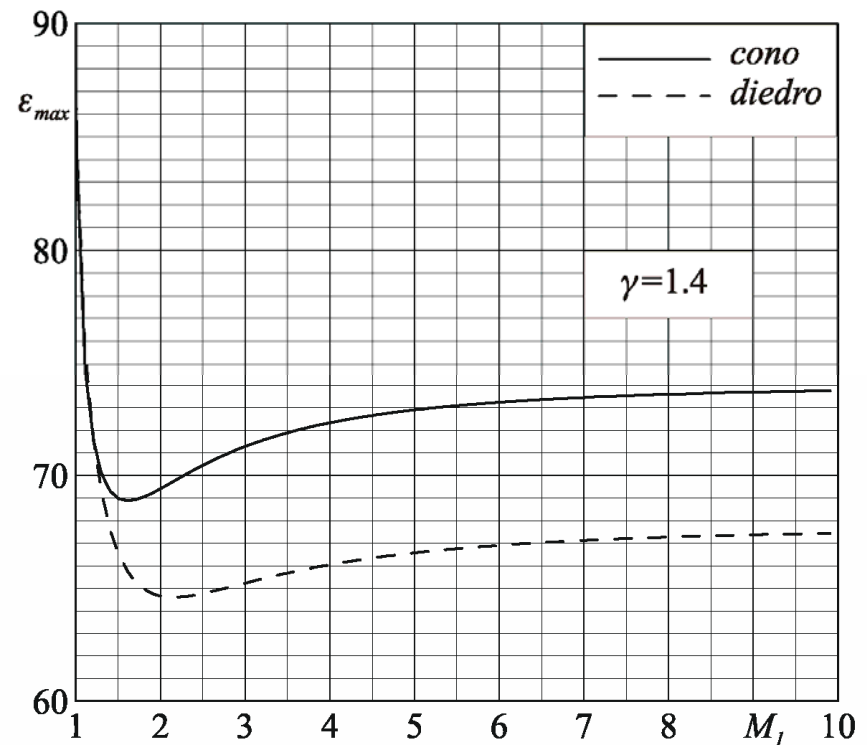
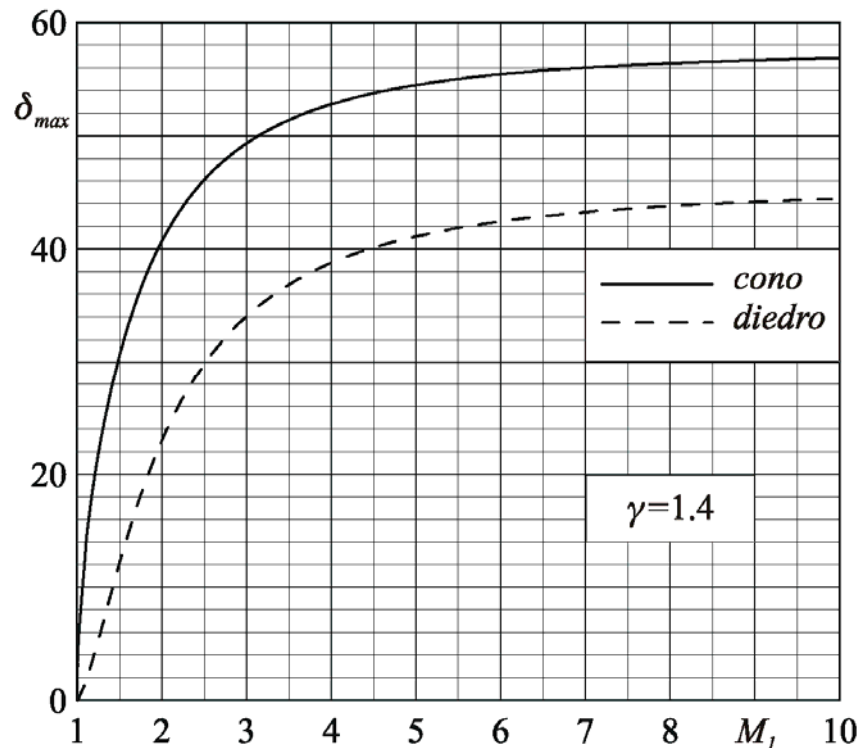
È interessante notare che, qualunque sia il numero di Mach M_1 , esistono sempre coppie di valori δ, ϵ tali che il moto a valle dell'onda possa passare da un regime supersonico ad uno subsonico senza ulteriori onde d'urto.

Questo fenomeno accade per tutti i punti appartenenti alla regione delimitata superiormente dalla retta orizzontale di equazione $M_c = 1$ e inferiormente dalla curva a $M_2 = 1$.

Nella due figure in basso sono diagrammati rispettivamente δ_{max} ed ε_{max} in funzione di M_I per i due casi d'onda conica e bidimensionale piana.

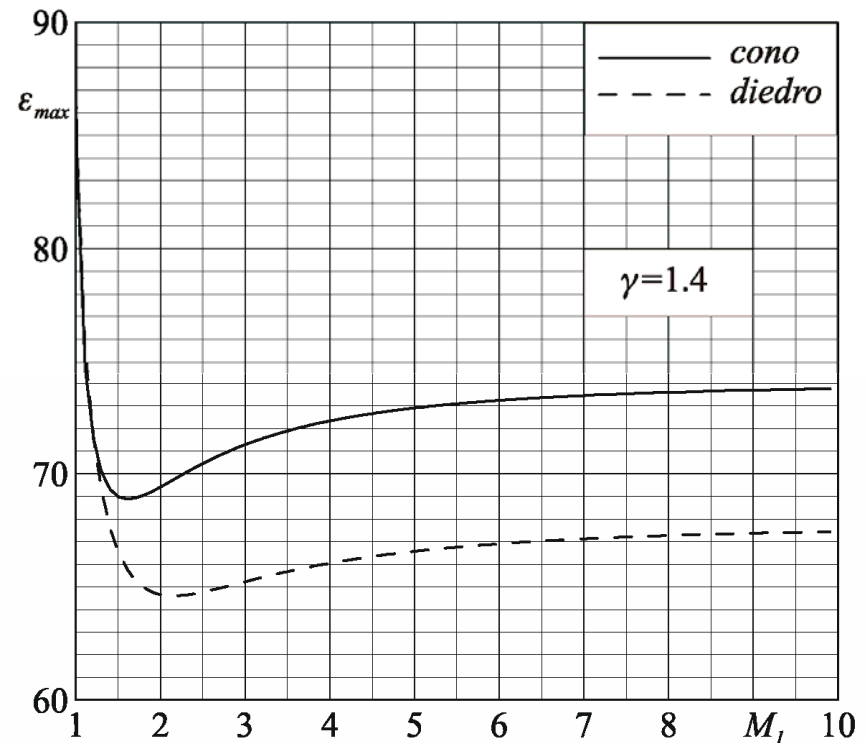
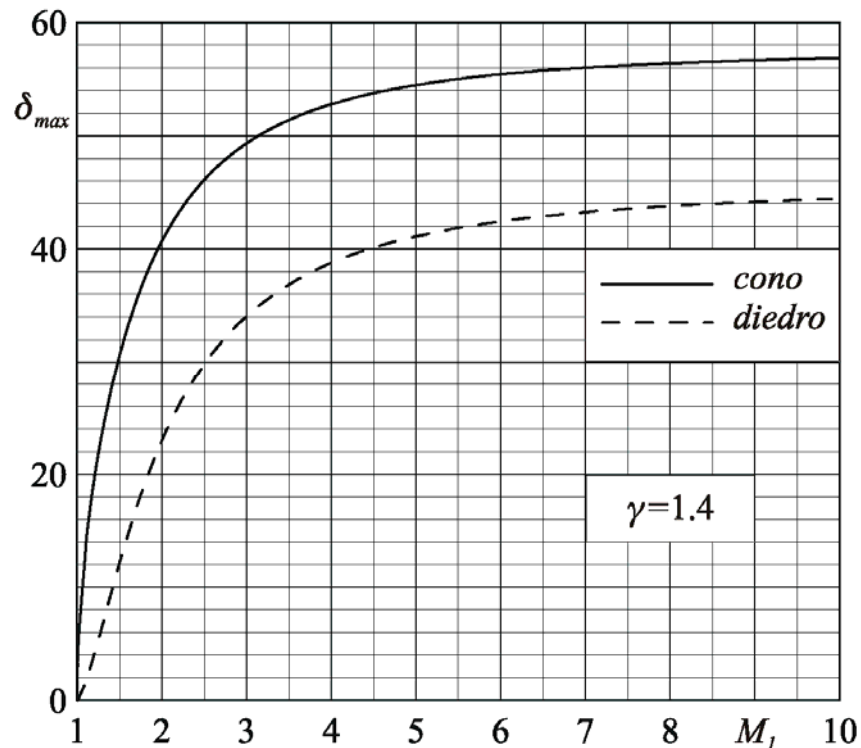
Come già detto precedentemente, a causa del convergere delle linee di corrente, la **deviazione imposta dall'onda conica è minore** o, in altri termini, essendo l'onda meno intensa, il disturbo prodotto dal corpo sulla corrente a monte è più piccolo.

