MOTO ALLA FANNO

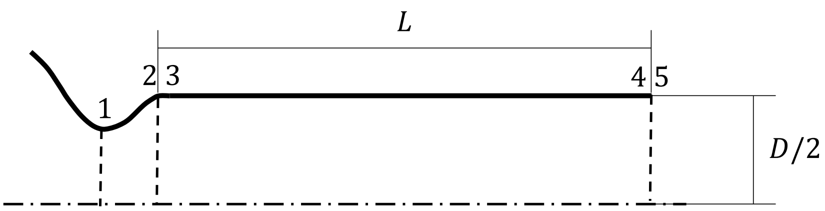
Un ugello convergente divergente è collegato ad un condotto adiabatico, come mostrato in figura. Supponendo che:

$$A_2/A_1 = 2.0 \qquad D = 0.1 \cdot m \qquad f = 0.01 \qquad p_0 = 100 \cdot kPa \quad T_0 = 300 \cdot K$$

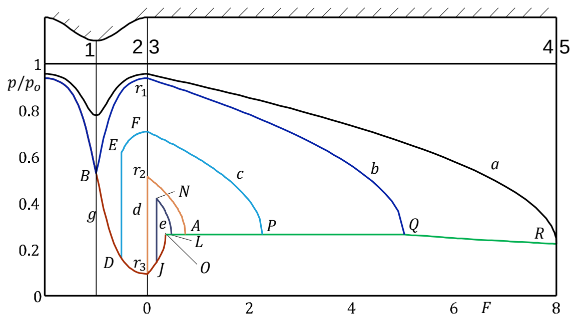
determinare le condizioni termofluidodinamiche all'uscita del condotto e la caduta di pressione di ristagno, nei seguenti casi:

a) $L = 0.625 \cdot m$ per $p_a = 93.0,\ 68.0,\ 39.9,\ 25.0$ e $10.0 \cdot kPa;$

b) $L = 1.180 \cdot m$ per $p_a = 93.0,\ 68$ e $35.0 \cdot kPa.$



Si inizia a determinare i punti caratteristici.



<u>Punto</u> r_1

$$\frac{A_2}{A_1} = 2.0 \xrightarrow[(M<1)]{\text{ISO}} \quad M_{r_1} = 0.306 \quad \frac{p_{r_1}}{p_0} = 0.937 \quad \frac{T_{r_1}}{T_0} = 0.982$$

<u>Punto</u> r_3

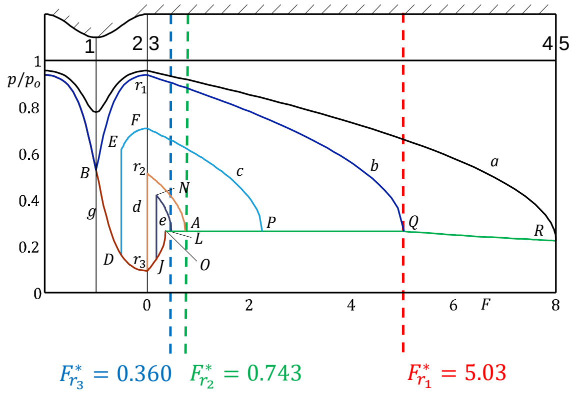
$$\frac{A_2}{A_1} = 2.0 \xrightarrow[(M>1)]{\text{ISO}} \quad M_{r_3} = 2.20 \quad \frac{p_{r_3}}{p_0} = 0.0939 \quad \frac{T_{r_3}}{T_0} = 0.509$$

<u>Punto</u> r_2

$$M_{r_2} = 2.20 \xrightarrow{\text{NSW}} \quad M_{r_2} = 0.547$$

$$\frac{p_{r_2}}{p_{r_3}} = 5.47 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_{r_2}}{p_0} = \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}}\frac{p_{r_3}}{p_0} = 5.47 \cdot 0.0939 = 0.513$$

Noto il numero di Mach dalle tabelle del moto alla Fanno (FF) si trova:



Punto $r_1 \quad (L_1^*)$

$$M_{r_1} = 0.306 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_1}}{p^*_{r_1}} = 3.55 \qquad F^*_{r_1} = 5.03$$

$$p^*_{r_1} = p_Q = \frac{p^*_{r_1}}{p_{r_1}}\frac{p_{r_1}}{p_0}\, p_0 = \frac{1}{3.55}\cdot 0.937 \cdot p_0 = \quad 26.4 \cdot kPa$$

Punto $r_2 \quad (L_2^*)$

$$M_{r_2} = 0.547 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_2}}{p^*_{r_2}} = 1.944 \qquad F^*_{r_2} = \; 0.743$$

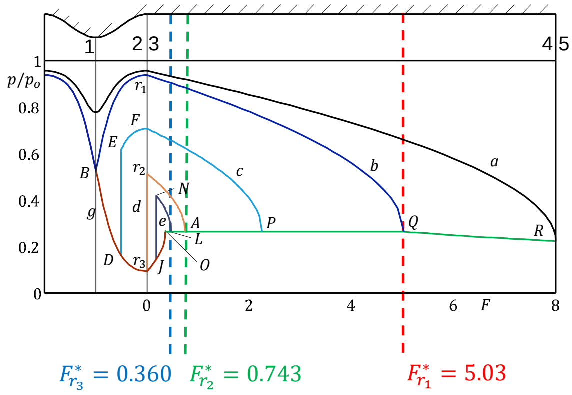
$p^*_{r_2} = p_A = p^*_{r_1}$ (siccome i punti C ed Y hanno stessa G ed H, ovvero sono sulla stessa curva di Fanno)

Punto $r_3 \quad (L_3^*)$

$$M_{r_3} = 2.20 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_3}}{p^*_{r_3}} = 0.356 \qquad F^*_{r_3} = 0.360$$

$p^*_{r_3} = p_O = p^*_{r_1}$ (siccome i punti C ed X hanno stessa G ed H, ovvero sono sulla stessa curva di Fanno)

