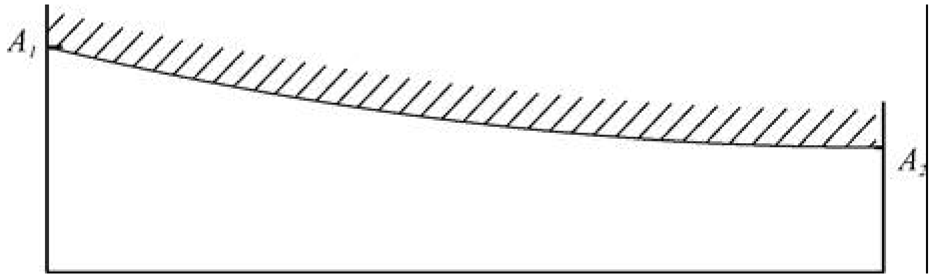
Ugello convergente



1

Si consideri un ugello convergente che scarica in ambiente ($p_a = 1 \cdot atm$). Sono note la temperatura di ristagno $T_0 = 300 \cdot K$, il diametro di uscita dell'ugello $D = 0.01 \cdot m$ e la differenza di pressione tra monte e valle dell'ugello $\Delta p = 7000 \cdot mm\mathrm{H_2O} = 68649\mathrm{Pa}$. Si calcoli la portata massica dell'ugello e la velocità nella sezione di uscita.

$$p_0 = p_a + \Delta p = 1 \cdot 1.013 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 7 = 170.0 \cdot kPa$$

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{101.3}{170.0} = 0.596 \quad > \quad \frac{p^*}{p_0} = 0.5283 \quad \rightarrow \quad vale\ la\ condizione\ di\ Kutta \quad p_a = p_2$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_a}{p_o} = 0.596 \quad \xrightarrow{ISO} \quad \begin{cases} M = 0.89 \\ \dfrac{T_2}{T_0} = 0.863 \\ \dfrac{A_2}{A^*} = 1.011 \end{cases}$$

$$V_2 = M_2 \sqrt{\gamma R \frac{T_2}{T_0} T_0} = 0.89\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 0.863 \cdot 300} = 287 \cdot \frac{m}{s}$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{3.14}{4} 10^{-4} = 7.85 \cdot 10^{-5}$$

$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 300} = 347 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 \dfrac{A^*}{A_2} A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{170 \cdot 10^3 \cdot 7.85 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\dfrac{1}{1.011}\right) \cdot 0.81}{347} = 0.0308 \cdot \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$$

4

Si consideri un ugello convergente collegato ad un serbatoio, avente sezione di uscita $A_2 = 10 \cdot cm^2$; siano note la temperatura, la pressione e la velocità all'ingresso, $T_1 = 60 \cdot C$, $p_1 = 7 \cdot atm$, $V_1 = 260 \cdot m/s$, e la pressione in cui scarica l'ugello, $p_a = 4 \cdot atm$. Come fluido si consideri aria ($\gamma = 1.4$, $R = 287 \cdot J/(kgK)$). Si calcoli la portata e la spinta dell'ugello.

$$T_1 = 60 + 273.15 = 333 \cdot \mathrm{K}$$

$$M_1 = \frac{V_1}{\sqrt{\gamma R T_1}} = \frac{260}{\sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 333}} = 0.711 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} \dfrac{p_1}{p_0} = 0.7145 \\ \dfrac{T_1}{T_0} = 0.908 \\ \dfrac{A_1}{A^*} = 1.087 \end{cases}$$

$$p_0 = \frac{p_0}{p_1} p_1 = \frac{7 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{0.7145} = 992 \cdot kPa \qquad T_0 = \frac{T_0}{T_1} T_1 = \frac{333}{0.908} = 367 \cdot K$$

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{4 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{992 \cdot 10^3} = 0.408 \quad < \quad \frac{p^*}{p_0} \qquad \rightarrow \qquad M_2 = 1$$

