All'ingresso di un condotto le condizioni sono:

$M_1 := 0.4$ $\qquad T_1 := 775 \cdot K$ $\qquad p_1 := 100 \cdot 10^3 \cdot Pa$

Fra ingresso ed uscita del condotto è imposto un flusso uscente di energia nel modo calore di:

$Q_{12} := -300 \cdot 10^3 \cdot \dfrac{J}{kg}$ $\qquad c_p := 1.004 \cdot 10^3 \cdot \dfrac{J}{kg \cdot K}$

Determinare le condizioni all'uscita del condotto e la caduta di presisone di ristagno.

Iniziamo a determinare le condizioni di ristagno, dalle tabelle (ISO):

$\dfrac{T_1}{T_{o1}} = 0.97$ $\qquad \dfrac{p_1}{p_{o1}} = 0.90$

Da cui:

$T_{o1} := \dfrac{T_1}{0.97}$ $\qquad T_{o1} = 798.969\,K$ $\qquad p_{o1} := \dfrac{p_1}{0.90}$ $\qquad p_{o1} = 111.111\,10^3 \cdot Pa$

Dalle tabelle (RF):

$\dfrac{p_1}{p_c} = 1.96$ $\qquad \dfrac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.53$ $\qquad \dfrac{p_o}{p_{oc}} = 1.16$ $\qquad \dfrac{T_1}{T_c} = 0.62$

Facendo un bilancio di energia:

$Q_{12} = c_p \cdot (T_{o2} - T_{o1})$ $\qquad T_{o2} := T_{o1} + \dfrac{Q_{12}}{c_p}$

Da cui:

$T_{o2} = 500.164\,K$ $\qquad \dfrac{T_{o2}}{T_{oc}} = \dfrac{T_{o2}}{T_{o1}} \cdot \dfrac{T_{o1}}{T_{oc}}$ $\qquad \dfrac{T_{o2}}{T_{o1}} \cdot 0.53 = 0.332$

Dalle tabelle (RF):

$M_2 := 0.29$ $\qquad \dfrac{p_2}{p_c} = 2.14$ $\qquad \dfrac{p_{o2}}{p_{oc}} = 1.20$ $\qquad \dfrac{T_2}{T_c} = 0.39$

Con delle catene di rapporti è possibile ricavare le condizioni nella sezione 2:

$p_2 = \dfrac{p_2}{p_c} \cdot \dfrac{p_c}{p_1} \cdot p_1$ $\qquad p_2 := \dfrac{2.14}{1.96} \cdot p_1$ $\qquad p_2 = 109.184\,10^3 \cdot Pa$

$T_2\, \dfrac{T_2}{T_c} \cdot \dfrac{T_c}{T_1} \cdot T_1$ $\qquad T_2 := \dfrac{0.39}{0.62} \cdot T_1$ $\qquad T_2 = 487.5\,K$

$p_{o2} = \dfrac{p_{o2}}{p_{oc}} \cdot \dfrac{p_{oc}}{p_{o1}} \cdot p_{o1}$ $\qquad p_{o2} := \dfrac{1.20}{1.16} \cdot p_{o1}$ $\qquad p_{o2} = 114.943\,10^3 \cdot Pa$

$p_{o2} - p_{o1} = 3.831\,10^{3}\cdot Pa$

All'ingresso di un condotto le condizioni sono:

$M_1 := 0.4$ $T_1 := 775\cdot K$ $p_1 := 100\cdot 10^{3}\cdot Pa$

Supponendo che nel condotto venga aggiunto del combustibile che produce un calore di reazione pari a $H := 42.8\cdot 10^{6}\cdot \frac{J}{kg}$ determinare la massima portata di combustibile che non provoca una riduzione di portata.

Iniziamo a determinare il flusso di energia, nel modo calore, che provoca condizioni critiche in uscita. Dalle tabelle (RF):

$\frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.53$ Da cui $T_{oc} := \frac{T_{o1}}{0.53}$ $T_{oc} = 1.507\times 10^{3}\,K$

$Q_{12} := c_p\cdot\left(T_{oc} - T_{o1}\right)$ $Q_{12} = 711.354\,10^{3}\cdot \frac{J}{kg}$

Supponendo che la portata di combustibile sia molto minore di quella in ingresso si ha:

$m_c\cdot H = m_{air}\cdot c_p\cdot\left(T_{oc} - T_{o1}\right)$ $\frac{m_c}{m_{air}} = \frac{c_p\cdot\left(T_{oc} - T_{o1}\right)}{H} = 0.017$

Quindi se la portata di combustibile è maggiore del 1.7% di quella in ingresso ci sarà una riduzione della portata.

