



UNIVERSITY OF NAPLES **FEDERICO II** 1224 A.D.

Gasdinamica

T. Astarita

astarita@unina.it

www.docenti.unina.it

Versione del 28.4.2022

Maratona



Credit: Nicolas Bain, Denis Bartolo



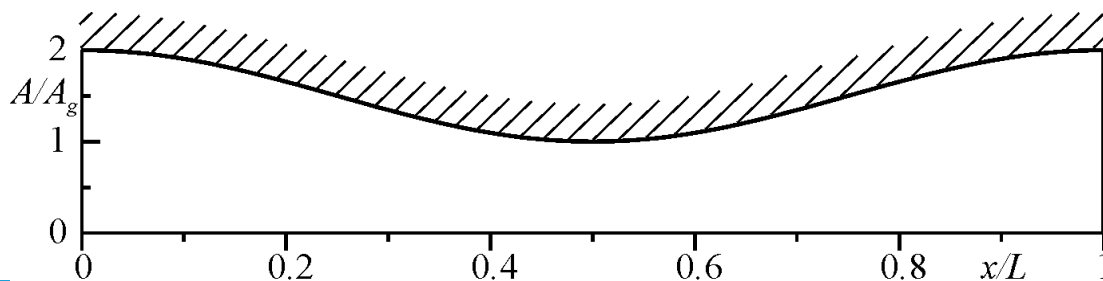
Ugelli

Un **ugello** è un condotto ad **area variabile** (convergente e/o divergente), non molto lungo rispetto al suo diametro medio.

Ciascun tratto di un **ugello** nel quale la pressione **diminuisce** (la velocità aumenta) è chiamato **effusore**; viceversa, il tratto in cui la pressione **aumenta** (la velocità diminuisce) viene detto **diffusore**.

Il tratto **convergente** di un ugello si comporterà come **effusore**, se il flusso è **subsonico** o come **diffusore** se il flusso è **supersonico**.

Il moto negli ugelli è abbastanza **ben descritto** con le ipotesi di moto quasi-**unidimensionale**, quasi-**stazionario**, **omoenergetico** e **isoentropico**, purché essi **non** siano molto **lunghi** rispetto al loro diametro medio e la **variazione** di **sezione** sia **graduale**.



Ugelli

Sulla base di queste ipotesi sono quindi valide le equazioni di bilancio:

$$\dot{m} = \rho VA = GA = \text{cost}, \quad H = h + \frac{V^2}{2} = \text{cost} \quad s = \text{cost}$$

Come già visto, per un gas più che perfetto si ha:

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \psi^{\frac{1}{\gamma-1}}; \quad \frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \psi^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$
$$\frac{T_o}{T} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) = \psi; \quad \psi(M) = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2; \quad K = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$$

Partendo dalla conservazione della **massa** scritta fra una sezione generica e la sezione **critica** ($\rho VA = \rho^* V^* A^*$) si può ricavare la:

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma+1} \psi \right]^K$$



Ugelli

$$\frac{T}{T_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

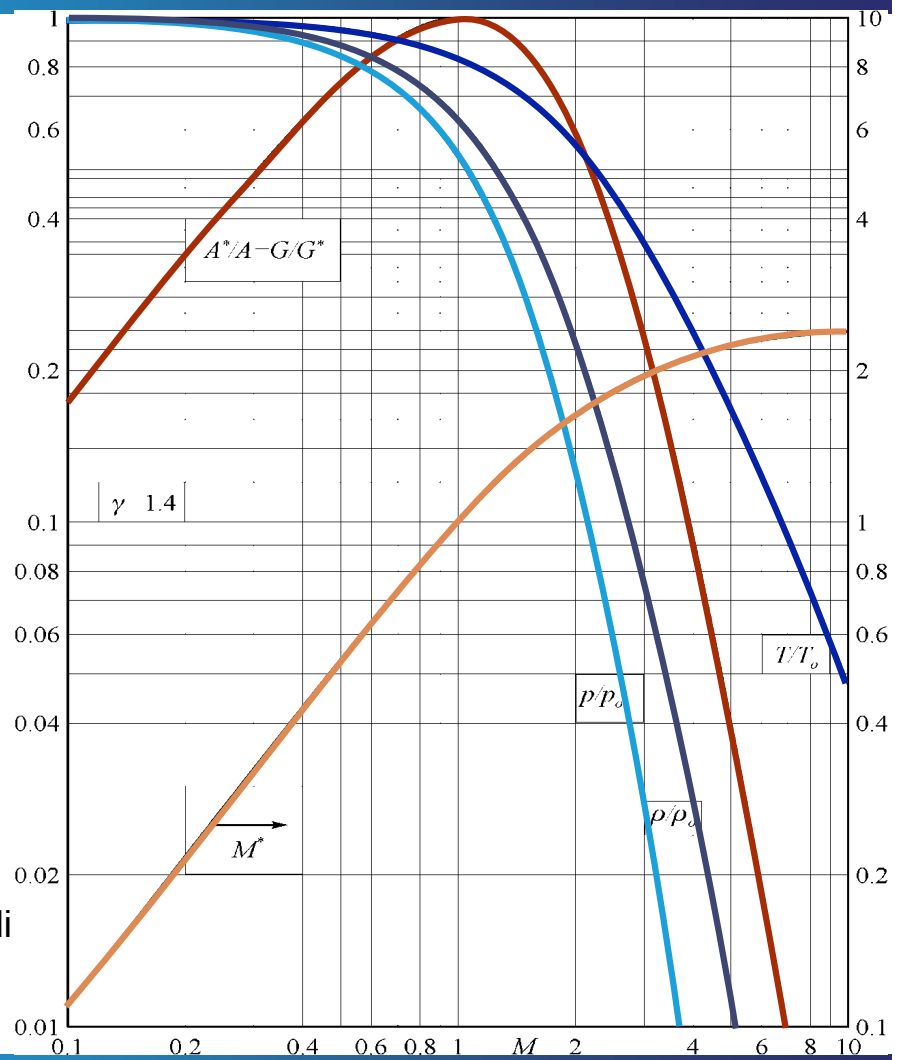
$$\frac{\rho}{\rho_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{p}{p_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$

$$M^{*2} = \frac{M^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \frac{\gamma + 1}{2}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Solo M^* si legge sulla scala di destra.



Ugelli

All'aumentare di **Mach**, i rapporti $\frac{T}{T_o}$, $\frac{\rho}{\rho_o}$ e $\frac{p}{p_o}$ sono monotonicamente **decrescenti**.

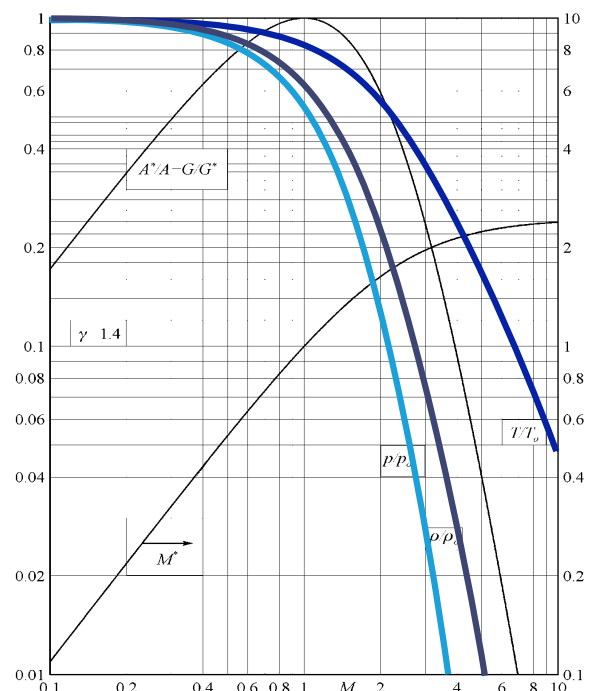
La **maggiore** diminuzione si ha per la **pressione**, poi per la densità e, infine, per la temperatura.

Per $\gamma = 1.4$ gli esponenti sono -3.5, -2.5 e -1.

$$\frac{T}{T_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{p}{p_o} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$



Ugelli

In condizioni **critiche** si ha:

$$\frac{T^*}{T_o} = \frac{2}{\gamma + 1} = (0.833);$$

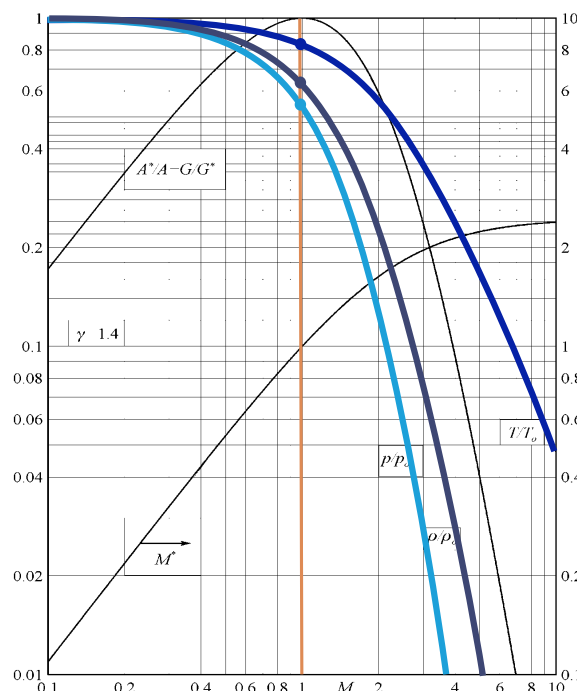
$$\frac{\rho^*}{\rho_o} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = (0.6339);$$

$$\frac{p^*}{p_o} = \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = (0.5283)$$

Particolare rilevanza ha il rapporto di **pressioni critiche**.

Nel seguito, a volte, si utilizzerà:

$$k = \frac{\gamma-1}{\gamma} \text{ e } \pi = \frac{p}{p_o}$$



Ugelli

Tranne che per $M=1$, per ogni A/A^* , esistono **due** valori del numero di **Mach**, uno in regime **subsonico** e l'altro in **supersonico**.

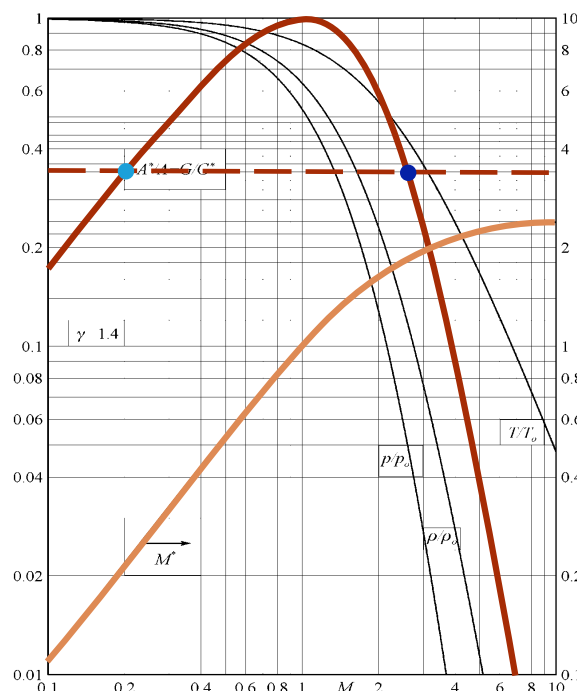
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Il numero di Mach critico:

$$M^* = \frac{V}{a^*} = \frac{V}{V^*} = \sqrt{\frac{M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \frac{\gamma+1}{2}}$$

raggiunge un valore limite per $M \rightarrow \infty$ (per $V = V_{lim}$):

$$\lim_{M \rightarrow \infty} M^* = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} = (2.45)$$



Formula di de Saint Venant e Wantzel

Si vuole ora ricavare formula di **de Saint Venant** e **Wantzel** che consente di calcolare la **velocità** raggiunta da un gas che, a partire dalla **pressione** di **ristagno** p_o , si porta ad una generica **pressione** p .

$$H = h + \frac{V^2}{2} \rightarrow V = \sqrt{2(H - h)} = \sqrt{2c_p(T_o - T)} = \sqrt{2c_p T_o \left(1 - \frac{T}{T_o}\right)}$$

ma ricordando che $\frac{T}{T_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^k$, $c_p = \frac{1}{k}R$, $a^2 = \gamma RT$ si ha:

$$V = \sqrt{2 \frac{\gamma}{\gamma - 1} R T_o \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)} = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per $p/p_o \rightarrow 0$ si ritrova la **velocità limite**:

$$V_l = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} = \sqrt{\frac{2a_o^2}{\gamma - 1}} = \sqrt{\frac{2\gamma R T_o}{\gamma - 1}} = \sqrt{2c_p T_o} = \sqrt{2H}$$



Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per $p/p_o \rightarrow 1$ (regime **incompressibile**) conviene riscrivere la formula in funzione della **differenza** di pressione $\Delta p = p_o - p \rightarrow 0$:

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^k = \left(\frac{p_o - p_o + p}{p_o}\right)^k = \left(1 - \frac{\Delta p}{p_o}\right)^k \cong 1 - k \frac{\Delta p}{p_o}$$

Dove l'ultimo passaggio deriva da $\lim_{\alpha x \rightarrow 0} (1 + x)^\alpha \rightarrow 1 + \alpha x$.

Quindi:

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma R T_o}{\gamma - 1} \left(1 - \left(1 - k \frac{\Delta p}{p_o}\right)\right)} = \sqrt{\frac{R T_o}{p_o} 2\Delta p} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Che può essere ricavata più semplicemente dal teorema di Bernoulli.

$$p + \rho V^2/2 = cost = p_o$$



Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Se si considera un sistema formato da un **serbatoio-ugello** la velocità all'uscita sarà quella per cui $p = p_a$ e, in regime incompressibile, si ha $\rho = \rho_o = \rho_a$.

Questa formula anche se non **esatta** conduce, nel limite di flusso **incompressibile**, a risultati **più accurati** della formula di de Saint Venant e Wantzel che è più sensibile a **errori di arrotondamento**.

L'errore che si commette utilizzando questa formula è **inferiore** al 3% per numeri di **Mach inferiori a 0.5**.



Formula di de Saint Venant e Wantzel

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}}$$

Vista la sua semplicità a senso estendere il range di utilizzo a numeri di Mach ancora più elevati. Come già detto in un flusso isentropico la **densità** varia più **velocemente** della **temperatura** quindi ha senso supporre che T sia **costante** (la temperatura ambiente non **influenza** il moto nell'ugello) e valutare la densità come media fra quella nel serbatoio e quella relativa alla pressione ambiente. Si ha:

$$\bar{\rho} = \frac{p_o + p_a}{2RT_o} \quad \rightarrow \quad V = \sqrt{\frac{4RT_o\Delta p}{p_o + p_a}}$$

Questa formula permette di estendere l'intervallo per cui l'errore è **inferiore** al 3% fino a numeri di **Mach unitari**.



Portata in un ugello convergente

La portata di massa nelle ipotesi di moto quasi-**unidimensionale** e quasi-**stazionario**, può essere calcolata in una qualunque sezione del condotto mediante la formula:

$$\dot{m} = \rho V A$$

Nel caso di **gas più che perfetto** e di trasformazione **isoentropica** si ha:

$$\rho = \frac{\rho}{\rho_o} \rho_o = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{\gamma R T_o} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{a_o^2} \quad V = a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

da cui:

$$\dot{m} = \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \frac{\gamma p_o}{a_o^2} a_o \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)} A = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$



Portata in un ugello convergente

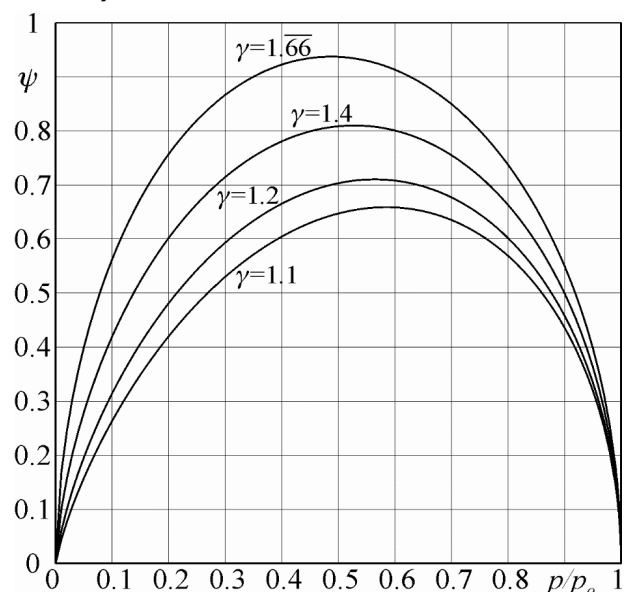
$$\dot{m} = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Introducendo il **fattore d'efflusso** Ψ (al contrario del libro nelle presentazioni si utilizzerà la **lettera maiuscola**):

$$\Psi = \frac{\dot{m} a_o}{p_o A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

si ha:

$$\dot{m} = \frac{p_o A \Psi}{a_o}$$



Portata in un ugello convergente

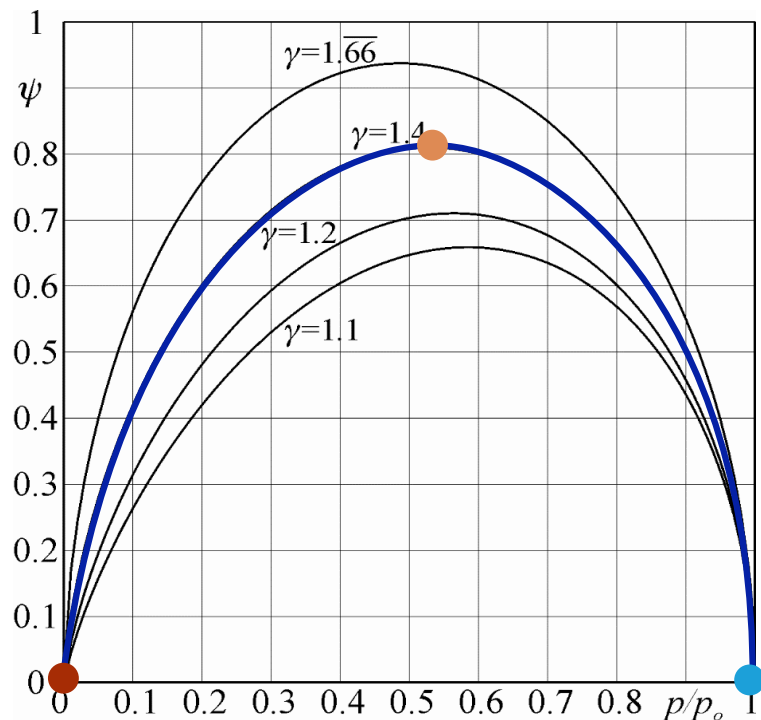
$$\Psi = \frac{\dot{m} a_o}{p_o A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)}$$

Il **fattore d'efflusso** Ψ è nullo per p/p_o uguale a **0** o a **1**.

Il valore **massimo** si ricava derivando Ψ rispetto a p/p_o ed uguagliando a zero:

$$\frac{p}{p_o} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{p^*}{p_o}$$

Il **massimo** di Ψ si raggiunge in condizioni **critiche** e può essere quindi indicato con Ψ^* .



Portata in un ugello convergente

Ψ^* è una funzione solo di γ :

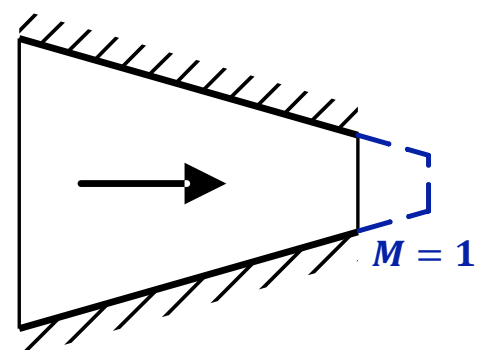
$$\Psi^* = \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \gamma \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^K = (0.8102)$$

In **condizioni critiche** ($M = 1$) si ha anche $A = A^*$ e la portata può essere calcolata con:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o}$$

Questa equazione può essere utilizzata anche se la **sezione critica non** è realmente **presente** nel condotto.

Infatti si può immaginare di **prolungare fittiziamente** l'ugello con un condotto convergente sino a raggiungere le condizioni soniche.



Portata in un ugello convergente

Conoscendo l'area ed il numero di Mach d'uscita dalla relazione:

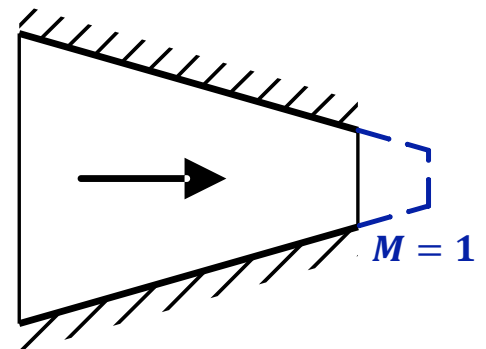
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Si può calcolare l'area critica fittizia A^* ed servirsi del **metodo** per il calcolo della portata mediante **l'area critica fittizia** utilizzando la:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o}$$

Si ricorda che si può passare facilmente dal **rapporto di pressione** al **numero di Mach** o viceversa utilizzando la:

$$\frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$



Portata in un ugello convergente

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K, \quad \Psi^* = \gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^K$$

Evidentemente si la **portata** può essere valutata in **qualsiasi sezione** del condotto e uguagliando le portate si ha:

$$\dot{m} = \frac{p_o A^* \Psi^*}{a_o} = \frac{p_o A \Psi}{a_o}$$

Ma lungo il condotto la **pressione** e la **temperatura di ristagno** non variano quindi:

$$\frac{\Psi}{\Psi^*} = \frac{A^*}{A} = M \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K}$$

Ed infine:

$$\Psi = \Psi^* M \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K} = M \gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^K \left[\frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^{-K} = \gamma M \psi^{-K}$$



Portata in un ugello convergente

$$\dot{m} = \frac{p_o A}{a_o} \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{2}{\gamma}} \left(1 - \left(\frac{p}{p_o}\right)^k\right)}$$

Per $p/p_o \rightarrow 1$ (regime **incompressibile**) si ritrova, con:

$$\left(\frac{p}{p_o}\right)^k \cong 1 - k \frac{\Delta p}{p_o}; \quad \left(\frac{p}{p_o}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{\rho}{\rho_o} \rightarrow 1$$

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \frac{p_o^2}{a_o^2} \left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^2 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Delta p}{p_o}\right)} = A \sqrt{\frac{2\gamma p_o^2}{\gamma R T_o} \frac{\Delta p}{p_o}} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$

Relazione ricavabile più semplicemente da:

$$\dot{m} = \rho_o V A = \rho_o A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho_o}} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$



Portata in un ugello convergente

$$\dot{m} = A \sqrt{2\rho_o \Delta p}$$

L'errore che si commette utilizzando questa formula è **inferiore** al 3% per numeri di **Mach inferiori a 0.28**.

Anche in questo caso si può migliorare l'approssimazione utilizzando la densità media:

$$\dot{m} = A \sqrt{\frac{(p_o + p_a)}{R T_o} \Delta p}$$

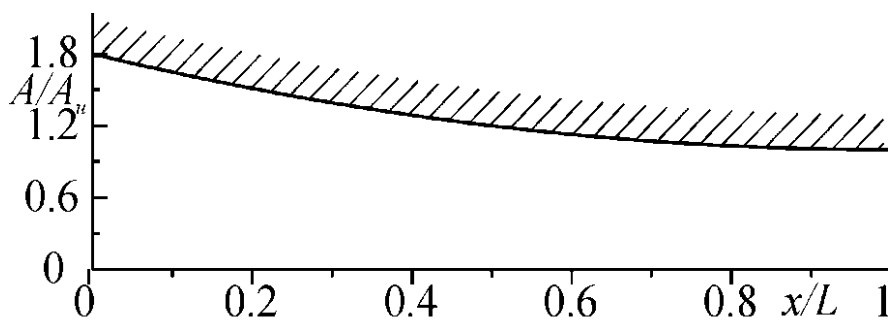
In questo caso si estende di poco l'intervallo per cui l'errore è **inferiore** al 3% fino a un numero di **Mach** pari a **0.38**.



Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga di avere un **ugello convergente** collegato ad un serbatoio nel quale è noto lo stato termodinamico del gas. Nel serbatoio la **velocità** del fluido è **nulla** per cui, ipotizzando attraverso l'ugello un moto quasi-**stazionario**, **omoenergetico** ed **isoentropico**, le condizioni nel serbatoio coincidono con le **condizioni di ristagno** del gas lungo tutto l'ugello.

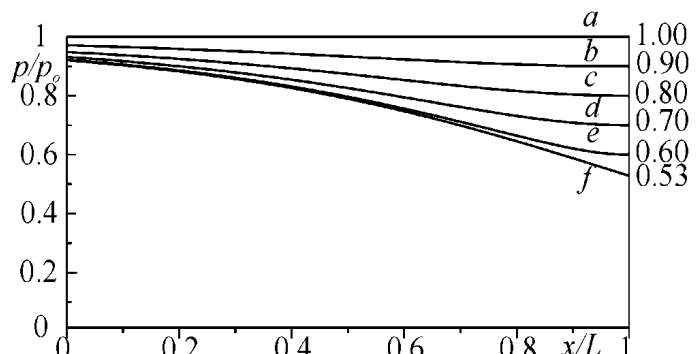
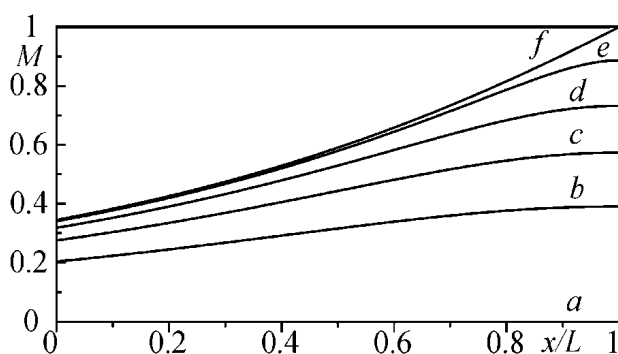
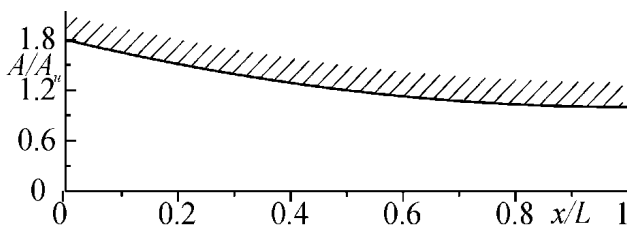
Si supporrà che il rapporto delle aree sia 1.8, che la **pressione** nel serbatoio (uguale a quella di ristagno) sia **fissata** a 1bar e che la pressione **ambiente** possa **variare** da 1bar fino a 0. Chiaramente l'ugello si comporterà da **effusore**.



Funzionamento di un ugello convergente

Le curve tracciate nel grafico a **destra** corrispondono a quelle per cui la **pressione** nella sezione di uscita dell'ugello p_u vale (dall'alto verso il basso) 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, e 0.53 bar, cioè rispettivamente le curve *a*, *b*, *c*, *d*, *e* ed *f* di figura (cioè $\pi_a = 1, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6$, e 0.53).

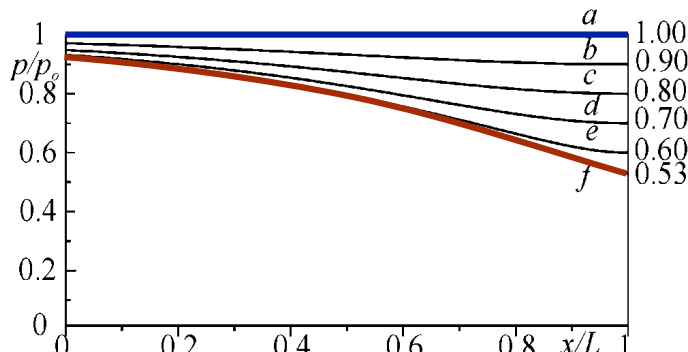
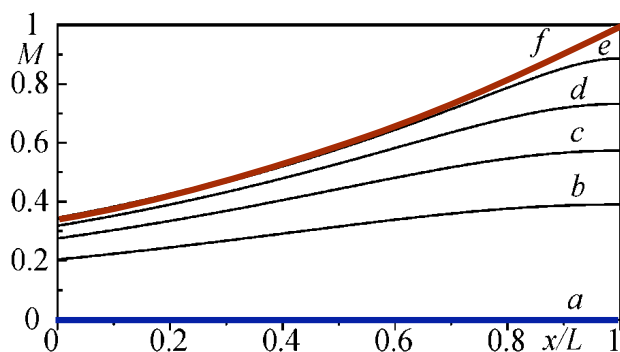
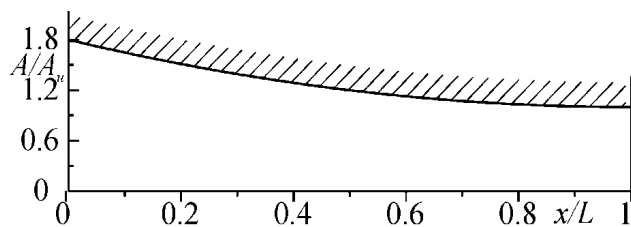
Nel grafico a **sinistra** è riportato il **numero di Mach** corrispondente.



Funzionamento di un ugello convergente

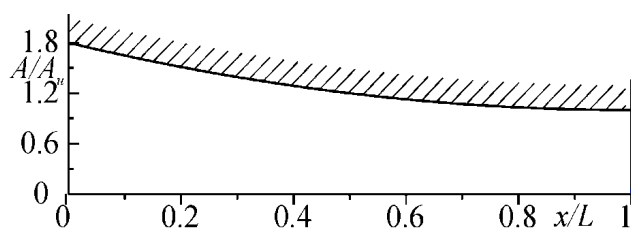
La **curva f** corrisponde al raggiungimento delle condizioni soniche nella sezione di uscita dell'ugello ($\pi^* = p^*/p_o = 0.5283$).

La **curva a** ($p = p_u = p_o = 1\text{bar}$) è relativa al caso per il quale la **pressione è costante** lungo l'ugello e, quindi, **velocità** e numero di **Mach** sono ovunque **nulli**. Chiaramente anche la **portata** è nulla.



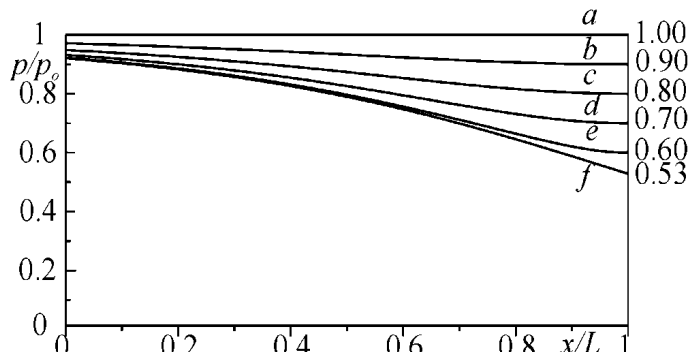
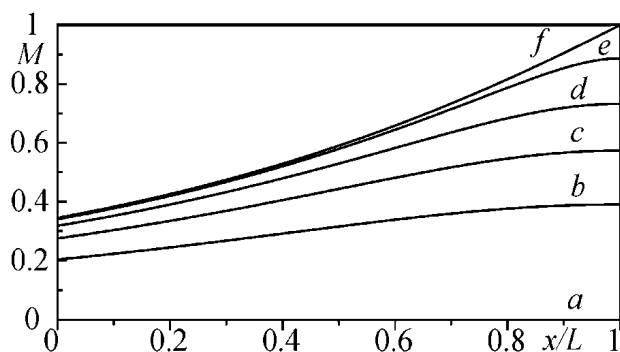
Funzionamento di un ugello convergente

Qualunque sia il valore della pressione **ambiente** compreso tra p^* e p_o , la pressione del fluido all'**uscita** dell'ugello p_u deve necessariamente essere **uguale** a p_a , cioè deve rispettare la cosiddetta **condizione di Kutta** (**pressione ambiente = pressione all'uscita**).



pressione ambiente

pressione all'uscita dell'ugello

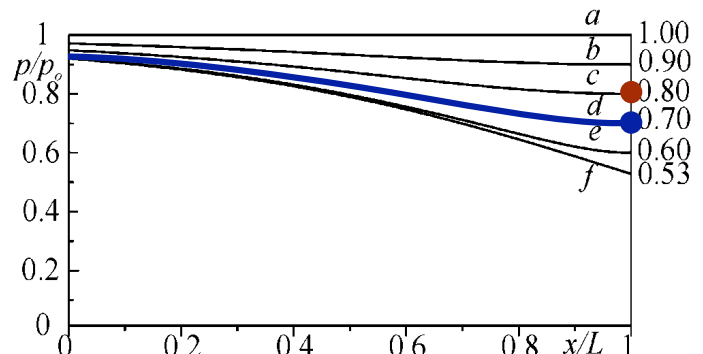
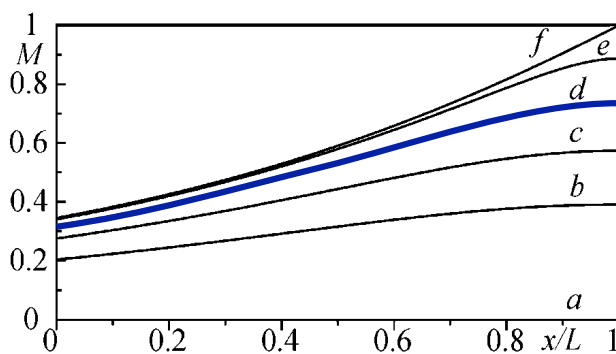


Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga che inizialmente l'ugello stia funzionando lungo la **curva d** corrispondente a $p_u = 0.7bar$ e che sia soddisfatta la condizione di Kutta $p_u = p_a$.

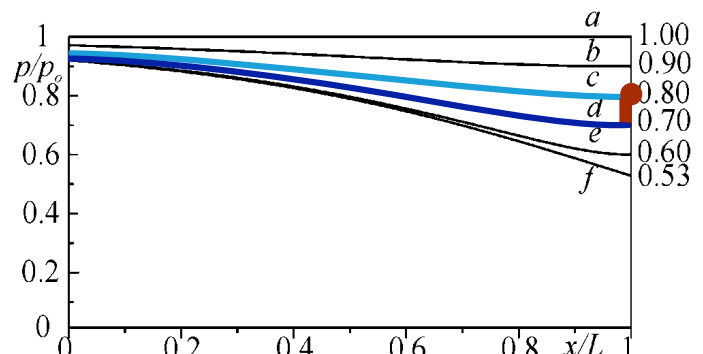
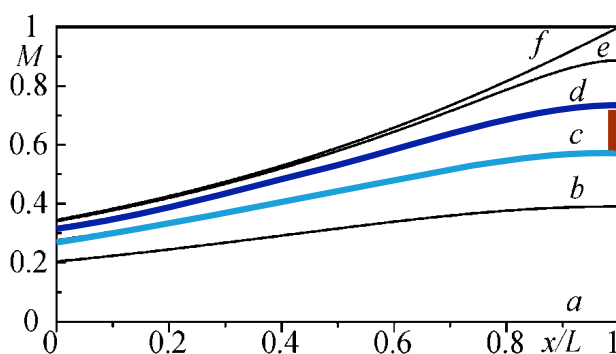
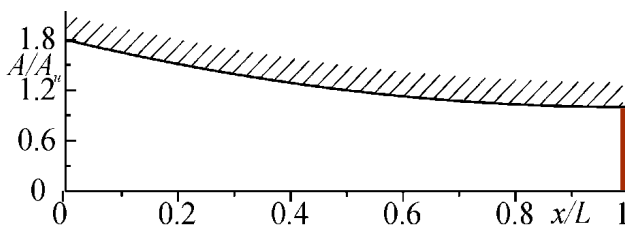
Se la pressione ambiente diventasse poi $0.8bar$ (**pallino rosso**) nella sezione d'uscita dovrebbe essere presente un **salto di pressione** verso l'alto (una **violenta compressione**).

Questo salto di pressione può essere spiegato solo con una **fenomenologia instazionaria**.



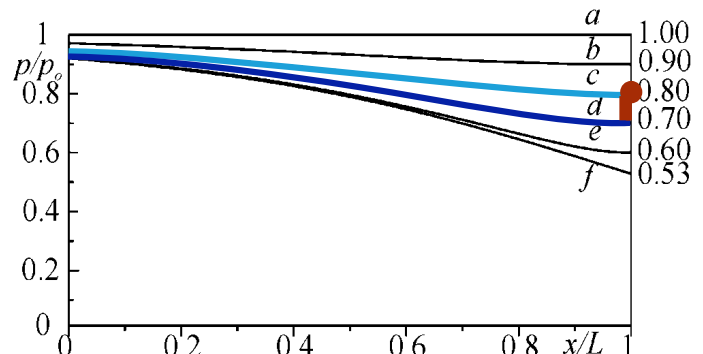
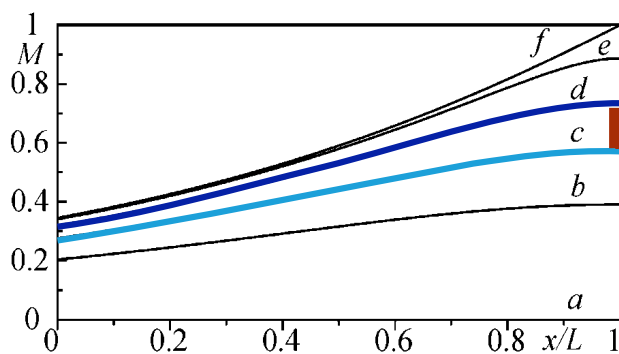
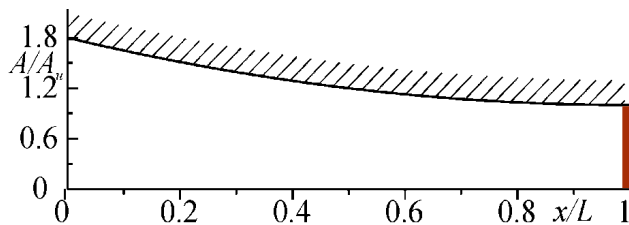
Funzionamento di un ugello convergente

Il salto di pressione verso l'alto avviene, infatti, attraverso un'**onda d'urto** che risale la corrente, **viaggiando** a **velocità supersonica**.



Funzionamento di un ugello convergente

L'onda d'**urto accelera** il fluido in **direzione concorde** a quella di propagazione (quindi **verso monte**) diminuendo il numero di Mach e aumentando la pressione. Il flusso si adatta alla variata condizione al contorno ed alla fine seguirà la **curva c**.

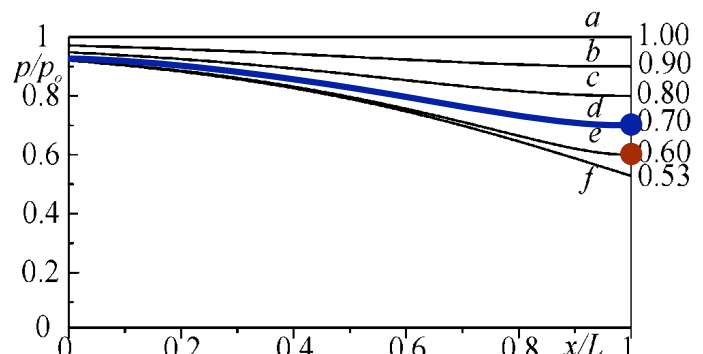
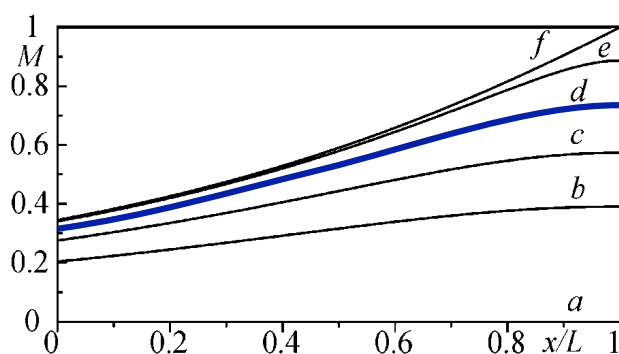


Funzionamento di un ugello convergente

Si supponga che inizialmente l'ugello stia funzionando lungo la **curva d** corrispondente a $p_u = 0.7bar$ e che sia soddisfatta la condizione di Kutta $p_u = p_a$.

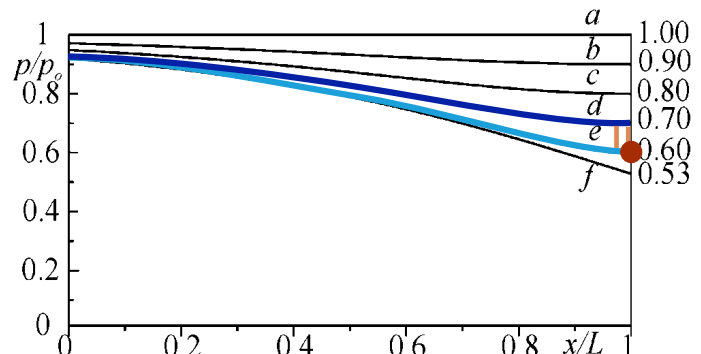
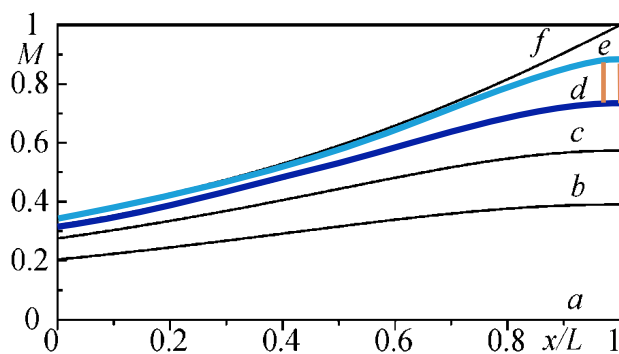
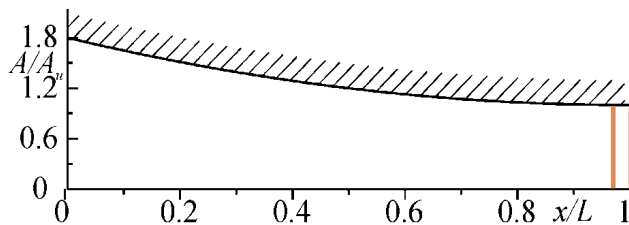
Se la pressione ambiente diventasse poi $0.6bar$ (**pallino rosso**) nella sezione d'uscita dovrebbe essere presente un **salto di pressione** verso il basso (una **violenta espansione**).

Questo salto di pressione può essere spiegato solo con una **fenomenologia instazionaria**.



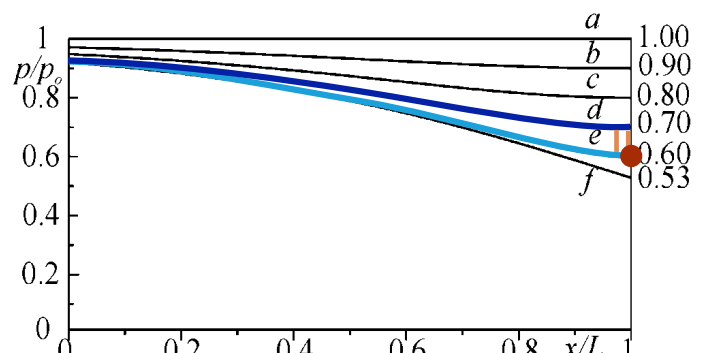
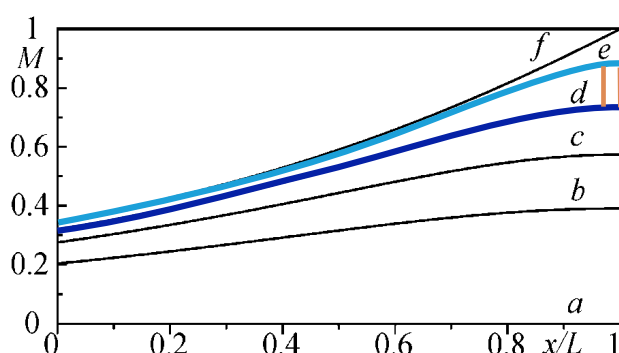
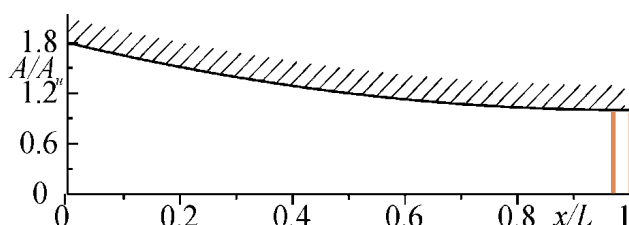
Funzionamento di un ugello convergente

Il salto di pressione verso il basso avviene, infatti, attraverso un **treno di onde di Mach di espansione** che risalgono la corrente, **viaggiando** alla **velocità del suono**.



Funzionamento di un ugello convergente

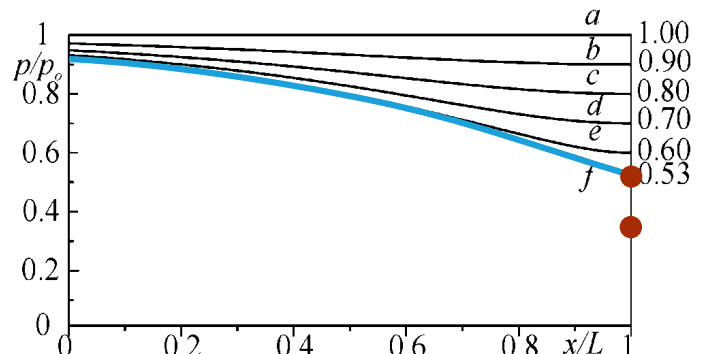
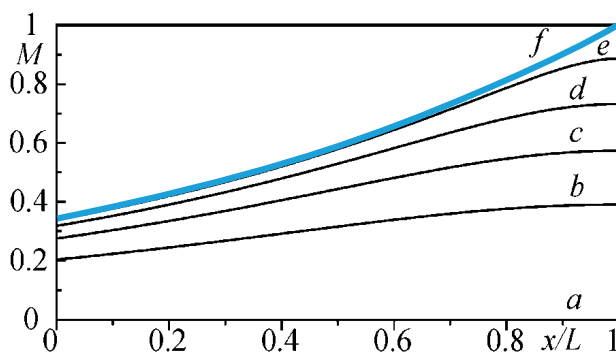
Il treno di onde d'**espansione accelera** il fluido in **direzione opposta** a quella di propagazione (quindi **verso valle**) aumentando il numero di Mach e diminuendo la pressione. Il flusso si adatta alla variata condizione al contorno ed alla fine seguirà la **curva e**.



Funzionamento di un ugello convergente

Se la pressione ambiente diventasse **inferiore** a p^* (**pallino rosso**) l'ugello continuerà a funzionare secondo la **curva f** poiché, in questo caso all'uscita dell'ugello il **moto è sonico**; il **treno di onde di espansione** (che viaggiano verso monte alla velocità del suono) **non riesce a risalire la corrente**.

Le onde resteranno ferme nella sezione di uscita dell'ugello e la **pressione** del fluido nella **sezione di uscita** sarà sempre uguale alla **pressione critica**; la pressione si adatterà a quella ambiente **esternamente** con un ventaglio **d'espansione**.