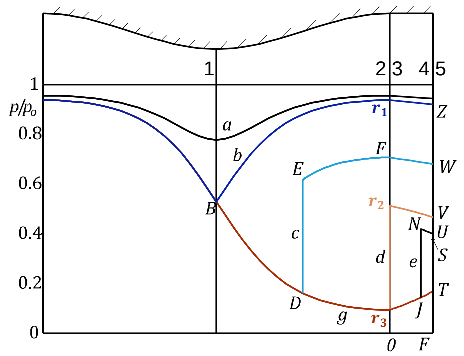
Caso a): $L = 0.625 \cdot m \quad L/D = 6.25$



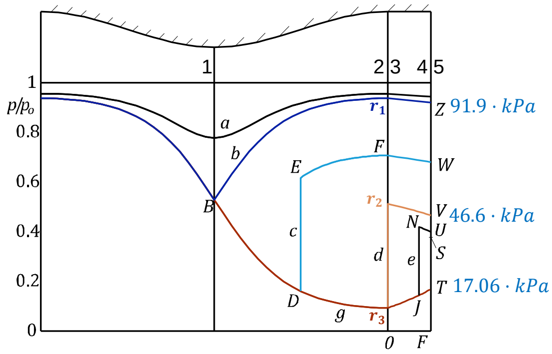
Calcoliamo innanzitutto il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

$$F = \frac{4 \cdot 0.01 \cdot 0.625}{0.1} = \quad 0.25 \quad < F^*_{r_3} = 0.360$$

In questo caso le curve caratteristiche del sistema si riducono a:



Caso a): $L = 0.625 \cdot m$



<u>Punto</u> Z

$$F_Z^* = F_{r_1}^* - F_{34} = 5.03 - 0.250 = \ 4.78$$

$$F_Z^* = 4.78 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \begin{cases} M_z = \ 0.312 \\ \dfrac{p_Z}{p_Z^*} = \ 3.48 \end{cases}$$

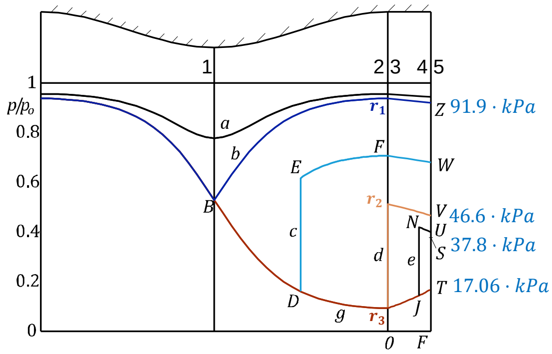
$$p_Z = \frac{p_Z}{p_Z^*} p_{r_1}^* = 3.48 \cdot 26.4 = 91.9 \cdot kPa$$

Analogamente:

<u>Punto</u> V $\quad F_V^* = F_{r_2}^* - F_{34} = = 0.743 - 0.250 = 0.493 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_V = \ 0.600 \qquad \dfrac{p_V}{p_V^*} = \ 1.765 \ \Rightarrow \ p_V = \ 46.6 \cdot kPa$

<u>Punto</u> T $\quad F_T^* = F_{r_3}^* \ - F_{34} = = 0.360 - .250 = \ 0.1102 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_T = \ 1.429 \qquad \dfrac{p_T}{p_T^*} = 0.646 \ \Rightarrow \ p_T = \ 17.06 \cdot kPa$

Caso a): $L = 0.625 \cdot m$



<u>Punto</u> S

$$M_T = 1.429 \xrightarrow{\text{NSW}} \begin{cases} M_S = \ 0.728 \\ \dfrac{p_S}{p_T} = \ 2.21 \end{cases}$$

$$p_S = \frac{p_S}{p_T} p_T = 2.21 \cdot 17.06 \cdot kPa = 37.8 \cdot kPa$$

Analizziamo i 5 sottocasi proposti nella traccia:

i. $p_a = 93.0 \cdot kPa$ iii. $p_a = 39.9 \cdot kPa$ v. $p_a = 10.0 \cdot kPa$

ii. $p_a = 68.0 \cdot kPa$ iv. $p_a = 25.0 \cdot kPa$

i. $p_a > pz$: il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a;

ii. $p_V < p_a < p_Z$: è presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c;

iii. $p_S < p_a < p_V$: è presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

iv. $p_T < p_a < p_S$: è presente un'onda d'urto obliqua all'uscita del condotto;

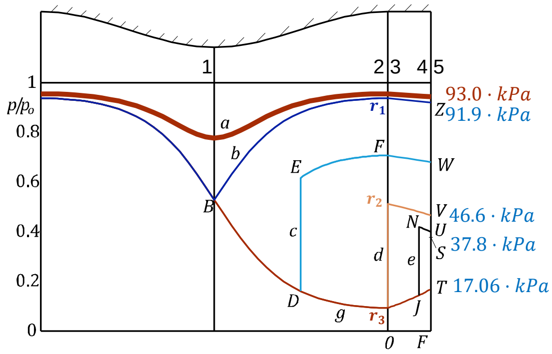
v. $p_a < p_T$: è presente un ventaglio di espansione all'uscita del condotto.

Caso a) i.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 93.0 \cdot kPa$

Il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach all'uscita del condotto.