Un ugello convergente è collegato ad un condotto circolare ($D := 0.01 \cdot m$) nel quale è imposto un flusso d'energia nel modo calore. Le condizioni di ristagno sono:

$p_{o1} := 150 \cdot 10^3 \cdot Pa \qquad T_{o1} := 300 \cdot K$

a) Determinare la portata, la pressione critica e il flusso di energia nel modo calore critico quando M_1=0.46;

b) Per lo stesso flusso di energia nel modo calore, ma per una pressione ambiente di 100kPa determinare la portata;

c) Per pressione ambiente uguale a quella critica del punto a, ma per flusso di energia nel modo calore uguale a 50 kJ/kg determinare la portata;

d) Per pressione ambiente uguale a quella critica del punto a, ma per flusso di energia nel modo calore uguale a 500 kJ/kg determinare la portata.

$A_1 := \frac{\pi}{4} \cdot D^2 \quad A_1 = 7.854 \times 10^{-5} m^2 \qquad c_p := 1.004 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg \cdot K} \qquad R := 287 \cdot \frac{J}{kg \cdot K}$

$\psi := 0.810 \qquad \gamma := 1.4$

Caso a.

Dalle tabelle (ISO) si ha:

$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.865 \qquad p_1 := p_{o1} \cdot 0.865 \qquad p_1 = 129.75\, 10^3 \cdot Pa$

Sempre dalle tabelle (RF) si possono trovare i rapporti critici:

$\frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.630 \qquad \frac{p_{o1}}{p_{oc}} = 1.131 \qquad \frac{p_1}{p_c} = 1.85$

$p_c := \frac{p_1}{1.85} \qquad p_c = 70.135\, 10^3 \cdot Pa \qquad T_{oc} := \frac{T_{o1}}{0.630} \qquad T_{oc} = 476.19\, K$

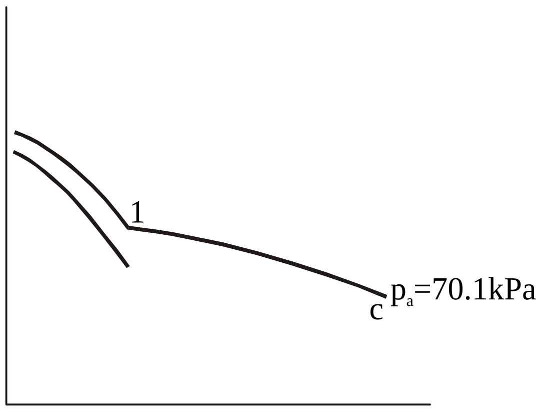
$Q_{12} := c_p \cdot (T_{oc} - T_{o1}) \qquad Q_{12} = 176.895\, 10^3 \cdot \frac{J}{kg}$

La portata può essere calcolata in più modi. Per esempio conoscendo il M nella sezione di ingresso si può calcolare l'area critica fittizia, oppure si può calcolare la pressione di ristagno nella sezione di uscita dove il M è unitario. Dalle tabelle (ISO) per M=0.46:

$\frac{A_1}{A_c} = 1.42 \quad A_c := \frac{A_1}{1.42} \qquad A_c = 5.531 \times 10^{-5} m^2$

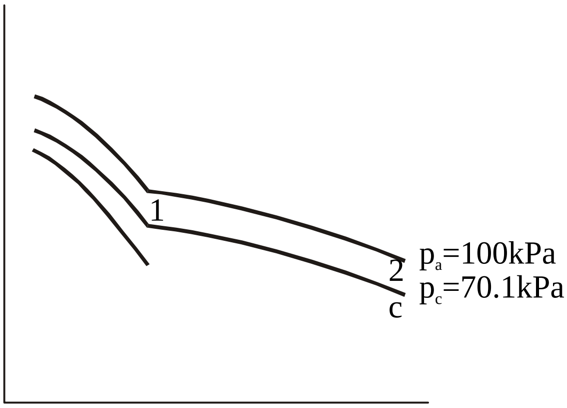
$m := \frac{p_{o1} \cdot A_c \cdot \psi}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{o1}}} \qquad m = 0.019\, kg\, s^{-1}$

$m := \frac{\frac{p_{o1}}{1.131} \cdot A_1 \cdot \psi}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{oc}}} \qquad m = 0.019\, kg\, s^{-1}$



Caso b.
Poichè la pressione ambiente è aumentata il moto non sarà più strozzato ed è necessatio procedere per tentativi. Chiaramente la temperatura di ristagno nella sezione d'uscita non varierà e sarà uguale, a quella critica appena calcolata, per qualsiasi pressione ambiente.
Supponiamo inizialmente che il M all'uscita sia pari a 0.6.