$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 367} = 384 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{992 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \cdot 0.81}{384} = 2.09 \cdot \frac{kg}{s}$$

$$A_1 = \frac{A_1}{A^*} \frac{A^*}{A_2} A_2 = 1.087 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 10.84 \cdot 10^{-4} \cdot m^2$$

$$p_2 = \frac{p_2}{p^*} \frac{p^*}{p_0} p_o = 1 \cdot 0.5283 \cdot 992 = 524 \cdot kPa$$

$$V_2 = M_2 \sqrt{\gamma R \frac{T_2}{T_0} T_0} = 1 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 0.833 \cdot 367} = 351 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

$$\begin{aligned} S &= \dot{m}(V_2 - V_1) + A_2 p_2 - A_1 p_1 \\ &= 2.09 \cdot (351 - 260) + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 524 \cdot 10^3 - 10.84 \cdot 10^{-4} \cdot 7 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \\ &= -54.4 \cdot N \end{aligned}$$

5

Si consideri un ugello convergente con sezione d'ingresso pari ad $A_1 = 2 \cdot mm^2$; siano note le condizioni all'ingresso: $T_1 = 30 \cdot C$, $p_1 = 1.75 \cdot 10^5 \cdot atm$, ed il numero di Mach nella stessa sezione: $M_1 = 0.2$. E' inoltre noto il rapporto fra le aree $A_1/A_2 = 2$. Come fluido si consideri aria ($\gamma = 1.4$, $R = 287 \cdot J/(kgK)$). Si calcoli la portata dell'ugello ed il numero di Mach nella sezione di uscita.

$$M_1 = 0.2 \qquad \xrightarrow{Iso} \begin{cases} \dfrac{p_1}{p_0} = 0.973 \\ \dfrac{T_1}{T_0} = 0.992 \\ \dfrac{A_1}{A^*} = 2.96 \end{cases}$$

$$p_0 = \frac{p_0}{p_1} p_1 = \frac{1.75 \cdot 10^5}{0.973} = 180 \cdot kPa \qquad T_0 = \frac{T_0}{T_1} T_1 = \frac{303}{0.992} = 305 \cdot K$$

$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{A_2}{A_1}\frac{A_1}{A^*} = \frac{2.96}{2} = 1.48 > 1 \qquad M_2 < 1$$

$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 305} = 350 \cdot \frac{m}{s}$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 \dfrac{A^*}{A_1} A_1 \Psi^*}{a_0} = \frac{1.80 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot \left(\dfrac{1}{2.96}\right) \cdot 0.81}{350} = 2.81 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{kg}{s}$$

$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{A_2}{A_1}\frac{A_1}{A^*} = \frac{2.96}{2} = 1.48 \qquad \xrightarrow{Iso} \begin{cases} M_2 = 0.44 \\ \dfrac{p_2}{p_0} = 0.876 \\ \dfrac{T_2}{T_0} = 0.963 \end{cases}$$

$$p_2 = \frac{p_2}{p_0} p_0 = 0.876 \cdot 180 = 157.7 \cdot kPa$$

6

Si consideri un ugello convergente che scarica in aria a pressione ambiente, $p_a = 1 \cdot atm$. Siano note le grandezze di ristagno $p_0 = 2 \cdot atm,$ $1.4 \cdot atm\ e\ p_o - p_a = 15 \cdot mm_{H2O},$ $T_0 = 30 \cdot C$ e la sezione d'ingresso dell'ugello, $A_1 = 2 \cdot\ mm^2$. Sia inoltre noto il rapporto fra l'area d'ingresso e l'area di gola, $A_1/A_2 = 2$. Sono richieste le condizioni all'ingresso dell'ugello**.**

$$A_2 = \frac{A_2}{A_1}A_1 = \frac{2}{2} = 1 \cdot\ mm^2 \qquad a_0 = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 303} = 349 \cdot \frac{m}{s}$$

(a) $\boldsymbol{p_0 = 2 \cdot atm} = 2 \cdot 1.013 \cdot 10^5 = 203 \cdot kPa$

$$\frac{p_a}{p_o} = \frac{1}{2} = 0.5 \quad < \frac{p^*}{p_0} \quad \rightarrow \quad M_2 = 1$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{2 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349} = 4.70 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{kg}{s}$$

$$\frac{A_1}{A^*} = \frac{A_1}{A_2}\frac{A_2}{A^*} = 2 \cdot 1 = 2 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} M_1 = 0.306 \\ \dfrac{p_1}{p_0} = 0.937 \\ \dfrac{T_1}{T_0} = 0.982 \end{cases} \qquad p_1 = \frac{p_1}{p_0}p_o = 0.937 \cdot 203 = 190 \cdot kPa$$

