MOTO ALLA FANNO

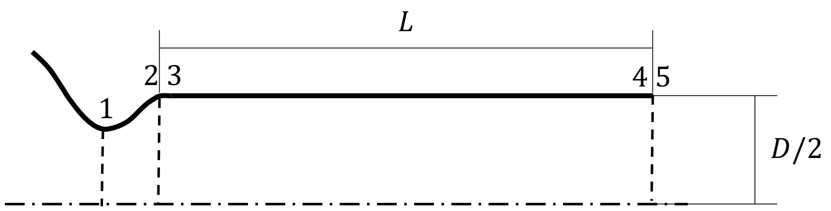
Un ugello convergente divergente è collegato ad un condotto adiabatico, come mostrato in figura. Supponendo che:

$$A_2/A_1 = 2.0 \qquad D = 0.1 \cdot m \qquad f = 0.01 \qquad p_0 = 100 \cdot kPa \quad T_0 = 300 \cdot K$$

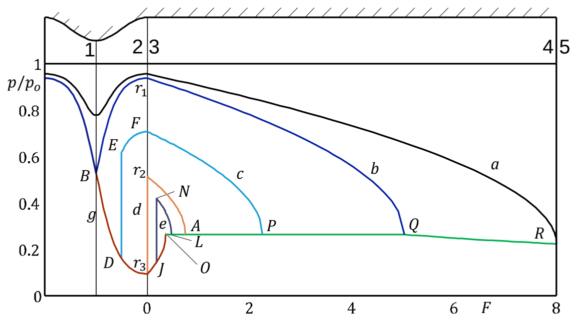
determinare le condizioni termofluidodinamiche all'uscita del condotto e la caduta di pressione di ristagno, nei seguenti casi:

a) $L = 0.625 \cdot m$ per $p_a = 93.0,\ 68.0,\ 39.9,\ 25.0$ e $10.0 \cdot kPa$;

b) $L = 1.180 \cdot m$ per $p_a = 93.0,\ 68.0$ e $35.0 \cdot kPa$.



Si inizia a determinare i punti caratteristici.



Punto r_1

$$\frac{A_2}{A_1} = 2.0 \xrightarrow[(M<1)]{\text{ISO}} \quad M_{r_1} = 0.306 \qquad \frac{p_{r_1}}{p_0} = 0.937 \qquad \frac{T_{r_1}}{T_0} = 0.982$$

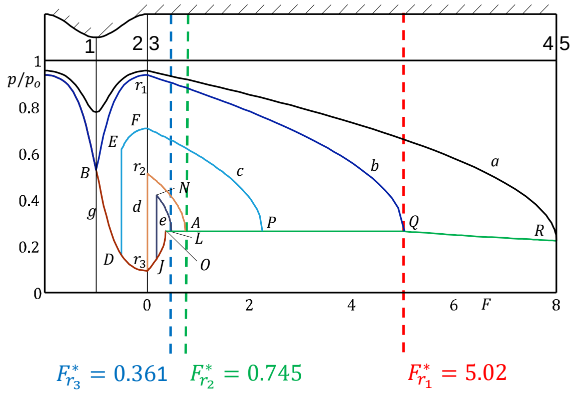
Punto r_3

$$\frac{A_2}{A_1} = 2.0 \xrightarrow[(M>1)]{\text{ISO}} \quad M_{r_3} = 2.20 \qquad \frac{p_{r_3}}{p_0} = 0.0935 \qquad \frac{T_{r_3}}{T_0} = 0.508$$

Punto r_2

$$M_{r_2} = 2.20 \xrightarrow{\text{NSW}} \quad M_{r_2} = 0.547 \qquad \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}} = 5.48 \quad \Rightarrow \quad \frac{p_{r_2}}{p_0} = \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}}\frac{p_{r_3}}{p_0} = 5.48 \cdot 0.0935 = 0.512$$

Noto il numero di Mach dalle tabelle del moto alla Fanno (FF) si trova:



Punto $r_1 \quad (L_1^*)$

$$M_{r_1} = 0.306 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_1}}{p^*_{r_1}} = 3.55 \qquad F^*_{r_1} = 5.02$$

$$p^*_{r_1} = p_Q = \frac{p^*_{r_1}}{p_{r_1}} \frac{p_{r_1}}{p_0} p_0 = \frac{1}{3.55} \cdot 0.937 \cdot p_0 = \quad 26.4 \cdot kPa$$

Punto $r_2 \quad (L_2^*)$

$$M_{r_2} = 0.547 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_2}}{p^*_{r_2}} = 1.945 \qquad F^*_{r_2} = 0.745$$

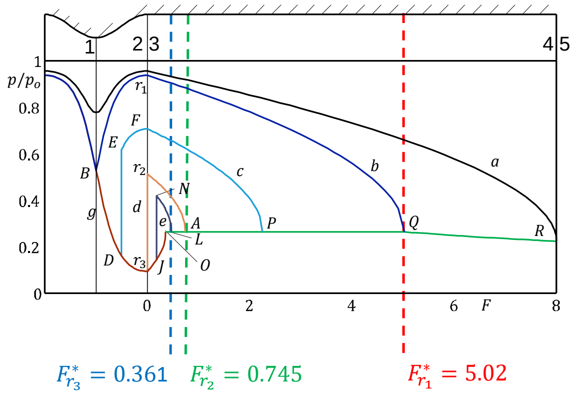
$p^*_{r_2} = p_A = p^*_{r_1}$ (siccome i punti C ed Y hanno stessa G ed H, ovvero sono sulla stessa curva di Fanno)

Punto $r_3 \quad (L_3^*)$

$$M_{r_3} = 2.20 \xrightarrow{\text{FF}} \quad \frac{p_{r_3}}{p^*_{r_3}} = 0.355 \qquad F^*_{r_3} = 0.361$$

$p^*_{r_3} = p_O = p^*_{r_1}$ (siccome i punti C ed X hanno stessa G ed H, ovvero sono sulla stessa curva di Fanno)