$M_2 := 0.6 \qquad T_{o2} := T_{oc}$



$T_{o2} = 476.19\,K$

Dalle tabelle (RF):

$$\frac{T_{o2}}{T_{oc}} = 0.819 \qquad \frac{p_2}{p_c} = 1.60$$

Da cui:

$$T_{oc} := \frac{T_{o2}}{0.819} \qquad T_{oc} = 581.429\,K \qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.516$$

Dalle tabelle (RF):

$$M_1 := 0.393 \qquad \frac{p_1}{p_c} = 1.97$$

Con il numero di Mach nella sezione 1 dalle tabelle (ISO) si ha:

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.899$$

Con una catena di rapporti si può calcolare la pressione nella sezione d'uscita.

$$p_2 = \frac{p_2}{p_c}\cdot\frac{p_c}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_{o1}}\cdot p_{o1} \qquad p_2 := 1.60\cdot\frac{1}{1.97}\cdot 0.899\cdot p_{o1} \qquad p_2 = 109.523\,10^3\cdot Pa$$

Poichè la pressione di uscita è maggiore di quella ambiente dobbiamo aumentare il valore del numero di Mach nella sezione d'uscita. Però, avendo già calcolato la pressione d'uscita per M_2=1, conviene utilizzare il metodo di falsa posizione:

$$M_2 := \frac{0.6\cdot(70.1-100) - 1\cdot(109-100)}{70.1-109} \qquad M_2 = 0.693$$

Ora si può utilizzare lo stesso procedimento e, quindi, dalle tabelle (RF):

$$\frac{T_{o2}}{T_{oc}} = 0.903 \qquad \frac{p_2}{p_c} = 1.44$$

Da cui:

$$T_{oc} := \frac{T_{o2}}{0.903} \qquad T_{oc} = 527.343\,K \qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.569$$

Dalle tabelle (RF):

$M_1 := 0.423 \qquad \frac{p_1}{p_c} = 1.92$

Con il numero di Mach nella sezione 1 dalle tabelle (ISO) si ha:

$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.884 \qquad \frac{A_1}{A_c} = 1.52$

Con una catena di rapporti si può calcolare la pressione nella sezione d'uscita.

$p_2 = \frac{p_2}{p_c} \cdot \frac{p_c}{p_1} \cdot \frac{p_1}{p_{o1}} \cdot p_{o1} \qquad p_2 := 1.44 \cdot \frac{1}{1.92} \cdot 0.884 \cdot p_{o1} \qquad p_2 = 99.45\,10^3 \cdot \text{Pa}$

Per il calcolo della portata si procede come nel caso a:

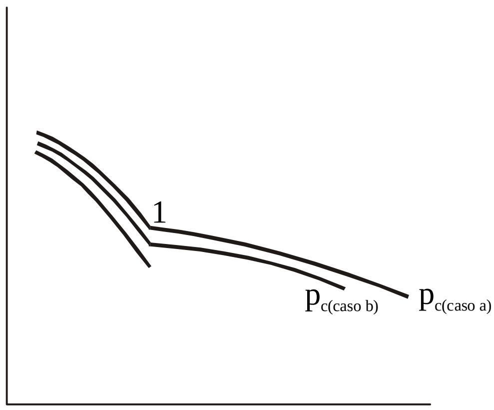
$A_c := \frac{A_1}{1.52} \qquad A_c = 5.167 \times 10^{-5}\,\text{m}^2$

$m := \frac{p_{o1} \cdot A_c \cdot \psi}{\sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_{o1}}} \qquad m = 0.018\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$

Da un confronto con il caso a si vede, come era facilmente prevedibile, che la portata è diminuita.

Caso c

Poichè il flusso termico imposto è minore di quello del caso a, la pressione critica, in questo caso, sarà maffiore quindi il flusso nel condotto sarà strozzato. All'uscita del condotto ci sarà un ventaglio d'espansione.



