

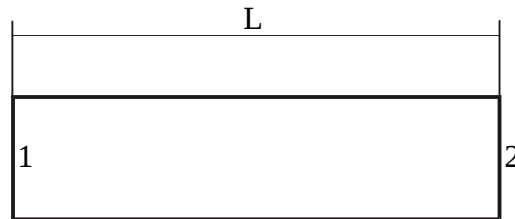
All'ingresso di un condotto che può essere modellato con il modello di moto alla Fanno le condizioni sono:

$$M_1 := 0.2 \quad p_1 := 200 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad T_1 := 300 \text{ K}$$

Se le caratteristiche geometriche sono:

$$L := 50 \text{ m} \quad D := 0.1 \text{ m} \quad f := 0.005$$

determinare le condizioni termofluidodinamiche all'uscita del condotto e la caduta di pressione di ristagno.



Per problemi puramente tipografici nel proseguimento le condizioni critiche, individuate normalmente con un un asterisco in posizione di apice, saranno indicate con una c in posizione di pedice. Inoltre il rapporto $\frac{4 \cdot f \cdot L}{D}$ sarà indicato con RF.

Noto il numero di M nella sezione 1 è possibile, utilizzando le tabelle (ISO), calcolare le condizioni di ristagno:

$$\frac{p_1}{p_{01}} = 0.972 \quad p_{01} := \frac{p_1}{0.972} \quad p_{01} = 205.761 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$\frac{T_1}{T_{01}} = 0.992 \quad T_{01} := \frac{T_1}{0.992} \quad T_{01} = 302.419 \text{ K}$$

Sempre dalle tabelle (FF) è possibile ricavare le condizioni critiche.

$$RF_{c1} := 14.5 \quad \frac{p_1}{p_c} = 5.46 \quad \frac{p_{01}}{p_{0c}} = 2.96 \quad \frac{T_1}{T_c} = 1.19$$

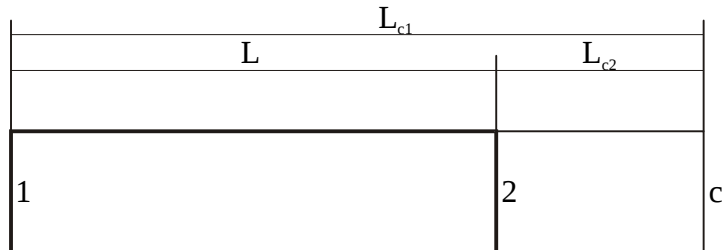
Calcoliamo ora il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

$$RF_{12} := \frac{4 \cdot f \cdot L}{D} \quad RF_{12} = 10$$

Dove il pedice 12 indica fra la sezione 1 e la 2.

Per trovare le condizioni nella sezione 2 è necessario calcolare RF_{c2} . Dalla figura, dove si è indicata la sezione critica fittizia, si vede che:

$$L_{c2} = L_{c1} - L$$



poichè, in questo caso, si suppone che f sia costante anche $RF_{c2} := RF_{c1} - RF_{12}$:

$$RF_{c2} = 4.5$$

Dalle tabelle (FF) si possono trovare i rapporti caratteristici ed il numero di Mach nella sezione 2.

$$M_2 := 0.319 \quad \frac{T_2}{T_c} = 1.176 \quad \frac{p_2}{p_c} = 3.40 \quad \frac{p_{o2}}{p_{oc}} = 1.93$$

Le condizioni critiche sono costanti nel moto alla Fanno quindi:

$$p_2 = \frac{p_2}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot p_1 \quad p_2 := \frac{3.40}{5.46} \cdot p_1 \quad p_2 = 124.542 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$T_2 := \frac{1.176}{1.19} \cdot T_1 \quad T_2 = 296.471 \text{ K}$$

$$p_{o2} := \frac{1.93}{2.96} \cdot p_{o1} \quad p_{o2} = 134.162 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$p_{o2} - p_{o1} = -71.599 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