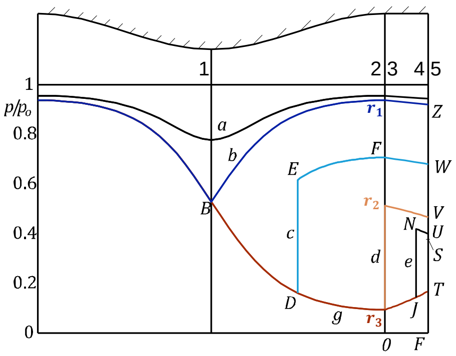
Caso a): $L = 0.625 \cdot m \quad L/D = 6.25$



Calcoliamo innanzitutto il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

$$F = \frac{4 \cdot 0.01 \cdot 0.625}{0.1} = \quad 0.25 \qquad < F^*_{r_3} = 0.361$$

In questo caso le curve caratteristiche del sistema si riducono a:



Caso a): $L = 0.625 \cdot m$

<u>Punto</u> Z

$$F_Z^* = F_{r_1}^* - F_{34} = 5.02 - 0.250 = \ 4.77$$

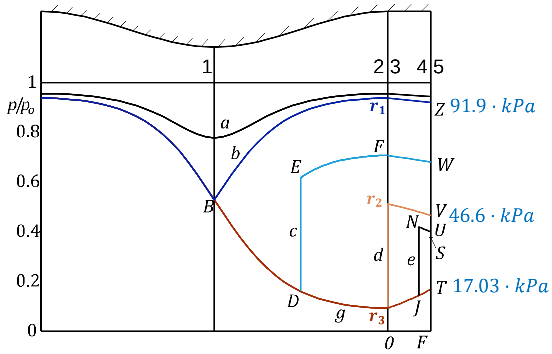
$$F_Z^* = 4.77 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad M_z = 0.312 \qquad \frac{p_Z}{p_Z^*} = 3.48$$

$$p_Z = \frac{p_Z}{p_Z^*} p_{r_1}^* = 3.48 \cdot 26.4 = 91.9 \cdot kPa$$

Analogamente:

<u>Punto</u> V $\quad F_V^* = F_{r_2}^* - F_{34} = = 0.745 - 0.250 = 0.495 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_V = 0.599 \qquad \frac{p_V}{p_V^*} = 1.767 \Rightarrow p_V = 46.6 \cdot kPa$

<u>Punto</u> T $\quad F_T^* = F_{r_3}^* - F_{34} = = 0.361 - .250 = 0.111 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_T = 1.431 \qquad \frac{p_T}{p_T^*} = 0.644 \Rightarrow p_T = 17.03 \cdot kPa$

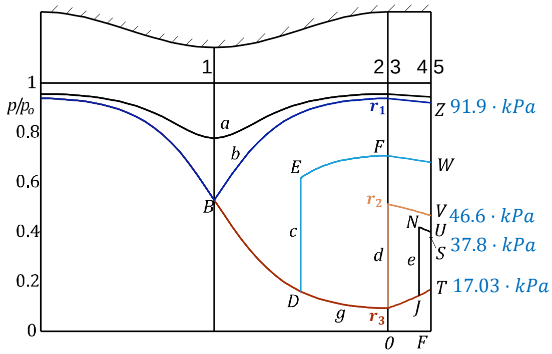


Caso a): $L = 0.625 \cdot m$

<u>Punto</u> S

$$M_T = 1.431 \xrightarrow{\text{NSW}} \quad M_S = 0.727 \qquad \frac{p_S}{p_T} = 2.22$$

$$p_S = \frac{p_S}{p_T} p_T = 2.22 \cdot 17.03 \cdot kPa = \ 37.8 \cdot kPa$$



Analizziamo i 5 sottocasi proposti nella traccia:

i. $p_a = 93.0 \cdot kPa$ iii. $p_a = 39.9 \cdot kPa$ v. $p_a = 10.0 \cdot kPa$

ii. $p_a = 68.0 \cdot kPa$ iv. $p_a = 25.0 \cdot kPa$

i. $p_a > pz$: il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a;

ii. $p_V < p_a < p_Z$: è presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c;

iii. $p_S < p_a < p_V$: è presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

iv. $p_T < p_a < p_S$: è presente un'onda d'urto obliqua all'uscita del condotto;

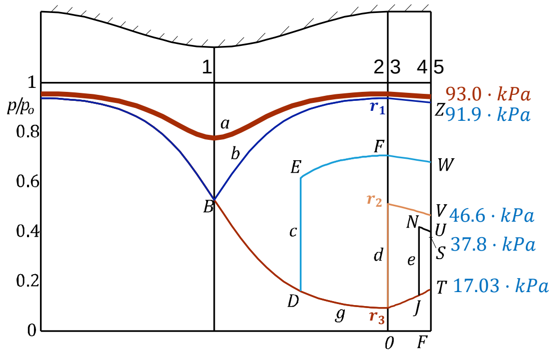
v. $p_a < p_T$: è presente un ventaglio di espansione all'uscita del condotto.

Caso a) i.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 93.0 \cdot kPa$

Il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach all'uscita del condotto.

Supponiamo che $M_5 = 0.15$ ($< M_Z = 0.312$).



$$M_5 = 0.15 \xrightarrow{\text{FF}} \begin{cases} F_5^* = 27.9 \\ \dfrac{p_5}{p^*} = 7.29 \end{cases}$$

$$F_2^* = F_5^* + F_{25} = 27.9+0.250= 28.2 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \begin{cases} \dfrac{p_2}{p^*} = 7.32 \\ M_2 = 0.1494 \end{cases} \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_2}{p_{0\,2}} = 0.985$$

Infine:

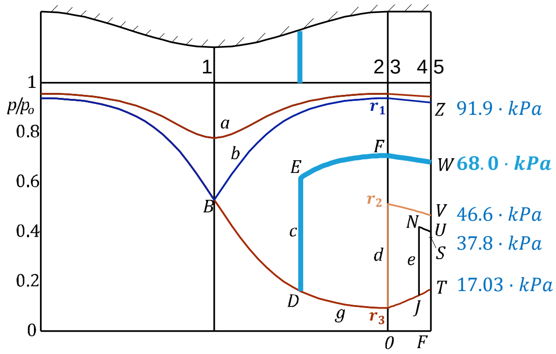
$$p_5 = \frac{p_5}{p^*}\frac{p^*}{p_2}\frac{p_2}{p_{0_2}} p_{0_2} = \frac{7.29}{7.32} \cdot 0.985 \cdot 100 = 98.1 \cdot kPa \quad \Rightarrow \quad e = \frac{p_u - p_a}{p_a} = 5.48\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_5 (e.g. $M_5 = 0.135$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

				$F_{25} = 0.25$				$p_0 = 100 \cdot kPa$	$p_a = 93 \cdot kPa$
		dalle tabelle (FF) entrando con M_5		$= F_5^* + F_{25}$	dalle tabelle (FF) entrando con F_2^*		da (ISO) con M_2	$p_5 = p_5/p^* \cdot p^*/p_2$ $p_2/p_{o2} \cdot p_{0_2}$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	M_5	$\frac{p_5}{p^*}$	F_5^*	F_2^*	M_2	$\frac{p_2}{p^*}$	$\frac{p_2}{p_{0_2}}$	p_3 (kPa)	**e (%)**
(1)	0.15	7.29	27.9	28.2	0.1494	7.32	0.985	98.1	5.48
(2)	0.135	8.1	35.2	35.5	0.1345	8.13	0.987	98.3	5.7
(3)	0.524	2.04	0.89	1.14	0.492	2.17	0.847	79.6	-14.41
(4)	0.245	4.44	8.92	9.17	0.242	4.5	0.96	94.7	1.828
(5)	0.276	3.94	6.6	6.85	0.272	4	0.95	93.6	0.645
(6)	0.293	3.71	5.64	5.89	0.288	3.77	0.944	92.9	-0.1075
(7)	0.291	3.73	5.75	6	0.286	3.8	0.945	92.800	-0.215
(8)	0.295	3.68	5.54	5.79	0.29	3.75	0.943	92.500	-0.538

$$M_5^{(n)} = \frac{M_5^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_5^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) ii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 68.0 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c

Il punto F si trova sulla stessa curva di Fanno del punto r_1. Ne consegue che:

$p_F^* = p_{r_1}^* = 26.4 \cdot kPa$

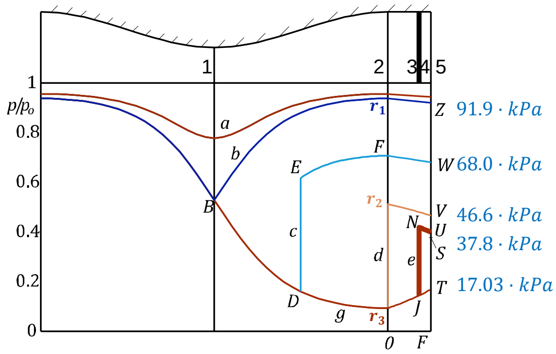
da cui: $\dfrac{p_a}{p_F^*} = \dfrac{p_5}{p_5^*} = \dfrac{68.0}{26.4} = 2.58$

$$\frac{p_5}{p_5^*} = 2.58 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \begin{matrix} M_5 = 0.417 \\ F_5^* = 2.02 \end{matrix}$$

$$F_2^* = F_{35} + F_5^* = 0.250 + 2.02 = 2.27 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \begin{matrix} M_2 = 0.402 \xrightarrow{\text{ISO}} \dfrac{p_F}{p_{0F}} = 0.895 \\ \dfrac{p_F}{p_F^*} = 2.68 \end{matrix}$$

$$\frac{p_{0_E}}{p_{0_D}} = \frac{p_{02}}{p_0} = \frac{p_{0_2}}{p_2}\frac{p_2}{p_2^*}\frac{p_2^*}{p_0} = \frac{1}{0.895} \cdot 2.68 \cdot \frac{26.4}{100} = 0.791 \xrightarrow{\text{NSW}} M_D = 1.848$$

Caso a) iii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 39.9 \cdot kPa$



È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Si procede iterativamente assegnando la posizione dell'onda d'urto, ovvero F_{23}, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Supponiamo che $\frac{L_{23}}{D} = 5 \rightarrow F_{23} = 0.200$ ($< F_{25} = 0.250$).

$$F_{23} = 0.200 \Rightarrow \quad F_3^* = F_2^* - F_{23} = 0.361 - 0.250 = 0.1610$$

(con $F_2^* = F_{r_3}^* = 0.361$)

$$F_3^* = 0.1610 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_3 = 1.569 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.678 \xrightarrow{\text{FF}} F_4^* = 0.254$$

$$F_{45} = F_{25} - F_{23} = 0.25 - 0.200 = 0.0500 \Rightarrow \quad F_5^* = F_4^* - F_{45} = = 0.254 - 0.050 = 0.204 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \begin{matrix} M_5 = 0.702 \\ \dfrac{p_5}{p_5^*} = 1.489 \end{matrix}$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p_5^*} p_5^* = 1.489 \cdot 26.4 = 39.3 \cdot kPa \Rightarrow \quad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 1.504\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di L_{23}/D ($L_{23}/D = 6$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.361$ $\quad F_{25} = 0.25$ $\quad p_a = 39.9 \cdot kPa$

			$F^*_2 - F_{23}$	da (FF) con F^*_3	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_{25} - F_{23}$	$F^*_4 - F_{45}$	da (FF) con F^*_5		$\frac{p_5}{p^*_5} p^*$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{\frac{L_{23}}{D}}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	F^*_3	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{M_4}$	F^*_4	$\boldsymbol{F_{45}}$	F^*_5	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**e (%)**
(1)	5	0.2	0.1610	1.569	0.678	0.254	0.0500	0.204	0.702	1.489	39.3	-1.504
(2)	6.25	0.25	0.1110	1.431	0.727	0.1608	0.0000	0.1608	0.727	1.433	37.8	-5.260
(3)	4.5	0.18	0.1810	1.624	0.661	0.295	0.07	0.225	0.692	1.512	39.9	0.000
(4)	4.5	0.18	0.1810	1.624	0.661	0.295	0.07	0.225	0.692	1.512	39.9	0.000