Ne consegue che l'**angolo di deviazione massimo è maggiore** nel caso del cono rispetto al caso piano.



Attenzione: Il fatto che per $M_1 \geq 1.2$ l'angolo d'urto massimo per il cono sia maggiore di quello per il diedro non contraddice quanto già affermato sulla minore inclinazione dell'onda conica rispetto a quella piana, giacché ciò è valido solo a parità di δ .

Infine occorre qui esplicitamente osservare che, in modo del tutto analogo a quanto accade nel caso di una corrente supersonica che investe un diedro piano, **se l'angolo di semiapertura del cono è maggiore di δ_{max} l'onda d'urto si stacca dal vertice.**

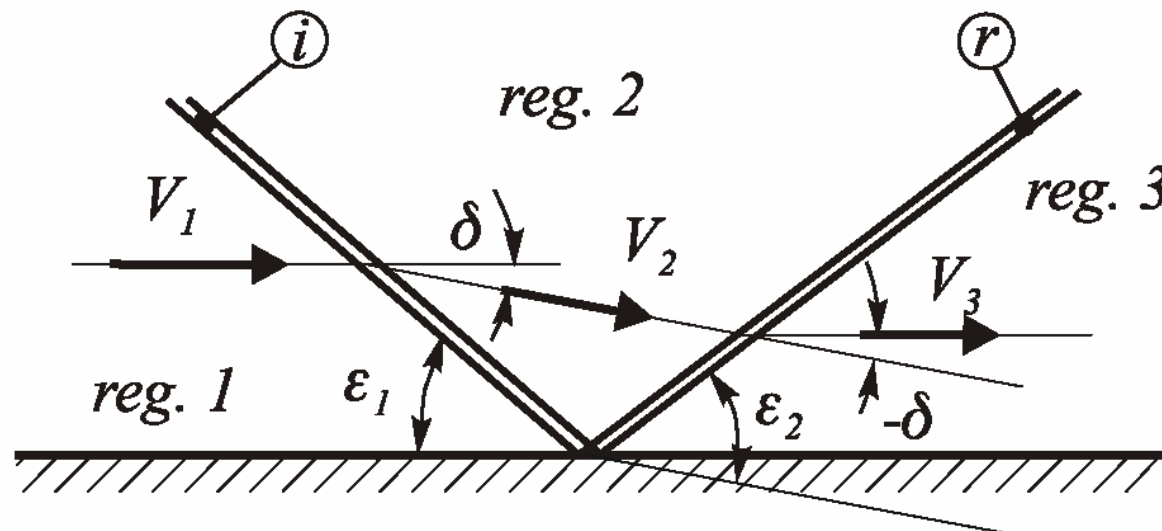


RIFLESSIONE DI ONDE D'URTO PIANE SU UNA SUPERFICIE O SU UN PIANO DI SIMMETRIA

Poiché, attraverso l'onda d'urto obliqua, la componente tangenziale della velocità non cambia mentre quella normale diminuisce, la conseguenza macroscopica di tutto ciò è che il vettore velocità a valle dell'onda devia rispetto alla sua direzione iniziale e, in particolare, tende a ruotare verso l'onda d'urto stessa; la corrente cioè tende ad adagiarsi sull'onda.

Tutto questo comporta che un'onda d'urto obliqua incidente su una superficie piana (ovvero su un piano di simmetria del campo di moto) deve necessariamente riflettersi.

Si consideri ad esempio il caso rappresentato nella figura, nella quale è mostrata l'onda d'urto obliqua i che incide con un angolo ε_1 sulla superficie piana orizzontale (o, che è lo stesso, su un piano di simmetria).

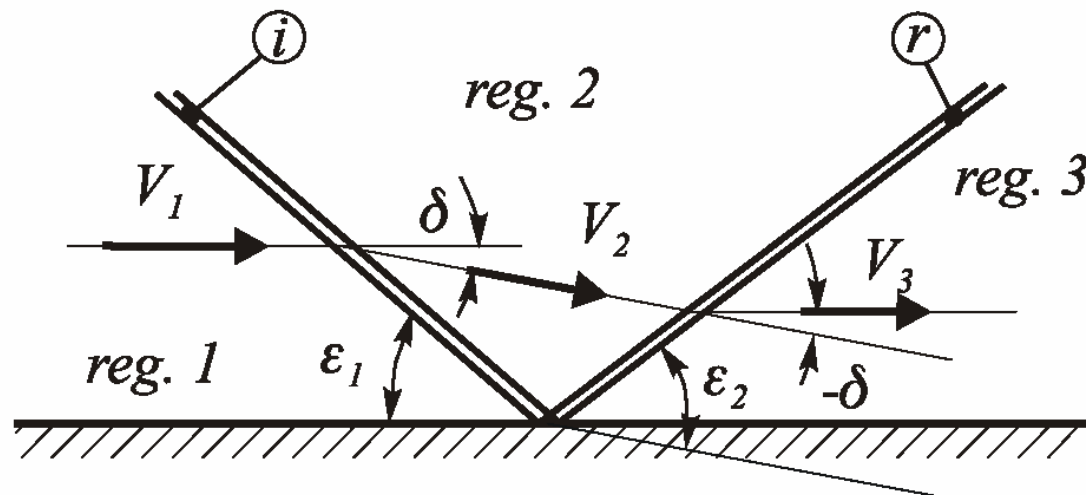


A monte di questa onda d'urto, e cioè nella regione 1, la corrente supersonica deve essere parallela alla superficie. L'onda d'urto obliqua i fa deviare la corrente di un angolo δ verso l'onda stessa (verso il basso), e quindi verso la parete. L'entità della deviazione è, come già visto, funzione del Mach a monte e dell'angolo di inclinazione dell'onda, oltre che del valore di γ .

Poiché la direzione della corrente nella regione 2 è incompatibile con la presenza della parete (le due direzioni non sono coincidenti), a valle dell'onda d'urto incidente i deve necessariamente esistere un evento che raddrizza la corrente (deviandola verso l'alto di un angolo pari a $-\delta$), riportandola quindi parallela alla parete. Questo evento è un'altra onda d'urto obliqua r , che parte dal punto di incidenza dell'onda i sulla parete e che viene detta onda riflessa.

Ovviamente sarà $M_1 > M_2 > M_3$ (e anche $V_1 > V_2 > V_3$ e $p_3 > p_2 > p_1$).

Una riflessione del tipo indicato in figura si chiama riflessione regolare.



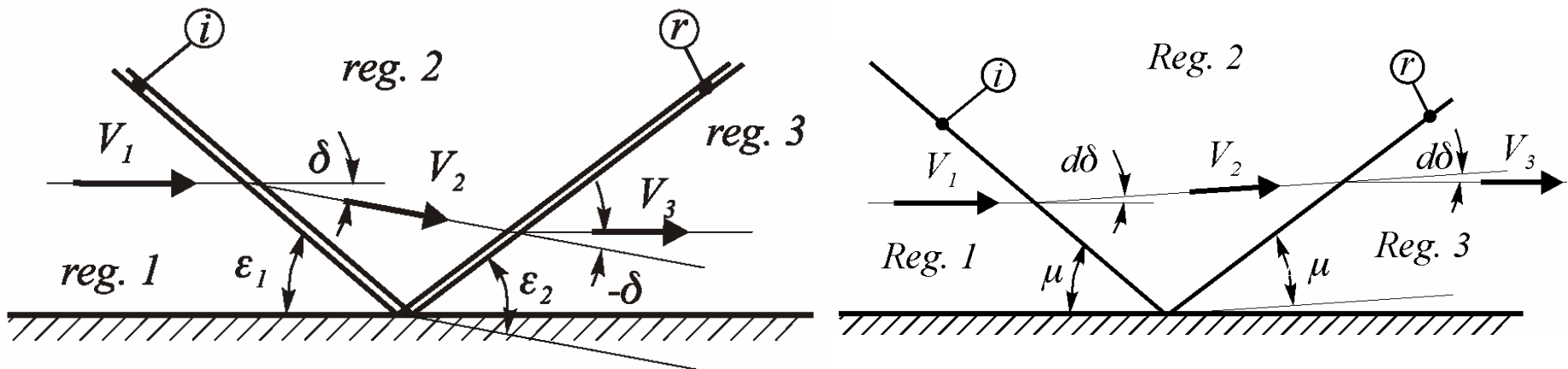
È opportuno qui osservare che non si tratta di una riflessione speculare in quanto, in generale, $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2 - \delta$, bensì ε_2 dovrà essere tale che l'onda riflessa abbia una intensità che consenta alla corrente di raddrizzarsi.