Supponiamo che $M_5 = 0.15$ ($< M_Z = 0.312$).



$$M_5 = 0.15 \xrightarrow{\text{FF}} \quad F_5^* = 27.9 \qquad \frac{p_5}{p^*} = 7.29$$

$$F_2^* = F_5^* + F_{25} = 27.9+0.250 = 28.2 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad \frac{p_2}{p^*} = 7.32 \qquad M_2 = 0.1494 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_2}{p_{0_2}} = 0.985$$

Infine:

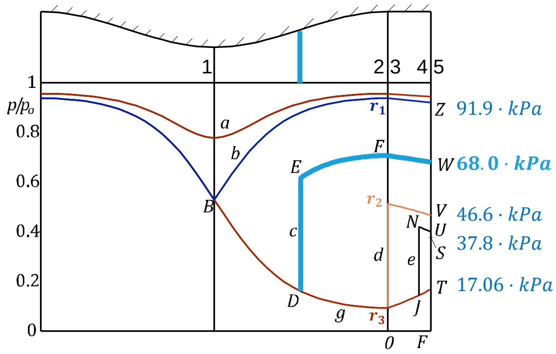
$$p_5 = \frac{p_5}{p^*}\frac{p^*}{p_2}\frac{p_2}{p_{0_2}} p_{0_2} = \frac{7.29}{7.32} \cdot 0.985 \cdot 100 = 98.1 \cdot kPa \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{p_u - p_a}{p_a} = 5.44\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_5 (e.g. $M_5 = 0.135$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

				$F_{25} = 0.25$				$p_0 = 100 \cdot kPa$	$p_a = 93 \cdot kPa$
		dalle tabelle (FF) entrando con M_5		$= F_5^* + F_{25}$	dalle tabelle (FF) entrando con F_2^*		da (ISO) con M_2	$p_5 = p_5/p^* \cdot p^*/p_2$ $p_2/p_{02} \cdot p_{0_2}$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	M_5	$\frac{p_5}{p^*}$	F_5^*	F_2^*	M_2	$\frac{p_2}{p^*}$	$\frac{p_2}{p_{0_2}}$	p_3 (kPa)	**e (%)**
(1)	0.15	7.2866	27.932	28.182	0.1494	7.3161	0.9845	98.056	5.436
(2)	0.135	8.0997	35.199	35.449	0.1346	8.1261	0.9874	98.421	5.8293
(3)	0.3573	3.0271	3.2501	3.5001	0.3483	3.1072	0.9195	89.580	−3.6779
(4)	0.2713	4.008	6.8958	7.1458	0.2676	4.0649	0.9515	93.813	0.8746
(5)	0.2879	3.7744	5.9136	6.1636	0.2833	3.8355	0.9458	93.072	0.0773
(6)	0.2895	3.7532	5.8278	6.0778	0.2849	3.8147	0.9452	92.998	−0.0021
(7)	0.2894	3.7538	5.830	6.0800	0.2848	3.8152	0.9452	93.000	5e-06
(8)	0.2894	3.7538	5.830	6.0800	0.2848	3.8152	0.9452	93.000	3e-10

$$M_5^{(n)} = \frac{M_5^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_5^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) ii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 68.0 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c

Il punto F si trova sulla stessa curva di Fanno del punto r_1. Ne consegue che:

$p_F^* = p_{r_1}^* = 26.4 \cdot kPa$

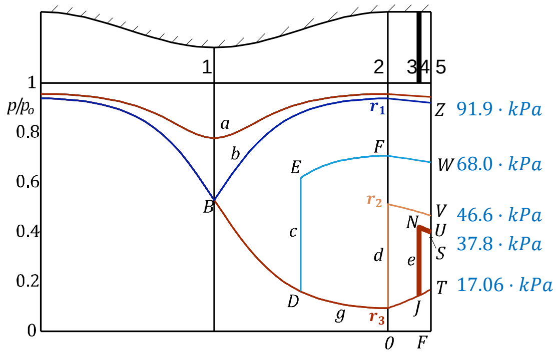
da cui: $\dfrac{p_a}{p_F^*} = \dfrac{p_5}{p_5^*} = \dfrac{68.0}{26.4} = 2.58$

$$\frac{p_5}{p_5^*} = 2.58 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_5 = 0.418 \qquad F_5^* = 2.00$$

$$F_2^* = F_{35} + F_5^* = 0.250 + 2.00 = 2.25 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_2 = 0.403 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_F}{p_{0F}} = 0.894 \qquad \frac{p_F}{p_F^*} = 2.67$$

$$\frac{p_{0E}}{p_{0D}} = \frac{p_{02}}{p_0} = \frac{p_{0_2}}{p_2}\frac{p_2}{p_2^*}\frac{p_2^*}{p_0} = \frac{1}{0.894} \cdot 2.67 \cdot \frac{26.4}{100} = 0.790 \xrightarrow{\text{NSW}} M_D = 1.851$$

Caso a) iii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 39.9 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Si procede iterativamente assegnando la posizione dell'onda d'urto, ovvero F_{23}, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Supponiamo che $\frac{L_{23}}{D} = 5 \rightarrow F_{23} = 0.200$ $(< F_{25} = 0.250)$.

$$F_{23} = 0.200 \Rightarrow \quad F_3^* = F_2^* - F_{23} = 0.360 - 0.250 = 0.1602$$

(con $F_2^* = F_{r_3}^* = 0.360$)

$$F_3^* = 0.1602 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_3 = 1.566 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.679 \xrightarrow{\text{FF}} F_4^* = 0.252$$

$$F_{45} = F_{25} - F_{23} = 0.25 - 0.200 = 0.0500 \Rightarrow \quad F_5^* = F_4^* - F_{45} = = 0.252 - 0.050 = 0.2023 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_5 = 0.703 \qquad \frac{p_5}{p_5^*} = 1.486$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p_5^*}p_5^* = 1.486 \cdot 26.4 = 39.3 \cdot kPa \Rightarrow \quad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 1.609\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di L_{23}/D ($L_{23}/D = 6$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.360$ $\qquad F_{25} = 0.25$ $\qquad p_a = 39.9 \cdot kPa$