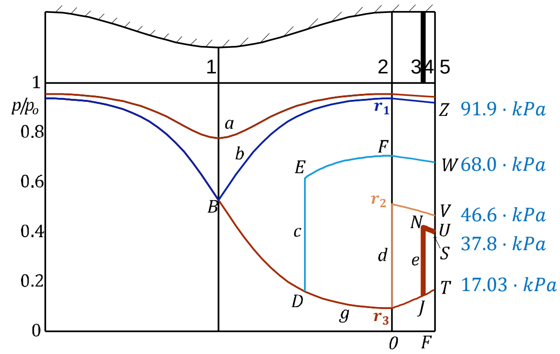
$$L^{(n)}_{23}/D = \frac{L^{(n-1)}_{23}/D \; e^{(n-2)} - L^{(n-2)}_{23}/D \; e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iii.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 39.9 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Ripetiamo l'esercizio usando come variabile di tentativo il numero di Mach M_3 a monte dell'onda d'urto.

Supponiamo che $M_3 = 2 \; (< M_{r_3} = 2.20)$.



(con $F^*_2 = F^*_{r3} = 0.361, F_{25} = 0.250$)

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_3 = 0.305$$

$$F_{23} = F^*_2 - F^*_3 = 0.361 - 0.305 = 0.056$$

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.577 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_4 = 0.589$$

$$F^*_5 = F^*_4 - (F_{25} - F_{23}) = 0.589 - (0.250 - 0.056) = 0.395$$

$$F^*_5 = 0.395 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_5 = 0.627 \qquad \frac{p_5}{p^*_5} = 1.682$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*_5} p^*_5 = 1.682 \cdot 26.4 = 44.4 \cdot kPa \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 11.28\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.5$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$F_{r_2}^* = F_2^* = 0.361$ $\quad$ $F_{25} = 0.25$ $\quad$ $p^* = 26.4 \cdot kPa$ $\quad$ $p_a = 39.9 \cdot kPa$

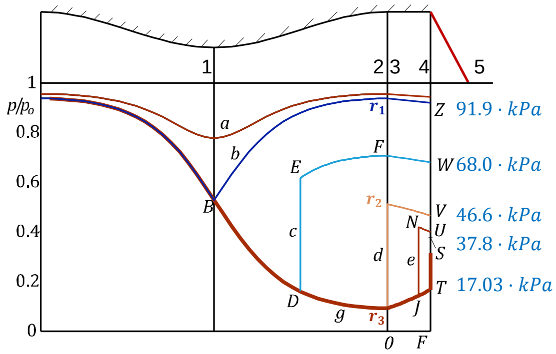
			$F_2^* - F_3^*$	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_4^* - (F_{25} - F_{23})$	da (FF) con F_5^*		$= \frac{p_5}{p_5^*} p^*$	$= \frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{F_3^*}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	$\boldsymbol{M_4}$	$\boldsymbol{F_4^*}$	$\boldsymbol{F_5^*}$	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**errore (%)**
(1)	2	0.305	0.056	0.577	0.589	0.395	0.627	1.682	44.4	11.28
(2)	1.5	0.1361	0.225	0.701	0.206	0.181	0.715	1.459	38.5	-3.51
(3)	1.619	0.1792	0.1818	0.663	0.29	0.222	0.693	1.51	39.9	0
(4)	1.619	0.1792	0.1818	0.663	0.29	0.222	0.693	1.51	39.9	0

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iv.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 25.0 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto obliqua all'uscita del condotto.

Indicando con 4 e 5 le condizioni a monte e valle dell'onda d'urto, rispettivamente:



$$\frac{p_5}{p_4} = \frac{p_a}{p_T} = \frac{25}{17.03} = 1.468 \xrightarrow{\text{NSW}} \begin{matrix} M_{n_4} = 1.184 \\ M_{n_5} = 0.852 \end{matrix}$$

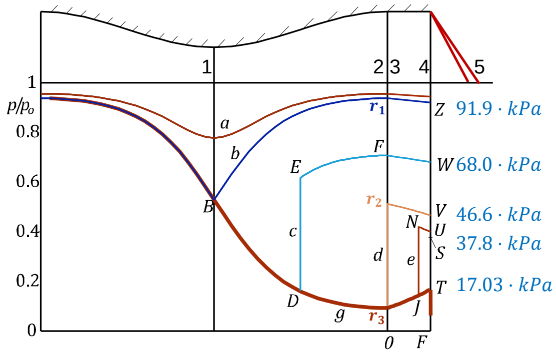
$$\left.\begin{matrix} M_4 = M_T = 1.431 \\ \varepsilon = \text{asin}\left(\frac{M_{n_4}}{M_4}\right) = \text{asin}\left(\frac{1.184}{1.431}\right) = 55.8° \end{matrix}\right\} \xrightarrow{\varepsilon, \delta, M} \delta = 7.54°$$

$$M_5 = \frac{M_{n_5}}{\sin(\varepsilon - \delta)} = \frac{0.852}{\sin(55.8 - 7.54)} = 1.142$$

Caso a) v.: $L = 0.625 \cdot m$, $p_a = 10.0 \cdot kPa$

È presente un ventaglio di espansione all'uscita del condotto.