(b) $p_0 = 1.4 \cdot atm = 1.4 \cdot 1.013 \cdot 10^5 = 142 \cdot kPa$

$$\frac{p_a}{p_o} = \frac{1}{1.4} = 0.714 \quad > \frac{p^*}{p_0} \quad \rightarrow \quad p_a = p_2$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_a}{p_o} = 0.714 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} M_2 = 0.71 \\ \dfrac{T_2}{T_0} = 0.908 \\ \dfrac{A_2}{A^*} = 1.087 \end{cases}$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 \frac{A^*}{A_2} A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{142 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{1.087} \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349} = 3.03 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{kg}{s}$$

$$\frac{A_1}{A^*} = \frac{A_1}{A_2}\frac{A_2}{A^*} = 2 \cdot 1.087 = 2.17 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} M_1 = 0.28 \\ \dfrac{p_1}{p_0} = 0.947 \\ \dfrac{T_1}{T_0} = 0.9846 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{p_1}{p_0}p_o = 0.947 \cdot 142 = 134 \cdot kPa$$

(c) $p_a = 1 \cdot bar = 10^5 \cdot Pa \qquad p_0 - p_a = 15.0 \cdot mm_{H2O} = 15 \cdot 9.81 = 147.1 \cdot Pa$

$$p_0 = 100000 + 147.1 = 100147 \cdot kPa = 100.1 \cdot kPa$$

Considerando 2/3 cifre significative

$$p_0 = 100000 + 147.1 = 100147 \cdot kPa = 100 \cdot kPa$$

$$\frac{p_0 - p_a}{p_a} = \frac{147}{100000} = 0.00147$$

Non conviene utilizzare le formule del flusso compressibile perché dovremmo lavorare con almeno 4/5 cifre significative. Con 2/3 cifre significative si trova la soluzione banale:

$$\frac{p_a}{p_o} = \frac{100.0}{100} = 1 \quad > \quad \frac{p^*}{p_0} \quad \rightarrow \quad p_a = p_2$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_a}{p_o} = 1 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} M_2 = 0 \\ \dfrac{T_2}{T_0} = 1 \\ \dfrac{A_2}{A^*} = \infty \end{cases} \qquad T_2 = \frac{T_2}{T_0} T_0 = 1 \cdot 303 = 301 \cdot K$$

$$V_2 = M_2 a_2 = M_2 \sqrt{\gamma R T_2} = 0 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 303} = 0 \cdot \frac{m}{s}$$

Utilizzando Bernoulli invece

$$\rho = \frac{p_0}{RT_0} = \frac{100 \cdot 1000}{287 \cdot 303} = 1.150 \cdot \frac{kg}{s}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 147}{1.150}} = 16 \cdot \frac{m}{s} = 16 \cdot 3.6 = 57.6 \cdot \frac{km}{\mathrm{h}r}$$

$$M_2 = \frac{V_2}{a_2} = \frac{V_2}{a_0} = \frac{V_2}{\sqrt{\gamma R T_0}} = \frac{16}{349} = 0.046$$

Ugello convergente divergente

Dato un ugello tronco conico, con diametro di ingresso $D_1 = 9.6 \cdot mm, D_2 = 5 \cdot mm\ e\ D_3 = 7 \cdot mm$, si calcolino le condizioni di funzionamento e la relativa portata massica se esso scarica in un ambiente quiescente ($p_a = 760 \cdot mmHg\ e\ T_a = 20 \cdot C$) ed è collegato ad un serbatoio contenete aria a temperatura $T_o = 30 \cdot C$ e pressione:

$$a_0 = \sqrt{\gamma R T_0} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 303} = 349 \cdot \frac{m}{s}$$

Punto r_1

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{A_3}{A^*} = \frac{49}{25} = 1.96 \xrightarrow{Iso(M<1)} \begin{cases} M_3 = 0.31 \\ \frac{p_3}{p_0} = 0.934 \\ \frac{T_3}{T_0} = 0.981 \end{cases}$$

$$T_3 = \frac{T_3}{T_0} T_o = 0.981 \cdot 303 = 297 \cdot K$$

$$V_3 = M_3 a_3 = M_3 \sqrt{\gamma R T_3} = 0.31 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 297} = 107.1 \cdot \frac{m}{s}$$