$Q_{12} := 50 \cdot 10^3 \cdot \frac{J}{kg} \qquad M_2 := 1$

Dal bilancio di energia:

$T_{oc} := T_{o1} + \frac{Q_{12}}{c_p}$

$T_{oc} = 349.801\,\text{K} \qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.858$

Dalle tabelle (RF):

$M_1 = 0.638 \qquad \frac{p_1}{p_c} = 1.53$

Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.760$$

$$p_c = \frac{p_c}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_{o1}}\cdot p_{o1} \qquad p_c := \frac{1}{1.53}\cdot 0.760\cdot p_{o1} \qquad p_c = 74.51\,10^3\cdot\mathrm{Pa}$$

Quindi l'ipotesi iniziale è stata confermata. Per il calcolo della portata si procede in modo analogo al caso a e b.

$$A_c := \frac{A_1}{1.15} \qquad A_c = 6.83\times 10^{-5}\,\mathrm{m}^2$$

$$m := \frac{p_{o1}\cdot A_c\cdot\psi}{\sqrt{\gamma\cdot R\cdot T_{o1}}} \qquad m = 0.024\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$$

Caso d
Aumentando il flusso termico imposto, rispetto al caso a, la pressione critica diminuira, quindi non ci saranno più condizioni critiche all'uscita ed è necessario procedere per tentativi. Supponiamo inizialmente che:

$$M_2 := 1 \qquad Q_{12} := 500\cdot 10^3\cdot\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$$

Dal bilancio di energia:

$$T_{o2} := T_{o1} + \frac{Q_{12}}{c_p} \qquad T_{oc} := T_{o2} \qquad T_{oc} = 798.008\,\mathrm{K} \qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.376$$

Dalle tabelle (RF):

$$M_1 = 0.316 \qquad \frac{p_1}{p_c} = 2.11$$

Dalle tabelle (ISO):

$$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.933$$

$$p_c = \frac{p_c}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_{o1}}\cdot p_{o1} \qquad p_c := \frac{1}{2.11}\cdot 0.933\cdot p_{o1} \qquad p_c = 66.327\,10^3\cdot\mathrm{Pa}$$

Il secondo tentativo può essere scelto a piacere, supponiamo:

$$M_2 := 0.9$$

Dalle tabelle (RF):

$\frac{p_2}{p_c} = 1.12$ $\qquad \frac{T_{o2}}{T_{oc}} = 0.992$

$T_{oc} := \frac{T_{o2}}{0.992}$ $\qquad T_{oc} = 804.444\,K$ $\qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.373$

Dalle tabelle (RF):

$M_1 = 0.314$ $\qquad \frac{p_1}{p_c} = 2.11$

Dalle tabelle (ISO):

$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.933$

$p_2 = \frac{p_2}{p_c}\cdot\frac{p_c}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_{o1}}\cdot p_{o1}$ $\qquad p_2 := 1.12\cdot\frac{1}{2.11}\cdot 0.933\cdot p_{o1}$ $\qquad p_2 = 74.286\,10^3\cdot Pa$

Utilizzando il metodo di falsa posizione si ha:

$M_2 := \frac{0.9\cdot(66.3-70.1)-1\cdot(74.3-70.1)}{66.3-74.3}$ $\qquad M_2 = 0.953$

Dalle tabelle (RF):

$\frac{p_2}{p_c} = 1.05$ $\qquad \frac{T_{o2}}{T_{oc}} = 0.998$

$T_{oc} := \frac{T_{o2}}{0.998}$ $\qquad T_{oc} = 799.607\,K$ $\qquad \frac{T_{o1}}{T_{oc}} = 0.375$

Dalle tabelle (RF):

$M_1 = 0.315$ $\qquad \frac{p_1}{p_c} = 2.11$

Dalle tabelle (ISO):

$\frac{p_1}{p_{o1}} = 0.933$ $\qquad \frac{A_1}{A_c} = 1.95$

$p_2 = \frac{p_2}{p_c}\cdot\frac{p_c}{p_1}\cdot\frac{p_1}{p_{o1}}\cdot p_{o1}$ $\qquad p_2 := 1.05\cdot\frac{1}{2.11}\cdot 0.933\cdot p_{o1}$ $\qquad p_2 = 69.643\,10^3\cdot Pa$

$A_c := \frac{A_1}{1.95}$ $\qquad A_c = 4.028\times 10^{-5}\,m^2$ $\qquad m := \frac{p_{o1}\cdot A_c\cdot\psi}{\sqrt{\gamma\cdot R\cdot T_{o1}}}$ $\qquad m = 0.014\,kg\,s^{-1}$