Indicando con 4 e 5 le condizioni a monte e valle del ventaglio, rispettivamente:



$$M_4 = M_T = 1.431 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_4}{p_{0_4}} = 0.301$$

$$p_4 = p_T = 17.03 \cdot kPa$$

$$\frac{p_5}{p_{0_5}} = \frac{p_a}{p_{0_4}} = \frac{p_a}{p_4}\frac{p_4}{p_{0_4}} = \frac{10.0}{17.03} 0.301 = \quad 0.1767$$

$$\frac{p_5}{p_{0_5}} = 0.1767 \xrightarrow{\text{ISO}} M_5 = 1.790 \xrightarrow{\text{PM}} \nu_5 = 20.4°$$

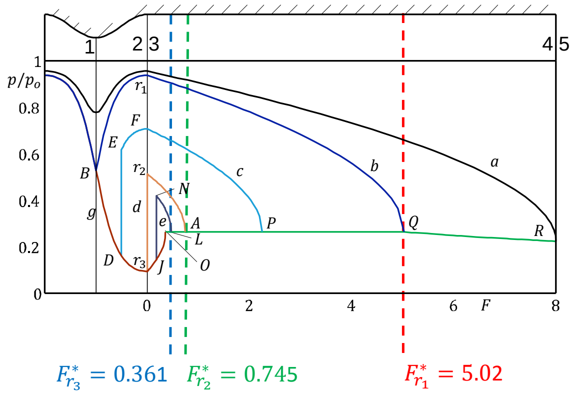
$$M_4 = 1.431 \xrightarrow{\text{PM}} \nu_4 = 9.88°$$

$$\delta = \nu_5 - \nu_4 = 10.52°$$

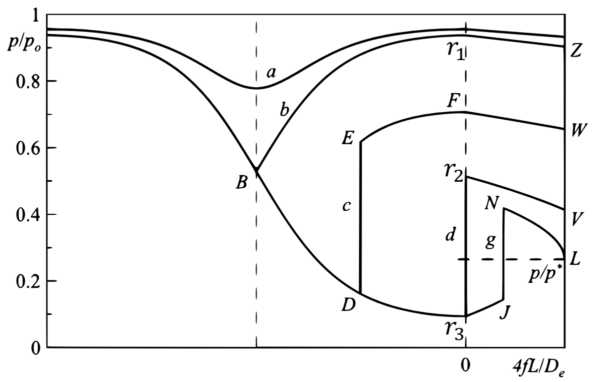
Caso b): $L = 1.180 \cdot m$, $L/D = 11.80$

Calcoliamo innanzitutto il rapporto caratteristico del moto alla Fanno relativo al nostro condotto:

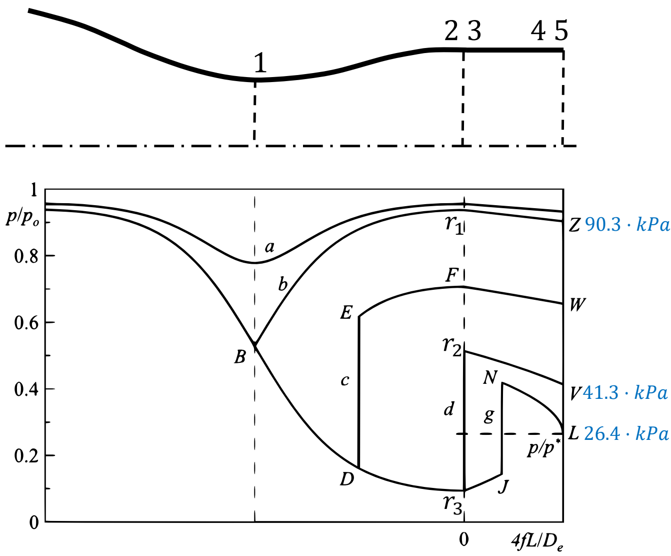
$$F_{25} = \frac{4fL_{25}}{D} = \frac{4 \cdot 0.01 \cdot 1.180}{0.1} = 0.472 \quad \begin{matrix} > F_3^* = 0.361 \\ < F_2^* = 0.745 \end{matrix}$$



In questo caso le curve caratteristiche del sistema si riducono a:



Caso b): $L = 1.180 \cdot m$



Punto Z

$F_Z^* = F_{r_3}^* - F_{25} = 5.02 - 0.472 = \quad 4.55$

$F_Z^* = 4.55 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_z = 0.317 \qquad \dfrac{p_Z}{p_Z^*} = 3.42$

$$p_Z = \frac{p_Z}{p_Z^*} p^* = 3.42 \cdot 26.4 \cdot kPa = 90.3 \cdot kPa$$

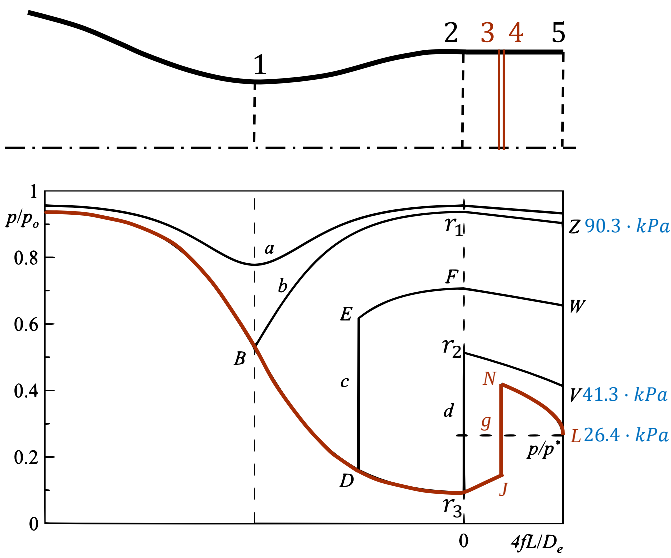
Analogamente:

Punto V $\quad F_V^* = F_{r_2}^* - F_{25} = \quad 0.273 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_V = \; 0.670 \qquad \dfrac{p_V}{p_V^*} = \; 1.566 \;\Rightarrow\; p_V = \; 41.3 \cdot kPa$

Punto L $\quad p_L = p_{r_3}^* = 26.4 \cdot kPa$

Nel punto L la pressione è nota ed è pari alla pressione critica del moto alla Fanno con ingresso dato dalla condizione r_3. Per determinare la posizione dell'urto JN bisogna iterare.