Punto r_3

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{A_3}{A^*} = \frac{49}{25} = 1.96 \xrightarrow{Iso(M>1)} \begin{cases} M_3 = 2.17 \\ \frac{p_3}{p_0} = 0.0980 \\ \frac{T_3}{T_0} = 0.515 \end{cases}$$

$$T_3 = \frac{T_3}{T_0} T_o = 0.515 \cdot 303 = 156 \cdot K$$

$$V_3 = M_3 a_3 = M_3 \sqrt{\gamma R T_3} = 2.17 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 156} = 543 \cdot \frac{m}{s}$$

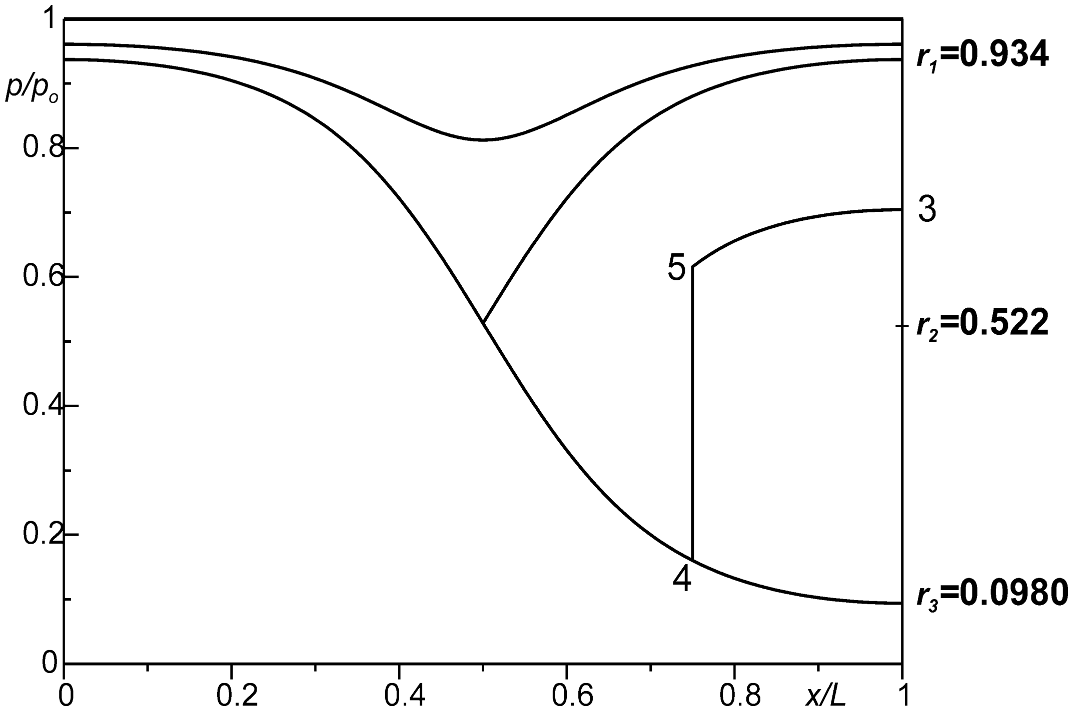
Punto r_2

$$M_3 = 2.17 \xrightarrow{NSW} \begin{cases} M_4 = .551 \\ \frac{p_4}{p_3} = 5.33 \\ \frac{T_4}{T_3} = 1.831 \end{cases}$$

$$T_4 = \frac{T_4}{T_3} T_{r_3} = 1.831 \cdot 156 = 286 \cdot K$$

$$V_4 = M_4 a_4 = M_4 \sqrt{\gamma R T_4} = 0.551 \cdot \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 286} = 186.8 \cdot \frac{m}{s}$$

$$r_2 = \frac{p_{r_2}}{p_0} = \frac{p_{r_2}}{p_{r_3}} r_3 = \frac{p_4}{p_3} r_3 = 5.33 \cdot 0.980 = 0.522$$



a) $p_o = 800 \cdot mmHg$ (assoluta)