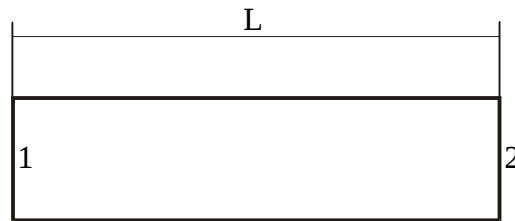
All'uscita di un condotto che può essere modellato con il modello di moto alla Fanno le condizioni sono:

$$M_2 := 0.7 \quad p_2 := 150 \cdot 10^3 \text{ Pa} \quad T_2 := 300 \text{ K}$$

Se le caratteristiche geometriche sono:

$$L := 25 \text{ m} \quad D := 0.05 \text{ m} \quad f := 0.004$$

determinare le condizioni termofluidodinamiche all'ingresso del condotto e la caduta di pressione di ristagno.



Noto il numero di M nella sezione 2 è possibile, utilizzando le tabelle (ISO), calcolare le condizioni di ristagno:

$$\frac{p_2}{p_{o2}} = 0.721 \quad p_{o2} := \frac{p_2}{0.721} \quad p_{o2} = 208.044 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$\frac{T_2}{T_{o2}} = 0.911 \quad T_{o2} := \frac{T_2}{0.911} \quad T_{o2} = 329.308 \text{ K}$$

Sempre dalle tabelle (FF) è possibile ricavare le condizioni critiche.

$$RF_{c2} := 0.208 \quad \frac{p_2}{p_c} = 1.49 \quad \frac{p_{o2}}{p_{oc}} = 1.09 \quad \frac{T_2}{T_c} = 1.09$$

Calcoliamo ora il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

$$RF_{21} := \frac{4 \cdot f \cdot L}{D} \quad RF_{21} = 8$$

Dove il pedice 21 indica fra la sezione 2 e la 1. In questo caso vale la relazione:

$$RF_{c1} := RF_{21} + RF_{c2} \quad RF_{c1} = 8.208$$

Dalle tabelle (FF) si trova:

$$M_1 := 0.253 \quad \frac{p_1}{p_c} = 4.30 \quad \frac{p_{o1}}{p_{oc}} = 2.37 \quad \frac{T_1}{T_c} = 1.19$$

Le condizioni critiche sono costanti nel moto alla Fanno quindi:

$$p_1 = \frac{p_1}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_2} \cdot p_2 \quad p_1 := \frac{4.30}{1.49} \cdot p_2 \quad p_1 = 432.886 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$T_1 := \frac{1.19}{1.09} \cdot T_2 \quad T_1 = 327.523 \text{ K}$$

$$p_{o1} := \frac{2.37}{1.09} \cdot p_{o2} \quad p_{o1} = 452.353 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$p_{o2} - p_{o1} = -244.309 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

Un serbatoio è collegato ad un ugello convergente e successivamente ad un condotto adiabatico. Le condizioni di ristagno sono:

$$p_0 := 100 \cdot \text{psi} \quad T_0 := 500 \text{R}$$

Supponendo che il diametro del condotto sia $D := 0.1 \cdot \text{ft}$ e che $f := 0.0025$ trovare la massima pressione all'uscita che provoca un moto strozzato per L rispettivamente uguale a 0, 10 e 100ft. Determinare inoltre la diminuzione percentuale della portata negli ultimi due casi.



Questo esercizio verrà risolto utilizzando il sistema tecnico anglossasone ma ad ogni passo si aggiungerà anche la conversione in SI.

$$p_0 = 689.476 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa} \quad \text{ovvero:} \quad 1 \cdot \text{psi} = 6.895 \times 10^3 \text{Pa} \quad 1 \cdot \text{atm} = 14.696 \text{psi}$$

$$T_0 = 277.778 \text{K} \quad \text{ovvero:} \quad 1 \cdot \text{R} = 0.556 \text{K} \quad 1 \cdot \text{K} = 1.8 \text{R}$$

$$1 \cdot \text{m} = 3.281 \text{ft} \quad \text{ovvero:} \quad 1 \cdot \text{ft} = 0.305 \text{m} \quad 1 \cdot \text{ft} = 12 \text{in}$$

$$1 \text{in} = 2.54 \text{cm}$$

$$R_g := 287 \cdot \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \quad R_g = 1.716 \times 10^3 \frac{\text{ft}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{R}}$$