I due angoli ε_1 e ε_2 sono uguali solo se l'onda d'urto è un'onda di Mach. Infatti, quanto prima detto vale anche per un'onda di Mach con la differenza che l'angolo di deviazione δ è infinitesimo e quindi: $\varepsilon_1 = \mu_1 = \varepsilon_2 = \mu_2$ e $\delta = 0$.

Ovviamente, un'onda di Mach di compressione (deviazione infinitesima verso il basso) si riflette come onda di Mach di compressione (deviazione infinitesima verso l'alto), come in un'onda d'urto obliqua, ma con intensità dell'urto infinitesima.

Si può anticipare che un'onda di Mach di espansione (per la stessa situazione di figura), con una deviazione infinitesima verso l'alto, si riflette come onda di Mach di espansione, con una deviazione infinitesima verso il basso.

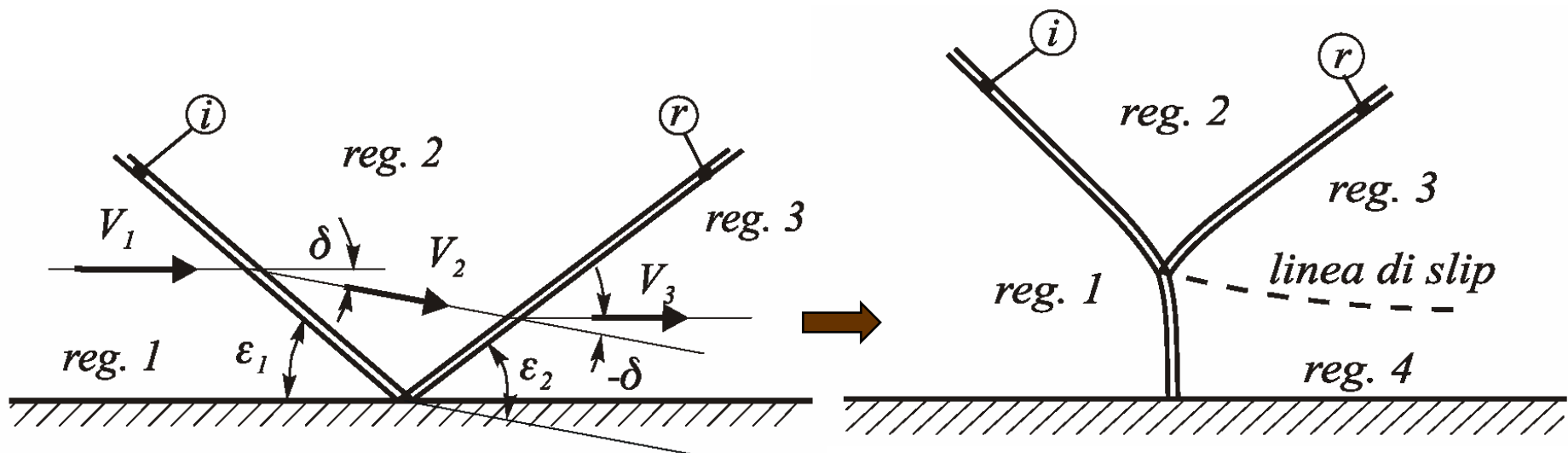
In conclusione, le onde di Mach si riflettono sulla superficie piana come onde dello stesso tipo (compressione $\rightarrow$ compressione, espansione $\rightarrow$ espansione).



Poichè $M_1 > M_2$, **si può verificare che, pur essendo $M_2 > 1$, il δ da imporre per raddrizzare la corrente risulti maggiore del δ_{max} corrispondente al valore di M_2** (si ricordi che δ_{max} è una funzione crescente del numero di Mach). Ciò può infatti accadere all'aumentare di ε_1 , il che comporta, a parità di M_1 , diminuzioni del valore di M_2 .

Allora, non si ha più la riflessione regolare dell'onda d'urto, ma una **riflessione cosiddetta alla Mach** (o **riflessione a λ**) rappresentata nella figura a destra.

In questo caso, solo la regione 1 è caratterizzata da un moto uniforme (velocità indipendente dalla posizione). Nelle regioni 2, 3, e 4, poiché la corrente attraversa onde d'urto oblique con inclinazione variabile, il vettore velocità varierà da punto a punto. Il nome “**a λ** ” deriva dal fatto che le onde d'urto assumono la forma di una λ , sia pure, nella fattispecie, rovesciata.

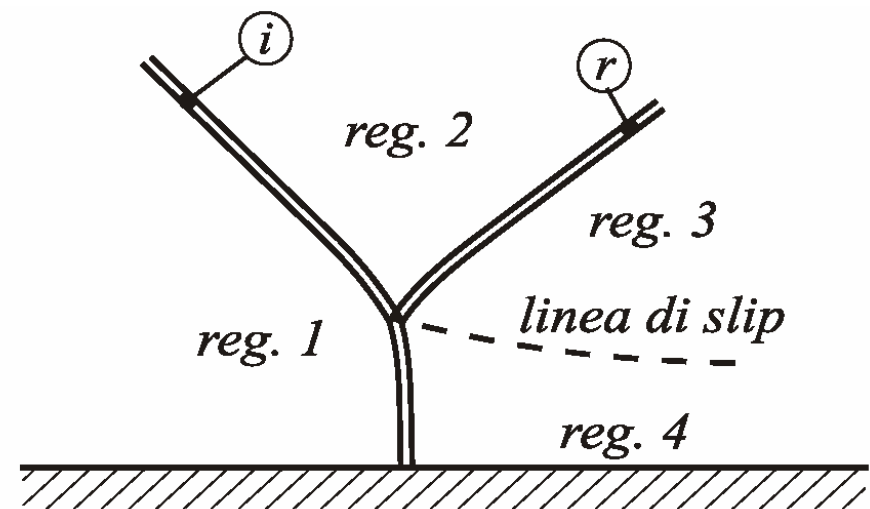


Il campo di moto nelle regioni 2, 3 e 4 risulta rotazionale per la presenza di gradienti di entropia. La linea di slip ha la peculiarità che attraverso di essa **il modulo della velocità (e non la sua direzione) e le proprietà termodinamiche della corrente (tranne la pressione) presentano bruschi salti**.

Ciò è dovuto alla diversa evoluzione fluidodinamica cui sono soggetti i filetti fluidi posti a cavallo della linea di slip.

Quest'ultima, che è anche linea di corrente, **non inizia con tangente parallela alla parete**, consentendo così (attraverso la seconda onda d'urto) **una minore deviazione** (raddrizzamento) della corrente (verso l'alto) dalla regione 2 alla 3.

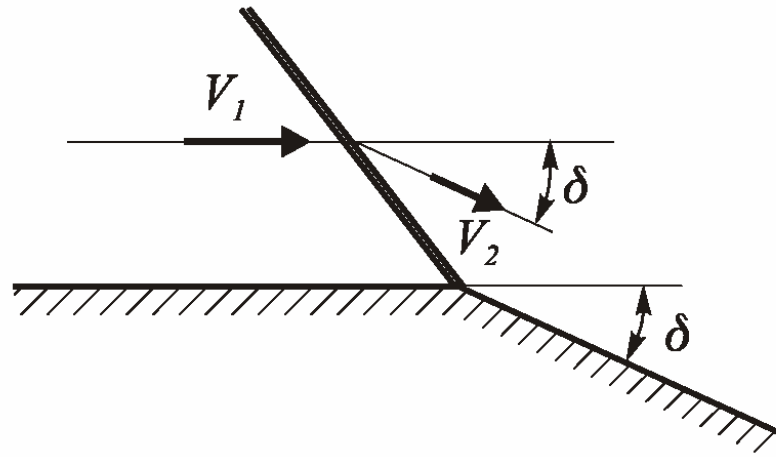
Si noti, inoltre, che in questo caso la linea di slip non può essere retta, poiché nelle regioni 3 e 4, a causa della variabilità dell'inclinazione dell'urto, esiste un gradiente di pressione, diretto verso la parete, che deve essere bilanciato dalla forza centrifuga.