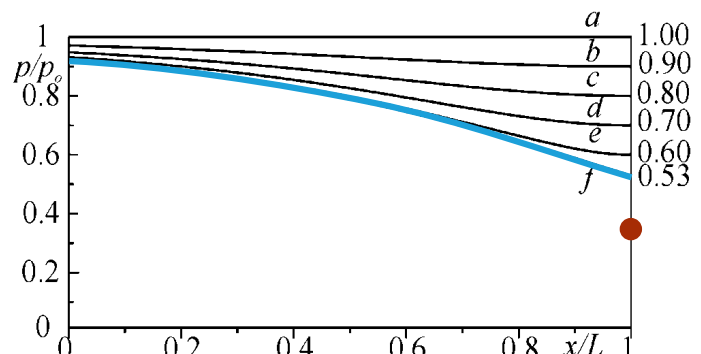
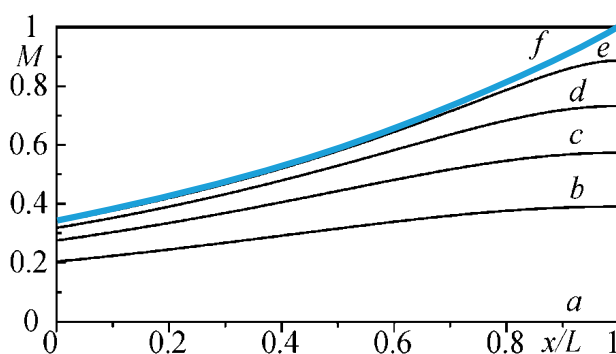


Funzionamento di un ugello convergente

Il numero di Mach nella sezione di uscita si **blocca ad 1** e l'ugello si **strozza**, perché, come si vedrà nel seguito, la **portata** effluente dall'ugello **non dipende** dalla **pressione ambiente** se inferiore a p^* .

Per un ugello convergente, il **fenomeno dello strozzamento non dipende** dalla **geometria** dell'ugello stesso.

In queste condizioni l'ugello è anche **sottoespanso**, perché la corrente non riesce a **completare** nell'ugello stesso la sua espansione fino alla più pressione ambiente.



Funzionamento di un ugello convergente

Il diagramma mostra l'andamento della pressione nella **sezione di uscita** p_u dell'ugello in funzione del rapporto $\pi_a = p_a/p_o$.

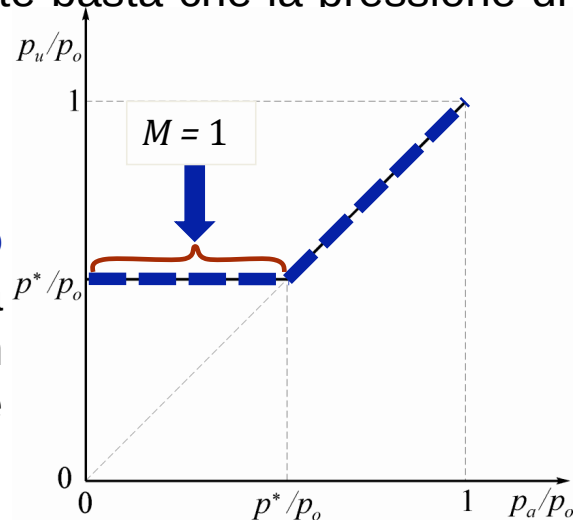
Se la pressione **ambiente** è **maggiore** di quella **critica** ($p_a > p^*$) è rispettata la **condizione di Kutta** ($p_a = p_u$).

Per $p_a < p^*$, invece la pressione all'uscita si **blocca** al valore critico p^* .

Le condizioni di ugello **strozzato** sono **facilmente raggiunte** nella pratica, infatti in **aria** e a pressione ambiente basta che la pressione di ristagno sia:

$$p_o = \frac{p_o}{p^*} p_a = \frac{1}{0.5283} = 1.893 \cdot atm$$

Ad esempio la pressione di un **pneumatico** è di circa $2atm$ relative che corrisponde a $3atm$ assolute. Quindi quando si fora un **pneumatico** il moto è inizialmente **strozzato**.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

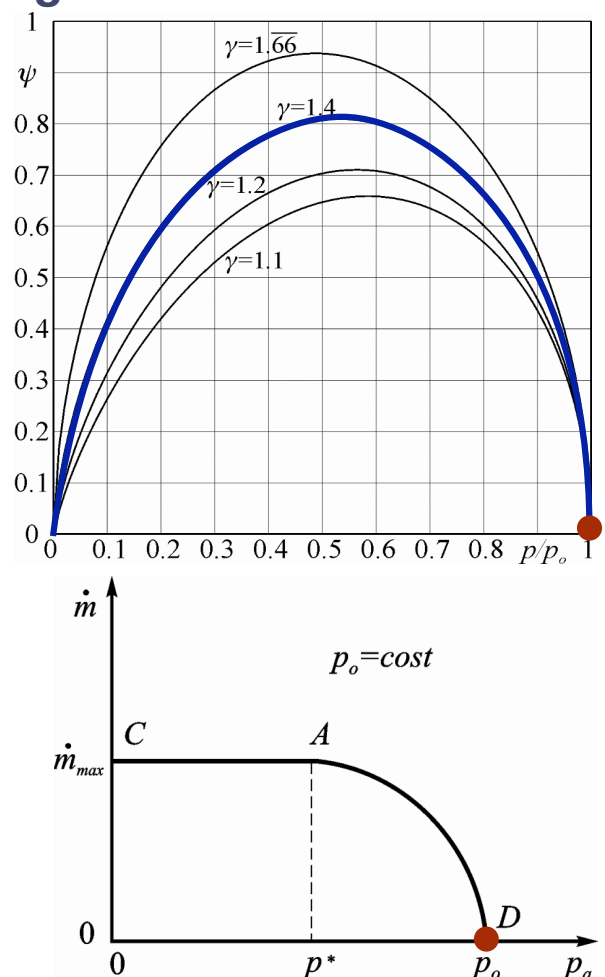
Per calcolare la **portata** uscente dal sistema **serbatoio-ugello convergente**, si può utilizzare la:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

Dove p_o e a_o sono quelle nel **serbatoio** ed A_u e Ψ_u sono, invece, valutate nella **sezione d'uscita** dell'ugello.

Inizialmente si supponga che la **pressione e la temperatura di ristagno** siano **costanti** e quindi la **portata** sia **direttamente proporzionale** al **fattore d'efflusso**.

Se $p_a = p_o$ il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

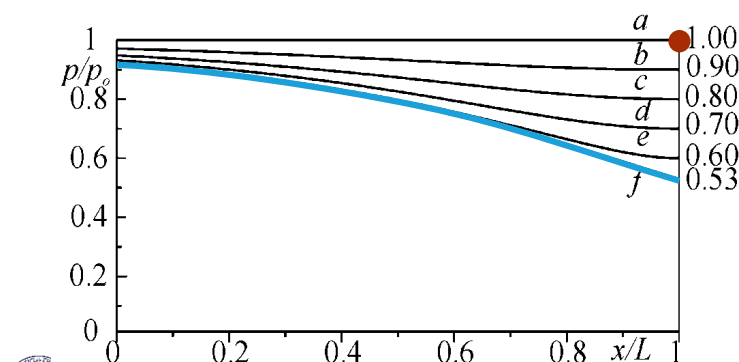
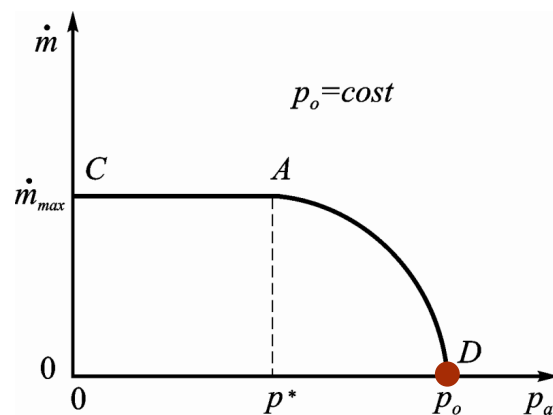
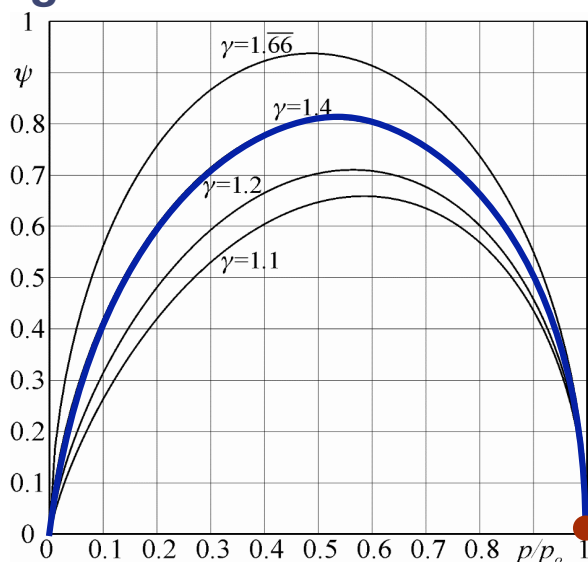


Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

Diminuendo p_a (con $p_a > p^*$) deve essere soddisfatta la **condizione** di **Kutta**, di conseguenza Ψ e la **portata aumentano**.

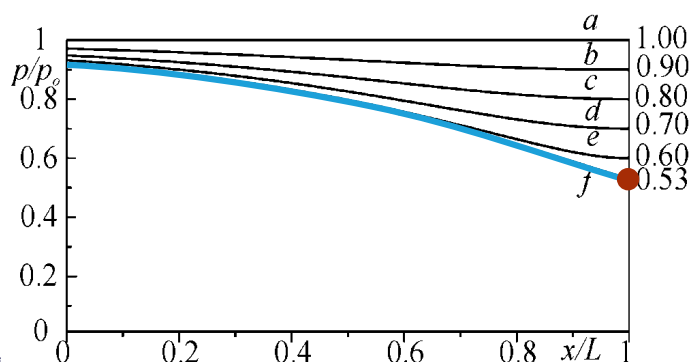
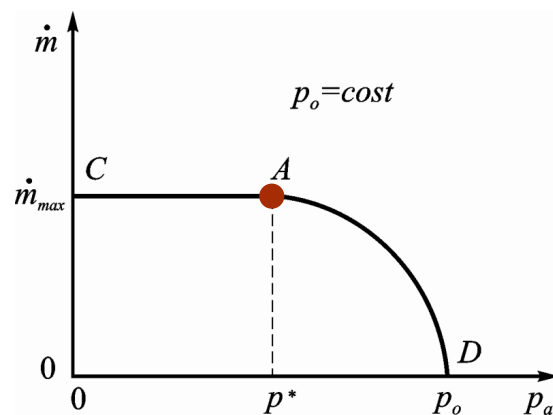
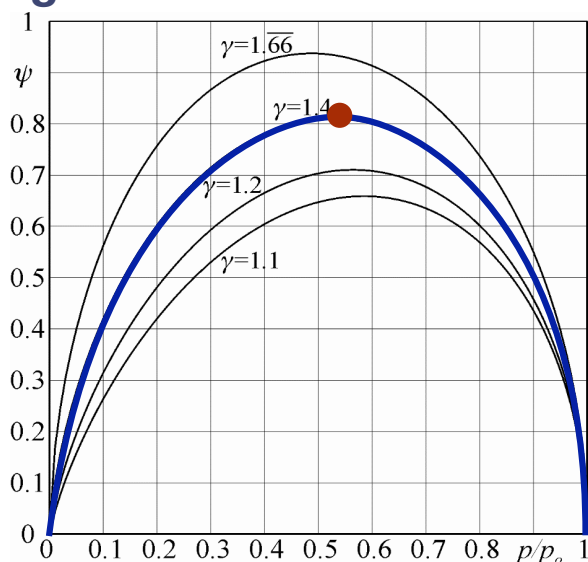
Quando $p_a = p^*$ l'ugello **strozza** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non mutano il flusso nell'ugello.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Quindi per $p_a < p^*$ l'ugello è **strozzato** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non influenzano Ψ e la **portata** che rimangono **costanti**.

La costanza della portata per $p_a < p^*$ deve essere tenuta in conto nella **progettazione** degli impianti a **vuoto**. Per aumentare la portata è inutile usare **pompe** che diano una **depressione** molto **spinta** ma si deve aumentare l'area.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

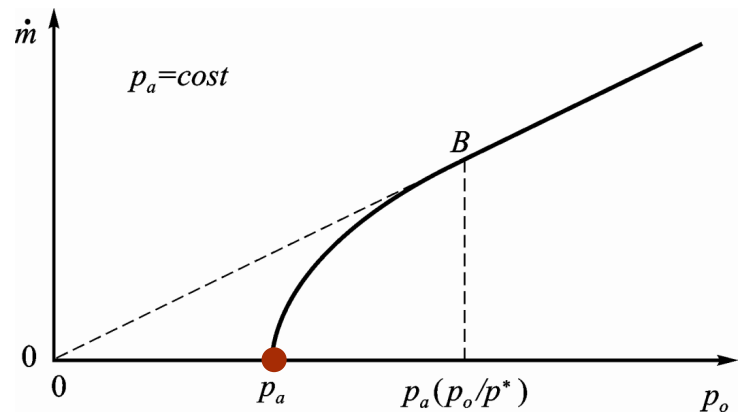
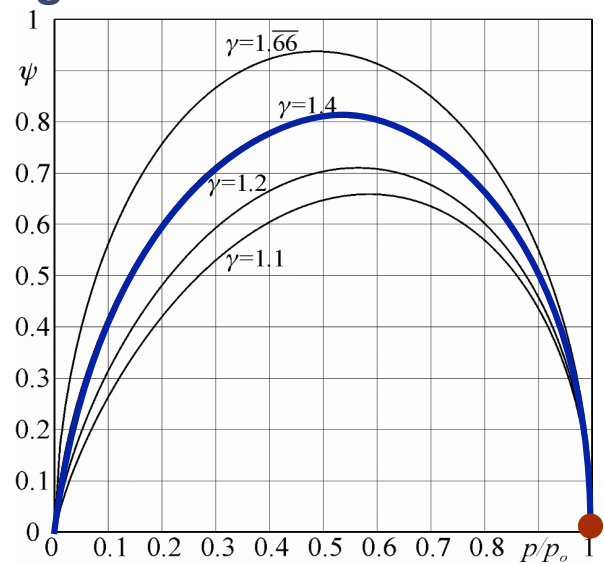
Si supponga ora che la **pressione ambiente** e la **temperatura di ristagno** siano **costanti** mentre la pressione di **ristagno** aumenti a partire da p_a .

Per $p_o = p_a$ il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

Aumentando p_o (con $\pi_a = p_a/p_o > p^*/p_o$) deve essere soddisfatta la **condizione di Kutta**, di conseguenza Ψ è una funzione **crescente** di p_o .

Inoltre, la portata aumenta anche **linearmente** con la **pressione di ristagno**:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

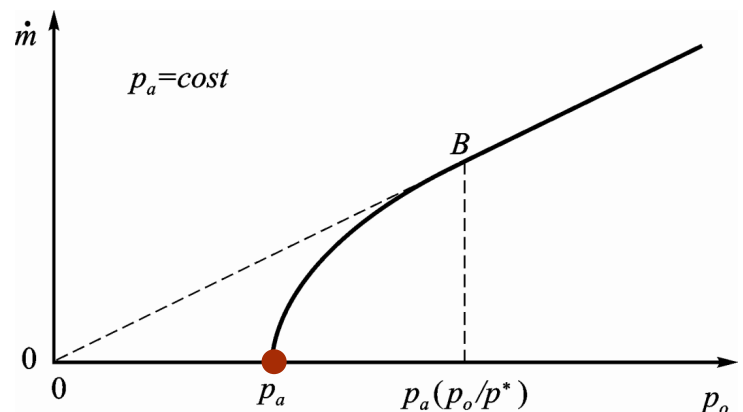
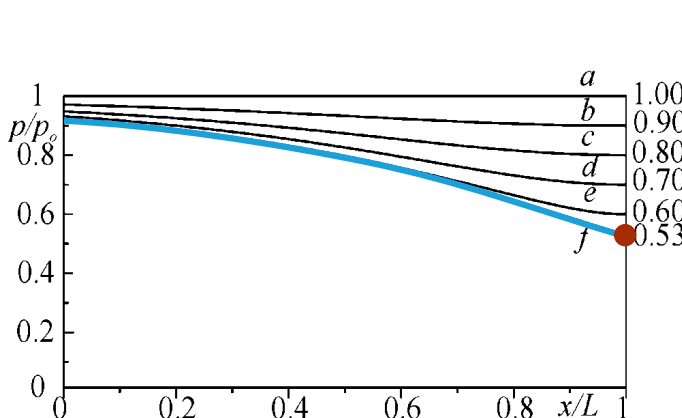
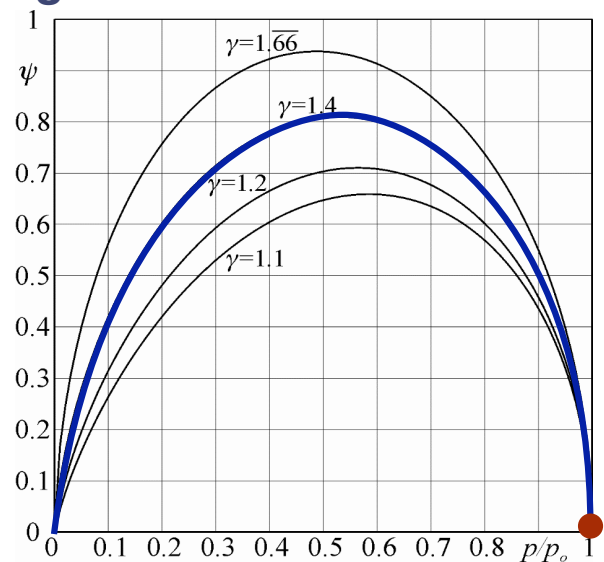


Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Quando $\pi_a = p^*/p_o$ l'ugello **strozza** e ulteriori aumenti della pressione di ristagno non mutano il **fattore d'efflusso** che rimane bloccato al valore **$\Psi = \Psi^*$** .

In queste condizioni si ha:

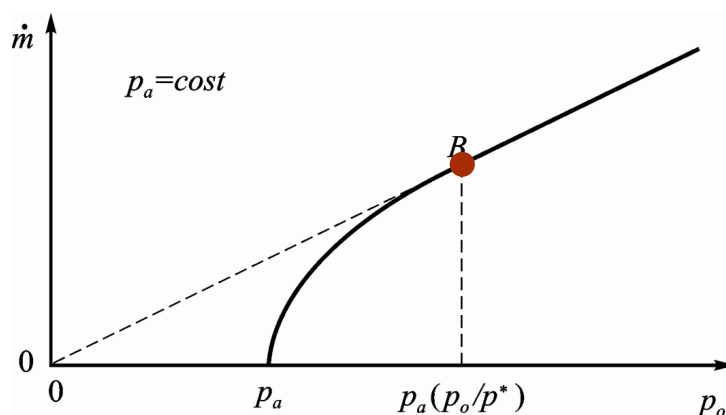
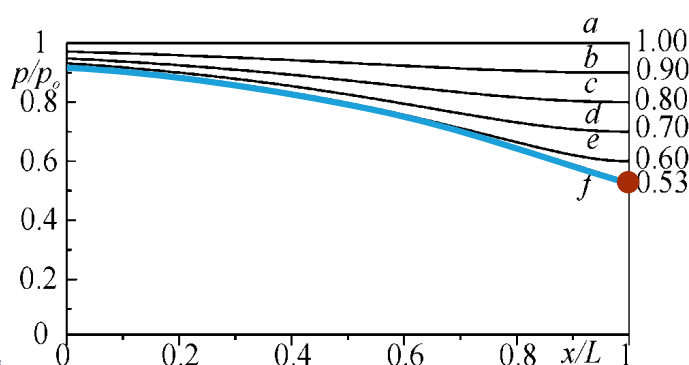
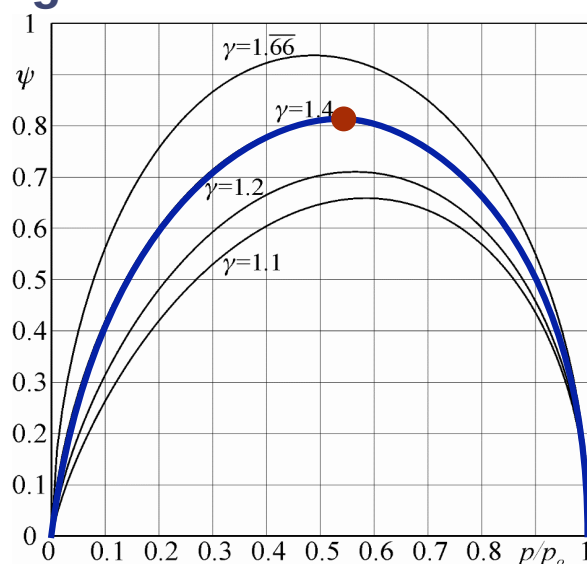
$$p_o = \frac{p_a}{p^*/p_o}$$



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi^*}{a_o}$$

Quindi per $\pi_a < p^*/p_o$ l'ugello è **strozzato** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non influenzano $\Psi = \Psi^*$; tuttavia la **portata** continua a crescere **linearmente** con p_o .

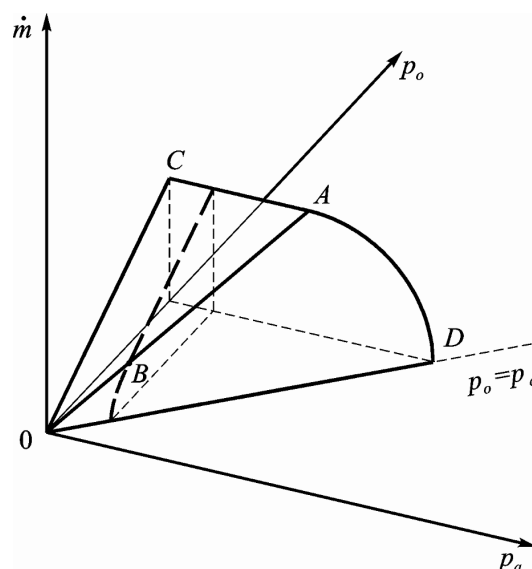


Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Per un ugello **strozzato**, la crescita **lineare** della portata con la pressione di ristagno è spesso utilizzato nella pratica industriale per ottenere una **regolazione lineare** della **portata** di massa con la **pressione assoluta** di **ristagno**.

Inoltre i **misuratori** di **portata** di massa, cosiddetti **sonici**, permettono di valutare la portata con una misura solamente di p_o e T_o .

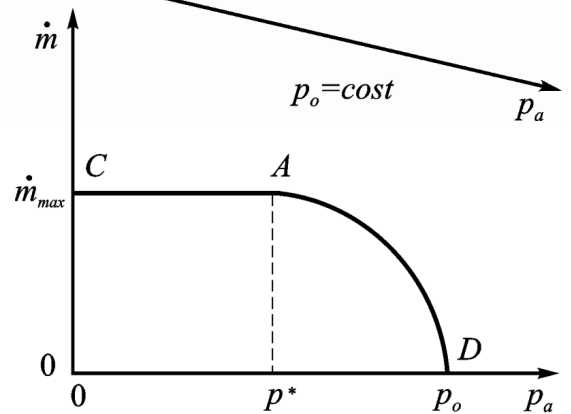
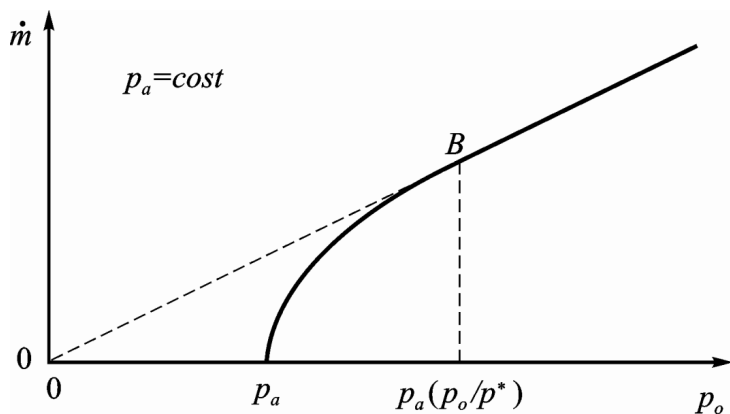
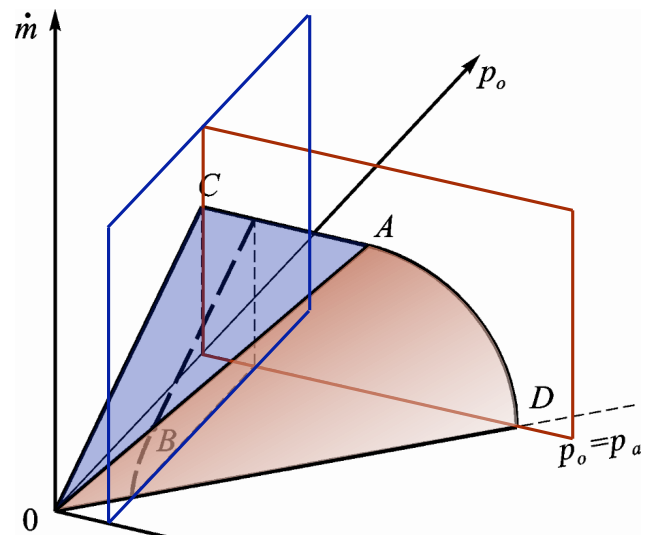
La funzione che descrive la **portata**, in un ugello **convergente**, al variare delle pressioni ambiente e di ristagno può essere visualizzata con una superficie tridimensionale che è chiamata **solido** delle portate.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

La **superficie** del **solido della portata** è costituita dal **triangolo** OCA e dalla superficie **conica** (non circolare) OAD che con esso ha in comune il segmento OA.