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{760}{800} = 0.950 \;> r_1 \quad \rightarrow \; Moto\ alla\ venturi \; \rightarrow \quad condizione\ di\ Kutta\ \frac{p_a}{p_3} = 1$$

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{p_a}{p_0} = 0.950 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} M_3 = 0.27 \\ \dfrac{A_3}{A^*} = 2.24 \\ \dfrac{T_3}{T_0} = 0.986 \end{cases}$$

$$T_3 = \frac{T_3}{T_0} T_o = 0.986 \cdot 303 = 299 \cdot K$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 \dfrac{A^*}{A_3} A_3 \Psi^*}{a_0} = \frac{\dfrac{800}{760} 1.013 \cdot 10^5 \cdot \left(\dfrac{1}{2.24}\right) \cdot 7^2 \cdot \dfrac{3.14}{4} \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349}$$

$$= 4.25 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{kg}{s}$$

Per valutare le condizioni in gola (sezione 2)

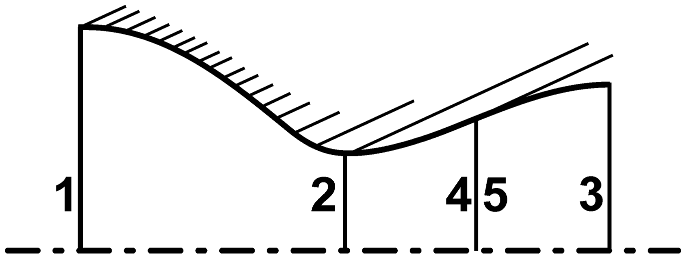
$$\frac{A_2}{A^*} = \frac{A_2}{A_3}\frac{A_2}{A^*} = \frac{1}{1.96} 2.24 = 1.143 \quad \xrightarrow{Iso(M<1)} \quad \begin{cases} M_2 = 0.64 \\ \dfrac{p_2}{p_0} = 0.759 \\ \dfrac{T_2}{T_0} = 0.924 \end{cases}$$

$$p_2 = \frac{p_2}{p_0} p_o = 0.759 \cdot 800 = 607 \cdot mmHg \qquad T_2 \ldots.$$

b) $p_o = 1.7 \cdot ata$

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{1}{1.7} = 0.588 \qquad r_2 < \frac{p_a}{p_0} < r_1 \quad \rightarrow$$

Onda d’urto nel divergente si procede per tentativi. Inizialmente si suppone che



$$M_4^0 = 1.8 \xrightarrow{NSW} \frac{p_{05}}{p_{04}} = 0.813 \rightarrow \frac{p_{05}}{p_{04}} = \frac{A_4^*}{A_5^*} = 0.813$$

$$\frac{A_3}{A_3^*} = \frac{A_3}{A_2}\frac{A_2}{A_4^*}\frac{A_4^*}{A_5^*}\frac{A_5^*}{A_3^*} = 1.960 \cdot 1 \cdot 0.813 \cdot 1 = 1.593 \xrightarrow{Iso(M<1)} \begin{cases} M_3 = 0.40 \\ \frac{p_3}{p_{03}} = 0.896 \\ \frac{T_3}{T_0} = 0.969 \end{cases}$$

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{p_3}{p_{03}}\frac{p_{03}}{p_0} = 0.896 \cdot 0.813 = 0.728 \qquad e^0 = \frac{p_3}{p_0} - \frac{p_a}{p_0} = 0.728 - 0.588 = 0.140$$

$$M_4^1 = 2.0 \xrightarrow{NSW} \frac{p_{05}}{p_{04}} = 0.0.721 \rightarrow \frac{p_{05}}{p_{04}} = \frac{A_4^*}{A_5^*} = 0.721$$

$$\frac{A_3}{A_3^*} = \frac{A_3}{A_2}\frac{A_2}{A_4^*}\frac{A_4^*}{A_5^*}\frac{A_5^*}{A_3^*} = 1.960 \cdot 1 \cdot 0.721 \cdot 1 = 1.413 \xrightarrow{Iso(M<1)} \begin{cases} M_3 = 0.465 \\ \frac{p_3}{p_{03}} = 0.863 \\ \frac{T_3}{T_0} = 0.959 \end{cases}$$