			$F^*_2 - F_{23}$	da (FF) con F^*_3	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_{25} - F_{23}$	$F^*_4 - F_{45}$	da (FF) con F^*_5		$\frac{p_5}{p^*_5} p^*$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{\frac{L_{23}}{D}}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	F^*_3	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{M_4}$	F^*_4	$\boldsymbol{F_{45}}$	F^*_5	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**e (%)**
(1)	5	0.2	0.1602	1.5663	0.6789	0.2523	0.0500	0.2023	0.703	1.4864	39.262	1.598
(2)	6	0.24	0.1202	1.4565	0.7171	0.1771	0.0100	0.1671	0.7231	1.4415	38.076	-4.572
(3)	4.4628	0.1785	0.1817	1.6259	0.6608	0.2958	0.0715	0.2244	0.6919	1.5126	39.953	0.133
(4)	4.5064	0.1803	0.1799	1.6211	0.6622	0.2922	0.0697	0.2225	0.6928	1.5104	39.896	-0.010
(5)	4.5034	0.1801	0.1800	1.6214	0.6621	0.2925	0.0699	0.2226	0.6927	1.5106	39.900	0.000
(6)	4.5034	0.1801	0.1800	1.6214	0.6621	0.2925	0.0699	0.2226	0.6927	1.5106	39.900	0.000

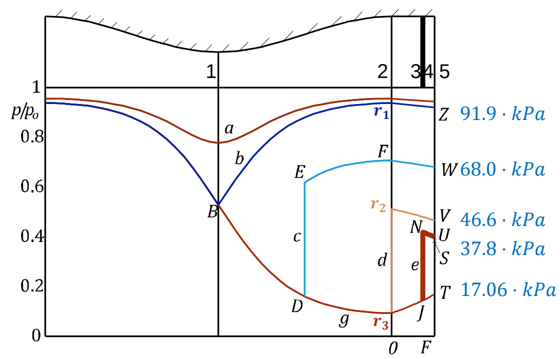
$$L^{(n)}_{23}/D = \frac{L^{(n-1)}_{23}/D \; e^{(n-2)} - L^{(n-2)}_{23}/D \; e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 39.9 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Ripetiamo l'esercizio usando come variabile di tentativo il numero di Mach M_3 a monte dell'onda d'urto.

Supponiamo che $M_3 = 2$ $\left(< M_{r_3} = 2.20\right)$.



(con $F^*_2 = F^*_{r3} = 0.360, F_{25} = 0.250$)

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_3 = 0.305$$

$$F_{23} = F^*_2 - F^*_3 = 0.360 - 0.305 = 0.0552$$

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.577 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_4 = 0.588$$

$$F^*_5 = F^*_4 - (F_{25} - F_{23}) = 0.588 - (0.250 - 0.0552) = 0.393$$

$$F^*_5 = 0.393 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_5 = 0.627 \qquad \frac{p_5}{p^*_5} = 1.682$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*_5} p^*_5 = 1.682 \cdot 26.4 = 44.4 \cdot kPa \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 11.31\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.5$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.360$ $\qquad F_{25} = 0.25$ $\qquad p^* = 26.4 \cdot kPa$ $\qquad p_a = 39.9 \cdot kPa$

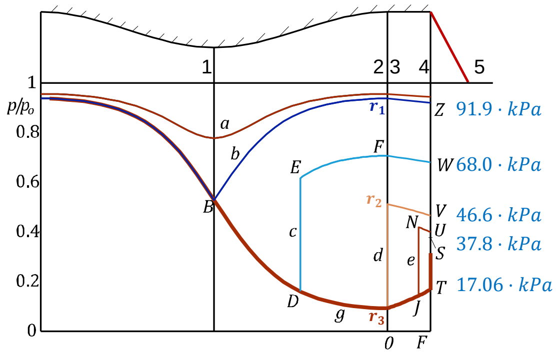
			$F^*_2 - F^*_3$	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F^*_4 - (F_{25} - F_{23})$	da (FF) con F^*_5		$= \frac{p_5}{p^*_5} p^*$	$= \frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	M_3	F^*_3	F_{23}	M_4	F^*_4	F^*_5	M_5	$\frac{p_5}{p^*}$	**p_5 (kPa)**	**errore (%)**
(1)	2.00	0.305	0.0552	0.5774	0.5879	0.393	0.6272	1.6816	44.417	11.321
(2)	1.500	0.1361	0.2241	0.7011	0.206	0.1802	0.7153	1.4587	38.529	-3.4348
(3)	1.6164	0.1782	0.1819	0.6636	0.2888	0.2207	0.6937	1.5083	39.841	-0.1476
(4)	1.6216	0.1801	0.1801	0.662	0.2926	0.2227	0.6927	1.5106	39.902	0.0059
(5)	1.6214	0.1800	0.1801	0.6621	0.2925	0.2226	0.6927	1.5106	39.900	-7E-06
(6)	1.6214	0.1800	0.1801	0.6621	0.2925	0.2226	0.6927	1.5106	39.900	-3E-10

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iv.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 25.0 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto obliqua all'uscita del condotto.

Indicando con 4 e 5 le condizioni a monte e valle dell'onda d'urto, rispettivamente:



$$\frac{p_5}{p_4} = \frac{p_a}{p_T} = \frac{25}{17.06} = 1.465 \xrightarrow{\text{NSW}} \begin{aligned} M_{n_4} &= 1.182 \\ M_{n_5} &= 0.853 \end{aligned}$$

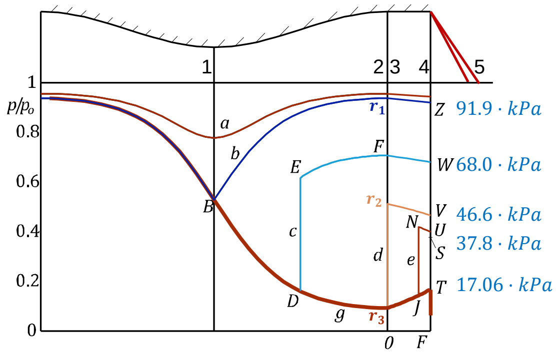
$$\left.\begin{aligned} M_4 &= M_T = 1.429 \\ \varepsilon &= \operatorname{asin}\left(\frac{M_{n_4}}{M_4}\right) = \operatorname{asin}\left(\frac{1.182}{1.429}\right) = 55.9° \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\varepsilon, \delta, M} \delta = 7.51°$$

$$M_5 = \frac{M_{n_5}}{\sin(\varepsilon - \delta)} = \frac{0.853}{\sin(55.9 - 7.51)} = 1.142$$

Caso a) v.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 10.0 \cdot kPa$

È presente un ventaglio di espansione all'uscita del condotto.