Le **sezioni** rette del solido della portata sono evidentemente i diagrammi appena visti.



Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Quando $p_u > p_a$, cioè quando l'ugello è **sottoespanso**, il **flusso** la all'uscita dell'ugello si **adatta esternamente** alla **pressione ambiente**.

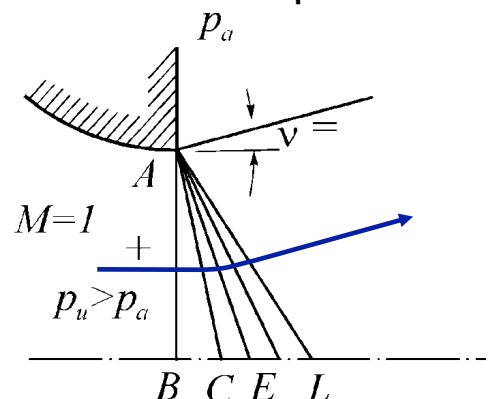
Il fluido nella sezione d'**uscita** dell'ugello AB ha una **pressione maggiore** di quella ambiente e si trova a $M = 1$.

La corrente **espande** sino alla p_a con un **ventaglio d'espansione**, che ha origine in A, del quale sono rappresentate solo 5 delle infinite onde. La prima onda (AB) avendo luogo per $M = 1$ deve essere ortogonale alla direzione della corrente $\mu = \arcsin 1/M$.

L'**ultima** onda (AL) è invece **inclinata** dell'**angolo di Mach** rispetto alla direzione della corrente.

La **corrente**, anche se in presenza di un angolo di deviazione di 90° , **ruoterà solo fino** al raggiungimento della p_a , quindi di un angolo **inferiore** a 90° (in questo caso uguale a ν).

* Nelle figure i simboli +, = e - indicano una pressione rispettivamente maggiore, uguale o minore della p_a .



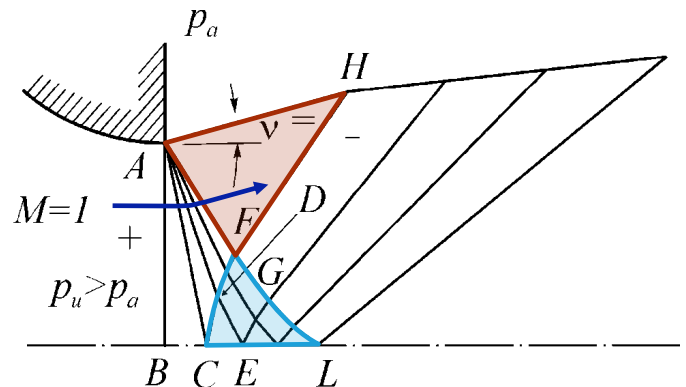
Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Sul piano di **simmetria** BL la corrente deve continuare dritta e ogni onda di espansione (e.g. AC) si **riflette** come onda di espansione (CD). Nel triangolo **CFL** (zona complessa), a **causa** della **variazione** del numero di **Mach** e della **direzione** della **corrente**, l'inclinazione delle onde **cambia** quando queste incontrano altre onde. L'effetto complessivo è di una divergenza delle onde d'espansione

In realtà, poiché le onde di Mach sono infinite, la figura riportata è solo una **schematizzazione** del fenomeno. Infatti, la riflessione delle onde dovrebbe iniziare **immediatamente** a **valle** del punto B.

Nella zona triangolare **AFH** la **pressione** della corrente è **uguale** alla pressione **ambiente** ed il numero di **Mach** si ricava dalla:

$$\frac{p_o}{p_a} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

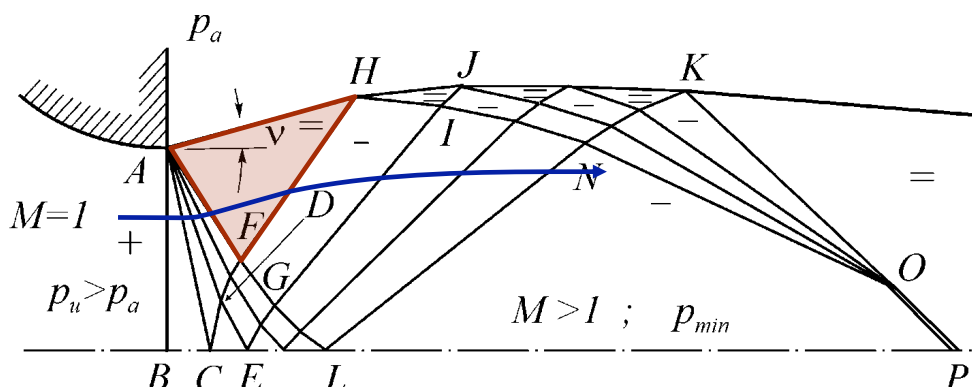


Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Il segmento AH si trova su una **superficie libera** che separa la corrente **supersonica** nella regione **AFH** dal **fluido fermo** all'esterno.

Le onde **riflesse** del tipo CH, EJ ed LK impongono una continua **deviazione** della corrente verso il **basso** e quando raggiungono il confine del getto (superficie libera), si **riflettono** come onde di Mach di **compressione** (zona HKN).

Le onde di compressione **riflesse** sono **convergenti** e si può schematizzare che esse convergano nel punto O dando luogo, per la loro coalescenza, ad un'onda d'urto obliqua OP.

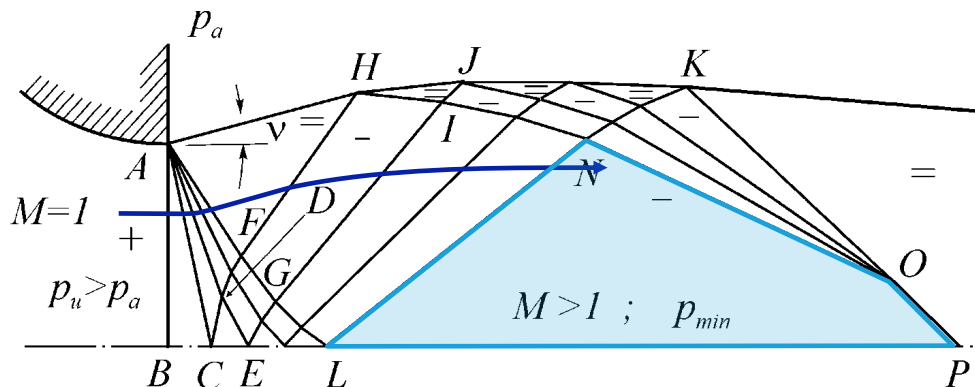


Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella regione **LNOP** la **corrente** avendo attraversato **due** ventagli di espansione raggiunge il numero di **Mach massimo**, la **pressione minima** e la **direzione** della corrente **parallela** all'asse dell'ugello BP.

Il numero di **Mach** nella regione **LNOP** è quello per il quale l'angolo di Prandtl e Meyer vale 2ν poiché la corrente è stata **raddrizzata** con una ulteriore deviazione **pari a $-\nu$** .

Il flusso attraverso i due ventagli è **isentropico**, quindi è facile valutare la pressione in questa regione.

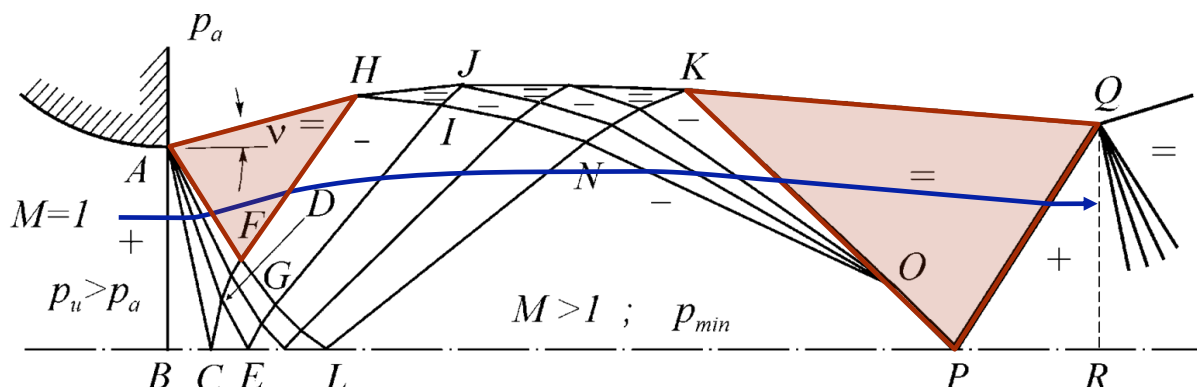


Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella regione **KPQ** la **corrente** avendo attraversato **due** ventagli di espansione ed uno di compressione devia verso il basso, e la **pressione** della corrente è di nuovo **uguale** alla pressione **ambiente**.

Le condizioni **temofluidodinamiche** sono le **stesse** di quelle che si avevano nella **regione AFH**.

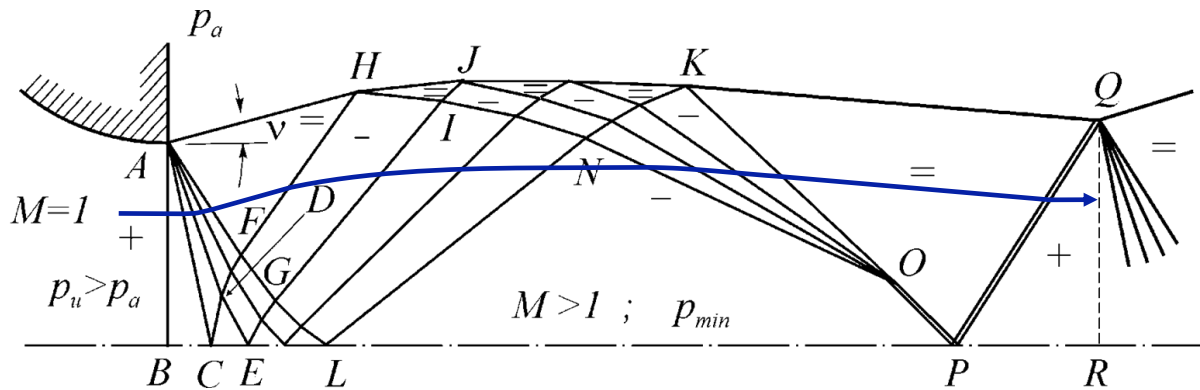
L'onda d'urto **OP** si riflette regolarmente, se il numero di Mach a valle lo consente, sull'asse dell'ugello nell'onda d'urto obliqua PQ che porta, di nuovo, la pressione ad un valore maggiore di quello ambiente.



Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Nella sezione QR, la **pressione** sarà **maggiore** di quella **ambiente** e, visto che l'onda d'urto obliqua PQ si deve riflettere sulla superficie libera come ventaglio di espansione, il processo si **ripete ciclicamente** fino a che il numero di Mach resta sufficientemente elevato da consentire onde di Mach e onde d'urto.

Gli effetti viscosi e le **diminuzioni** di **pressione di ristagno** associate alle onde d'urto porteranno ad una diminuzione del numero di Mach sino a valori **subsonici** ed il getto a quel punto si adatterà senza la presenza di ulteriori onde.



Condizioni di efflusso da un ugello sottoespanso

Il **campo di moto** ora descritto è, a volte, informalmente detto a **salsicciotto** ed è visibile nella fase di decollo a valle dei turbogetti dei velivoli da caccia supersonici, o a valle di motori a razzo.

Un comportamento **analogo** si ha anche all'uscita di un ugello sottoespanso **supersonico**, con la differenza che l'angolo della prima onda non è 90° ma

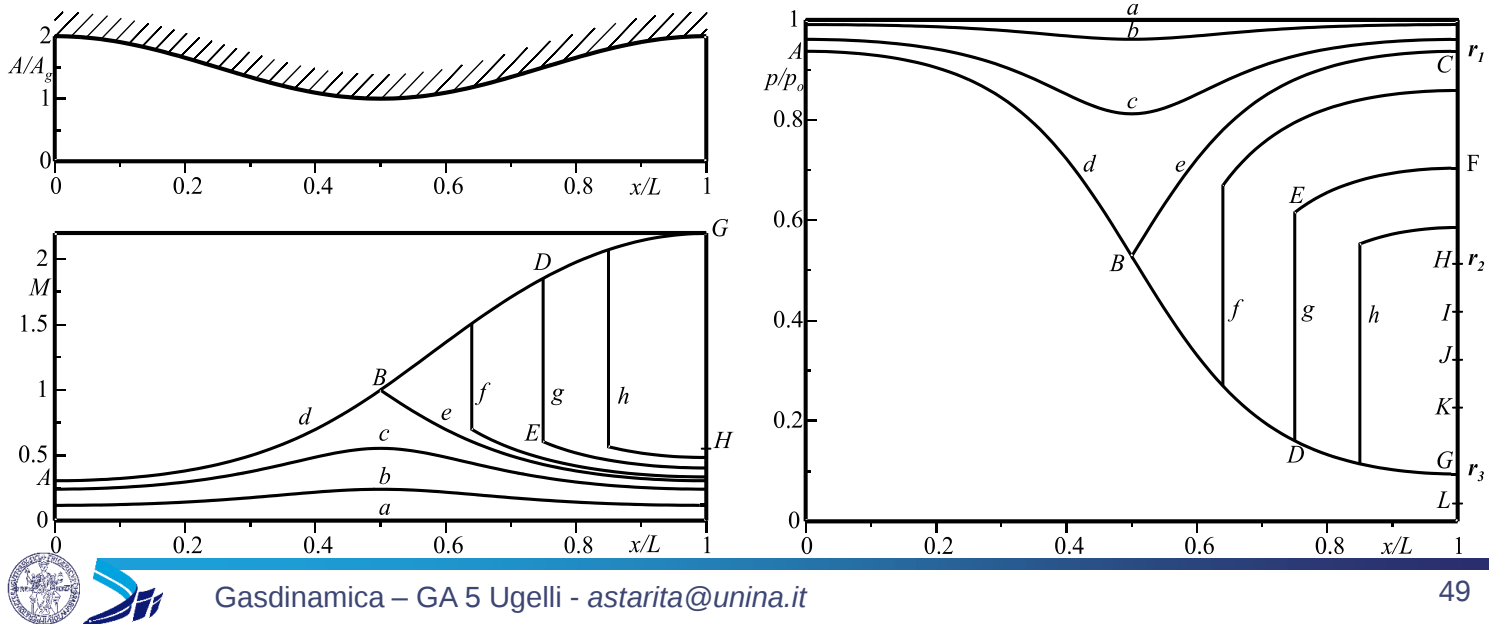
$$\mu = \arcsin \frac{1}{M}$$



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Delle **curve** di **funzionamento** di un ugello **convergente divergente** cosinusoidale ($A_i = A_u = 2A_g$) sono mostrate in figura.

I **tre rapporti caratteristici di pressione** r_1 , r_2 e r_3 , mostrati nel grafico delimitano particolari **tipologie** di funzionamento.



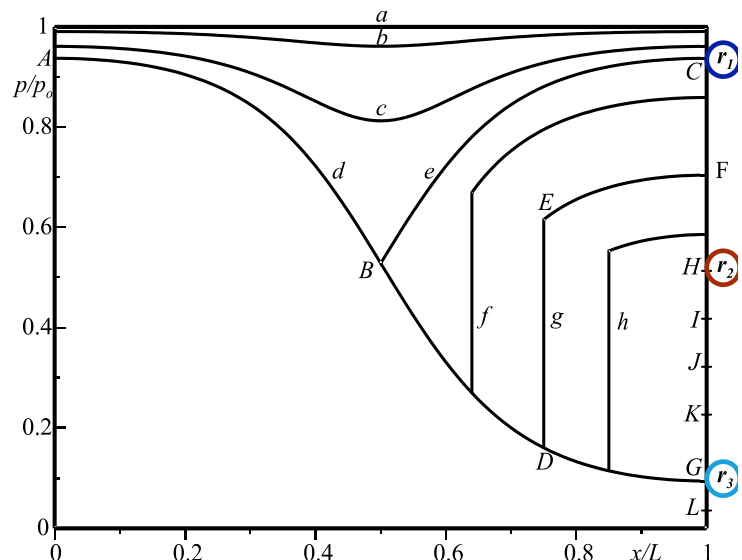
Funzionamento di un ugello convergente divergente

I **tre rapporti caratteristici di pressione** sono funzione di γ e del rapporto tra l'area di uscita dell'ugello e quella di gola (A_u/A_g).

Essi sono relativi a funzionamenti dell'ugello per il **moto è sonico** in **gola**. Essi sono relativi rispettivamente:

- r_1 a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **subsoniche**
- r_2 al funzionamento in con **un'onda d'urto normale** nella sezione di uscita dell'ugello;
- r_3 a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **supersoniche**.

I tre punti C , H e G si chiamano **punti caratteristici** e, nel seguito, talvolta si farà un **abuso di simbologia** utilizzando i simboli r_1 , r_2 e r_3 (al posto di C , H e G) anche per i **punti caratteristici**.

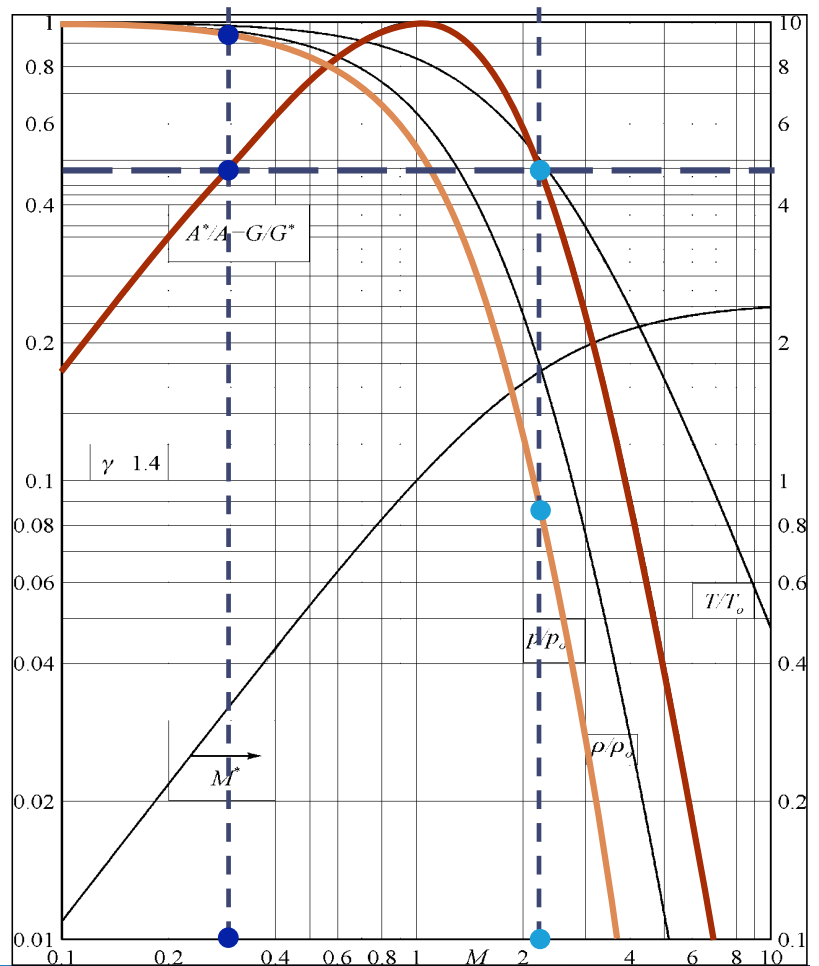


Funzionamento di un ugello convergente divergente

Supponendo che la sezione di **gola** sia **critica** si ha $A_g = A^*$ e i due rapporti r_1 e r_3 si **leggono** sull'asse delle **ordinate** della figura (o nelle **tabelle**) entrando con $A^*/A_u = A_g/A_u$.

r_1 risulta sempre **maggiore** di p^*/p_o e r_3 **minore**.

A questo valore del rapporto delle aree corrisponderà a due valori del numero di Mach, uno in regime **subsonico** ed uno in regime **supersonico**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

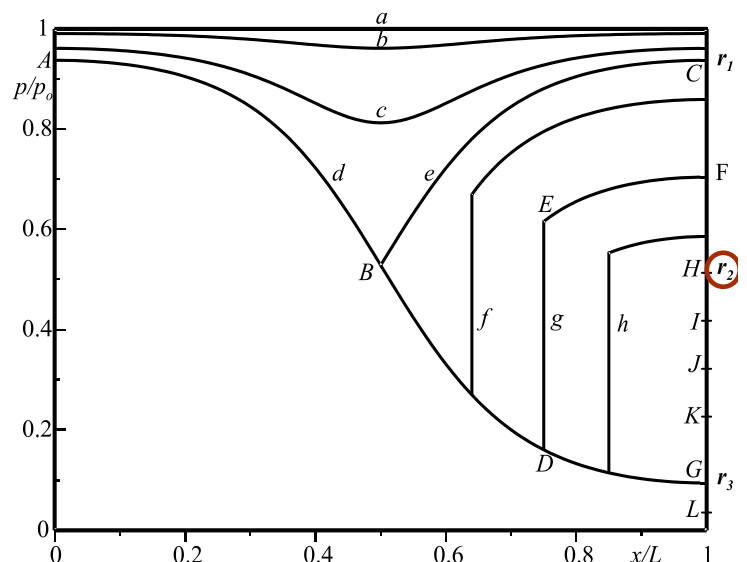
Per calcolare il valore di r_2 , occorre entrare nel grafico (o nelle **tabelle**) delle **onde d'urto** con il valore di $M_G = M_{r_3}$ (nel caso specifico circa 2.2) e leggere il rapporto $p_2/p_1 = p_{r_2}/p_{r_3}$: $r_2 = \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}} r_3$.

Non deve meravigliare che r_2 sia **minore** di $p^*/p_o = 0.5283$ anche se a valle dell'onda d'urto il moto è **subsonico** ($M_{r_2} < 1$).