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{p_3}{p_{03}}\frac{p_{03}}{p_0} = 0.863 \cdot 0.721 = 0.622 \qquad e^1 = \frac{p_3}{p_0} - \frac{p_a}{p_0} = 0.22 - 0.588 = 0.034$$

$$M_4^2 = \frac{M_4^0 e^1 - M_4^1 e^0}{e^1 - e^0} = \frac{1.8 \cdot 0.034 - 2.0 \cdot 0.721}{0.034 - 0.721} = 2.06$$

$$M_4^2 = 2.065 \xrightarrow{NSW} \frac{p_{05}}{p_{04}} = 0.693 \rightarrow \frac{p_{05}}{p_{04}} = \frac{A_4^*}{A_5^*} = 0.693$$

$$\frac{A_3}{A_3^*} = \frac{A_3}{A_2}\frac{A_2}{A_4^*}\frac{A_4^*}{A_5^*}\frac{A_5^*}{A_3^*} = 1.960 \cdot 1 \cdot 0.693 \cdot 1 = 1.358 \xrightarrow{Iso(M<1)} \begin{cases} M_3 = 0.491 \\ \frac{p_3}{p_{03}} = 0.848 \\ \frac{T_3}{T_0} = 0.954 \end{cases}$$

$$\frac{p_3}{p_0} = \frac{p_3}{p_{03}}\frac{p_{03}}{p_0} = 0.848 \cdot 0.693 = 0.588$$

$$T_3 = \frac{T_3}{T_0} T_0 = 0.954 \cdot 303 = 289 \cdot K$$

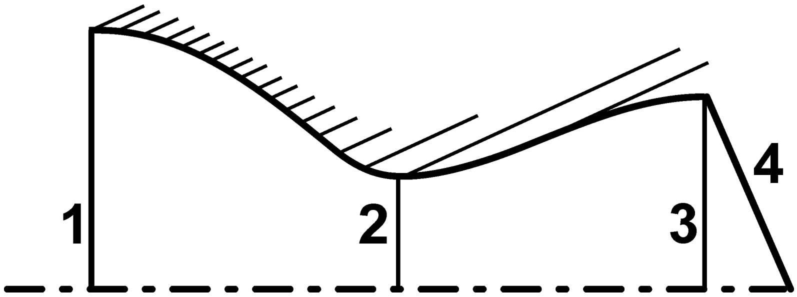
$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{1.7 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot \frac{3.14}{4} \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349} = 7.84 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{kg}{s}$$

Supponiamo di conoscere il $M_3 = 0.491$ *come si ricava il* M_4

$$M_3 = 0.491 \xrightarrow{ISO} \frac{A_3}{A_3^*} = 1.358$$

$$\frac{p_{05}}{p_{04}} = \frac{A_4^*}{A_5^*} = \frac{A_4^*}{A_2}\frac{A_2}{A_3}\frac{A_3}{A_3^*}\frac{A_3^*}{A_5^*} = 1 \cdot \frac{1}{1.960} \cdot 1 \cdot 1.358 = 0.692 \qquad \xrightarrow{NSW} \qquad M_4 = 2.06$$

c) $p_o = 3.3 \cdot ata$



$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{1}{3.3} = 0.303 \qquad r_3 < \frac{p_a}{p_0} < r_2$$