Indicando con 4 e 5 le condizioni a monte e valle del ventaglio, rispettivamente:



$$M_4 = M_T = 1.429 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_4}{p_{0_4}} = 0.302$$

$$p_4 = p_T = 17.06 \cdot kPa$$

$$\frac{p_5}{p_{0_5}} = \frac{p_a}{p_{0_4}} = \frac{p_a}{p_4}\frac{p_4}{p_{0_4}} = \frac{10.0}{17.06} 0.302 = \quad 0.1768$$

$$\frac{p_5}{p_{0_5}} = 0.1768 \xrightarrow{\text{ISO}} M_5 = 1.790 \xrightarrow{\text{PM}} \nu_5 = 20.4°$$

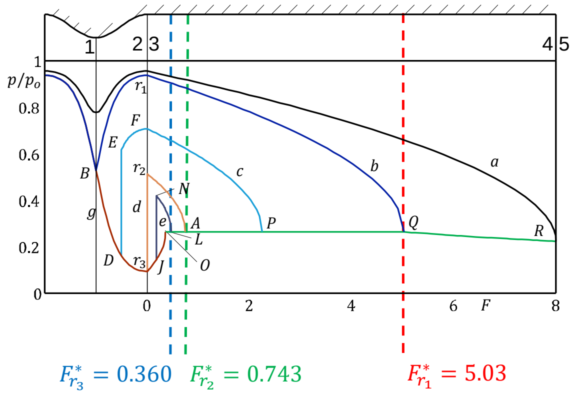
$$M_4 = 1.429 \xrightarrow{\text{PM}} \nu_4 = 9.82°$$

$$\delta = \nu_5 - \nu_4 = 10.60°$$

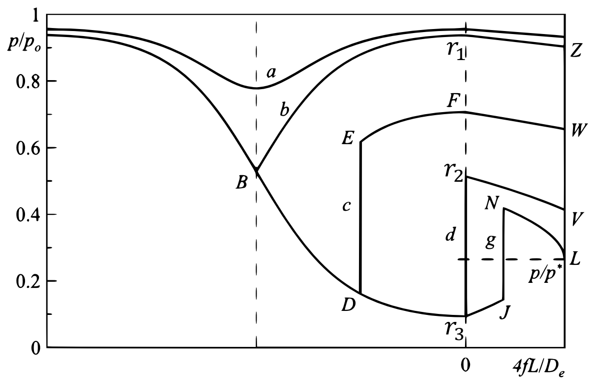
Caso b): $L = 1.180 \cdot m$, $L/D = 11.80$

Calcoliamo innanzitutto il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

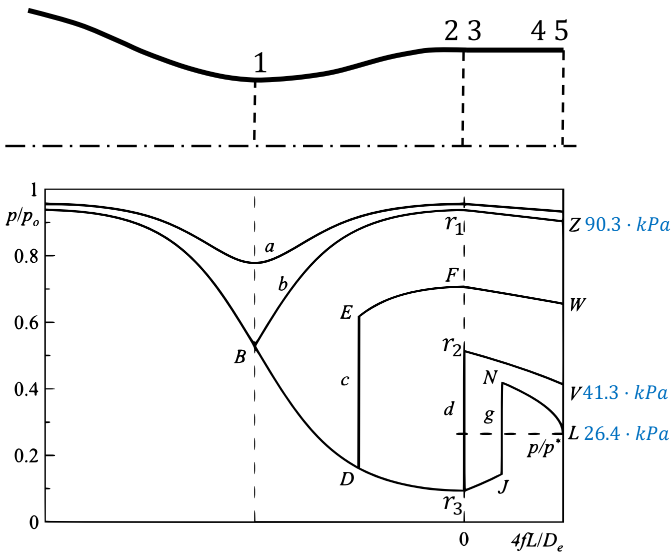
$$F_{25} = \frac{4fL_{25}}{D} = \frac{4 \cdot 0.01 \cdot 1.180}{0.1} = 0.470 \quad \begin{matrix} > F_3^* = 0.360 \\ < F_2^* = 0.743 \end{matrix}$$



In questo caso le curve caratteristiche del sistema si riducono a:



Caso b): $L = 1.180 \cdot m$



Punto Z

$$F_Z^* = F_{r_3}^* - F_{25} = 5.03 - 0.470 = \quad 4.56$$

$$F_Z^* = 4.56 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_z = 0.317 \qquad \frac{p_Z}{p_Z^*} = 3.42$$

$$p_Z = \frac{p_Z}{p_Z^*} p^* = 3.42 \cdot 26.4 \cdot kPa = 90.3 \cdot kPa$$

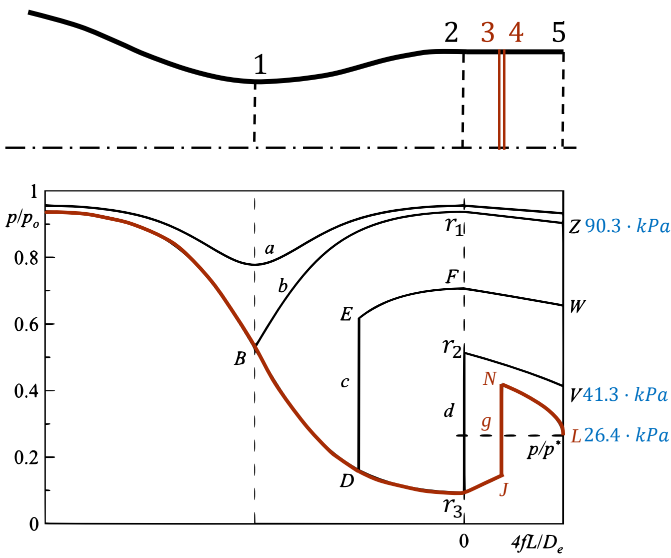
Analogamente:

Punto V $\quad F_V^* = F_{r_2}^* - F_{25} = \quad 0.270 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_V = \quad 0.671 \qquad \frac{p_V}{p_V^*} = \quad 1.56 \quad \Rightarrow \quad p_V = \quad 41.3 \cdot kPa$

Punto L $\quad p_L = p_{r_3}^* = 26.4 \cdot kPa$

Nel punto L la pressione è nota ed è pari alla pressione critica del moto alla Fanno con ingresso dato dalla condizione r_3. Per determinare la posizione dell'urto JN bisogna iterare.