Infatti, il diagramma di pressioni è **normalizzato** con la **pressione di ristagno** nel **serbatoio** p_o quindi:

$$r_2 = \frac{p_{r_2}}{p_o} = \frac{p_{r_2}}{p_{or_2}} \frac{p_{or_2}}{p_{or_3}}$$

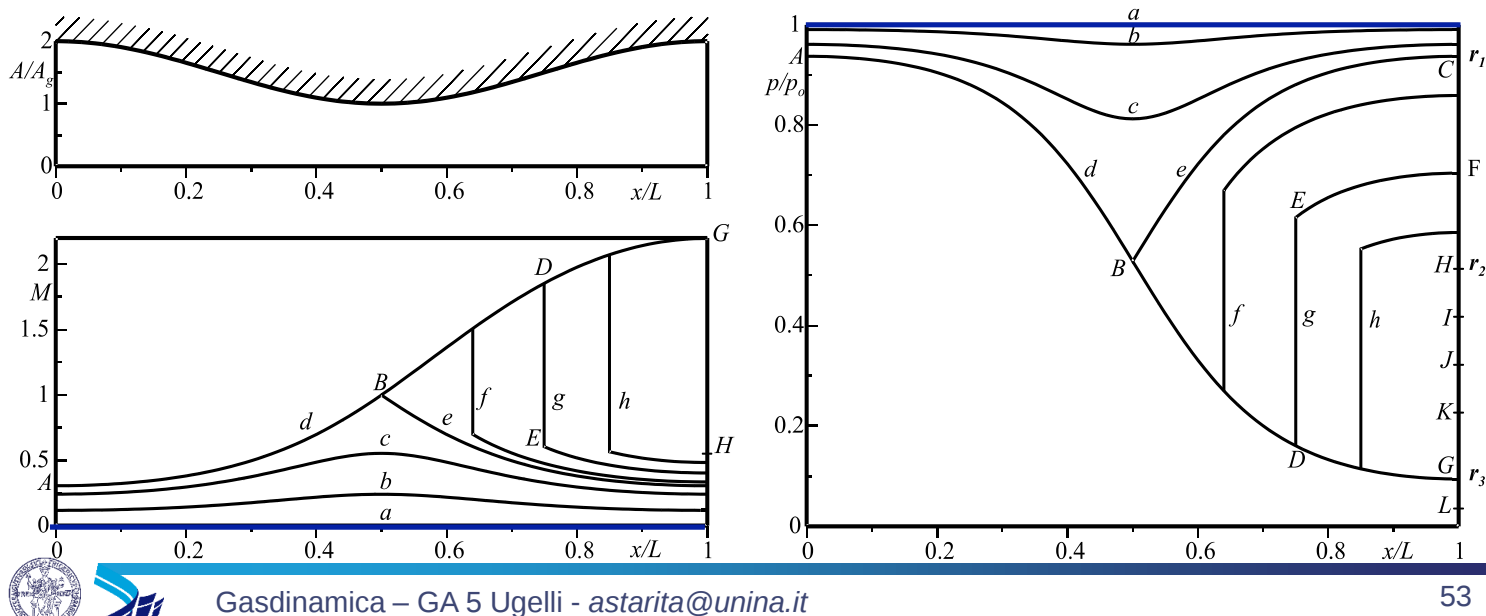
dove $p_{or_3} = p_o$. Dato che la **caduta** di pressione di **ristagno** p_{or_2}/p_{or_3} può essere **molto piccola**, anche se $\frac{p_{r_2}}{p_{or_2}} > \frac{p^*}{p_o}$, si può avere $p_{r_2} < p^*$.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Come nel caso dell'ugello semplicemente convergente si supporrà che la **pressione** nel serbatoio (uguale a quella di ristagno) sia **fissata** a 1bar e che la pressione **ambiente** possa **variare** da 1bar fino a 0.

La **curva a** ($p = p_u = p_a = p_o = 1\text{bar}$) è relativa al caso per il quale la **pressione è costante** lungo l'ugello e, quindi, **velocità** e numero di **Mach** sono ovunque **nulli**. Chiaramente anche la **portata** è nulla.

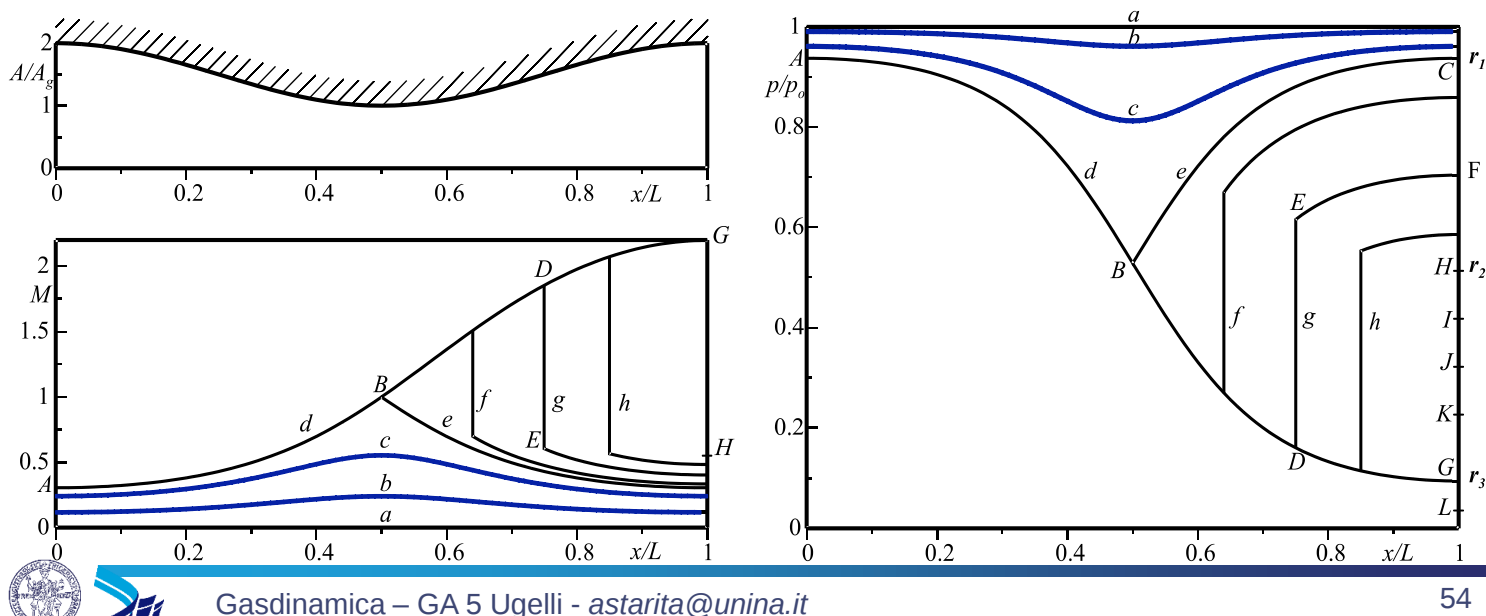


Funzionamento di un ugello convergente divergente

Al **diminuire** di p_a l'ugello funziona secondo curve del tipo **b** e **c** la condizione di Kutta deve essere rispettata.

Il moto è **subsonico** lungo tutto l'ugello con un valore **minimo** della pressione (valore **massimo** del numero di **Mach**) nella sezione di **gola**.

Questo è il **regime** alla **Venturi**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

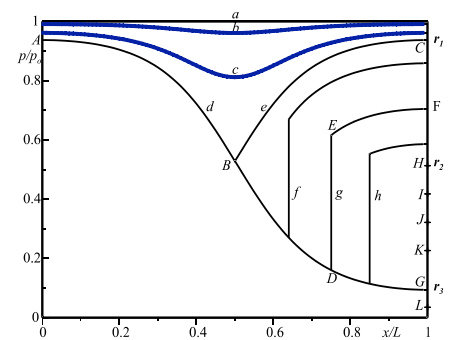
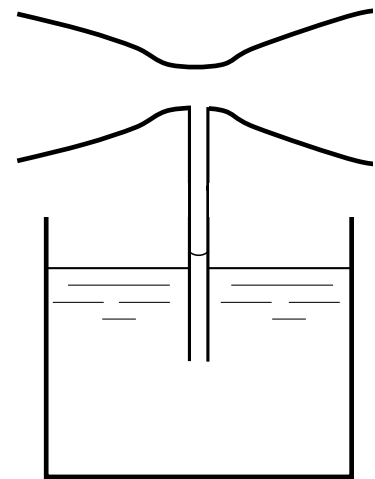
Il **regime alla Venturi** è utilizzato nei carburatori dei motori alternativi. In questo caso, la pressione di ristagno del comburente (aria aspirata dall'ambiente) è la **pressione atmosferica**.

La **depressione** che si crea nella **gola** del Venturi, per l'accelerazione del fluido, serve ad **aspirare** il combustibile (benzina).

Un funzionamento **analogo** si ha anche negli **aerografi** e negli **spruzzaprofumi**.

Un ugello alla Venturi può essere utilizzato anche come **misuratore di portata**.

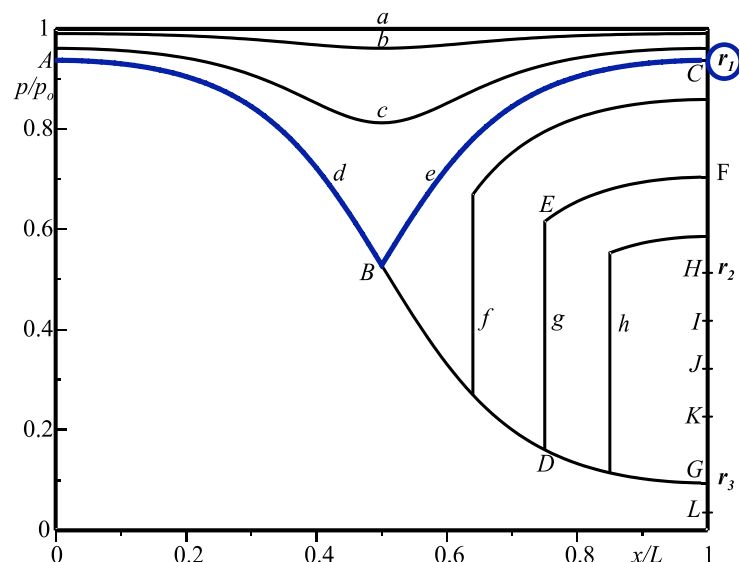
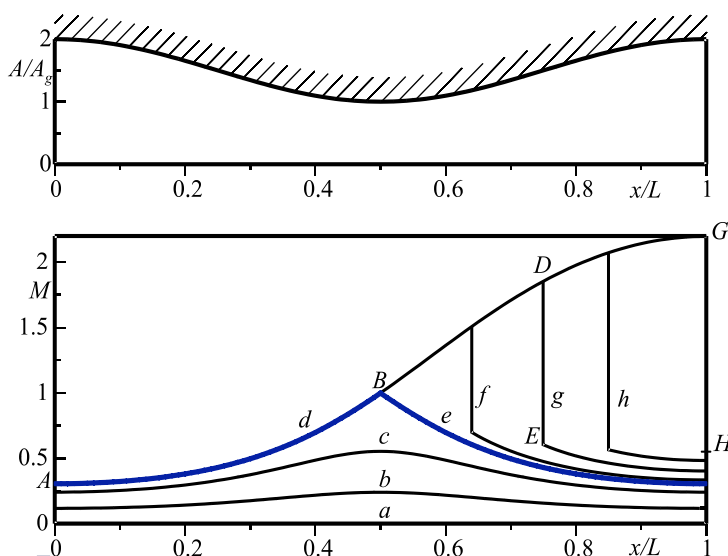
Se non si sfrutta il **minimo di pressione** in gola, **non conviene** utilizzare un ugello alla **Venturi** perché il **gradiente di pressione avverso** nel **divergente** può causare fenomeni di separazione ed un aumento delle **perdite di carico**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $\pi_a = r_1$, il fluido raggiunge per la prima volta condizioni **critiche** nella sezione di **gola**, seguendo la curva **d-e**.

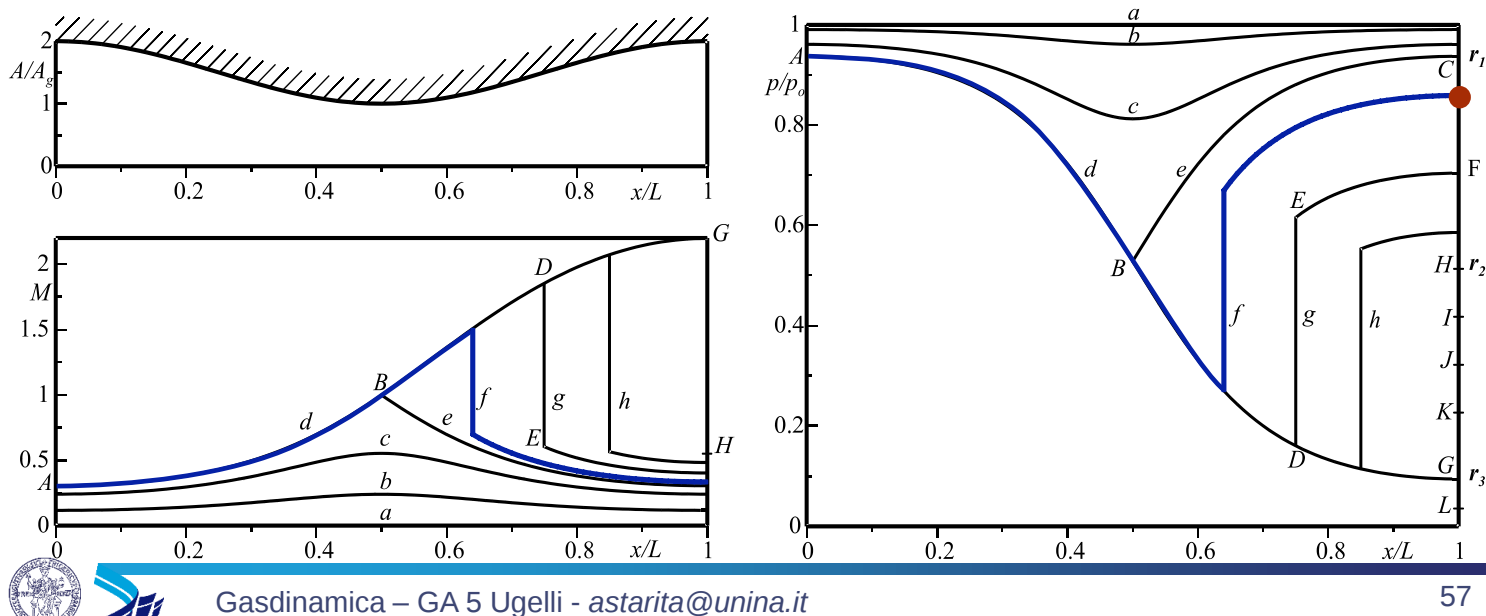
In queste condizioni l'ugello **strozza**. Ulteriori **diminuzioni** della **pressione ambiente** non cambiano lo stato della corrente nella parte **convergente** dell'ugello (curva **d**). Le condizioni in **gola** sono **critiche** e, per pressione di ristagno costante, **non cambia** la **portata**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Diminuendo π_a a partire da r_1 , la depressione all'uscita provoca la formazione di **onde di espansione** che, viaggiando a velocità sonica, risalgono la corrente subsonica ed accelerano il fluido verso valle.

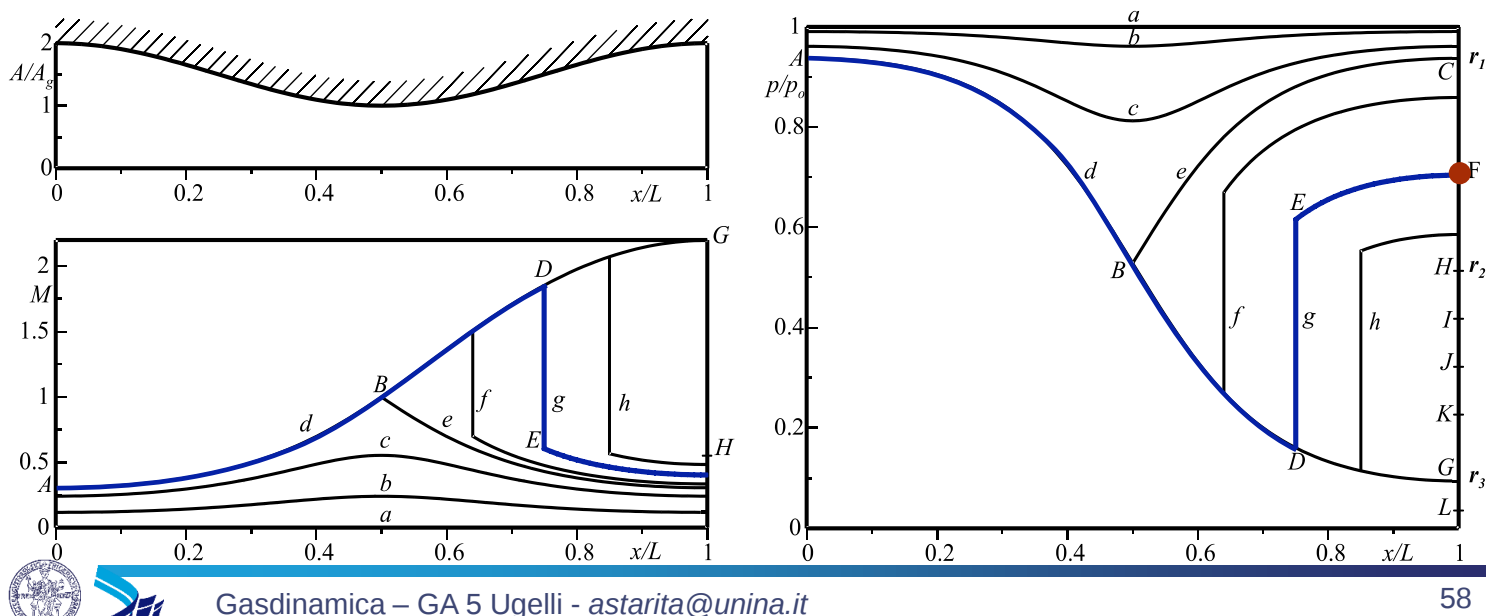
Inizialmente le onde raggiungono **la gola** portando il fluido ad evolvere in regime **supersonico** in prossimità di essa; si formerà quindi una onda d'urto che raccorda la curva supersonica a quella subsonica.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Ad esempio per $p_a = p_F$, la corrente nel convergente segue la curva d , sino a raggiungere le condizioni soniche in gola, poi imbocca il divergente in regime **supersonico** (tratto BD) fino al **punto D** dove un'onda d'urto **normale** porta il fluido in regime subsonico nel **punto E**.

A valle si ha una **compressione isentropica** del fluido sino alle condizioni di uscita definite dal **punto F**.

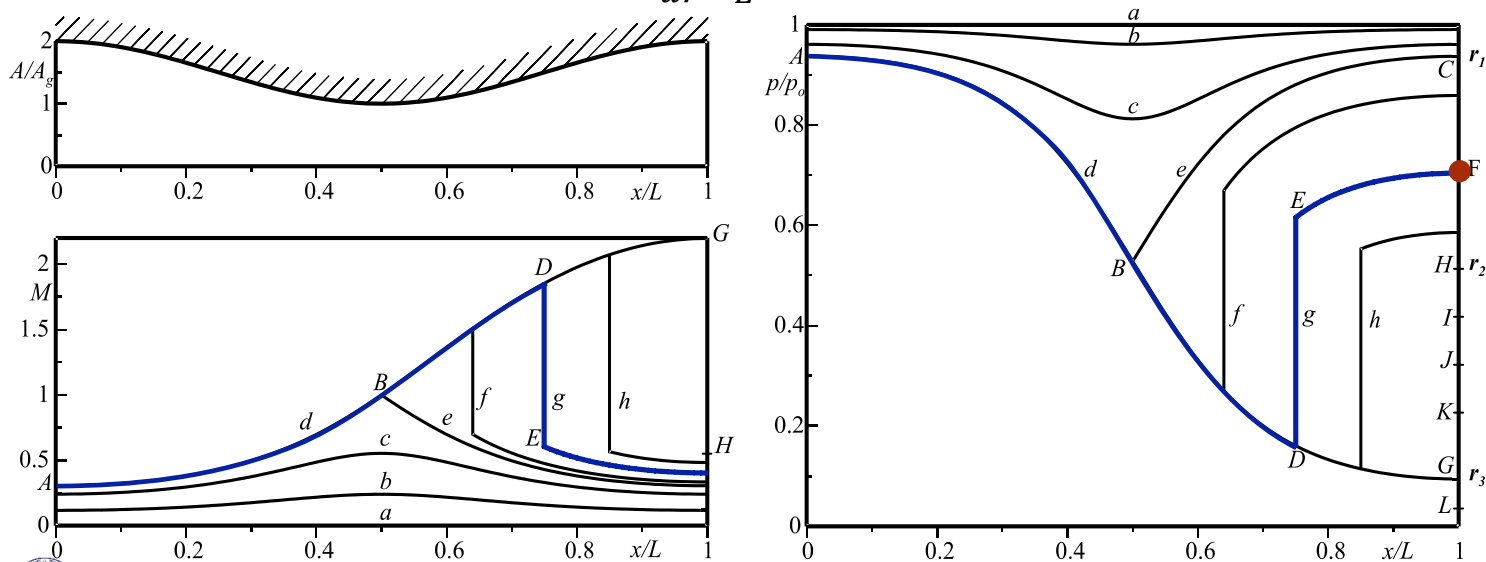


Funzionamento di un ugello convergente divergente

L'onda d'urto provoca una **diminuzione** della **pressione di ristagno** e, dalla costanza della portata, un **aumento dell'area critica**:

$$\dot{m} = \frac{p_{oD}(=p_o) A_D^*(=A_g) \Psi^*}{a_o} = \frac{p_{oE} A_E^* \Psi^*}{a_o} \rightarrow \frac{A_D^*(=A_g)}{A_E^*} = \frac{p_{oE}}{p_{oD}(=p_o)}$$

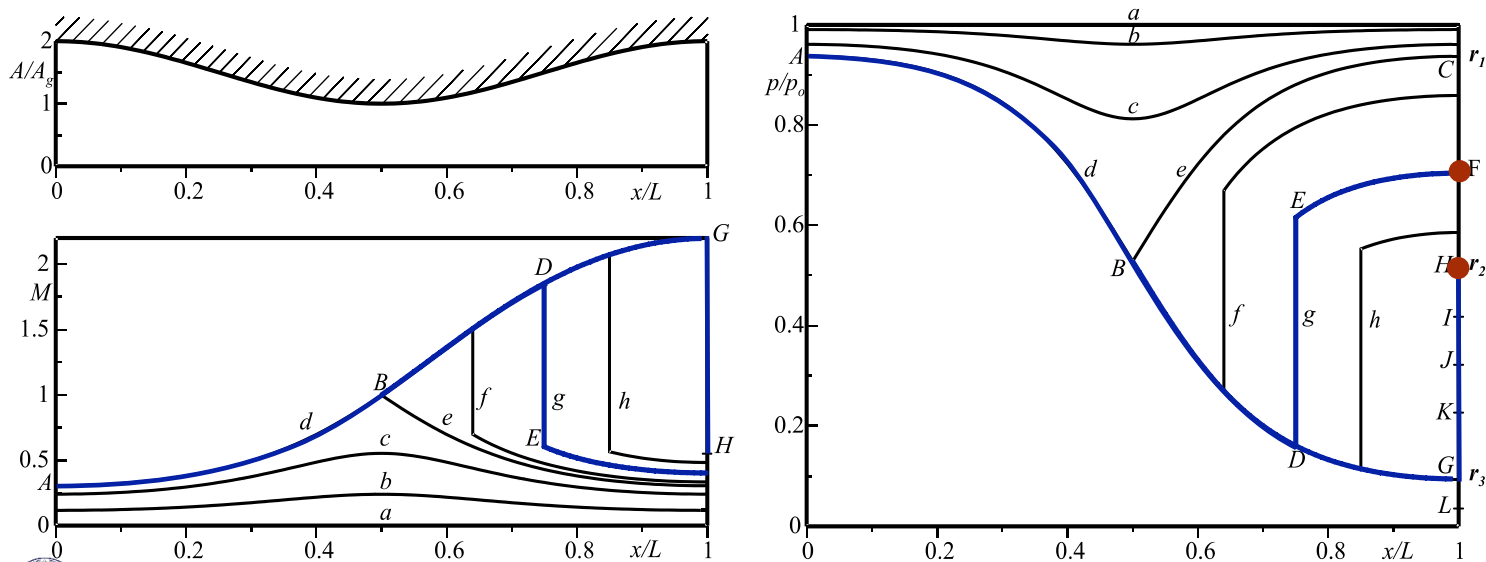
Per determinare le grandezze termofluidodinamiche nella sezione F si deve entrare nelle tabelle con A_u/A_E^* .