Caso b): $L = 1.180 \cdot m$



Per determinare la posizione dell'urto JN bisogna iterare.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach M_3 a monte dell'urto, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Supponiamo che $M_3 = 1.2\ (< M_{r_3} = 2.20)$.

$M_3 = 1.2 \xrightarrow{\text{FF}} F_3^* = \; 0.0336$

$M_3 = 1.2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = \; 0.842 \xrightarrow{\text{FF}} F_4^* = \; 0.0410$

Si nota che: $\quad F_{23} = F_{r_3}^* - F_3^* \qquad$ mentre: $\quad F_{45} = F_4^*$

$\overline{F_{25}} = 0.472$

$F_{r_3}^* = 0.361$

da cui : $\quad F_{25} = F_{23} + F_{45} = F_{r_3}^* - F_3^* + F_4^* = 0.361 - 0.336 + 0.0410 = 0.368$

$$e = \frac{F_{25} - \overline{F_{25}}}{\overline{F_{25}}} = \; -22.0\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.4$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$F_{r_3}^* = 0.361$ $\qquad$ $\overline{F_{25}} = 0.472$

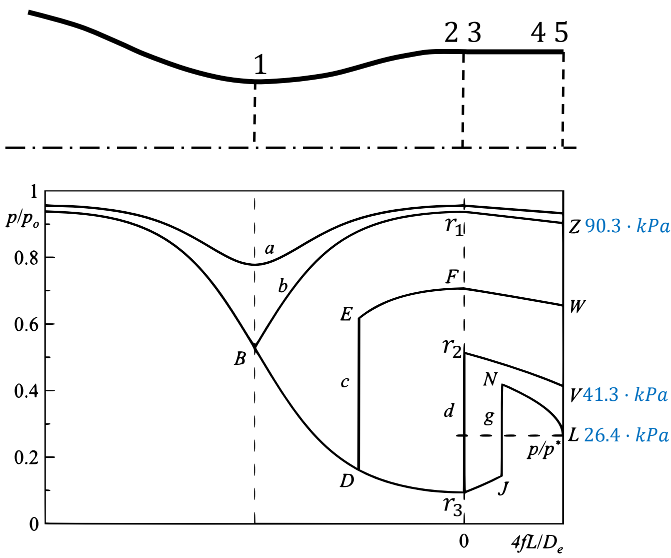
			da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_{r_3}^* - F_3^* + F_4^*$	$\dfrac{F_{25} - \overline{F_{25}}}{\overline{F_{25}}}$
tentativo #	$\boldsymbol{M_3}$	F_3^*	$\boldsymbol{M_4}$	F_4^*	$\boldsymbol{F_{25}}$	**errore (%)**
(1)	1.2	0.0336	0.842	0.0410	0.368	-22.0
(2)	1.4	0.0997	0.74	0.1411	0.402	-14.83
(3)	1.814	0.247	0.613	0.442	0.556	17.8
(4)	1.588	0.168	0.672	0.268	0.461	-2.33
(5)	1.614	0.1774	0.664	0.288	0.472	0
(6)	1.614	0.1774	0.664	0.288	0.472	0

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso b): $L = 1.180 \cdot m$

Analizziamo i 3 sottocasi proposti nella traccia:

i. $p_a = 93.0 \cdot kPa$
ii. $p_a = 68.0 \cdot kPa$
iii. $p_a = 35 \cdot kPa$



i. $p_a > p_Z$: il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a;

ii. $p_V < p_a < p_Z$: è presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c;

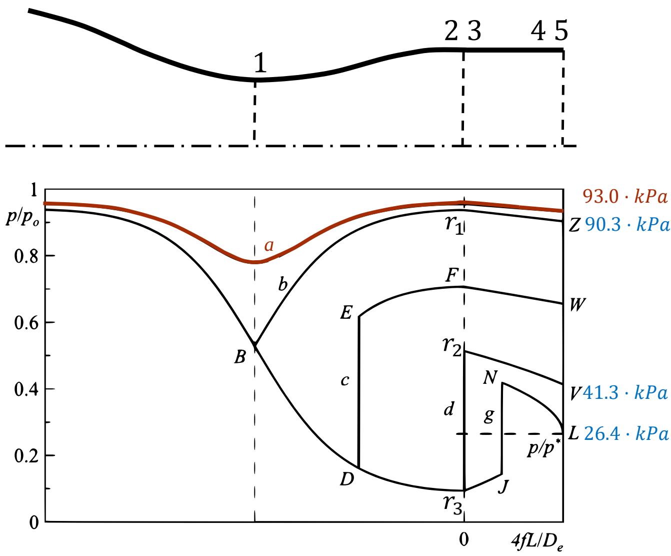
iii. $p_L < p_a < p_V$: è presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5.

Caso b) i.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 93.0 \cdot kPa$

Il moto è completamente subsonico (funzionamento alla Venturi), la curva è di tipo a.

Si procede iterativamente assegnando il numero di Mach all'uscita del condotto.

Supponiamo che $M_5 = 0.15$ ($< M_Z = 0.317$).



$$M_5 = 0.15 \xrightarrow{\text{FF}} \quad F_5^* = 27.9 \qquad \frac{p_5}{p^*} = 7.29$$

$$F_2^* = F_5^* + F_{25} = 27.9 + 0.472 = 28.4 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} \quad \frac{p_2}{p^*} = 7.34 \qquad M_2 = 0.1489 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_2}{p_{0_2}} = 0.985$$

Infine:

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*}\frac{p^*}{p_2}\frac{p_2}{p_{0_2}} p_{0_2} = \frac{7.29}{7.34} \cdot 0.985 \cdot p_{0_1} = 97.8 \cdot kPa \quad \Rightarrow \quad \text{err} = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 5.16\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_5 (e.g. $M_5 = 0.135$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