Caso b): $L = 1.180 \cdot m$



Per determinare la posizione dell'urto JN bisogna iterare.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach M_3 a monte dell'urto, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Supponiamo che $M_3 = 1.2$ ($< M_{r_3} = 2.197$).

$$M_3 = 1.2 \xrightarrow{\text{FF}} \quad F_3^* = \quad 0.0336$$

$$M_3 = 1.2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = \quad 0.842 \quad \xrightarrow{\text{FF}} \quad F_4^* = \quad 0.0409$$

Si nota che: $\quad F_{23} = F_{r_3}^* - F_3^* \qquad$ mentre: $\quad F_{45} = F_4^*$

$$\overline{F_{25}} = 0.470$$

da cui : $\quad F_{25} = F_{23} + F_{45} = F_{r_3}^* - F_3^* + F_4^* = 0.360 - 0.336 + 0.0409 = 0.367$

$$F_{r_3}^* = 0.360$$

$$e = \frac{F_{25} - \overline{F_{25}}}{\overline{F_{25}}} = \quad -22.1\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.4$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

					$F^*_{r_3} = 0.360$	$\overline{F_{25}} = 0.472$
			da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F^*_{r_3} - F^*_3 + F^*_4$	$\frac{F_{25} - \overline{F_{25}}}{\overline{F_{25}}}$
tentativo #	$\boldsymbol{M_3}$	F^*_3	$\boldsymbol{M_4}$	F^*_4	$\boldsymbol{F_{25}}$	**errore (%)**
(1)	1.2	0.0336	0.8422	0.0409	0.3675	-22.149
(2)	1.4	0.0997	0.7397	0.1415	0.402	-14.835
(3)	1.8057	0.2438	0.6152	0.4338	0.5502	16.569
(4)	1.5916	0.1693	0.671	0.2706	0.4615	-2.2321
(5)	1.6171	0.1785	0.6634	0.2893	0.471	-0.2214
(6)	1.6199	0.1795	0.6626	0.2913	0.472	0.0042
(7)	1.6198	0.1795	0.6626	0.2913	0.472	-7E-06
(8)	1.6198	0.1795	0.6626	0.2913	0.472	-2E-10

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

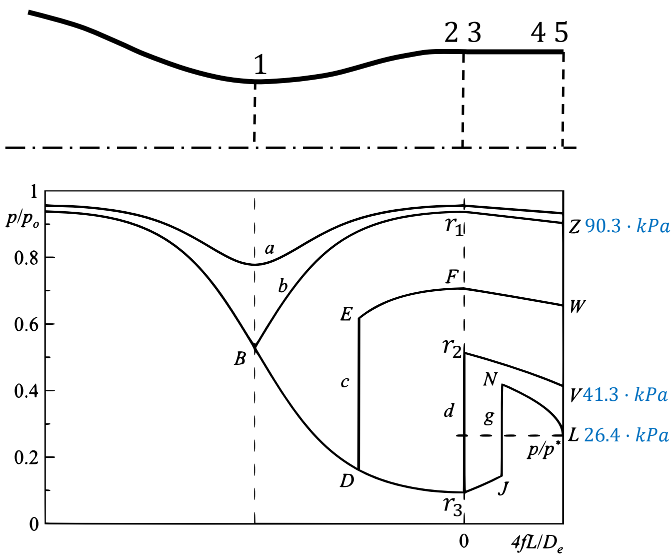
Caso b): $L = 1.180 \cdot m$

Analizziamo i 3 sottocasi proposti nella traccia:

i. $p_a = 93.0 \cdot kPa$

ii. $p_a = 68.0 \cdot kPa$

iii. $p_a = 35 \cdot kPa$



i. $p_a > p_Z$: il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a;

ii. $p_V < p_a < p_Z$: è presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c;

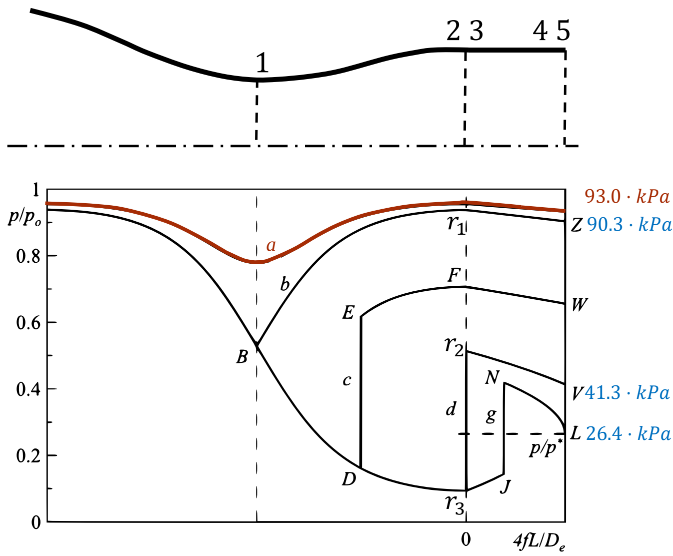
iii. $p_L < p_a < p_V$: è presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5.

Caso b) i.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 93.0 \cdot kPa$

Il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach all'uscita del condotto.