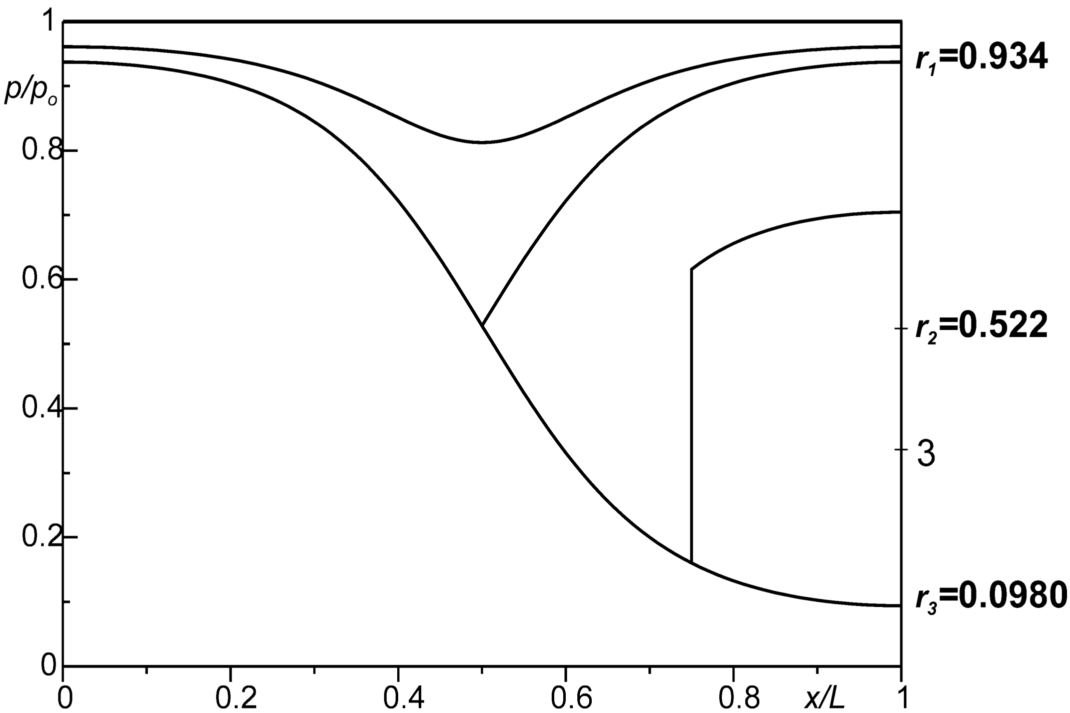
$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{3.3 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot \frac{3.14}{4} \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349} = 15.2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{kg}{s}$$

$$\frac{p_4}{p_3} = \frac{p_a}{p_3} = \frac{0.303}{0.0980} = 3.09 \qquad \xrightarrow{NSW} \qquad \begin{cases} M_{n3} = 1.68 \\ M_{n4} = 0.648 \\ \dfrac{T_4}{T_3} = 1.437 \end{cases}$$

$$\epsilon = \operatorname{asin}\frac{M_{n3}}{M_3} = \operatorname{asin}\frac{1.68}{2.17} = 50.7° \qquad M_{t3} = \sqrt{M_3^2 - M_{n3}^2} = \sqrt{2.17^2 - 1.68^2} = 1.37$$

$$M_{t4} = M_{t3}\sqrt{\frac{T_3}{T_4}} = \frac{1.37}{\sqrt{1.437}} = 1.143$$

$$\delta = \epsilon - \beta = \epsilon - \operatorname{atan}\frac{M_{n4}}{M_{t4}} = 50.7 - \operatorname{atan}\frac{0.6487}{1.143} = 21.1°$$



d) $p_o = 12 \cdot ata$

$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{1}{12} = 0.0833 \qquad \frac{p_a}{p_0} < r_3$$

$$\dot{m} = \frac{p_0 A^* \Psi^*}{a_0} = \frac{p_0 A_2 \Psi^*}{a_0} = \frac{12 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 25 \cdot \frac{3.14}{4} \cdot 10^{-6} \cdot 0.81}{349} = 55.3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{kg}{s}$$

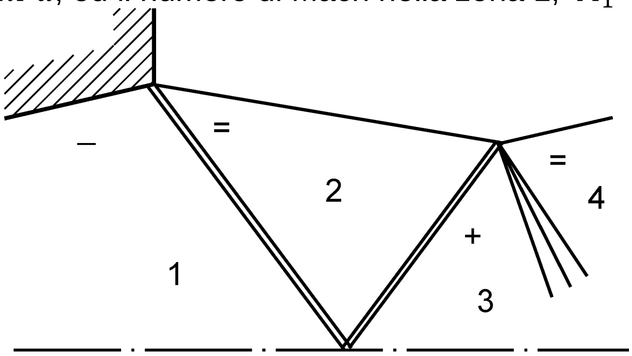
$$\frac{p_a}{p_0} = \frac{p_4}{p_0} = \frac{1}{12} = 0.0833 \quad \xrightarrow{ISO} \quad M_4 = 2.27 \quad \xrightarrow{PM} \quad \nu_4 = 33.5°$$