			$F_{25} = 0.472$				$p_0 = 100 \cdot kPa$	$p_a = 93 \cdot kPa$
		dalle tabelle (FF) entrando con M_5		$= F_5^* + F_{25}$	dalle tabelle (FF) entrando con F_2^*		da (ISO) con M_2	$p_5 = p_5/p^* \cdot p^*/p_2 \; p_2/p_{02} \cdot p_{0_2}$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	M_5	$\frac{p_5}{p^*}$	F_5^*	F_2^*	M_2	$\frac{p_2}{p^*}$	$\frac{p_2}{p_{0_2}}$	p_3 (kPa)	**e (%)**
(1)	0.15	7.29	27.9	28.4	0.1489	7.34	0.985	97.8	5.16
(2)	0.135	8.10	35.2	35.7	0.1341	8.15	0.988	98.2	5.59
(3)	0.33	3.28	4.08	4.55	0.317	3.42	0.933	89.5	-3.76
(4)	0.252	4.32	8.32	8.79	0.246	4.43	0.959	93.5	0.538
(5)	0.262	4.15	7.54	8.01	0.256	4.25	0.955	93.3	0.323
(6)	0.277	3.92	6.54	7.01	0.27	4.03	0.951	92.5	-0.538
(7)	0.268	4.06	7.12	7.59	0.261	4.17	0.954	92.9000	-0.1075
(8)	0.266	4.09	7.25	7.72	0.26	4.19	0.954	93.1000	0.1075

$$M_5^{(n)} = \frac{M_5^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_5^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

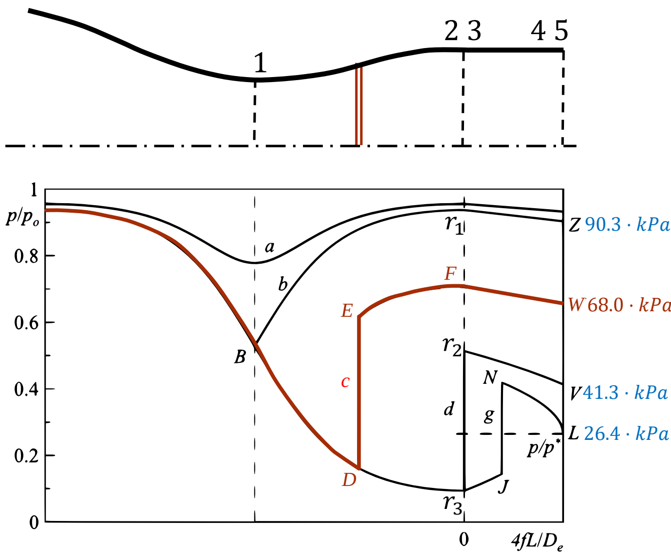
Caso a) ii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 68.0 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel divergente 1-2, la curva è di tipo c

Il punto F si trova sulla stessa curva di Fanno del punto C. Ne consegue che:

$$p_F^* = p_C^* = p^* = 26.4 \cdot kPa$$

da cui: $\dfrac{p_a}{p_F^*} = \dfrac{p_5}{p_5^*} = \dfrac{68.0}{26.4} = 2.58$



$$\frac{p_5}{p^*} = 2.58 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_5 = 0.417 \quad F_5^* = 2.02$$

$$F_F^* = F_{25} + F_5^* = 0.472 + 2.02 = 2.49 \xrightarrow[(M<1)]{\text{FF}} M_F = 0.390 \xrightarrow{\text{ISO}} \frac{p_F}{p_{0F}} = 0.900$$

$$\frac{p_F}{p_F^*} = 2.77$$

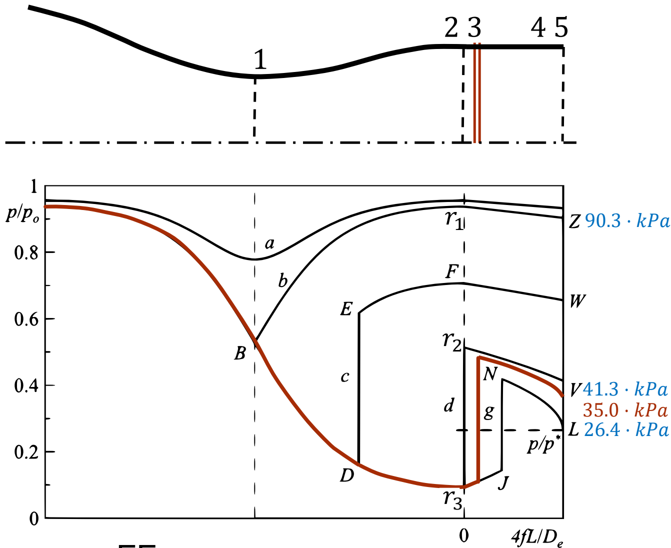
$$\frac{p_{0E}}{p_{0D}} = \frac{p_{0F}}{p_0} = \frac{p_{0F}}{p_F}\frac{p_F}{p_F^*}\frac{p_F^*}{p_0} = \frac{1}{0.900} \cdot 2.77 \cdot \frac{26.4}{100} = 0.813 \xrightarrow{\text{NSW}} M_D = 1.799$$

Caso a) iii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 35.0 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Si procede iterativamente assegnando la posizione dell'onda d'urto, ovvero F_{23}, avendo indicato con 3 e 4 le condizioni a monte e valle, rispettivamente.

Si suppone che $L_{23}/D = 5 \rightarrow F_{23} = 0.0800$ $(< F_{25} = 0.472)$.



$$F_{23} = 0.0800 \quad \Rightarrow F_3^* = F_2^* - F_{23} = 0.361 - 0.0800 = 0.281$$

(con $F_2^* = F_{r_3}^* = 0.361$)

$$F_3^* = 0.281 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_3 = 1.921 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.592 \xrightarrow{\text{FF}} F_4^* = 0.523$$

$$F_{45} = F_{25} - F_{23} = 0.472 - 0.0800 = 0.392 \Rightarrow \begin{array}{l} F_5^* = F_4^* - F_{45} = \\ = 0.523 - 0.392 = 0.1310 \end{array} \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} \begin{array}{l} M_5 = 0.747 \\ \dfrac{p_5}{p_5^*} = 1.391 \end{array}$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p_5^*} p_5^* = 1.391 \cdot 26.4 = 36.7 \cdot kPa \Rightarrow e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = -4.86\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di L_{23}/D ($L_{23}/D = 3$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.360$ $F_{25} = 0.472$ $p_a = 39.9 \cdot kPa$