Supponiamo che $M_5 = 0.15$ ($< M_Z = 0.317$).



$$M_5 = 0.15 \xrightarrow{\text{FF}} F_5^* = 27.9 \qquad \frac{p_5}{p^*} = 7.29$$

$$F_2^* = F_5^* + F_{25} = 27.9+0.472 = 28.4 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \frac{p_2}{p^*} = 7.34 \qquad M_2 = 0.1489 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_2}{p_{0\,2}} = 0.985$$

Infine:

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*}\frac{p^*}{p_2}\frac{p_2}{p_{0_2}}\, p_{0_2} = \frac{7.29}{7.34} \cdot 0.985 \cdot p_{0_1} = 97.7 \cdot kPa \quad \Rightarrow \quad \text{err} = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 5.07\%$$

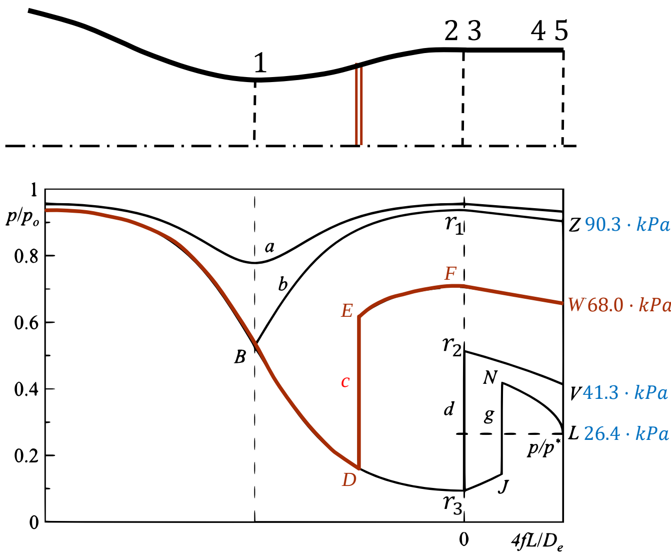
Si ripete il procedimento per un altro valore di M_5 (e.g. $M_5 = 0.135$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$F_{25} = 0.472$ $\qquad p_0 = 100 \cdot kPa$ $\qquad p_a = 93 \cdot kPa$

		dalle tabelle (FF) entrando con M_5		$= F_5^* + F_{25}$	dalle tabelle (FF) entrando con F_2^*		da (ISO) con M_2	$p_5 = p_5/p^* \cdot p^*/p_2 \; p_2/p_{02} \cdot p_{0_2}$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	M_5	$\frac{p_5}{p^*}$	F_5^*	F_2^*	M_2	$\frac{p_2}{p^*}$	$\frac{p_2}{p_{0_2}}$	p_3 (kPa)	**e (%)**
(1)	0.15	7.2866	27.932	28.404	0.1489	7.3423	0.9846	97.717	5.0723
(2)	0.135	8.0997	35.199	35.671	0.1342	8.1495	0.9875	98.146	5.5328
(3)	0.3152	3.4413	4.635	5.107	0.3042	3.5687	0.9378	90.435	-2.7579
(4)	0.2553	4.2637	8.0522	8.5242	0.2495	4.3631	0.9576	93.579	0.6231
(5)	0.2663	4.0845	7.2332	7.7052	0.2598	4.1889	0.9542	93.039	0.0421
(6)	0.2671	4.0721	7.1781	7.6501	0.2605	4.1769	0.9539	92.999	-0.0008
(7)	0.2671	4.0724	7.1791	7.6511	0.2605	4.1771	0.9539	93.000	9E-07
(8)	0.2671	4.0724	7.1791	7.6511	0.2605	4.1771	0.9539	93.000	2E-11

$$M_5^{(n)} = \frac{M_5^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_5^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) ii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 68.0 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c

Il punto F si trova sulla stessa curva di Fanno del punto C. Ne consegue che:

$$p_F^* = p_C^* = p^* = 26.4 \cdot kPa$$

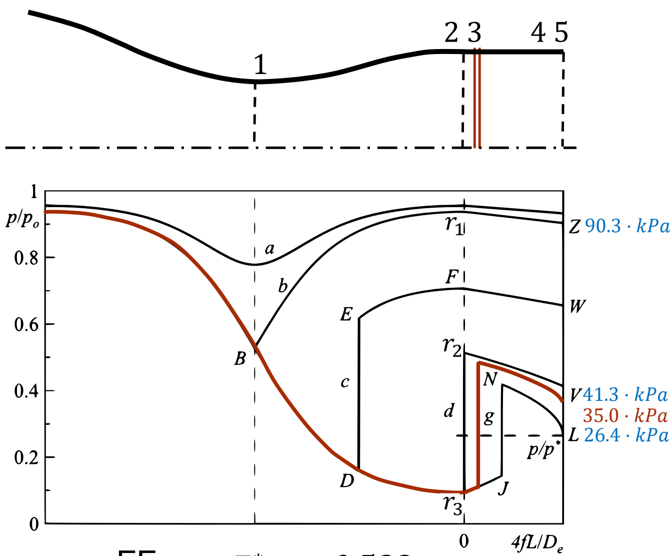
da cui: $\dfrac{p_a}{p_F^*} = \dfrac{p_5}{p^*} = 2.57$

$$\frac{p_5}{p^*} = 2.57 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_5 = 0.418 \quad F_5^* = 2.00$$

$$F_F^* = F_{25} + F_5^* = 0.472 + 2.00 = 2.47 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_F = 0.391 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_F}{p_{0F}} = 0.900 \qquad \frac{p_F}{p_F^*} = 2.76$$

$$\frac{p_{0E}}{p_{0D}} = \frac{p_{0F}}{p_0} = \frac{p_{0F}}{p_F}\frac{p_F}{p_F^*}\frac{p_F^*}{p_0} = \frac{1}{0.900} \cdot 2.76 \cdot \frac{26.4}{100} = 0.810 \xrightarrow{\text{NSW}} M_D = 1.81$$

Caso a) iii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 35.0 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Si procede iterativamente assegnando la posizione dell'onda d'urto, ovvero F_{23}, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Si suppone che $L_{23}/D = 5 \rightarrow F_{23} = 0.0800$ ($< F_{25} = 0.472$).