$$M_3 = 2.17 \quad \xrightarrow{PM} \quad \nu_3 = 31.0 \qquad \delta = \nu_4 - \nu_3 = 33.5 - 31 = 2.5°$$

$$T_4 = \frac{T_4}{T_0} T_0$$

Onde all'uscita di un ugello

Si consideri la riflessione regolare di onde d'urto che si verifica all'uscita di un condotto convergente-divergente. Determinare il numero di Mach in ogni sezione, fin dove possibile. Sono dati la pressione di ristagno nel serbatoio, $p_0 = 550 \cdot kPa$, la pressione ambiente, $p_a = 101.3 \cdot kPa$, ed il numero di Mach nella zona 1, $M_1 = 2.2$.



$$M_1 = 2.2 \quad \xrightarrow{ISO} \quad \frac{p_1}{p_0} = 0.0935 \qquad p_1 = \frac{p_1}{p_0} p_0 = 0.0935 \cdot 550 = 51.4 \cdot kPa$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_a}{p_1} = \frac{101.3}{51.4} = 1.971 \qquad \xrightarrow{NSW} \qquad \begin{cases} M_{n1} = 1.357 \\ M_{n2} = 0.762 \\ \dfrac{T_2}{T_1} = 1.223 \end{cases}$$

$$\epsilon = \operatorname{asin}\frac{M_{n1}}{M_1} = \operatorname{asin}\frac{1.357}{2.20} = 38.1° \qquad M_{t1} = \sqrt{M_1^2 - M_{n1}^2} = \sqrt{2.20^2 - 1.357^2} = 1.732$$

$$M_{t2} = M_{t1}\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} = \frac{1.732}{\sqrt{1.223}} = 1.566 \qquad M_2 = \sqrt{M_{t2}^2 + M_{n2}^2} = \sqrt{1.566^2 + 0.762^2} = 1.742$$

$$\delta = \epsilon - \beta = \epsilon - \operatorname{atan}\frac{M_{n2}}{M_{t2}} = 38.1 - \operatorname{atan}\frac{0.762}{1.566} = 12.15°$$

$$\begin{cases} \delta = 12.15° \\ M_2 = 1.742 \end{cases} \qquad \xrightarrow{\delta\epsilon M} \qquad \epsilon_2 = 49°$$

$$M_{n2} = M_2 \sin\epsilon_2 = 1.742 \cdot \sin 49 = 1.315 \qquad M_{t2} = M_2 \cos\epsilon_2 = 1.742 \cdot \cos 49 = 1.143$$

$$M_{n2} = 1.315 \qquad \xrightarrow{NSW} \qquad \begin{cases} M_{n3} = 0.781 \\ \dfrac{p_3}{p_2} = 1.835 \\ \dfrac{T_2}{T_1} = 1.197 \end{cases}$$

$$p_3 = \frac{p_3}{p_2}\frac{p_2}{p_1} p_1 = 1.835 \cdot 1.971 \cdot 51.4 = 185.9 \cdot kPa$$

$$M_{t3} = M_{t2}\sqrt{\frac{T_2}{T_3}} = \frac{1.143}{\sqrt{1.197}} = 1.045 \qquad M_3 = \sqrt{M_{t3}^2 + M_{n3}^2} = \sqrt{1.045^2 + 0.781^2} = 1.305$$

$$M_3 = 1.305 \quad \xrightarrow{Iso} \quad \begin{cases} \dfrac{p_3}{p_{03}} = 0.356 \end{cases} \quad \xrightarrow{PM} \quad \nu_3 = 6.44$$

$$\frac{p_4}{p_{04}} = \frac{p_4}{p_a}\frac{p_a}{p_3}\frac{p_3}{p_{03}} = 1 \cdot \frac{101.3}{185.9} 0.356 = 0.194 \quad \xrightarrow{ISO} \quad M_4 = 1.727 \quad \xrightarrow{PM} \quad \nu_4 = 18.61°$$

$$\delta_{43} = \nu_4 - \nu_3 = 18.61 - 6.44 = 12.18$$