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $r_2 < \pi_a < r_1$ il **moto** all'**uscita** dell'ugello è **subsonico** e deve essere soddisfatta la condizione di Kutta. Una **diminuzione** (risp. **aumento**) di p_a fa spostare l'onda in **avanti** (**indietro**).

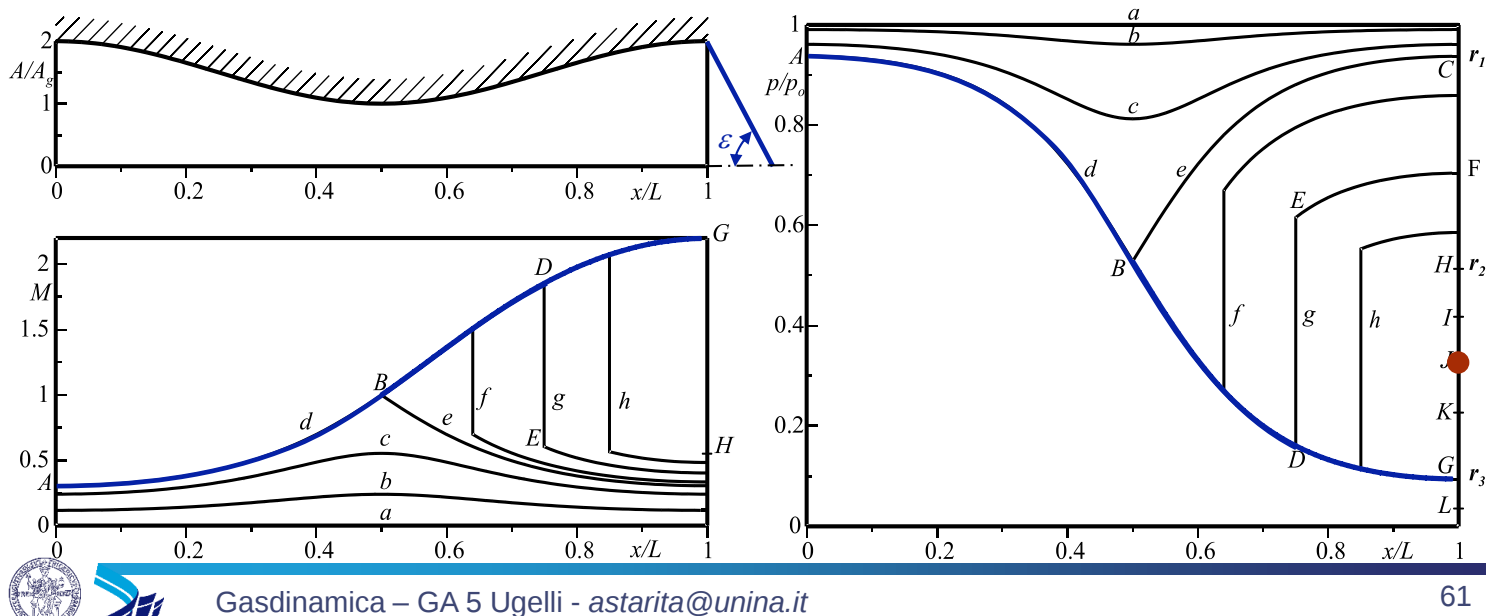
Quando $\pi_a = r_2$ l'onda si porta nella sezione d'uscita dell'ugello.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $r_3 < \pi_a < r_2$ l'onda d'urto normale darebbe una compressione troppo **forte** ed è sostituita da una onda **d'urto obliqua esterna** all'ugello.

Ad una **diminuzione** (risp. **aumento**) di p_a corrisponde una diminuzione (**aumento**) dell'angolo d'urto ϵ e ad un onda **meno** (**più**) forte.

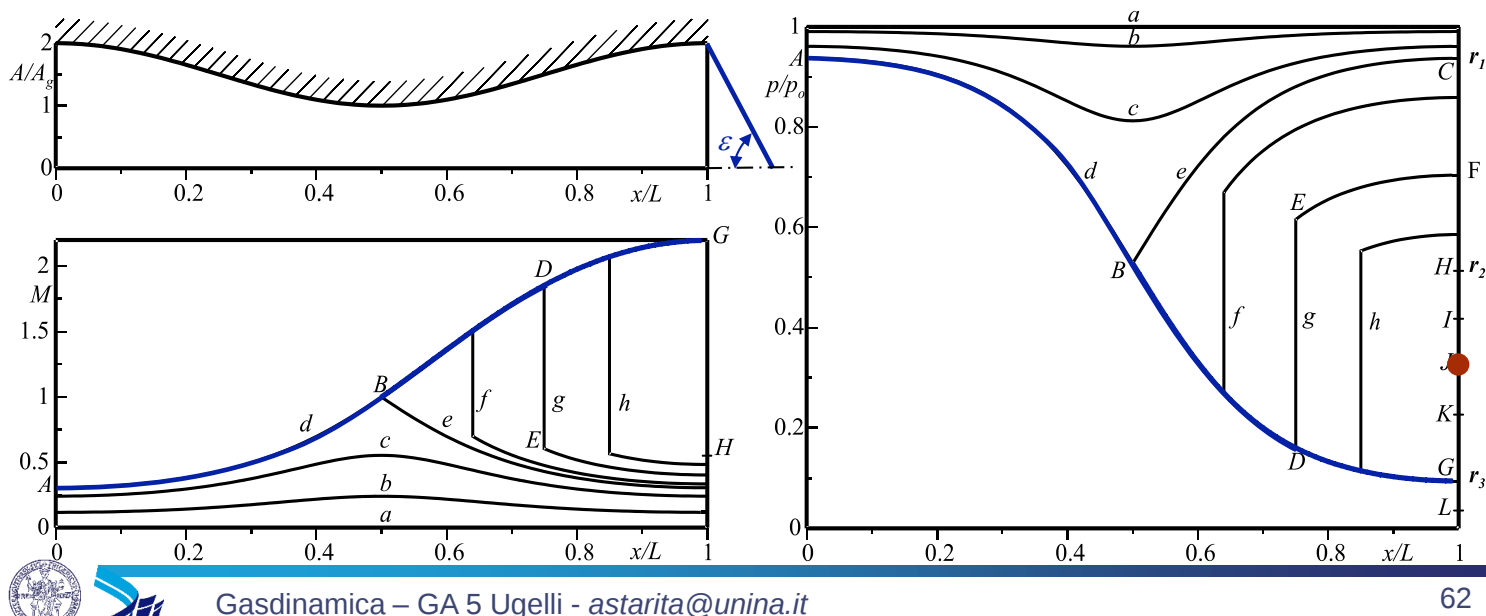


61

Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $r_3 < \pi_a < r_2$ l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto r_3 e successivamente all'**esterno** dell'ugello un'onda d'urto obliqua, **comprime** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

Non è rispettata la **condizione** di **Kutta** e l'ugello si dice **sovraespanso**.



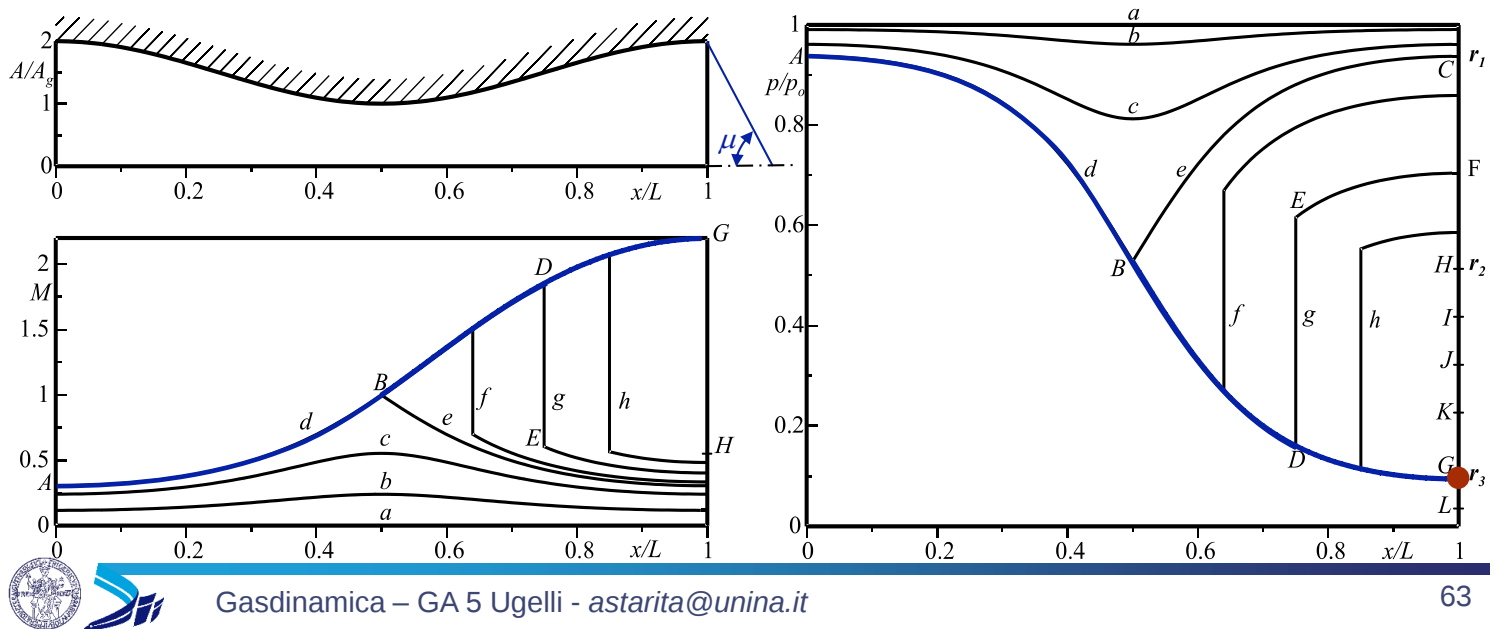
62

Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $\pi_a = r_3$ l'onda obliqua diventa un'onda di Mach e $\epsilon = \mu = \arcsin 1/M_{r_3}$.

In questo punto particolare è di nuovo rispettata la **condizione** di **Kutta** ed il funzionamento dell'ugello si dice **corretto**.

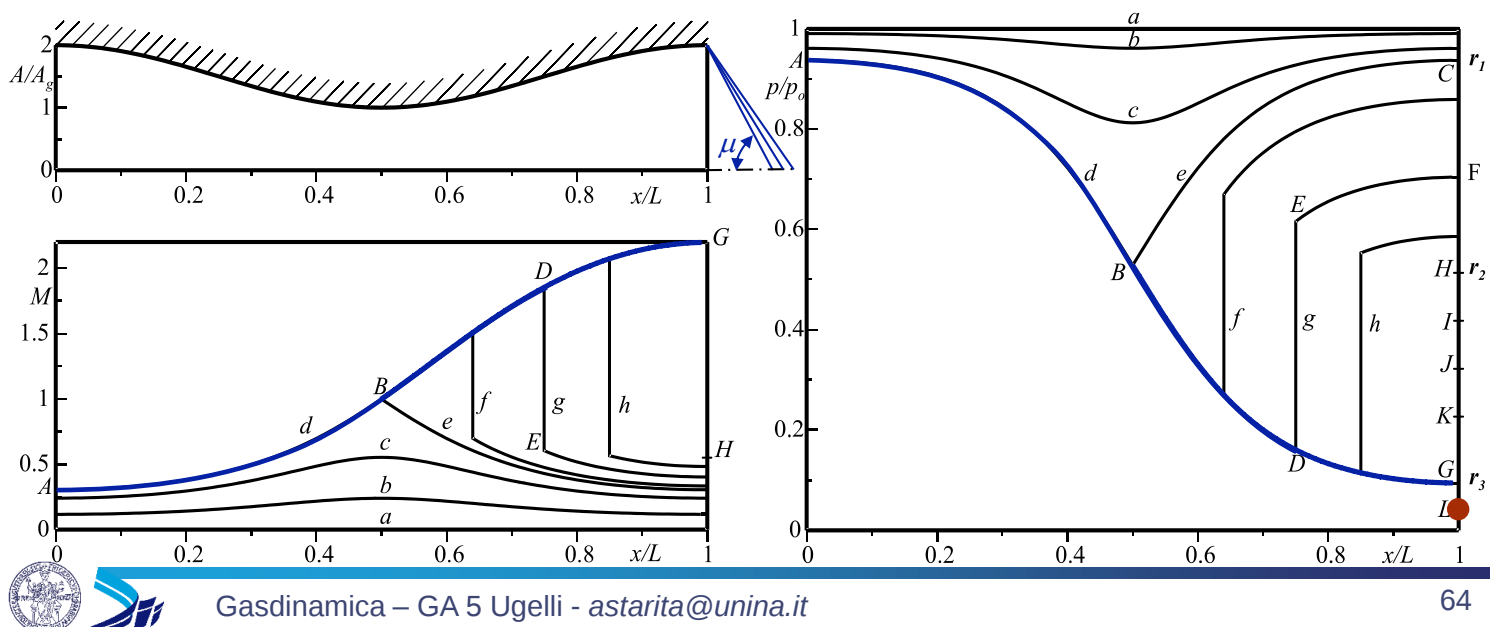
Il funzionamento con espansione **corretta** dell'ugello è quello che produce la **massima spinta propulsiva**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per $\pi_a < r_3$ l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto r_3 e successivamente all'**esterno** dell'ugello un **ventaglio d'espansione** fa **espandere** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

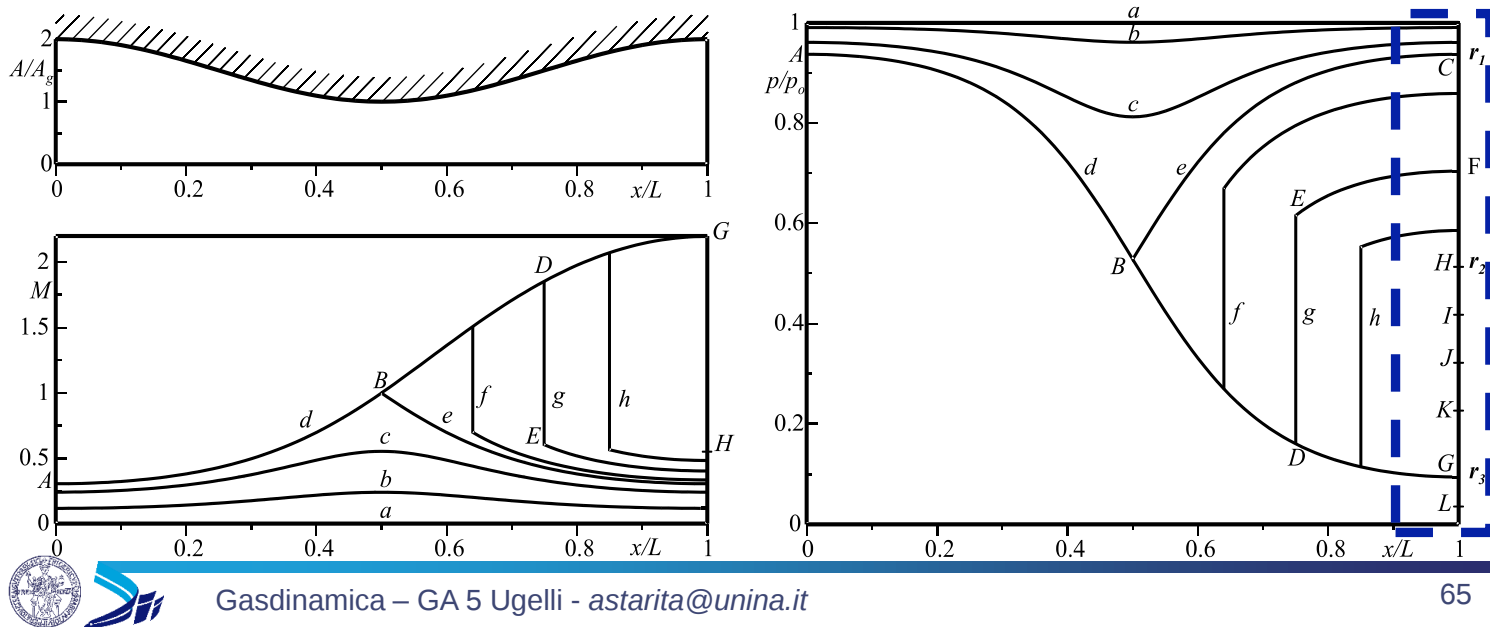
Non è rispettata la **condizione** di **Kutta** e l'ugello si dice **sottoespanso**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

In **conclusione** si ha per:

- $\pi_a < r_1$ l'ugello è sempre **strozzato** in gola.
- $\pi_a < r_2$ la curva di funzionamento si **blocca**; la distribuzione del numero di Mach e pressione **non** sono **funzione** di p_a . L'**adattamento** della corrente alla pressione ambiente avviene all'**esterno** dell'ugello. Normalmente **non** è verificata la **condizione** di **Kutta**.



Funzionamento di un ugello convergente divergente

- $r_1 \leq \pi_a < 1$ - **regime** alla **Venturi**; la corrente è ovunque **subsonica** nell'ugello con un **minimo** della **pressione** (massimo della velocità e del numero di Mach) nella sezione di **gola**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_2 < \pi_a < r_1$ - **regime** con **onda d'urto** nel **divergente**; la corrente raggiunge **$M = 1$** nella sezione di **gola**; in un tratto del **divergente** il flusso è **supersonico** ma a valle dell'**onda d'urto** diventa **subsonico**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_3 < \pi_a < r_2$ - **ugello sovraespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **minore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un'**onda d'urto obliqua**; **non è valida la condizione di Kutta**.
- $\pi_a = r_3$ - **funzionamento corretto** il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **uguale a** quella **ambiente**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $\pi_a < r_3$ - **ugello sottoespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **maggiore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un **ventaglio d'espansione**; **non è valida la condizione di Kutta**.

Funzionamento di un ugello convergente

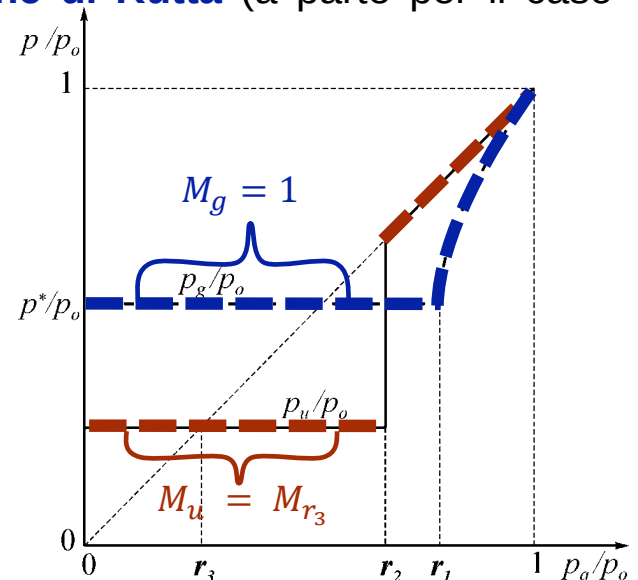
Il diagramma mostra l'andamento della pressione nella **sezione** di gola p_g e d'**uscita** p_u dell'ugello in funzione del rapporto p_a/p_o .

Per la pressione all'uscita dell'ugello si ha:

- per $\pi_a \geq r_2$ è rispettata la **condizione di Kutta** ($p_a = p_u$) e p_u è una funzione lineare di p_a ;
- per $\pi_a < r_2$ non è rispettata la **condizione di Kutta** (a parte per il caso particolare $\pi_a = r_3$) e $p_u/p_o = r_3$;

Per la pressione nella **gola** dell'ugello si ha:

- per $\pi_a > r_1$ la **gola non è critica** e p_g è una funzione **decescente** di p_a ;
- per $\pi_a \leq r_1$ la **gola è critica** e $p_g/p_o = r_2$;



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

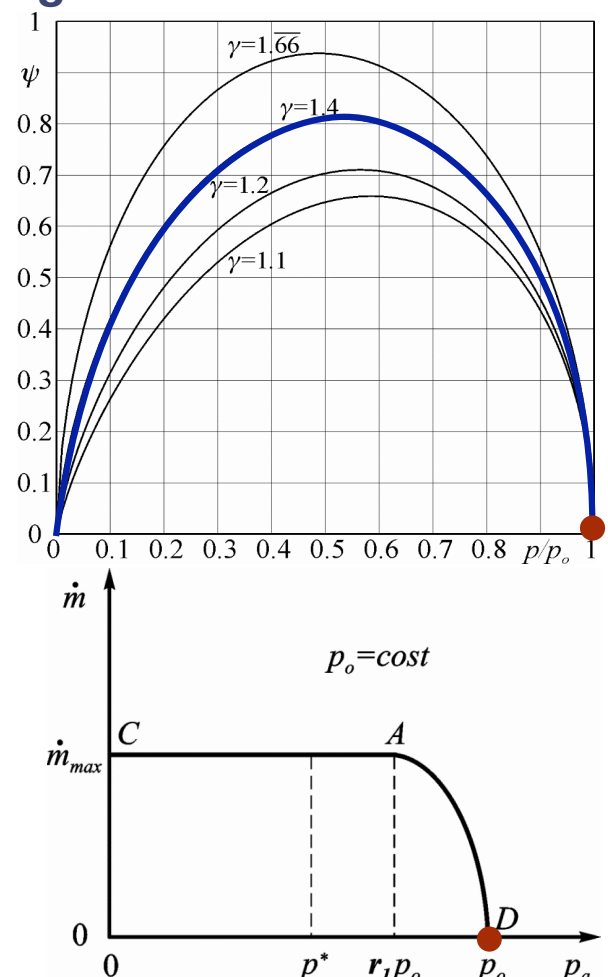
Per calcolare la **portata** uscente dal sistema **serbatoio-ugello convergente-divergente**, si può utilizzare la :

$$\dot{m} = \frac{p_o A_g \Psi_g}{a_o}$$

Dove p_o e a_o sono quelle nel **serbatoio** ed A_g e Ψ_g sono, invece, valutate nella **sezione di gola** dell'ugello.

Inizialmente si supponga che la **pressione e la temperatura di ristagno** siano **costanti** e quindi la **portata** sia **direttamente proporzionale** al **fattore d'efflusso**.