Oltre ai due casi già menzionati di $\varepsilon = \mu$ ed $\varepsilon = 90^\circ$ per i quali l'onda d'urto non si riflette, ***esiste solo un altro caso, molto particolare, nel quale un'onda d'urto obliqua che incide su di una parete non si riflette*** ed è quello rappresentato nella figura che segue.

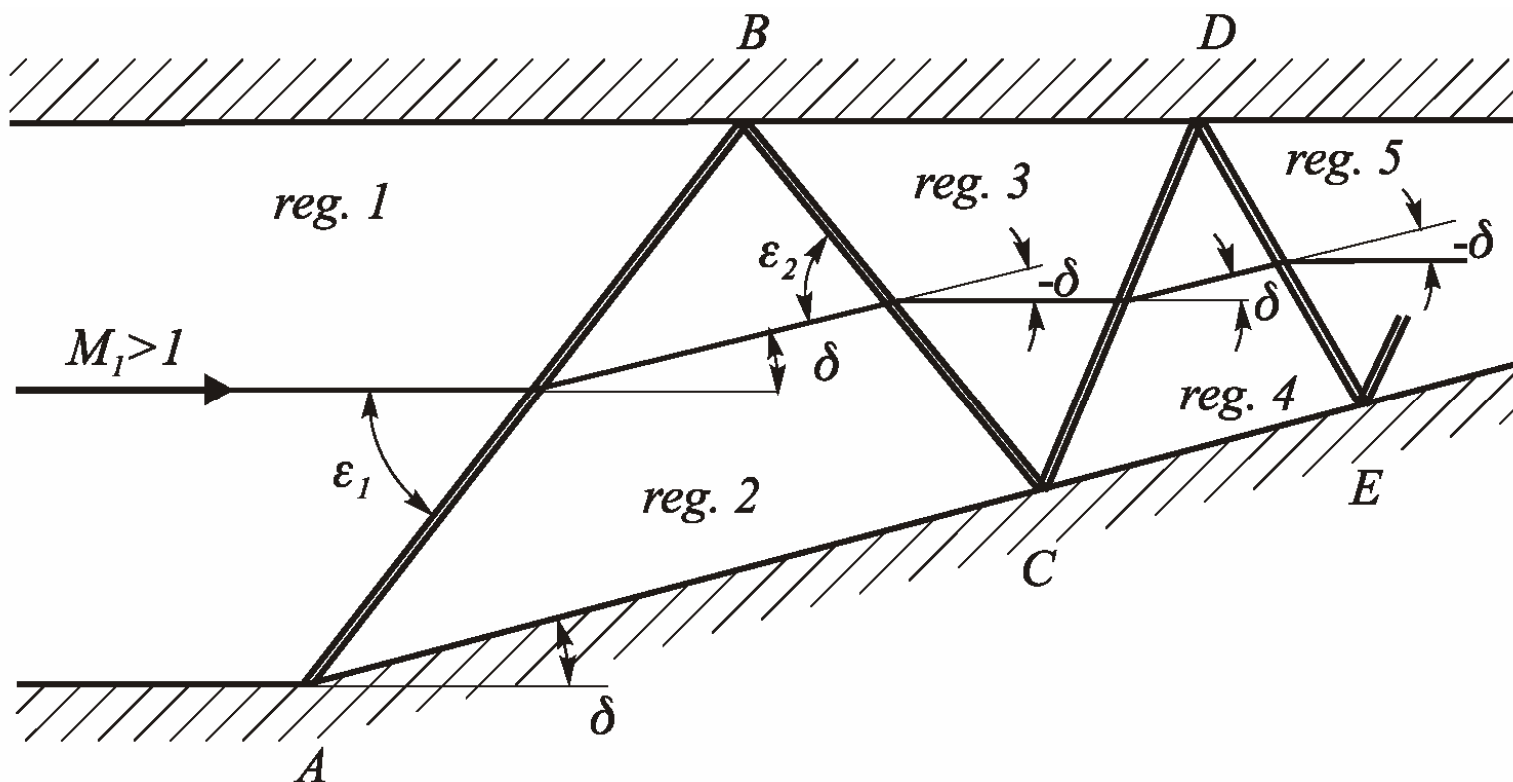
In questa circostanza la parete a valle del punto di incidenza dell'onda forma, con la parete a monte, un angolo esattamente uguale all'angolo δ di deviazione della corrente provocata dall'onda d'urto.

Angoli della parete minori di δ danno luogo ad un'onda riflessa (sia pure più debole che nel caso di parete piana) e, si vedrà, che angoli maggiori debbono generare un ventaglio di espansione alla Prandtl e Meyer.



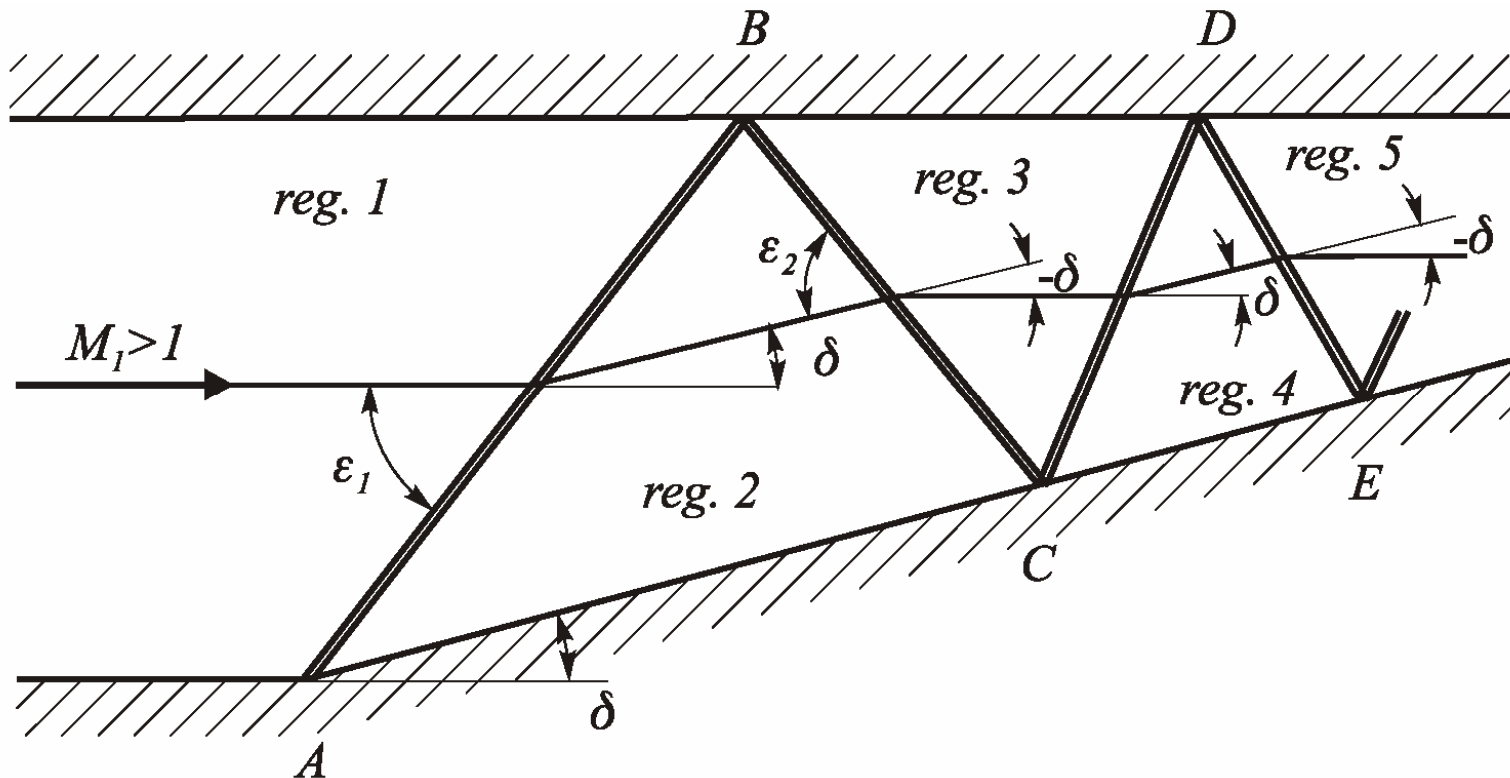
Un altro caso interessante di riflessione di onde d'urto oblique (deboli) è quello rappresentato in figura, per il quale una corrente a $M_1 > 1$ fluisce in un canale in cui, ad un certo punto, una delle pareti forma una concavità caratterizzata da un angolo δ .