$$F_{23} = 0.0800 \quad \Rightarrow F_3^* = F_2^* - F_{23} = 0.360 - 0.0800 = 0.280$$

(con $F_2^* = F_{r_3}^* = 0.360$)

$$F_3^* = 0.280 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_3 = 1.919 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.592 \xrightarrow{\text{FF}} F_4^* = 0.523$$

$$F_{45} = F_{25} - F_{23} = 0.472 - 0.0800 = 0.392 \Rightarrow \begin{array}{l} F_5^* = F_4^* - F_{45} = \\ = 0.523 - 0.392 = 0.1312 \end{array} \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} \begin{array}{l} M_5 = 0.747 \\ \dfrac{p_5}{p_5^*} = 1.391 \end{array}$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p_5^*} p_5^* = 1.391 \cdot 26.4 = 36.7 \cdot kPa \Rightarrow e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = -7.93\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di L_{23}/D ($L_{23}/D = 3$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.360$ $\quad F_{25} = 0.472$ $\quad p_a = 39.9 \cdot kPa$

			$F^*_2 - F_{23}$	da (FF) con F^*_3	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_{25} - F_{23}$	$F^*_4 - F_{45}$	da (FF) con F^*_5		$\frac{p_5}{p^*_5}p^*$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{\frac{L_{23}}{D}}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	F^*_3	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{M_4}$	F^*_4	$\boldsymbol{F_{45}}$	F^*_5	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**e (%)**
(1)	2	0.0800	0.2802	1.9186	0.592	0.5232	0.392	0.1312	0.7471	1.3907	36.734	4.955
(2)	3	0.1200	0.2402	1.7949	0.6177	0.4253	0.352	0.07331	0.7989	1.2913	34.109	-2.546
(3)	2.6606	0.1064	0.2538	1.836	0.6087	0.4577	0.3656	0.09209	0.7796	1.3268	35.046	0.132
(4)	2.6773	0.1071	0.2531	1.8339	0.6091	0.456	0.3649	0.09114	0.7805	1.3251	35.001	0.004
(5)	2.6779	0.1071	0.2531	1.8339	0.6091	0.456	0.3649	0.09111	0.7805	1.3251	35.0000	-6E-06
(6)	2.6779	0.1071	0.2531	1.8339	0.6091	0.456	0.3649	0.09111	0.7805	1.3251	35.0000	2E-10

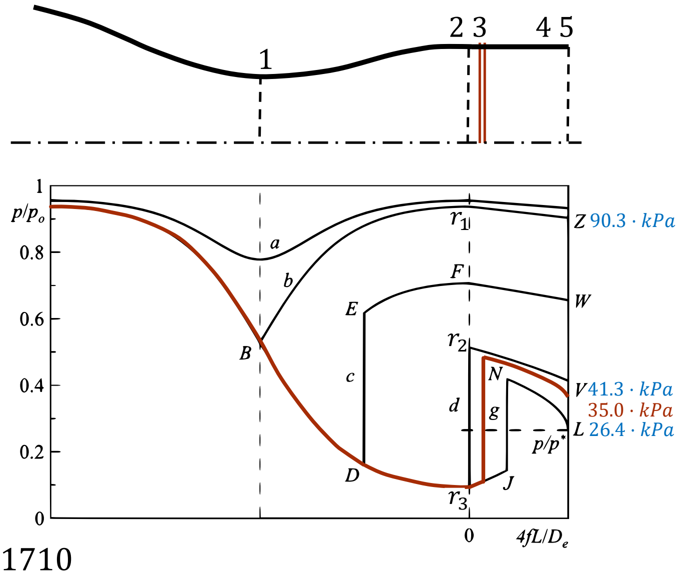
$$L^{(n)}_{23}/D = \frac{L^{(n-1)}_{23}/D\ e^{(n-2)} - L^{(n-2)}_{23}/D\ e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 35 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Ripetiamo l'esercizio usando come variabile di tentativo il numero di Mach M_3 a monte dell'onda d'urto.

Supponiamo che $M_3 = 2$ $\left(< M_{r_3} = 2.20\right)$.



$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_3 = 0.305$$

$$F_{23} = F^*_2 - F^*_3 = 0.360 - 0.305 = 0.0552$$

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.577 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_4 = 0.588$$

$$F^*_5 = F^*_4 - (F_{25} - F_{23}) = 0.588 - (0.472 - 0.0552) = 0.1710$$

(con $F^*_2 = F^*_{r3} = 0.360, F_{25} = 0.472$)

$$F^*_5 = 0.1710 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_5 = 0.721 \qquad \frac{p_5}{p^*_5} = 1.447$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*_5} p^*_5 = 1.447 \cdot 26.4 = 38.2 \cdot kPa \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 9.186\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.5$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F_{r_2}^* = F_2^* = 0.360$ $4fL/D = 0.472$ $p_a = 35.0 \cdot kPa$

			$F_2^* - F_3^*$	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_4^* - (F_{25} - F_{23})$	da (FF) con F_5^*		$= \frac{p_5}{p_5^*} p^*$	$= \frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{F_3^*}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	$\boldsymbol{M_4}$	$\boldsymbol{F_4^*}$	$\boldsymbol{F_5^*}$	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**errore (%)**
(1)	2	0.305	0.0552	0.5774	0.5879	0.1710	0.7207	1.44676	38.215	9.1855
(2)	1.5	0.1361	0.2241	0.7011	0.206	-0.0418	1.0691	0.92446	24.419	-30.232
(3)	1.8835	0.2691	0.0911	0.5989	0.4953	0.1144	0.7601	1.36456	36.044	2.9817
(4)	1.8491	0.258	0.1022	0.6059	0.468	0.0982	0.774	1.33752	35.329	0.9409
(5)	1.8332	0.2528	0.1073	0.6092	0.4555	0.0908	0.7808	1.3245	34.985	-0.0418
(6)	1.8339	0.2531	0.1071	0.6091	0.456	0.0911	0.7805	1.32506	35	0.0006

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$