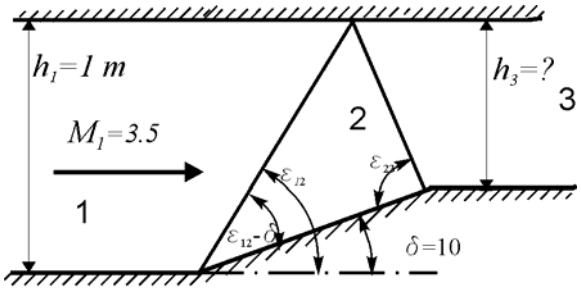
ONDE OBLIQUE

1.Si consideri un condotto che si restringe con un d=10°, in cui è presente un'onda d'urto. Il numero di Mach a monte dell'onda è M_1=3.5; si calcolino M_3 ed h_3.



Dal diagramma δ–ε–*M* riportato a pag. 230, in corrispondenza di δ = 10° e per M_1 = 3.5, si ottiene ε_{12} = 24.38°.
Si calcola ora

$$M_{1n} = M_1 \sin\varepsilon_{12} = 1.445$$

Entrando nelle tabelle delle onde d'urto normali con M_{1n} si individua il Mach normale a valle dell'onda ed i rapporti caratteristici di seguito riportati:

$$M_{2n} = 0.7196$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = 0.9448$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1.776$$

$$\frac{T_2}{T_1} = 1.287$$

Si può adesso ricavare M_2:

$$M_2 = \frac{M_{2n}}{\sin(\varepsilon_{12} - \delta)} = 2.897$$

entrando nel diagramma δ–ε–*M* con δ=10° ed M_2 =2.897 si trova

$$\varepsilon_{23} = 28.15°$$

E' ora possibile calcolare il numero di Mach a valle del secondo urto:

$$M_{2n} = M_2 \sin\varepsilon_{23} = 1.367$$

Con questo valore si entra nelle tabelle per la NSW e si trova:

$$M_{3n} = 0.7540$$

$$\frac{p_{03}}{p_{02}} == 0.9660$$

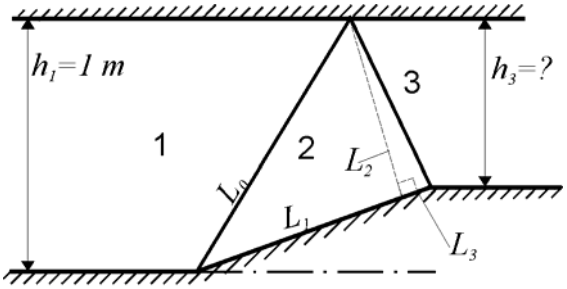
$$\frac{T_3}{T_2} = 1.233$$

$$\frac{\rho_3}{\rho_2} = 1.632$$

da cui:

$$M_3 = \frac{M_{3n}}{\sin(\varepsilon_{23} - \delta)} = 2.420$$

Per quanto riguarda il calcolo di h_3 si può procedere utilizzando relazioni geometriche:



$$L_0 = \frac{h_1}{\sin \varepsilon_{12}} = 2.422\, m$$

$$L_1 = L_0 \cos(\varepsilon_{12} - \delta) = 2.346 m$$

$$L_2 = L_0 \sin(\varepsilon_{12} - \delta) = 0.6015 m$$

$$L_3 = \frac{L_2}{tg\varepsilon_{23}} = 1.124 m$$

$$h_3 = h_1 - (L_1 + L_3)\sin\delta = 0.3974 m$$

Un'altra strada per ottenere h_3 è sfruttare la costanza della portata:

$$\rho_1 V_1 h_1 = \rho_3 V_3 h_3$$

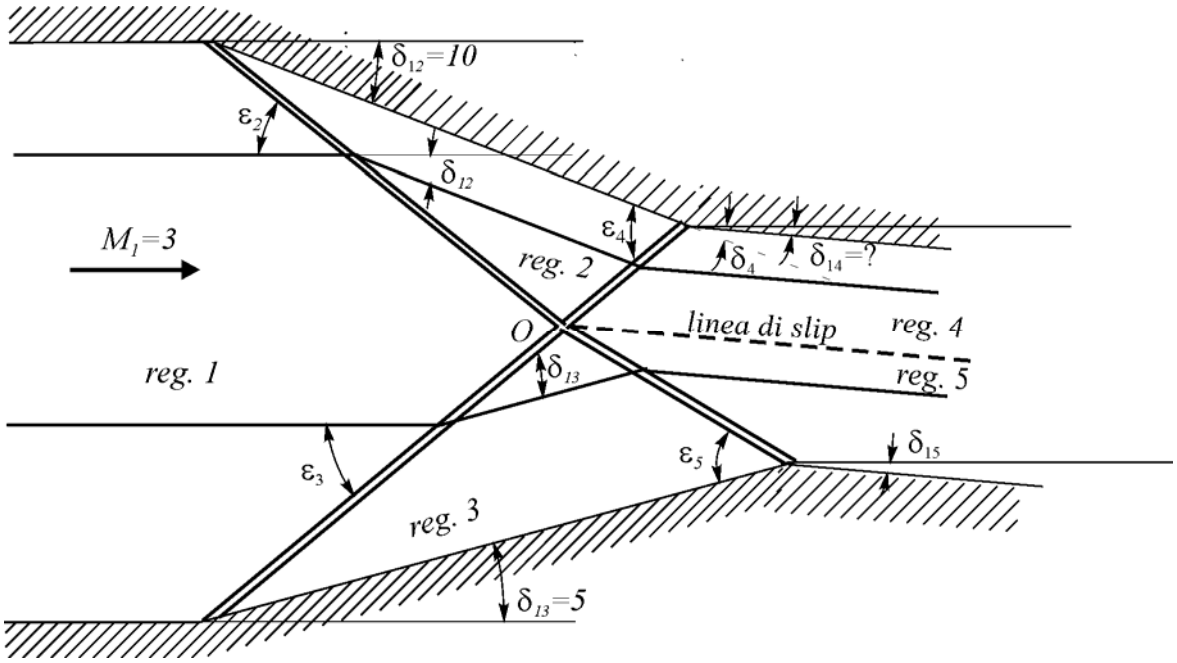
da cui:

$$h_3 = h_1 \frac{\rho_1 V_1}{\rho_3 V_3} = h_1 \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_2 \rho_3} \sqrt{\frac{T_1 T_2}{T_2 T_3}} \frac{M_1}{M_3} = 0.397 m$$

essendo

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{a_1 M_1}{a_3 M_3} = \sqrt{\frac{T_1 T_2}{T_2 T_3}} \frac{M_1}{M_3}.$$

2. Si consideri il condotto di figura, che sfocia in aria libera. All'interno del condotto sono presenti due onde d'urto oblique che si intersecano nel punto O. Siano noti gli angoli δ_{13}=5°, δ_{12}=10° ed il numero di Mach nella zona uno, M_1=3. Si calcoli l'angolo δ_{14}.



Innanzitutto si ricava ε_{12}: noto M_1=3 e δ_{12}=10° dal diagramma di pag. 230 si legge ε_{12}=27.38°.

$$M_{1n} = M_1 \sin \varepsilon_{12} = 1.38.$$

Dalla tabella per le NSW si ha:

$$\frac{p_2}{p_1} = 2.055$$

$$M_{2n} = 0.7483$$

$$M_2 = \frac{M_{2n}}{\sin(\varepsilon_{12} - \delta_{12})} = 2.505$$

In maniera del tutto analoga si ricava M_3:

$\delta_3 = -\delta_{13} = 5°$, M_1=3 da cui: ε_{23}=23.13°

$$M_{1n} = M_1 \sin \varepsilon_{13} = 1.178$$

$$\frac{p_3}{p_1} = 1.452$$

$$M_{3n} = 0.8561$$

$$M_3 = \frac{M_{3n}}{\sin(\varepsilon_{13} - \delta_{13})} = 2.751$$

Con questi risultati si procede al calcolo di δ_{14}, assumendo per questo un valore di tentativo e controllando che le pressioni p_4 e p_5 risultino uguali tra loro. Si noti inoltre che valgono le seguenti relazioni:

$\delta_{12} = \delta_2$

$\delta_{24} = -\delta_4$

$\delta_{14} = \delta_2 - \delta_4 = \delta_{12} + \delta_{24}$

$\delta_{13} = -\delta_3$

$\delta_{35} = \delta_5$
$\delta_{15} = \delta_{13} + \delta_{35} = \delta_5 - \delta_3$
$\delta_{14} = \delta_{15}$
$\delta_2 - \delta_4 = \delta_5 - \delta_3$
$\delta_2 + \delta_3 = \delta_4 + \delta_5$

Da queste relazioni, assegnato un valore a δ_{14}, si calcola il valore di δ_4 che consente di ricavare ε_4. Tale angolo permette a sua volta il calcolo di M_{2n} e dunque di p_4/p_2; si procede analogamente per il calcolo di p_5/p_3. Da questi valori è possibile ricavare p_5/p_4, che fornisce la direzione in cui deve procedere l'iterazione. δ_{14} viene calcolato con il metodo di falsa posizione.

δ_{14}	δ_4	ε_4	M_{2n}	p_4/p_2	δ_5	ε_5	M_{3n}	p_5/p_3	p_5/p_4	δ_{14}
0	10	31.79503	1.319839	1.865639	5	25.061	1.16473	1.416024	0.53716	0.5
0.5	9.5	31.32438	1.302306	1.812001	5.5	25.4657	1.18229	1.464123	0.57184	6.671768
6.6717681	3.328232	26.02353	1.099044	1.242548	11.67177	30.9532	1.41428	2.16688	1.23418	4.489608
4.4896082	5.510392	27.79402	1.168067	1.425111	9.489608	28.9067	1.32917	1.894467	0.9408	4.929937
4.9299369	5.070063	27.42791	1.153884	1.386689	9.929937	29.31	1.34608	1.947253	0.99381	4.981381
4.9813809	5.018619	27.38543	1.152235	1.382253	9.981381	29.3575	1.34806	1.953491	1.00019	4.979848
4.979848	5.020152	27.3867	1.152284	1.382385	9.979848	29.3561	1.34801	1.953305	1	4.979853

Nel calcolo sono state utilizzate le seguenti relazioni:

$$M_{2n} = M_2 \sin \varepsilon_4$$

$$M_{3n} = M_3 \sin \varepsilon_5$$

$$\frac{p_5}{p_4} = \frac{\dfrac{p_5}{p_3}\dfrac{p_3}{p_1}}{\dfrac{p_4}{p_2}\dfrac{p_2}{p_1}}$$

Applicando il metodo della falsa posizione, si è trovato il valore di tentativo secondo la formula:

$$\delta_{14}''' = \frac{\left(1 - \dfrac{p_5}{p_4}\right)'' \delta_{14}' - \left(1 - \dfrac{p_5}{p_4}\right)' \delta_{14}''}{\left(1 - \dfrac{p_5}{p_4}\right)'' - \left(1 - \dfrac{p_5}{p_4}\right)'}$$