Al fine di avere una corrente che si mantenga a lungo supersonica, si supponga che l'angolo δ sia di valore relativamente piccolo e che, viceversa, M_1 sia sufficientemente alto.



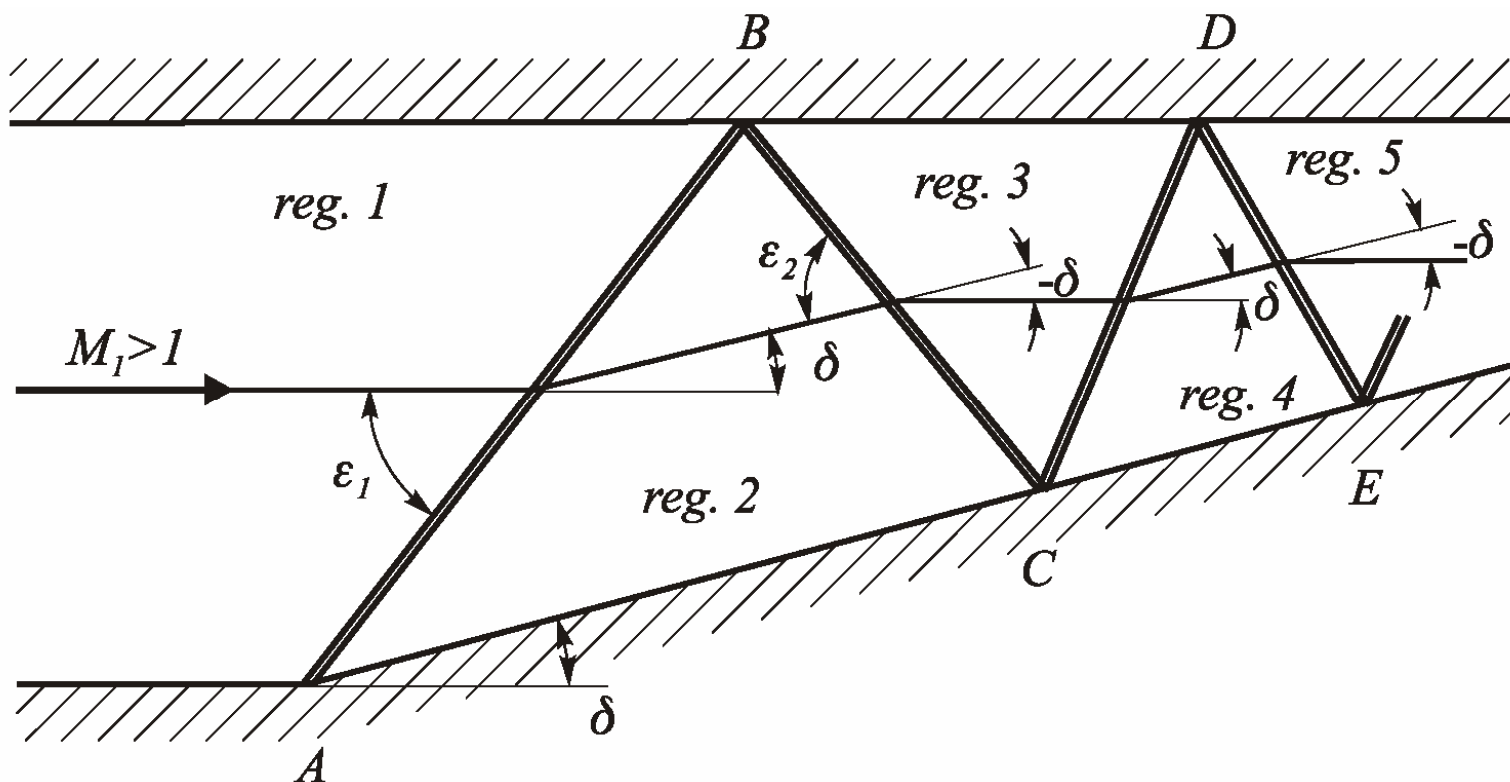
La prima onda d'urto (tra le regioni 1 e 2) parte dallo spigolo A, devia la corrente di δ , rendendola parallela alla parete inferiore, e va ad impingere nel punto B della parete superiore ove si riflette in un'altra onda che devia la corrente di $-\delta$, riportandola parallela alla parete superiore stessa.

L'onda riflessa parte dal punto B, si riflette a sua volta nel punto C (dove impinge sulla parete inferiore) con un'onda (la CD) che devia nuovamente la corrente di un angolo δ . E' chiaro che questo comportamento continua fino a che il numero di Mach (che per i continui urti, sia pure obliqui, va diminuendo) è tale che il relativo valore di δ_{max} risulta maggiore, o uguale, di δ .



Occorre anche osservare che, per la stessa continua diminuzione del numero di Mach, l'onda CD (rispettivamente l'onda DE) risulterà più inclinata verso l'alto (cioè più verticale) dell'onda AB (rispettivamente dell'onda BC).

Va infine rilevato che, se l'angolo δ è molto piccolo, si ha che $\varepsilon \rightarrow \mu$ e quindi la compressione dovuta a ciascuna onda d'urto può considerarsi praticamente isoentropica. Si ritrova così, nel caso bidimensionale, quanto già anticipato nel caso unidimensionale e cioè che, ***in una corrente supersonica che fluisce isoentropicamente ed omoenergeticamente in un condotto convergente, il numero di Mach diminuisce.***



