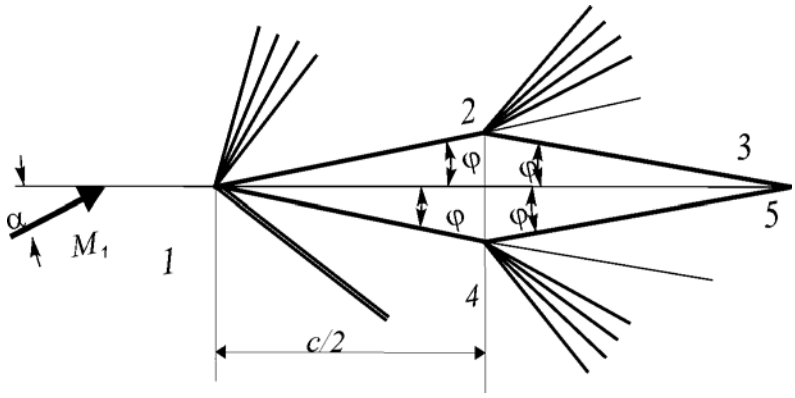
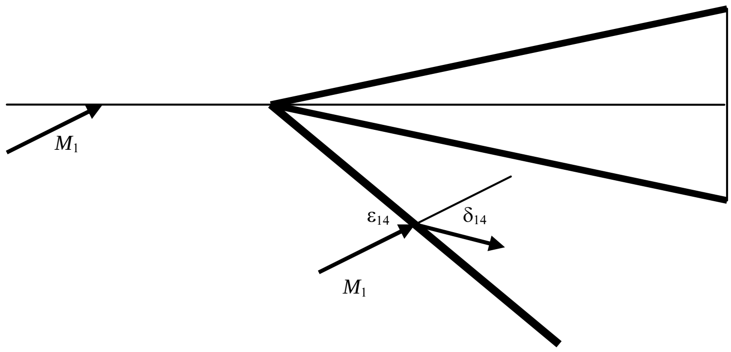
PROFILO A DIAMANTE

1. E’ dato il profilo a diamante rappresentato in figura, investito da una corrente d’aria supersonica (g=1.4, M_1=3). Siano noti l’angolo d’attacco a=6°. Calcolare i coefficienti di portanza e resistenza del profilo. L’angolo φ è di 4°.



Nell’ipotesi di flusso non viscoso la forza aerodinamica è solo dovuta alle forze di pressione agenti sulla superficie del profilo e la portanza e la resistenza sono, per definizione, la componente, nella direzione ortogonale a quella della velocità indisturbata e nella direzione della velocità stessa , rispettivamente, di tale forza. Per il calcolo dei coefficienti di portanza e resistenza è necessario dunque conoscere la distribuzione della pressione sulla superficie del profilo, o meglio del rapporto di pressione p/p_1. Il moto è bidimensionale per cui si assume un’apertura alare unitaria.
Passando dalla regione 1 alla regione 4 l’aria deve deviare verso il basso dell’angolo d$_{14}$ =10° attraverso un’onda d’urto obliqua.
M_2 =0.778



Sono noti M_1 = 3 e d$_{14}$ = 10° da cui, tramite il diagramma δ–ε–M, si risale al valore di ε_{14} = 27.38°.
Quindi:
$M_{1n} = M_1 \sin\varepsilon_{14} = 1.38$
A partire da questo valore del numero di Mach si possono utilizzare le tabelle per il moto isoentropico, da cui si calcola:

$$\frac{p_4}{p_1} = 2.054$$

M_{4n}=0.7483
Si può adesso risalire al valore del numero di Mach nella zona 4:

$$M_4 = \frac{M_{4n}}{\sin(\varepsilon_{14} - \delta_{14})} = 2.505$$

Dalla zona 4 alla zona 5 l'aria devia attraverso un ventaglio d'espansione: si possono utilizzare le tabelle per ricavare ν_4, entrando con M_4:

$$\nu_4 = 39.24°$$

$$\nu_5 = \nu_4+8° = 47.24°$$

ancora con le tabelle si ricava M_5 a partire da ν_5

$$M_5 = 2.867$$

Si calcola ora p_5/p_1, tenendo presente che attraverso un ventaglio d'espansione il moto è isoentropico

$$\frac{p_5}{p_1} = \frac{p_5}{p_{05}} \cdot \frac{p_{05}}{p_{04}} \cdot \frac{p_{04}}{p_4} \cdot \frac{p_4}{p_1}$$