Nel primo caso $L=0$ quindi abbiamo un semplice ugello convergente:

$$p_u := 0.5283 \cdot p_0 \quad p_u = 52.83 \text{psi} \quad p_u = 364.25 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

Poichè siamo interessati solo alla variazione percentuale della portata non è necessario calcolare le portate nei tre casi, infatti:

$$m = \frac{p_{0u} \cdot A_u \cdot \psi}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_0}} = \text{Cost} \cdot p_{0u}$$

Da cui si vede immediatamente che le variazioni percentuali della portata sono proporzionali alle variazioni percentuali della pressione di ristagno all'uscita.

Nel secondo caso $L := 10 \cdot \text{ft}$ quindi è possibile calcolare RF_{1u} :

$$RF_{1u} := \frac{4 \cdot f \cdot L}{D} \quad RF_{1u} = 1 \quad p_{01} := p_0$$

Poichè siamo interessati al caso in cui la sezione d'uscita sia critica questo rapporto è anche quello critico, quindi dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.51 \quad \frac{p_1}{p_c} = 2.10 \quad \frac{p_{01}}{p_{0c}} = 1.32$$

Noto il numero di M dalle tabelle (ISO) si può ricavare il rapporto:

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.838$$

Da cui:

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1 \cdot \frac{1}{2.10} \cdot 0.838 \cdot p_{o1}$$

$$p_u = 39.905 \text{ psi} \quad p_u = 275.134 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$p_{oc} := \frac{p_{o1}}{1.32} \quad p_{oc} = 75.758 \text{ psi} \quad p_{oc} = 522.33 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

Come già detto la portata è proporzionale alla pressione di ristagno nella sezione critica:

$$m = \text{Cost} \cdot p_{ou}$$

Quindi la variazione percentuale è:

$$\Delta m_p := \frac{p_o - p_{oc}}{p_o} \quad \Delta m_p = 24.242 \%$$

Nel terzo caso $L := 100 \cdot \text{ft}$ ed il procedimento è identico. Si calcola RF_{1u} :

$$RF_{1u} := \frac{4 \cdot f \cdot L}{D} \quad RF_{1u} = 10 \quad p_{o1} := p_o$$

Poichè siamo interessati al caso in cui la sezione d'uscita sia critica questo rapporto è anche quello critico, quindi dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.234 \quad \frac{p_1}{p_c} = 4.66 \quad \frac{p_{o1}}{p_{oc}} = 2.56$$

Noto il numero di M dalle tabelle (ISO) si può ricavare il rapporto:

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.963$$

Da cui:

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1 \cdot \frac{1}{4.66} \cdot 0.963 \cdot p_{o1}$$

$$p_u = 20.665 \text{ psi} \quad p_u = 142.482 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

$$p_{oc} := \frac{p_{o1}}{2.56}$$

$$p_{oc} = 39.063 \text{ psi}$$

$$p_{oc} = 269.326 \cdot 10^3 \cdot \text{Pa}$$

Come già detto la portata è proporzionale alla pressione di ristagno nella sezione critica:

$$m = \text{Cost} \cdot p_{ou}$$

Quindi la variazione percentuale è:

$$\Delta m_p := \frac{p_o - p_{oc}}{p_o}$$

$$\Delta m_p = 60.938 \%$$

Un serbatoio è collegato ad un ugello convergente e successivamente ad un condotto adiabatico. Le condizioni di ristagno sono:

$$p_o := 1.5 \cdot \text{atm} \quad T_o := 300\text{K}$$

Supponendo che $D := 0.2 \cdot \text{m}$, $L := 4 \cdot \text{m}$, $f := 0.007$ e $p_a := 1 \cdot \text{atm}$, calcolare la pressione nella sezione 1 e la portata.