INTERSEZIONE DI ONDE D'URTO OBLIQUE

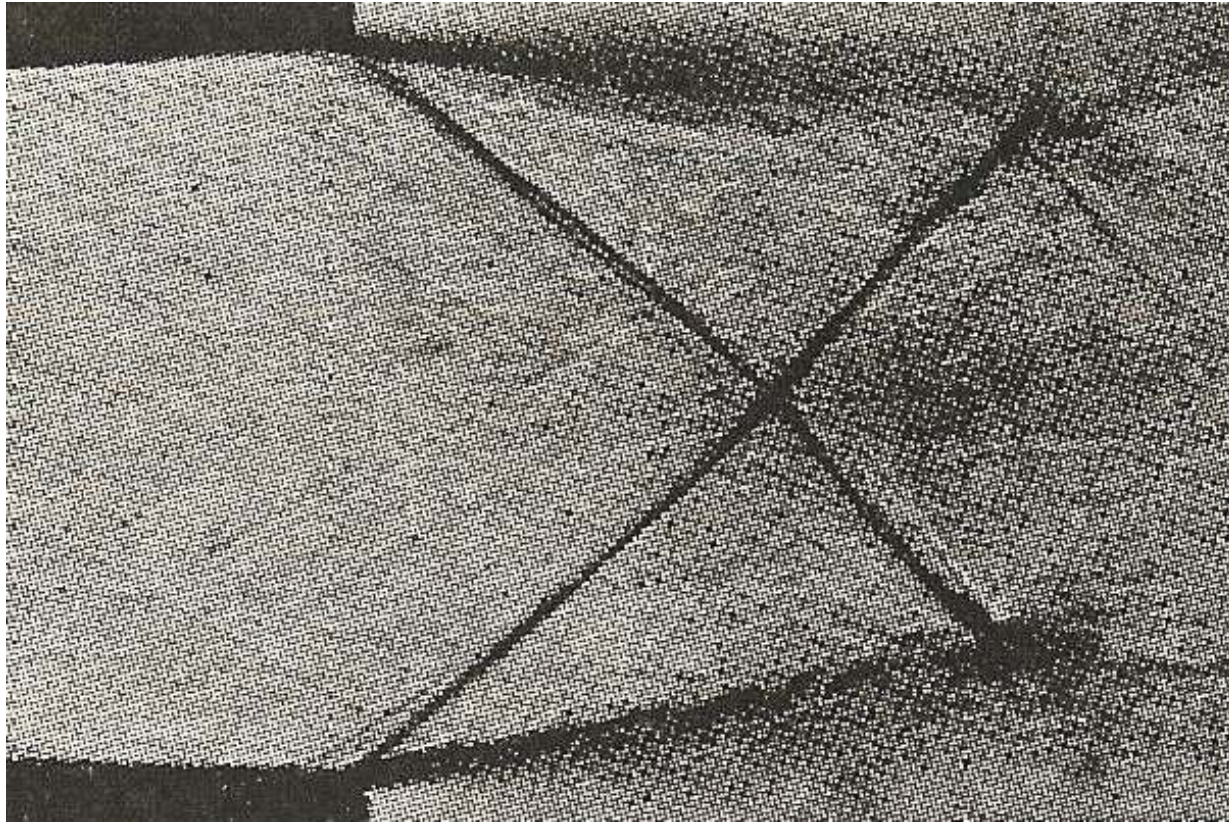


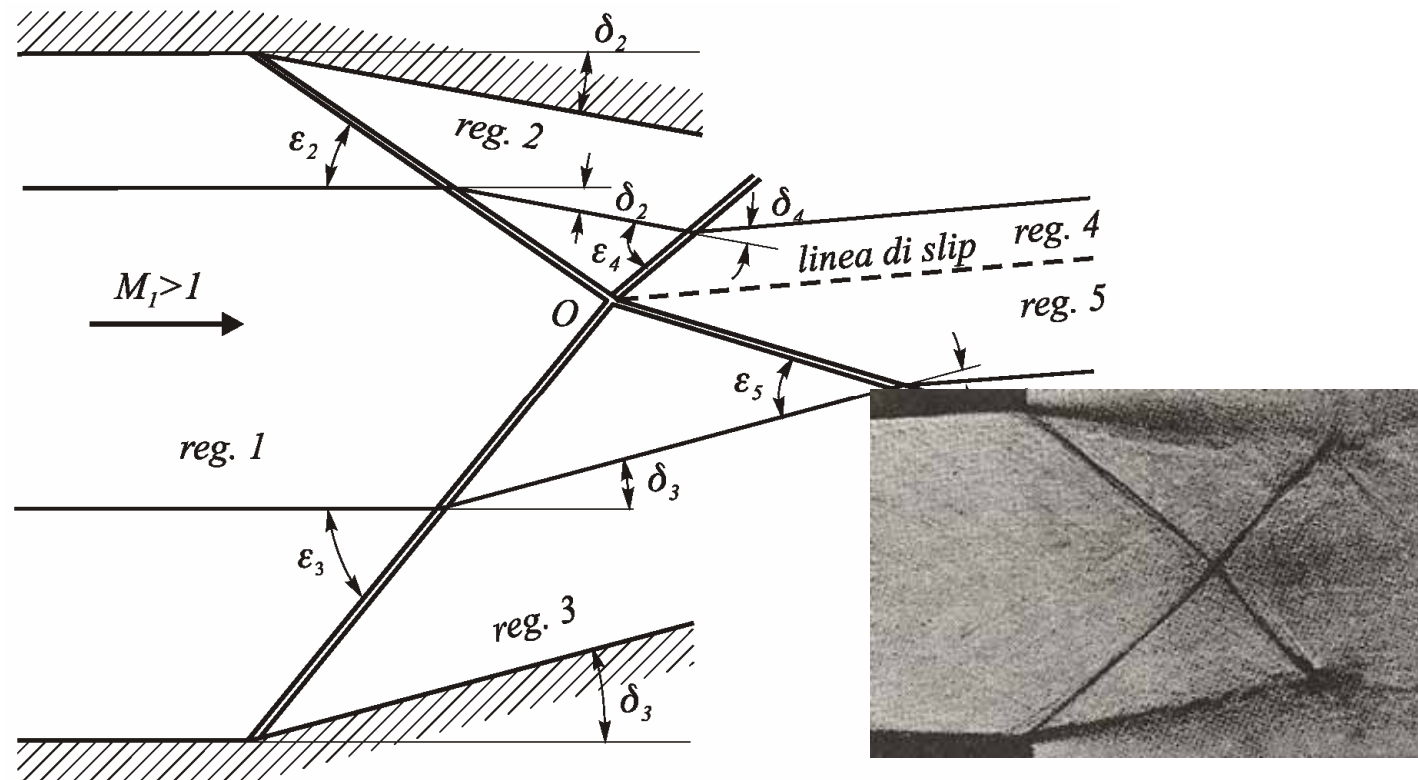
Foto Schlieren che mostra l'intersezione di onde d'urto oblique all'uscita di un ugello supersonico

INTERSEZIONE DI ONDE D'URTO OBLIQUE

Due onde d'urto oblique deboli, aventi in generale una diversa inclinazione rispetto alla corrente a monte, *si possono intersecare in un punto O* , come visto nello schlieren precedente e illustrato in figura.

In questo caso, la corrente, che fluisce in un condotto con $M_1 > 1$, subisce due deviazioni δ_2 e δ_3 (in generale, diverse tra loro) a causa di due onde d'urto oblique, a loro volta inclinate degli angoli ε_2 e ε_3 rispetto alla corrente stessa.

Come visto, *le deviazioni possono non dipendere da presenza di pareti*.

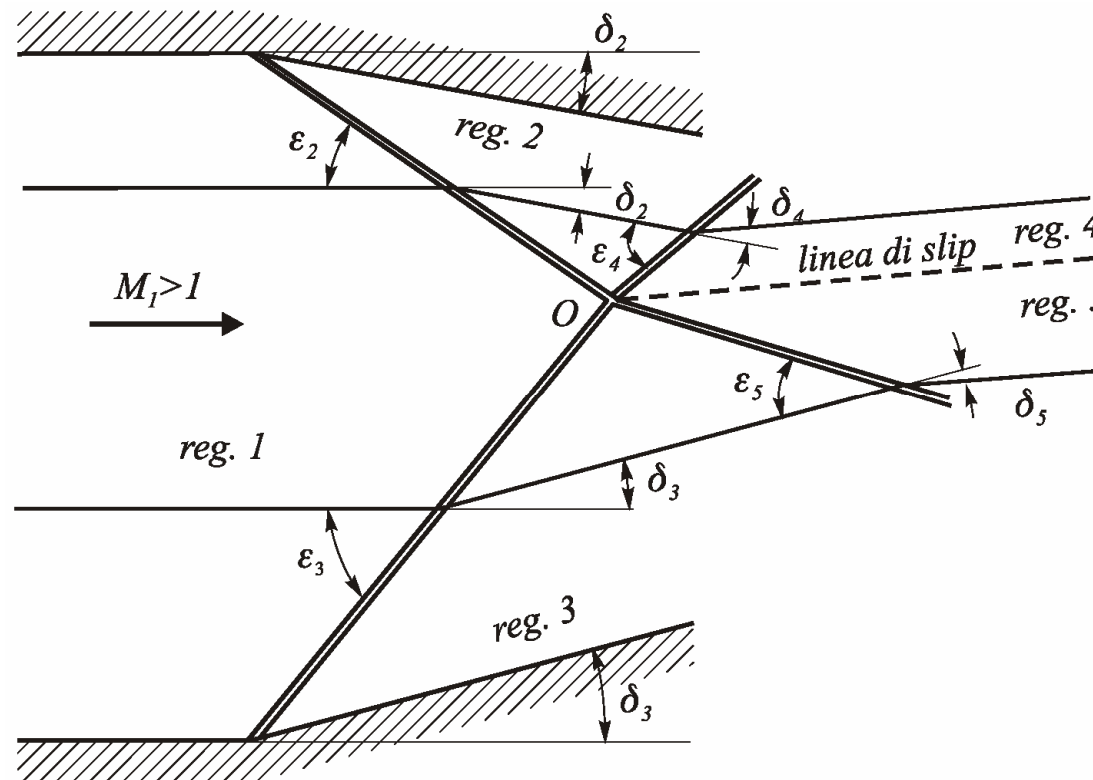


*Le due correnti supersoniche, che si generano in seguito agli urti, **nelle due regioni 2 e 3 avranno in generale proprietà diverse** ma, soprattutto saranno caratterizzate da due direzioni diverse.*

Risulta pertanto necessario che queste due nuove correnti siano a loro volta deviate in modo che alla fine esse abbiano la stessa direzione.

Nelle correnti supersoniche, queste ulteriori deviazioni sono possibili solo mediante altre due onde d'urto oblique, come indicato in figura.