Dalle tabelle per il moto isoentropico si leggono:

$$\frac{p_5}{p_{05}} = 0.033$$

$$\frac{p_4}{p_{04}} = 0.058$$

Da cui

$$\frac{p_5}{p_1} = 0.033 \cdot 1 \cdot \frac{1}{0.058} \cdot 2.058 = 1.168$$

essendo $\frac{p_{05}}{p_{04}} = 1$ per la suddetta isoentropicità del moto (si veda la 8.19 per maggiore chiarezza).

Si passa adesso dalla zona 1 alla zona 2: anche qui si è in presenza di un ventaglio d'espansione. Nella zona 1 si hanno M_1=3 e δ_{12}=2°, da cui:

$$\nu_1 = 49.76°$$

$$\nu_2 = 51.76°$$

Quest'ultimo valore ci permette di trovare, nelle tabelle P.M., il valore di M_2:

$$M_2=3.106$$

Dalle tabelle per il moto isoentropico si ricavano i rapporti fra le grandezze d'interesse e le relative grandezze di ristagno:

$$\frac{p_1}{p_{01}} = 0.027$$

$$\frac{p_2}{p_{02}} = 0.023$$

In maniera del tutto analoga al procedimento illustrato per la zona 4 si ricava:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_2}{p_{02}} \frac{p_{02}}{p_{01}} \frac{p_{01}}{p_1} = 0.023 \cdot 1 \cdot \frac{1}{0.027} = 0.854$$

Passando dalla zona 2 alla zona 3, l'aria devia verso il basso attraverso un'espansione alla P.M., per cui si avrà

$$\nu_3 = 51.76+8 = 59.76°$$

Dalle tabelle, noto il valore di ν_3, è possibile leggere il valore di M_3:

$$M_3 = 3.578$$

e dalle tabelle per il moto isoentropico

$$\frac{p_3}{p_{03}} = 0.012$$

da cui:

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{p_3}{p_{03}}\frac{p_{03}}{p_{02}}\frac{p_{02}}{p_{01}}\frac{p_{01}}{p_1} = 0.012 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{0.027} = 0.4311$$

Consideriamo un sistema di riferimento *x′*-*y′* solidale agli assi del profilo. La pressione agente sulle superfici del profilo avrà una componente risultante lungo l'asse x (D′) ed una lungo l'asse y (L′) del sistema scelto:

$$D' = \sum_{i=2}^{5} D'_i = \sum_{i=2}^{5} S_i \underline{p}_i \underline{i} = \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{c/2}{\cos\varphi}\right) \underline{p}_i \underline{i}$$

$$L' = \sum_{i=2}^{5} L'_i = \sum_{i=2}^{5} S_i \underline{p}_i \underline{j} = \sum_{i=2}^{5} \left(\frac{c/2}{\cos\varphi}\right) \underline{p}_i \underline{j}$$

Sviluppando le sommatorie:

$$D' = \left(\frac{p_2}{p_1}\frac{c}{2}\tan\varphi - \frac{p_3}{p_1}\frac{c}{2}\tan\varphi + \frac{p_4}{p_1}\frac{c}{2}\tan\varphi - \frac{p_5}{p_1}\frac{c}{2}\tan\varphi\right) p_1 = \left(\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_3}{p_1} + \frac{p_4}{p_1} - \frac{p_5}{p_1}\right) p_1 \frac{c}{2}\tan\varphi$$

$$= (0.0298 - 0.0151 + 0.0718 - 0.0408)\frac{\tan 4°}{2} c p_1 = 0.0457 c p_1$$

$$L' = \left(-\frac{p_2}{p_1}\frac{c}{2} - \frac{p_3}{p_1}\frac{c}{2} + \frac{p_4}{p_1}\frac{c}{2} + \frac{p_5}{p_1}\frac{c}{2}\right) p_1 = \left(-\frac{p_2}{p_1} - \frac{p_3}{p_1} + \frac{p_4}{p_1} + \frac{p_5}{p_1}\right)\frac{c p_1}{2} =$$