Se $p_a = p_o$ il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

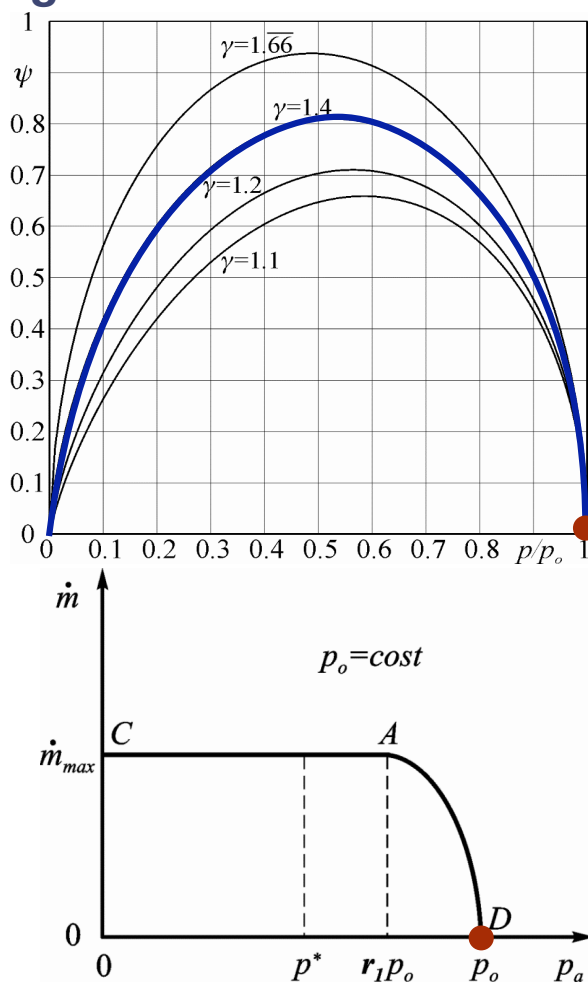
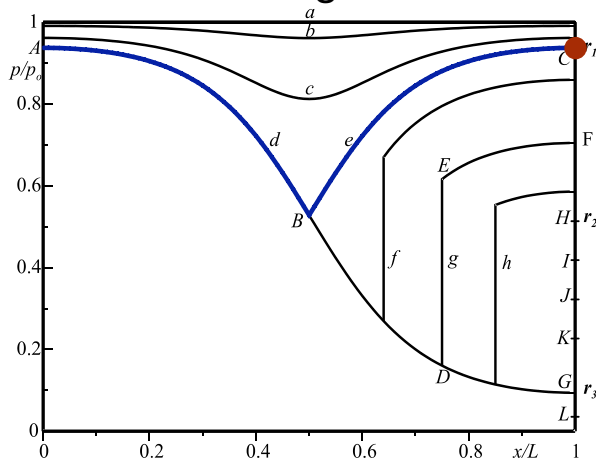


Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

$$\dot{m} = \frac{p_o A_g \Psi_g}{a_o}$$

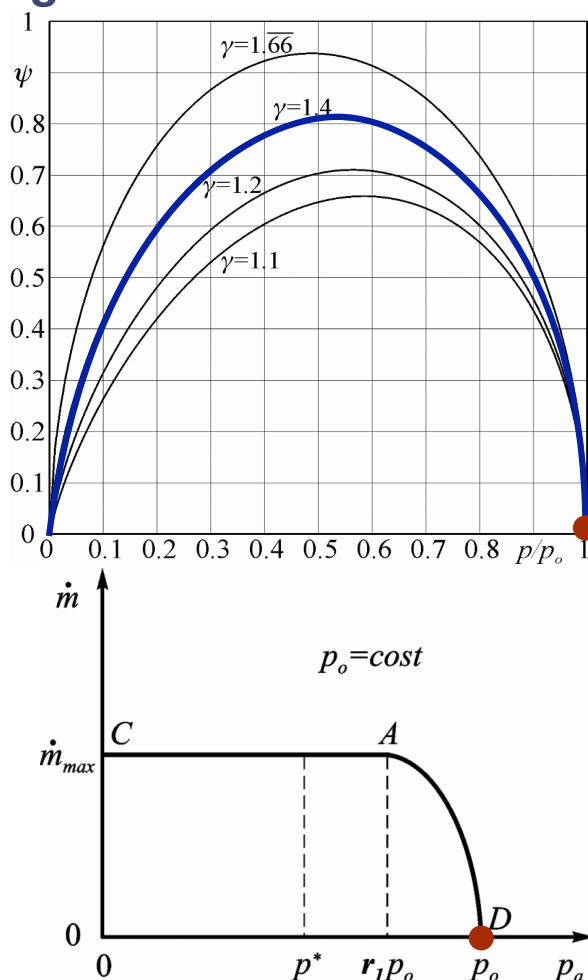
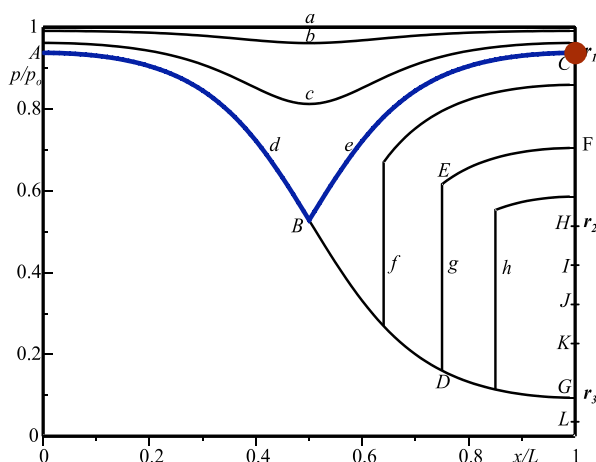
Diminuendo p_a (con $\pi_a > r_1$) la pressione in gola decresce e Ψ_g e la **portata aumentano**.

Quando $\pi_a = r_1$ l'ugello **strozza** e ulteriori diminuzioni della pressione ambiente non mutano il flusso nell'ugello.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Dato che $p^*/p_o < r_1$ l'ugello **strozza** per pressioni ambiente **superiori** a quelle relative ad un ugello solo convergente.



Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

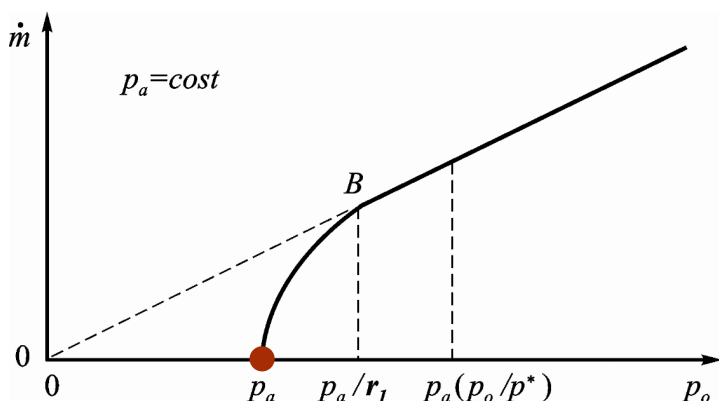
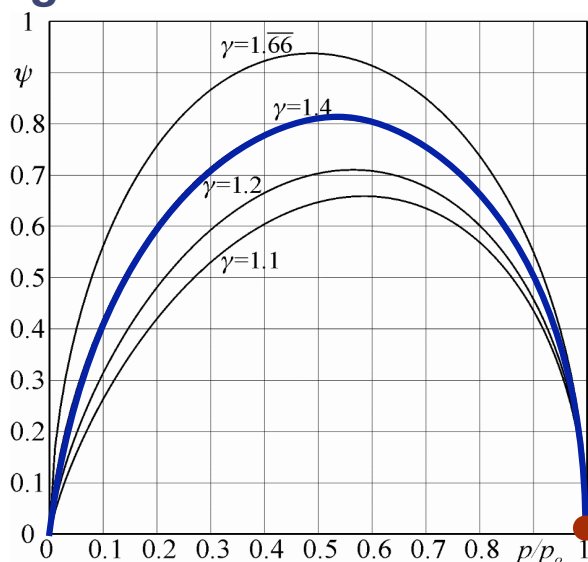
Si supponga ora che la **pressione ambiente** e la **temperatura di ristagno** siano **costanti** mentre la pressione di **ristagno** aumenti a partire da p_a .

Per $p_o = p_a$ il fattore d'efflusso è **nullo** e di conseguenza la **portata**.

Aumentando p_o (con $\pi_a > r_1$) la pressione in gola decresce e Ψ_g e la **portata aumentano**.

Inoltre, la portata aumenta anche **linearmente** con la **pressione di ristagno**:

$$\dot{m} = \frac{p_o A_u \Psi_u}{a_o}$$

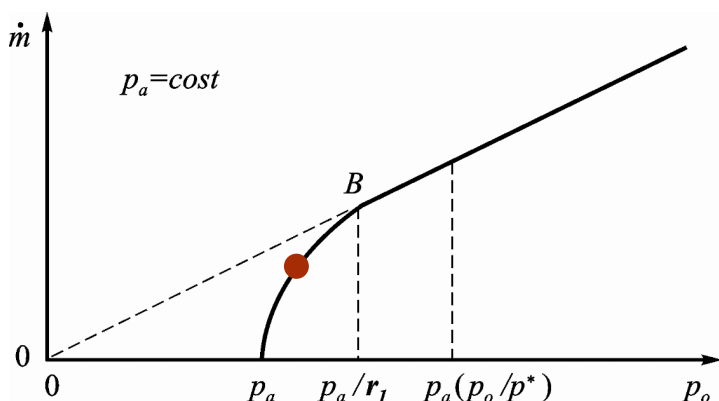
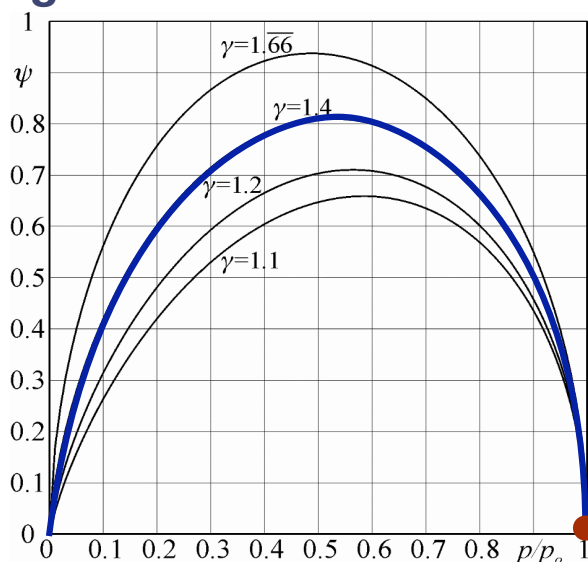
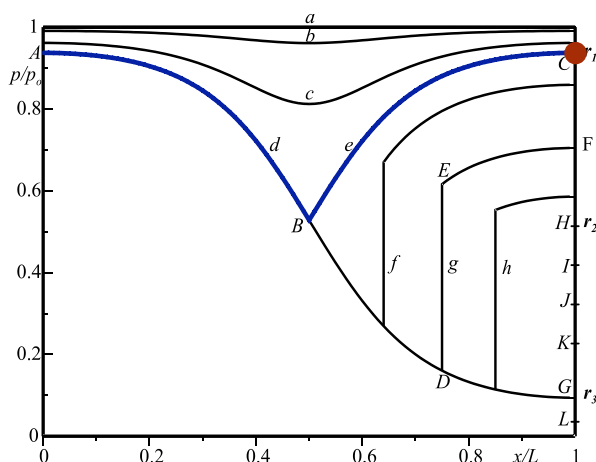


Portata in un ugello convergente collegato ad un serbatoio

Quando $\pi_a = r_1$ l'ugello **strozza** e ulteriori aumenti della pressione di ristagno non mutano il **fattore d'efflusso** che rimane bloccato al valore $\Psi_g = \Psi^*$.

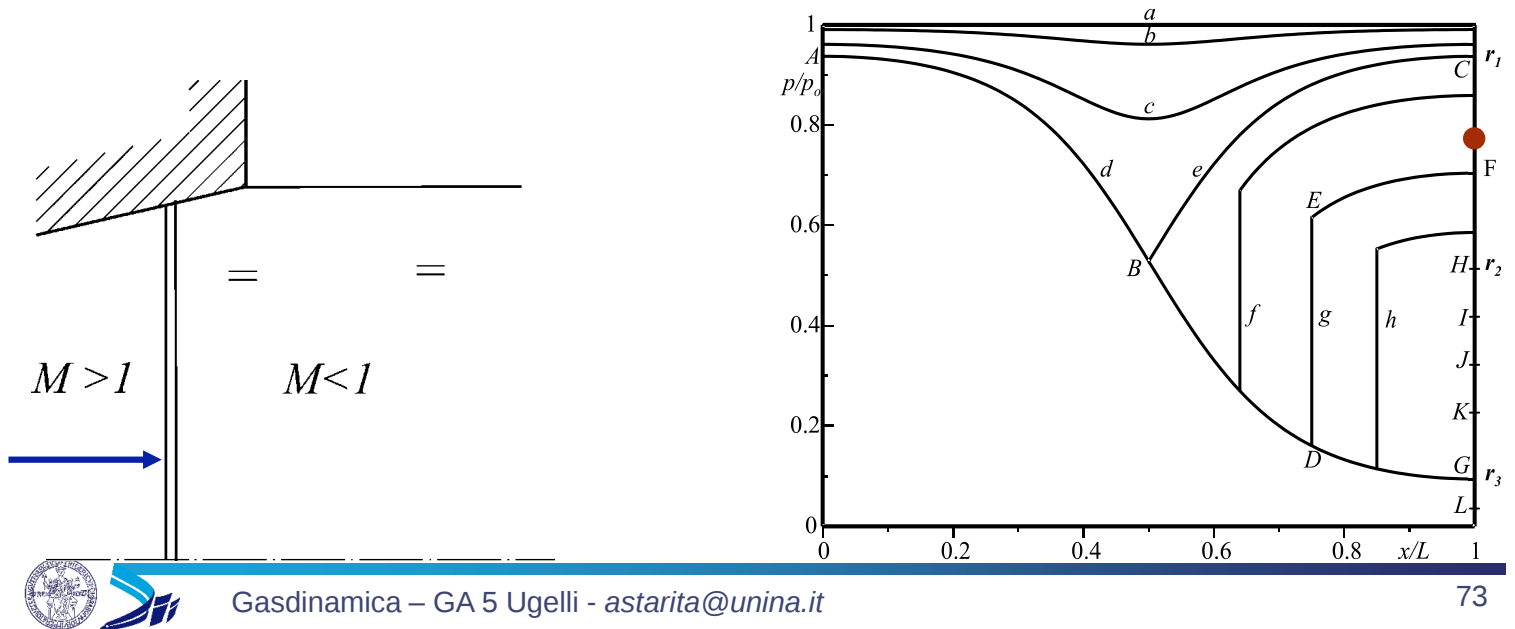
In queste condizioni si ha:

$$p_o = \frac{p_a}{r_1}$$



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

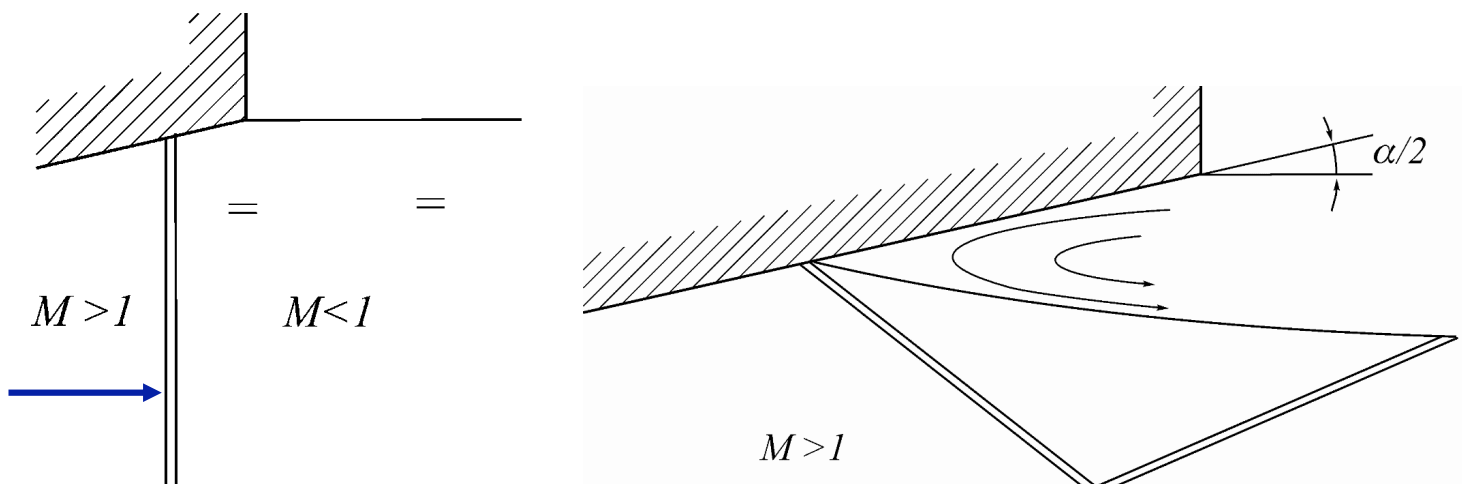
Per $r_2 < \pi_a < r_1$, si ha un'onda d'urto nel **divergente** e nella sezione di uscita dell'ugello è valida la **condizione di Kutta** quindi la pressione è uguale a quella ambiente.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

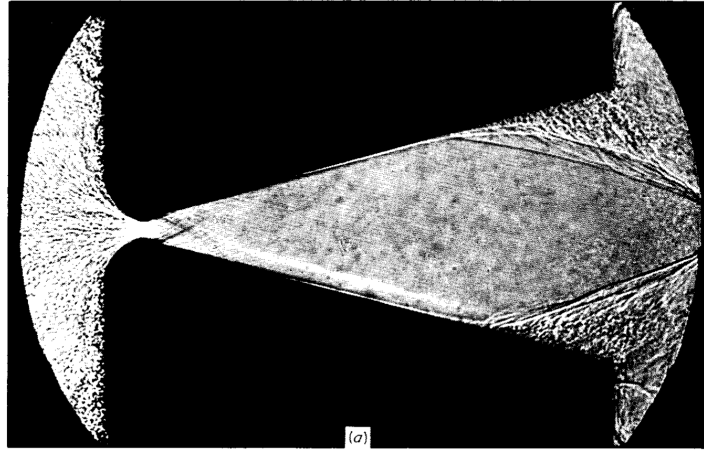
Per $r_2 < \pi_a < r_1$, si ha un'onda d'urto nel **divergente** e nella sezione di uscita dell'ugello è valida la **condizione di Kutta** quindi la pressione è uguale a quella ambiente.

A valle dell'onda il **gradiente di pressione** in direzione assiale è **sfavorevole** ($dp/dx > 0$) e può indurre una separazione della corrente dalla parete con formazione di onde d'urto oblique all'interno del divergente e di una zona di ricircolo.

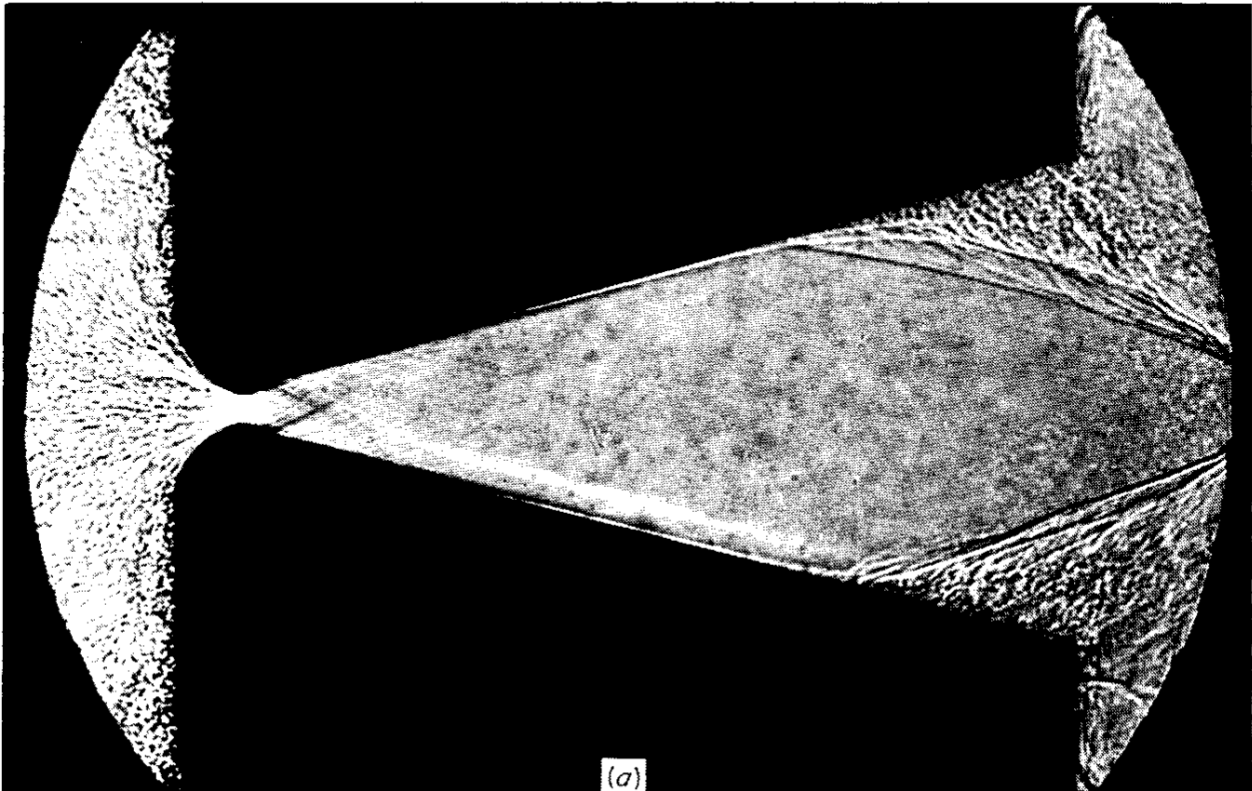


Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Tale **separazione** è tanto più **probabile** quanto **maggiore** è dp/dx e quindi **l'angolo di divergenza**. Pertanto, questa fenomenologia è tipica degli ugelli **propulsivi** nei quali motivi di peso e di ingombro richiedono divergenti relativamente corti e quindi ad elevato angolo di **divergenza**. Esistono vari **criteri** per determinare il **punto** di **separazione** uno di questi prevede che la pressione nella sezione a cui avviene la separazione è $p_s = 0.4p_a$, cioè per $p > 0.4p_a$ la corrente rimane attaccata alla parete e solo quando la pressione raggiunge $0.4p_a$ la corrente separa.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

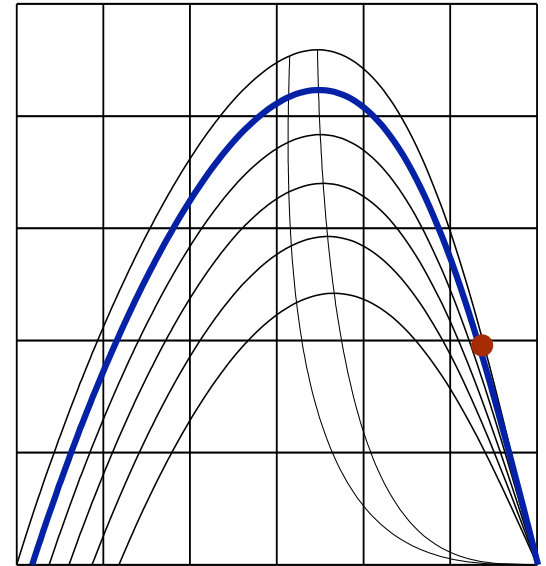
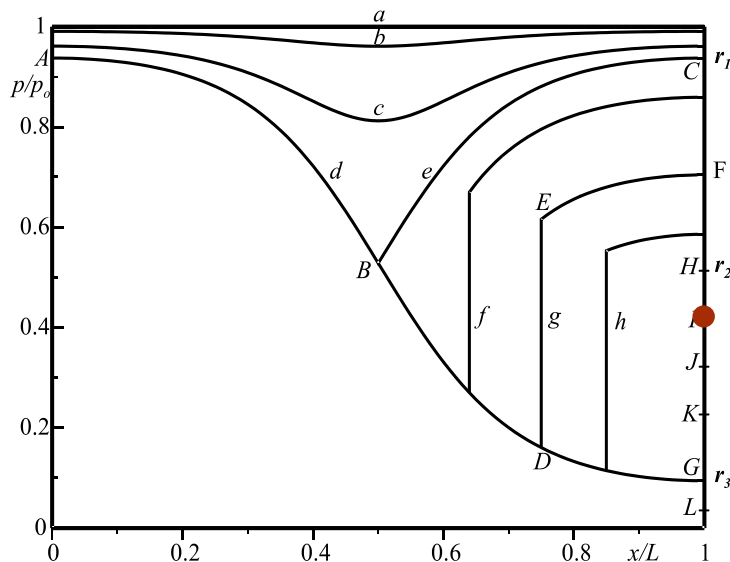


Shadograph del flusso separato in un ugello divergente.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per $\pi_a < r_2$ l'onda d'urto inizia a diventare **obliqua** ed inizialmente si ha una soluzione **forte**; il moto a valle è **subsonico** l'onda non si **riflette** sull'asse.