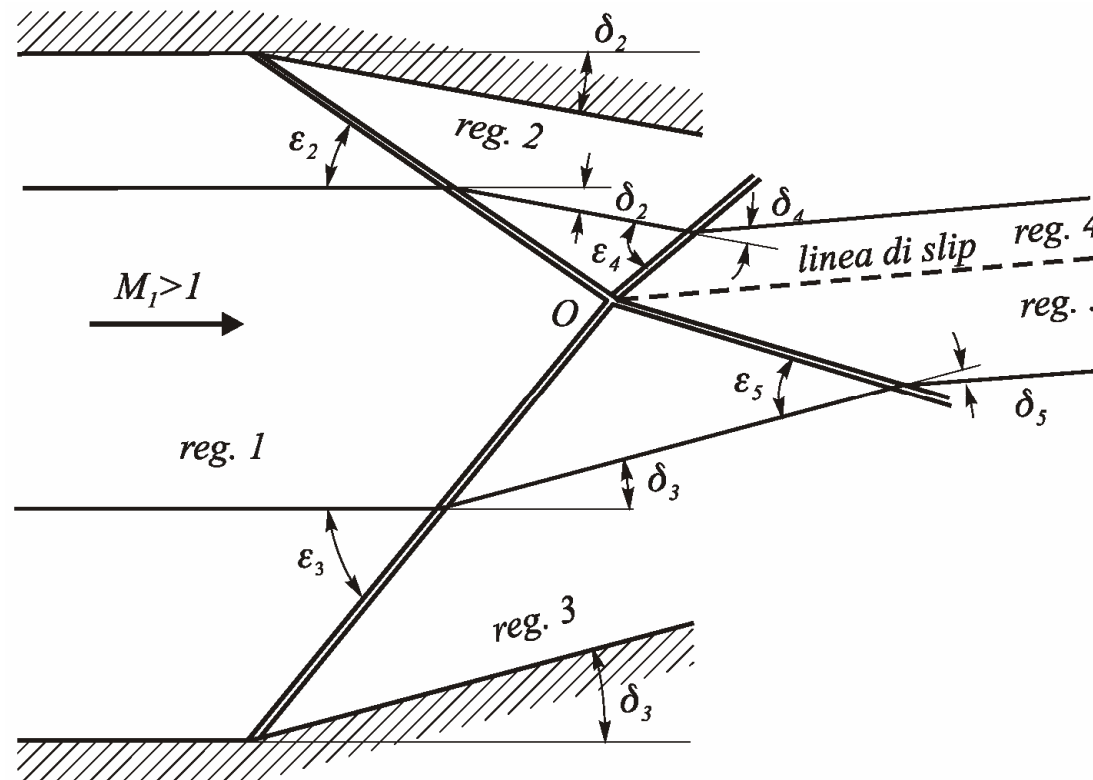
Una intersezione del tipo rappresentato in figura si dice **intersezione regolare**.



Le uniche due condizioni che le correnti nelle regioni 4 e 5 devono rispettare sono che esse abbiano la stessa direzione e la stessa pressione statica.

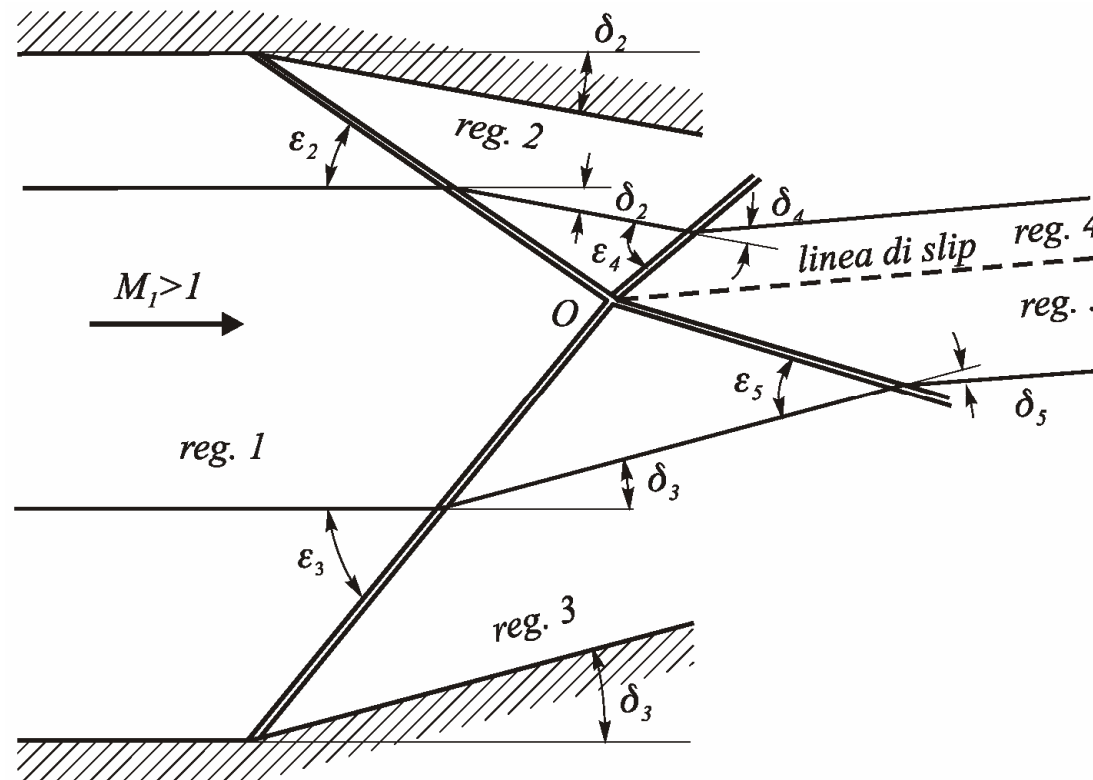
Per la risoluzione del problema occorre procedere per tentativi.

Si può assumere una direzione comune di tentativo delle due correnti nelle due regioni 4 e 5 (cioè, stabilire i valori di δ_4 e δ_5 , ovviamente non indipendenti tra loro perché deve essere: $\delta_2 + \delta_3 = \delta_4 + \delta_5$) e controllare se le due pressioni risultano uguali tra di loro. Variando detta direzione, e cioè le due deviazioni δ_4 e δ_5 , la soluzione cercata si ottiene quando si verifica $p_4 \approx p_5$.



La linea che separa le regioni 4 e 5 è, ovviamente, una linea di slip in quanto, attraverso essa, sono in generale discontinui sia il modulo del vettore velocità, che la temperatura e la densità (cioè, con valori diversi per le due correnti).

Per avere una intersezione regolare, è necessario innanzitutto che le due onde intersecantisi siano di tipo debole (per avere numero di Mach a valle di esse supersonico) e, inoltre, che i numeri di Mach a valle siano tali da consentire poi una deflessione del vettore velocità pari a δ_4 e δ_5 , (cioè, questi ultimi devono essere non superiori ai relativi angoli di deviazione massima).



Qualora quest'ultima condizione non si verificasse, si avrà una **intersezione alla Mach, o a doppio λ** , così come mostrato nello schlieren a destra.