$$(-0.427 - 0.216 + 1.027 + 0.584)\frac{c p_1}{2} = 0.968 c p_1$$

D′ e *L′* sono le componenti del vettore risultante delle forze di pressione che agiscono sul profilo nel sistema scelto *x′*-*y′*. Se ora consideriamo il sistema di riferimento avente come assi la direzione della corrente a monte del profilo e la direzione ad essa ortogonale, le componenti del vettore risultante nel nuovo sistema di riferimento possono essere calcolate utilizzando la matrice di rotazione:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

essendo α l'angolo d'attacco della corrente; si ha dunque:

$$D = D'\cos\alpha + L'\sin\alpha = 0.0457 c p_1 \cos\alpha + 0.968 c p_1 \sin\alpha = 0.147 c p_1$$

$$L = -D'\sin\alpha + L'\cos\alpha = -0.0457 c p_1 \sin\alpha + 0.968 c p_1 \cos\alpha = 0.958 c p_1$$

Poiché C_L è esprimibile come (cfr. eq. 9.19) :

$$C_L = \frac{L}{\frac{\gamma}{2} p_1 M_1^2 c}$$

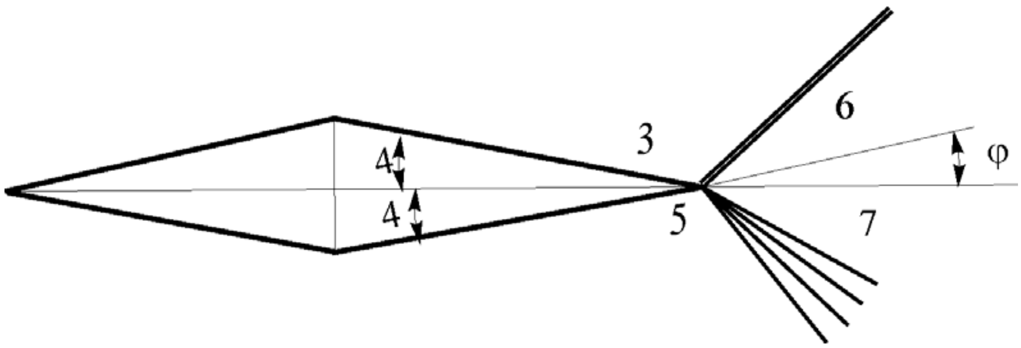
si ha:

$$C_L = \frac{0.958 p_1 c}{\frac{\gamma}{2} M_1^2 c p_1} = \frac{0.958}{\frac{1.4}{2} 3^2} = 0.152$$

Allo stesso modo si ricava C_D:

$$C_D = \frac{D}{\frac{\gamma}{2} p_1 M_1^2 c} = \frac{0.147 c p_1}{\frac{\gamma}{2} M_1^2 c p_1} = \frac{0.147}{\frac{1.4}{2} 3^2} = 0.0233$$

2. Si consideri il profilo a diamante dell'esercizio precedente e si determini la direzione della corrente a valle del profilo.



Si procede per tentativi, assegnando un valore arbitrario all'angolo φ fino a che non si abbia p_7/p_6=1. Dall'esercizio precedente sono noti:

M_3=3.578

M_5=2.867

$$\frac{p_3}{p_1} = 0.4311$$

$$\frac{p_5}{p_1} = 1.168.$$

Si noti che per δ_{57}=0° non si ha onda d'urto, mentre per δ_{57} negativo si ha un ventaglio di espansione.

φ	δ_{36}= 4°+φ	ε_{36}	M_{3n}= M_3*sin(ε_{36})	p_6/p_3	δ_{57}= 8°–δ_{36}	ε_{57}	M_{5n}= M_5*sin(ε_{57})			p_7/p_5	p_7/p_6
0	4	19.03	1.167	1.422	4	23.326	1.135			1.34	2.55
4	8	22.25	1.3547	1.974	0	/	/			1	1.37
						ν_7=ν_5–δ_{57}	M_7	p_5/p_{05}	p_7/p_{07}	p_7/p_5= p_7/p_{07}* p_{05}/p_5	
6	10	24	1.4555	2.305	-2	49.185	2.971	0.033	0.028	0.86	1.01

avendo calcolato p_7/p_6 come segue:

$$\frac{p_7}{p_6} = \frac{\dfrac{p_7}{p_5}\,\dfrac{p_5}{p_1}}{\dfrac{p_6}{p_3}\,\dfrac{p_3}{p_1}}$$