$$RF_{1u} := \frac{4 \cdot f \cdot L}{D} \quad RF_{1u} = 0.56$$

$$\frac{p_a}{p_o} = 0.667 \quad p_{o1} := p_o$$

Per prima cosa supponiamo che la sezione di uscita sia critica:

$$RF_{c1} := RF_{1u}$$

Dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.583 \quad \frac{p_1}{p_c} = 1.82$$

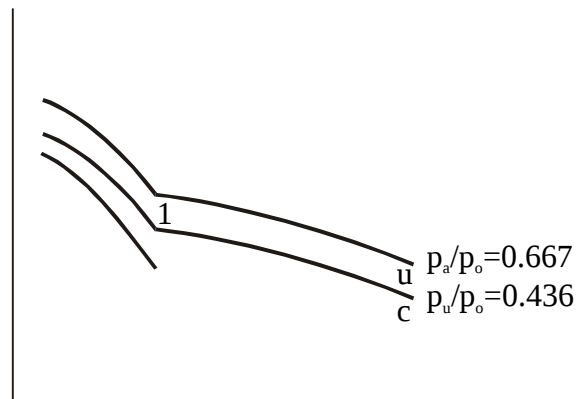
Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.794$$

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1 \cdot \frac{1}{1.82} \cdot 0.794 \cdot p_{o1} \quad p_u = 0.654 \text{ atm}$$

$$\frac{p_u}{p_{o1}} = 0.436$$

Quindi il rapporto di pressione è troppo basso è necessario provare con un altro valore del numero di M all'uscita e poi iterare. Supponiamo che $M_u := 0.7$.



Dalle tabelle (FF) si trova:

$$RF_{cu} := 0.208 \quad \frac{p_u}{p_c} = 1.49$$

$$RF_{c1} := RF_{1u} + RF_{cu} \quad RF_{c1} = 0.768$$

Dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.543 \quad \frac{p_1}{p_c} = 1.96$$

Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.818$$

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1.49 \cdot \frac{1}{1.96} \cdot 0.818 \cdot p_{o1} \quad p_u = 0.933 \text{ atm}$$

$$\frac{p_u}{p_{o1}} = 0.622$$

Il nuovo valore di tentativo si può calcolare con un'interpolazione lineare:

$$M_u := \frac{1 \cdot (0.933 - 1) - 0.7 \cdot (0.654 - 1)}{0.933 - 0.654} \quad M_u = 0.628$$

Dalle tabelle (FF) si trova:

$$RF_{cu} := 0.391 \quad \frac{p_u}{p_c} = 1.68$$

$$RF_{c1} := RF_{1u} + RF_{cu} \quad RF_{c1} = 0.951$$

Dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.515 \quad \frac{p_1}{p_c} = 2.07$$

Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.834$$

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1.68 \cdot \frac{1}{2.07} \cdot 0.834 \cdot p_{o1} \quad p_u = 1.015 \text{ atm}$$

$$\frac{p_u}{p_{o1}} = 0.677$$

Questo valore della pressione all'uscita differisce del 1.5% rispetto a quello esatto quindi, nell'ambito di una approssimazione ingegneristica, è corretto fermarsi. Però a scopo didattico si riporta di seguito una successiva iterazione.

Il nuovo valore di tentativo si può calcolare con un'interpolazione lineare:

$$M_u := \frac{0.628 \cdot (0.933 - 1) - 0.7 \cdot (1.015 - 1)}{0.933 - 1.015} \quad M_u = 0.641$$

Dalle tabelle (FF) si trova:

$$RF_{cu} := 0.353 \quad \frac{p_u}{p_c} = 1.65$$

$$RF_{c1} := RF_{1u} + RF_{cu} \quad RF_{c1} = 0.913$$

Dalle tabelle (FF):

$$M_1 := 0.521 \quad \frac{p_1}{p_c} = 2.05$$

Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.831$$

$$p_u = \frac{p_u}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \quad p_u := 1.65 \cdot \frac{1}{2.05} \cdot 0.831 \cdot p_{o1} \quad p_u = 1.003 \text{ atm}$$

$$\frac{p_u}{p_{o1}} = 0.669$$