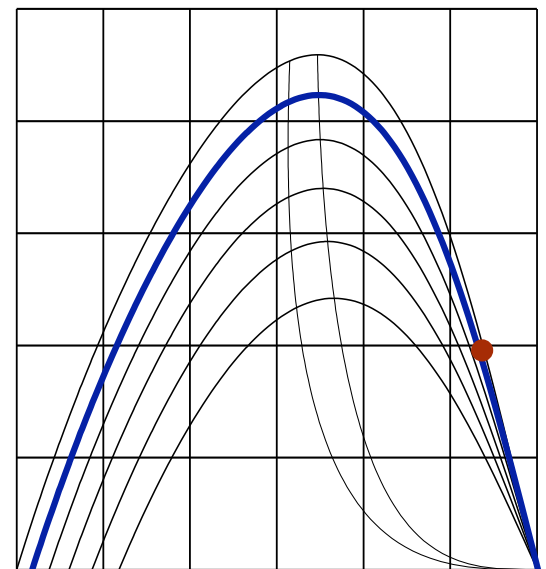
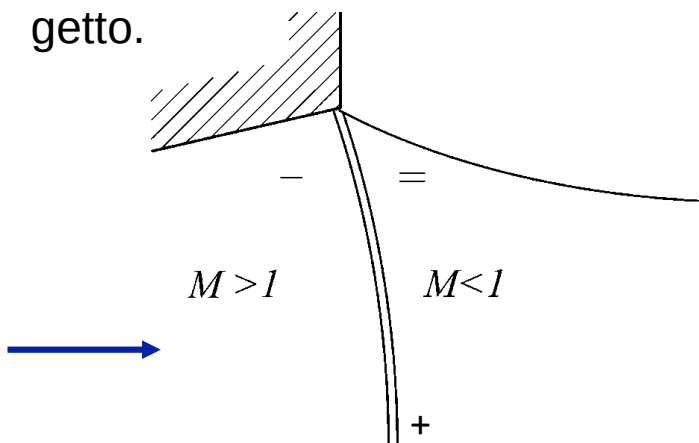


Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per $\pi_a < r_2$ l'onda d'urto inizia a diventare **obliqua** ed inizialmente si ha una soluzione **forte**; il moto a valle è **subsonico** l'onda non si **riflette** sull'asse.

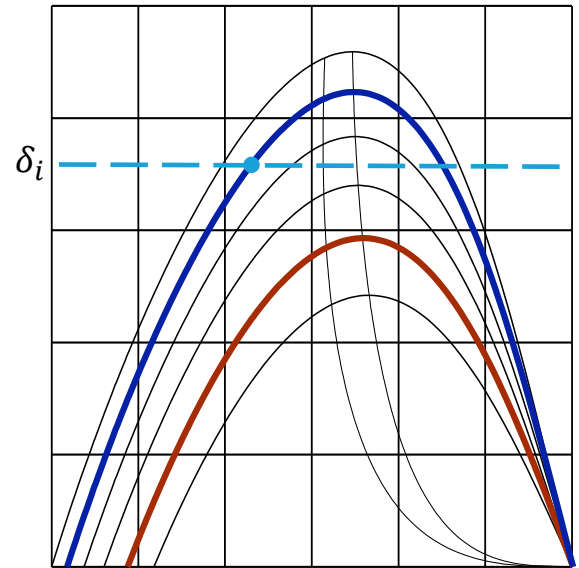
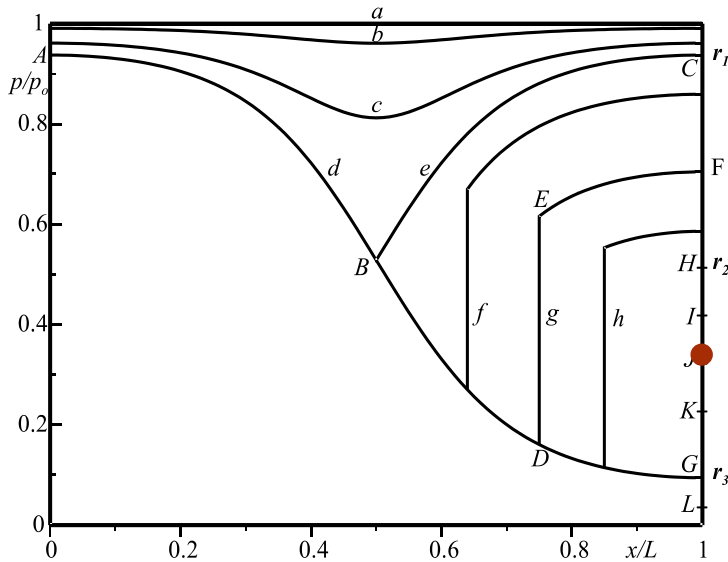
La **curvatura** delle linee di corrente dopo l'onda d'urto è causata dal **gradiente di pressione** esistente tra asse e periferia del getto, generato dalla inclinazione variabile dell'onda.

La pressione della corrente è **uguale** a quella ambiente solo alla periferia del getto.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

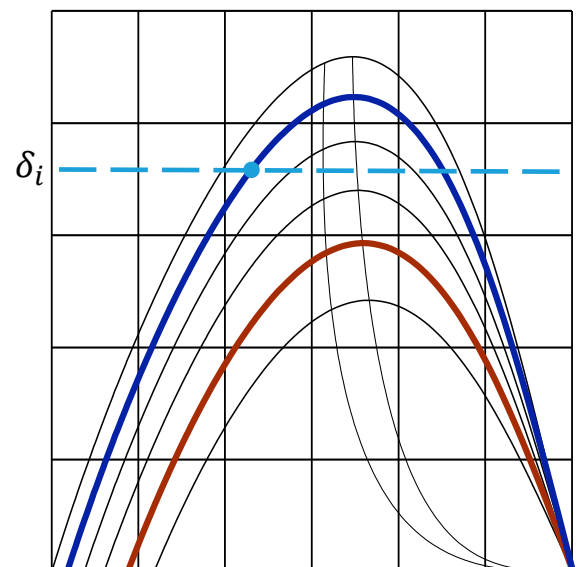
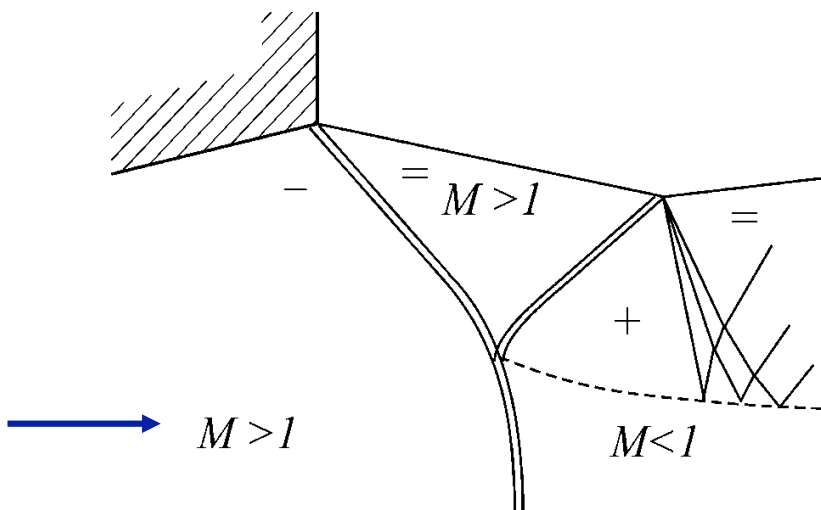
Al **diminuire** di π_a si **riduce la forza** dell'onda d'urto che diventa più inclinata e produce un moto supersonico a valle. Però l'**angolo di deviazione** imposto è grande e si ha una riflessione a **lambda**.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

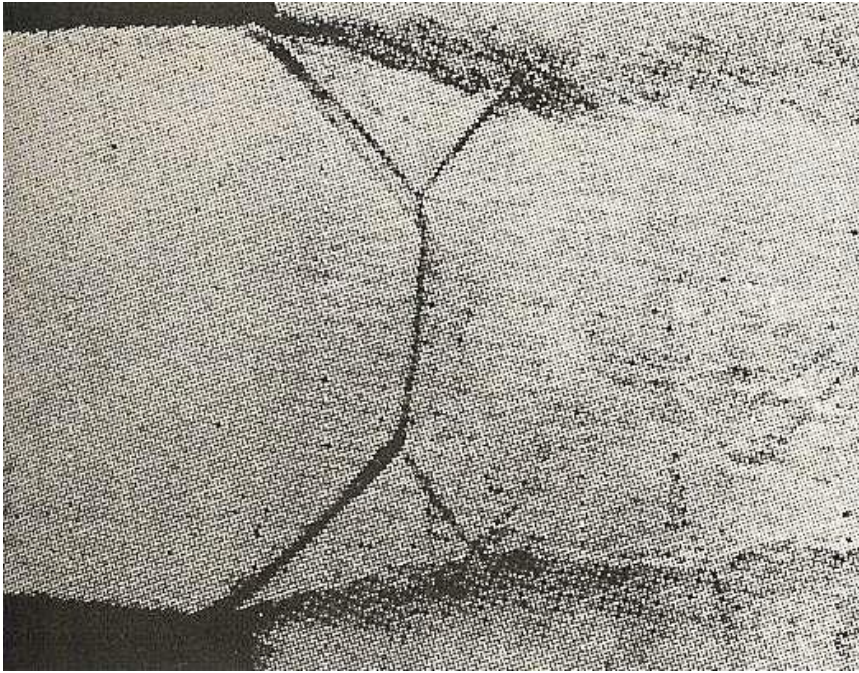
Al **diminuire** di π_a si **riduce la forza** dell'onda d'urto che diventa più inclinata e produce un moto supersonico a valle. Però l'**angolo di deviazione** imposto è grande e si ha una riflessione a **lambda**.

La **riflessione** dell'onda d'urto al confine del getto sulla superficie libera provoca la formazione di un **ventaglio d'espansione**. La linea tratteggiata è ancora una linea di slip.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Trattandosi di un **ugello** completo, si avrà una **intersezione alla Mach** o a doppia **lambda**.



Schlieren dell'intersezione di onde d'urto a doppia lambda.



Gasdinamica – GA 5 Ugelli - astarita@unina.it

81

Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente



Space shuttle main engines.

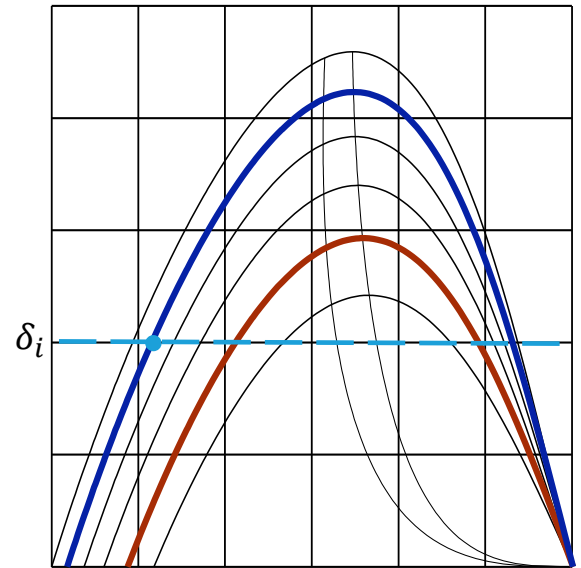
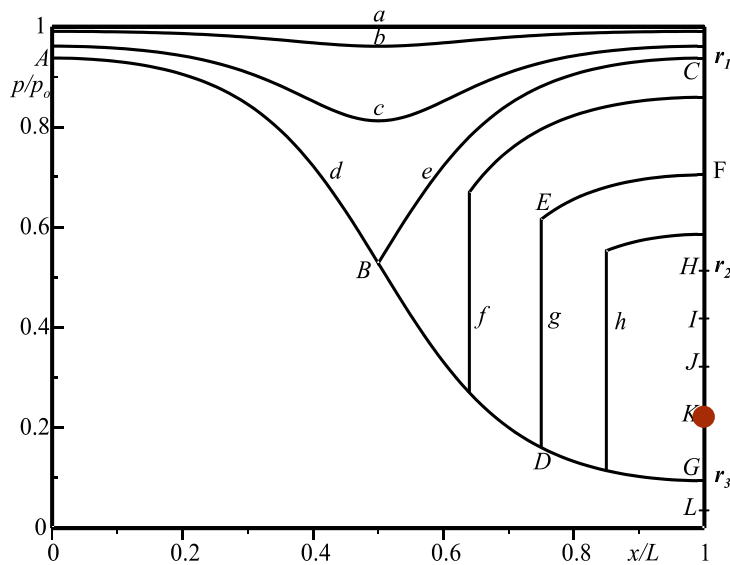


Gasdinamica – GA 5 Ugelli - astarita@unina.it

82

Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

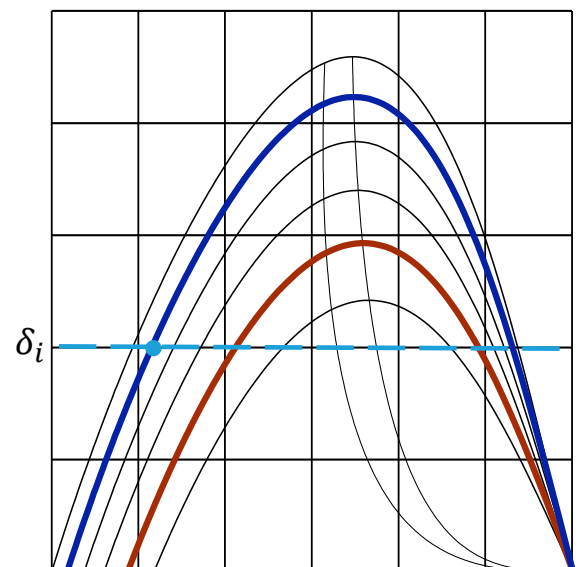
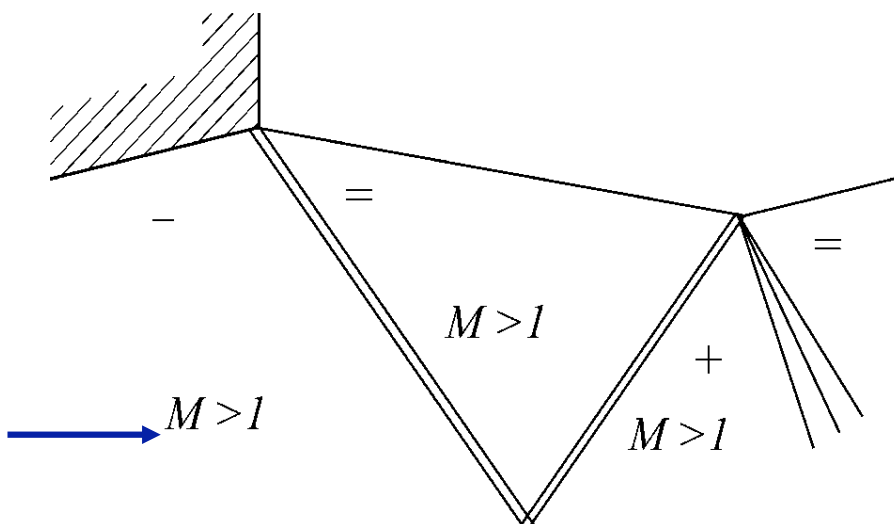
Per valori ancora inferiori di π_a la **forza** dell'onda d'urto diminuisce in modo significativo ed è possibile una **riflessione regolare**.



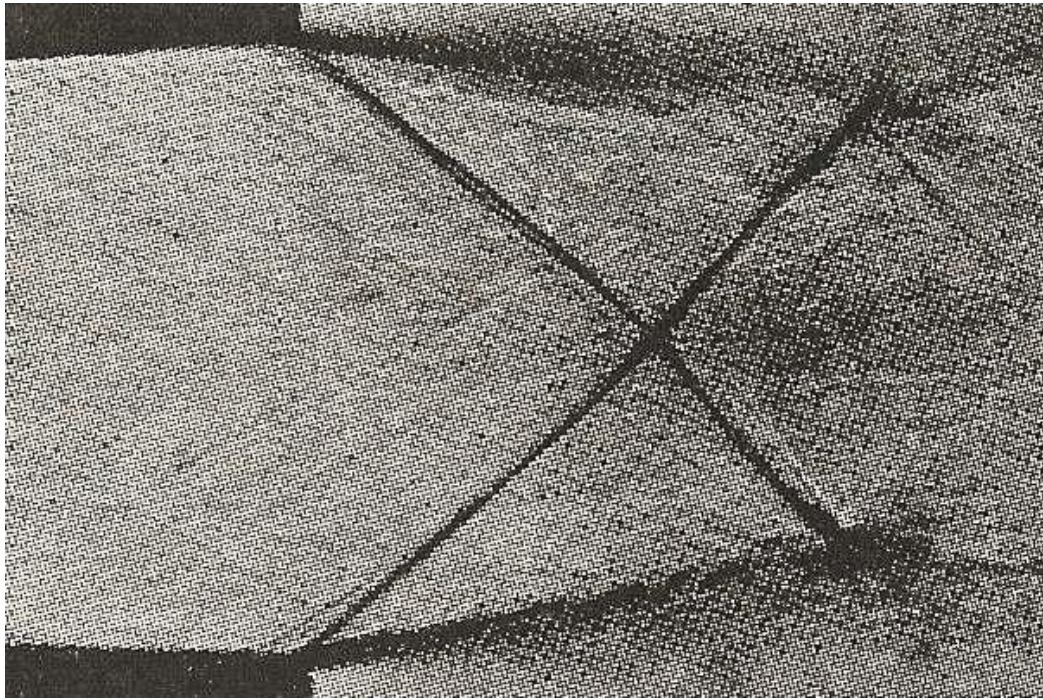
Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

Per valori ancora inferiori di π_a la **forza** dell'onda d'urto diminuisce in modo significativo ed è possibile una **riflessione regolare**.

Dopo l'onda d'urto riflessa, la **pressione** della corrente è **maggiore** di quella **ambiente** e a valle di questa zona, il getto evolve in modo simile a quanto visto per un ugello convergente **sottoespanso**.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente



Schlieren dell'intersezione regolare di onde d'urto a valle di un ugello sovra-espanso.

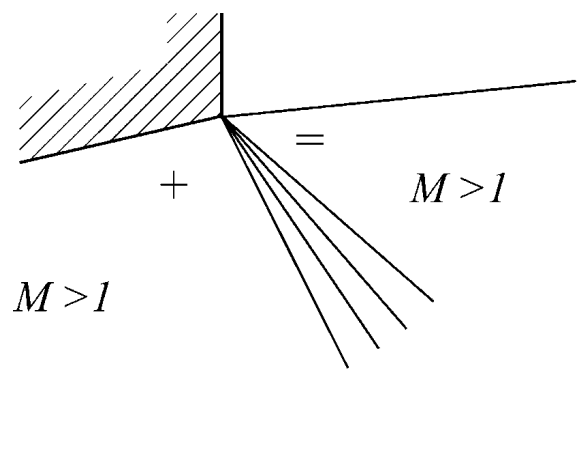
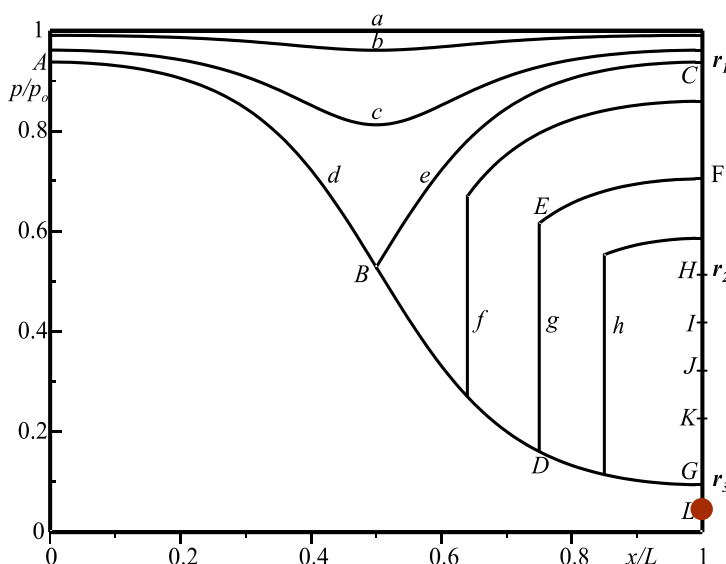


Gasdinamica – GA 5 Ugelli - astarita@unina.it

85

Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

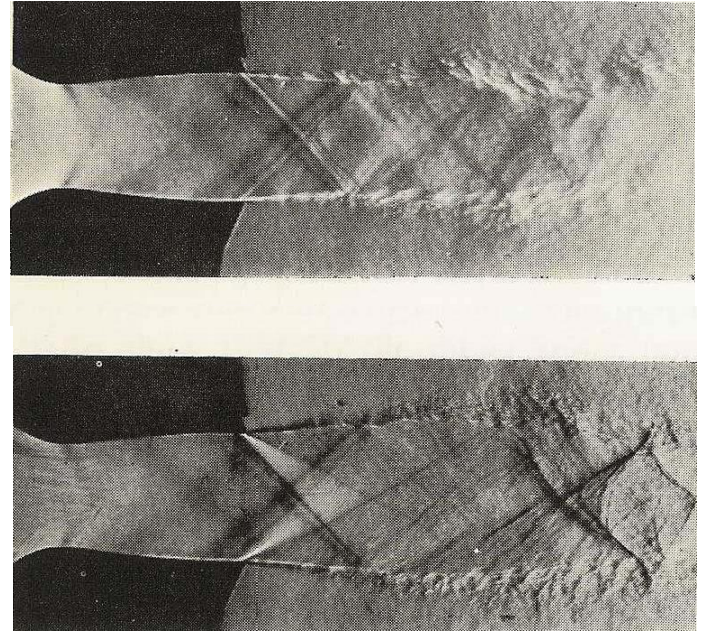
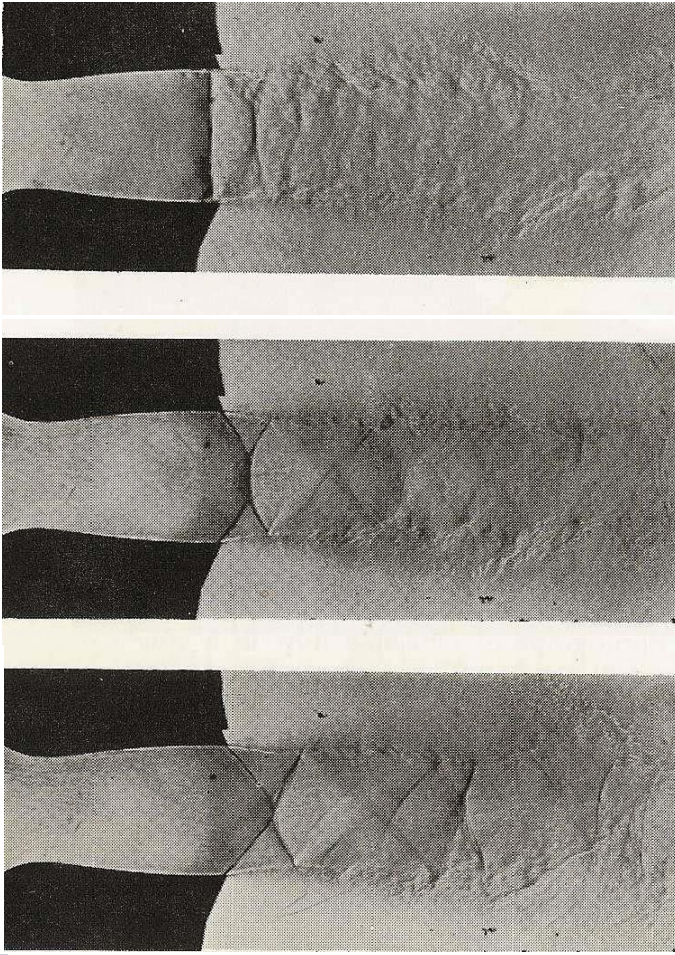
Per $\pi_a < r_3$ l'ugello è **sottoespanso** si forma una ventaglio d'espansione ed il getto evolve in modo simile a quanto visto per un ugello convergente. Chiaramente la prima onda non sarà normale alla corrente.



Gasdinamica – GA 5 Ugelli - astarita@unina.it

86

Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente al variare della pressione ambiente.



Condizioni di efflusso da un ugello convergente divergente