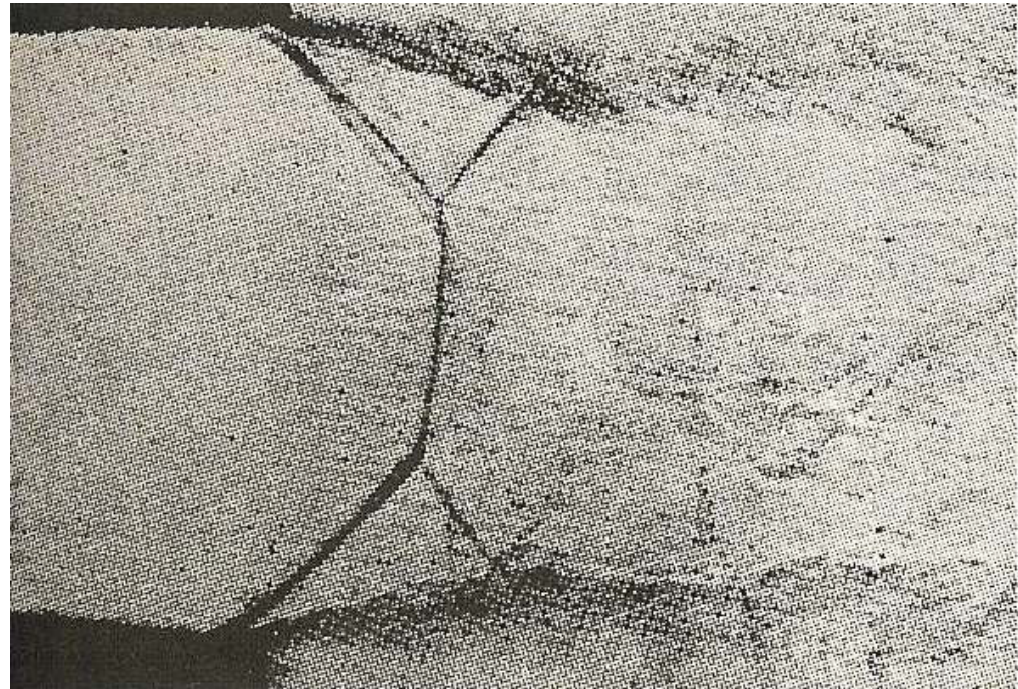
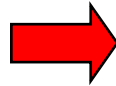
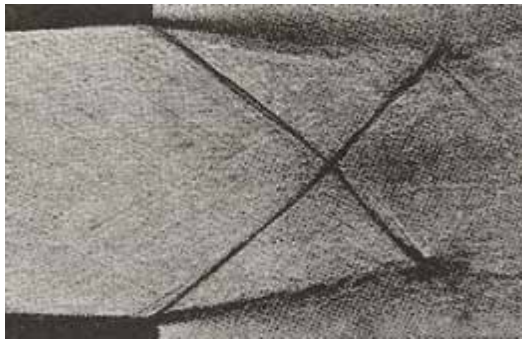
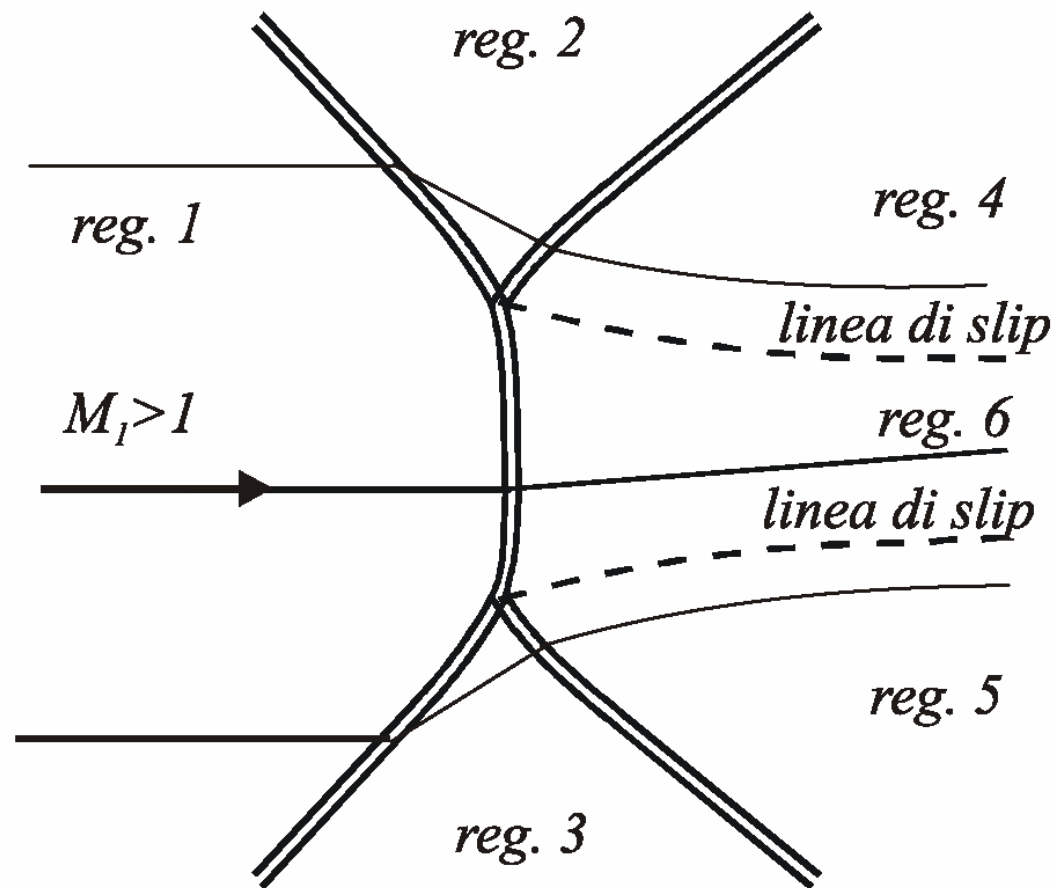


Foto schlieren che mostra l'intersezione di onde d'urto nel modo a doppio λ all'uscita di un ugello supersonico.

L'**intersezione alla Mach**, praticamente, altro non è che una **doppia riflessione a λ** con la presenza di due linee (superfici) di slip.

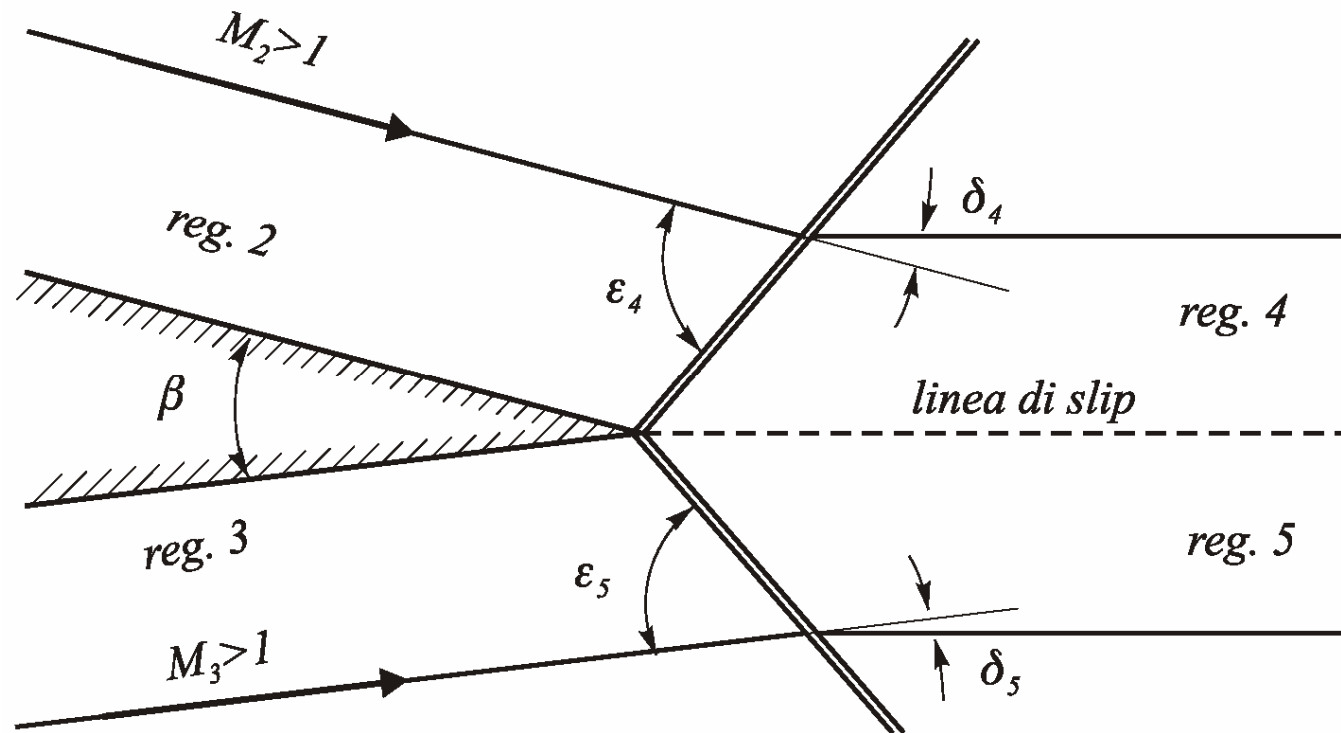
L'onda d'urto quasi-normale che separa le regioni 1 e 6 è anche detta **onda d'urto di Mach** e, nel caso di moto assialsimmetrico, **disco di Mach**.



Quanto discusso in questo contesto torna particolarmente utile anche nel caso in cui **due correnti supersoniche, aventi inizialmente due direzioni diverse, si trovino a confluire**.

Tale è, ad esempio, la situazione sul **bordo di uscita di un profilo alare supersonico** rappresentata in figura.

Anche in questo caso, per trovare la direzione comune delle due correnti nelle regioni 4 e 5 (e cioè le due inclinazioni delle onde d'urto ε_4 e ε_5), occorre procedere per tentativi tenendo presente che dovrà essere $\delta_4 + \delta_5 = \beta$ e $p_4 = p_5$.



Attenzione: In dipendenza dei valori dei parametri termofluidodinamici delle due correnti sul diedro e dell'angolo β , **una delle due onde d'urto oblique potrebbe anche essere sostituita da un ventaglio di espansione** di cui si tratterà nell'immediato seguito.