			$F^*_2 - F_{23}$	da (FF) con F^*_3	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_{25} - F_{23}$	$F^*_4 - F_{45}$	da (FF) con F^*_5		$\frac{p_5}{p^*_5} p^*$	$\frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{\frac{L_{23}}{D}}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	F^*_3	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{M_4}$	F^*_4	$\boldsymbol{F_{45}}$	F^*_5	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**e (%)**
(1)	2	0.0800	0.281	1.921	0.592	0.523	0.392	0.1310	0.747	1.391	36.7	4.860
(2)	3	0.1200	0.241	1.797	0.617	0.428	0.352	0.076	0.796	1.296	34.2	-2.290
(3)	2.68	0.1072	0.254	1.837	0.608	0.46	0.365	0.095	0.777	1.332	35.2	0.571
(4)	2.74	0.1096	0.251	1.828	0.61	0.453	0.362	0.091	0.781	1.324	35	0.000
(5)	2.74	0.1096	0.251	1.828	0.61	0.453	0.362	0.091	0.781	1.324	35.0000	0

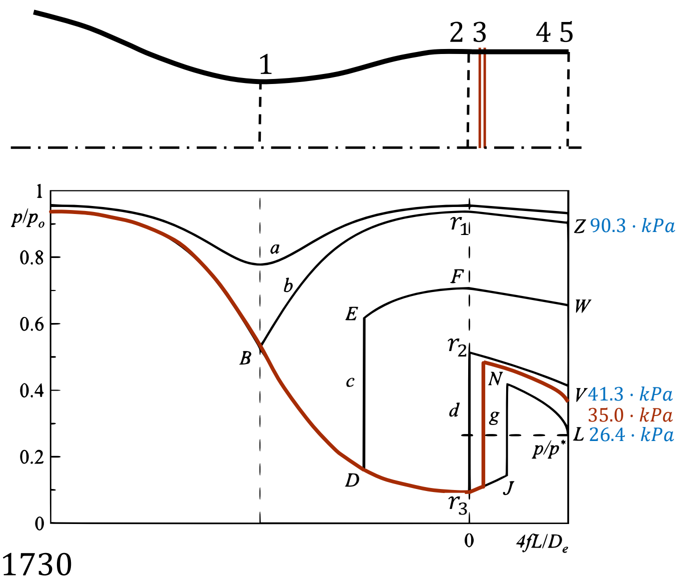
$$L^{(n)}_{23}/D = \frac{L^{(n-1)}_{23}/D\, e^{(n-2)} - L^{(n-2)}_{23}/D\, e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$

Caso a) iii.: $L = 1.180 \cdot m$, $p_a = 35 \cdot kPa$

È presente un'onda d'urto nel condotto adiabatico 2-5, la curva è di tipo e.

Ripetiamo l'esercizio usando come variabile di tentativo il numero di Mach M_3 a monte dell'onda d'urto.

Supponiamo che $M_3 = 2 \left(< M_{r_3} = 2.20\right)$.



$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_3 = 0.305$$

$$F_{23} = F^*_2 - F^*_3 = 0.361 - 0.305 = 0.056$$

$$M_3 = 2 \xrightarrow{\text{NSW}} M_4 = 0.577 \xrightarrow{\text{FF}} F^*_4 = 0.589$$

$$F^*_5 = F^*_4 - (F_{25} - F_{23}) = 0.589 - (0.472 - 0.056) = 0.1730$$

(con $F^*_2 = F^*_{r3} = 0.361, F_{25} = 0.472$)

$$F^*_5 = 0.1730 \xrightarrow[(M>1)]{\text{FF}} M_5 = 0.719 \qquad \frac{p_5}{p^*_5} = 1.450$$

$$p_5 = \frac{p_5}{p^*_5} p^*_5 = 1.450 \cdot 26.4 = 38.3 \cdot kPa \qquad \Rightarrow \qquad e = \frac{p_5 - p_a}{p_a} = 9.43\%$$

Si ripete il procedimento per un altro valore di M_3 ($M_3 = 1.5$), dopodiché si procede con il metodo di falsa posizione.

$p^* = 26.4 \cdot kPa$

$F^*_{r_2} = F^*_2 = 0.360$ $\quad 4fL/D = 0.472$ $\quad p_a = 35.0 \cdot kPa$

			$F_2^* - F_3^*$	da (NSW) con M_3	da (FF) con M_4	$F_4^* - (F_{25} - F_{23})$	da (FF) con F_5^*		$= \frac{p_5}{p_5^*} p^*$	$= \frac{p_5 - p_a}{p_a}$
tenta-tivo #	$\boldsymbol{M_3}$	$\boldsymbol{F_3^*}$	$\boldsymbol{F_{23}}$	$\boldsymbol{M_4}$	$\boldsymbol{F_4^*}$	$\boldsymbol{F_5^*}$	$\boldsymbol{M_5}$	$\boldsymbol{\frac{p_5}{p^*}}$	$\boldsymbol{p_5}$ **(kPa)**	**errore (%)**
(1)	2	0.305	0.056	0.577	0.589	0.1730	0.719	1.450	38.3	9.43
(2)	1.5	0.1361	0.225	0.701	0.206	-0.041	1.069	0.925	24.4	-30.3
(3)	1.881	0.268	0.093	0.599	0.495	0.116	0.759	1.367	36.1	3.14
(4)	1.845	0.257	0.104	0.607	0.464	0.096	0.776	1.334	35.2	0.571
(5)	1.837	0.254	0.107	0.608	0.46	0.095	0.777	1.332	35.2	0.571

$$M_3^{(n)} = \frac{M_3^{(n-1)} e^{(n-2)} - M_3^{(n-2)} e^{(n-1)}}{e^{(n-2)} - e^{(n-1)}}$$