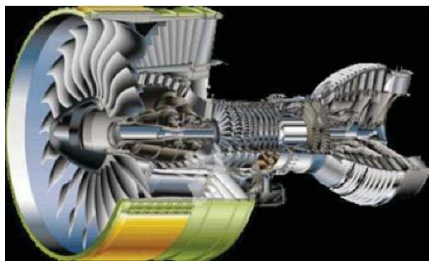
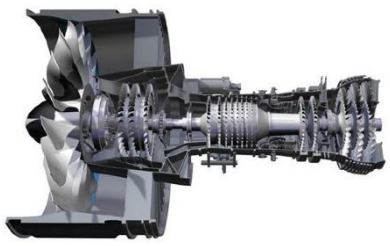



UNIVERSITY OF NAPLES ***FEDERICO II*** *1224 A.D.*

Propulsione Aerospaziale

T. Astarita

astarita@unina.it

www.docenti.unina.it

Versione del 10.6.2019

Accoppiamento dei componenti

Si deve ora analizzare come **l'interazione** fra i vari **componenti**.

Prima di iniziare l'analisi è necessario introdurre i parametri "**corretti**" del motore. Supponendo di fissare delle condizioni termodinamiche di riferimento ($p_{ref} = 1atm$ e $T_{ref} = 15C$) si introducono i rapporti per la generica stazione *i*:

$$\delta_i = \frac{p_{ti}}{p_{ref}} \qquad \theta_i = \frac{T_{ti}}{T_{ref}}$$

Inoltre:

$$\dot{m} = \frac{p_t A \Psi}{\sqrt{\gamma R T_t}}$$

$$\Psi(\gamma, M) = \frac{A^*}{A}\Psi^* = \gamma M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = \gamma M \psi^{-K}$$

$$\psi(\gamma, M) = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \qquad K(\gamma) = \frac{(\gamma + 1)}{2(\gamma - 1)}$$

Accoppiamento dei componenti

La **portata corretta** è:

$$\dot{m}_{ci} = \frac{\dot{m}_i\sqrt{\theta_i}}{\delta_i} = \frac{\frac{p_{ti}A_i\Psi_i}{\sqrt{\gamma_i R_i T_{ti}}}\sqrt{\frac{T_{ti}}{T_{ref}}}}{\frac{p_{ti}}{p_{ref}}} = \sqrt{\frac{\gamma_i}{R_i}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}A_i M_i \psi_i^{-K_i} \propto \Psi_i$$

La **velocità angolare** e la **portata di combustibile** corrette:

$$N_{ci} = N_i/\sqrt{\theta_i} \qquad \dot{m}_{cf} = \dot{m}_f\sqrt{\theta_2}/\ \delta_2$$

La **spinta** ed il **consumo specifico** corretti:

$$F_c = F/\delta_0 \qquad TSFC_c = TSFC/\sqrt{\theta_0}$$

Ricombinando le equazioni precedenti si ha anche:

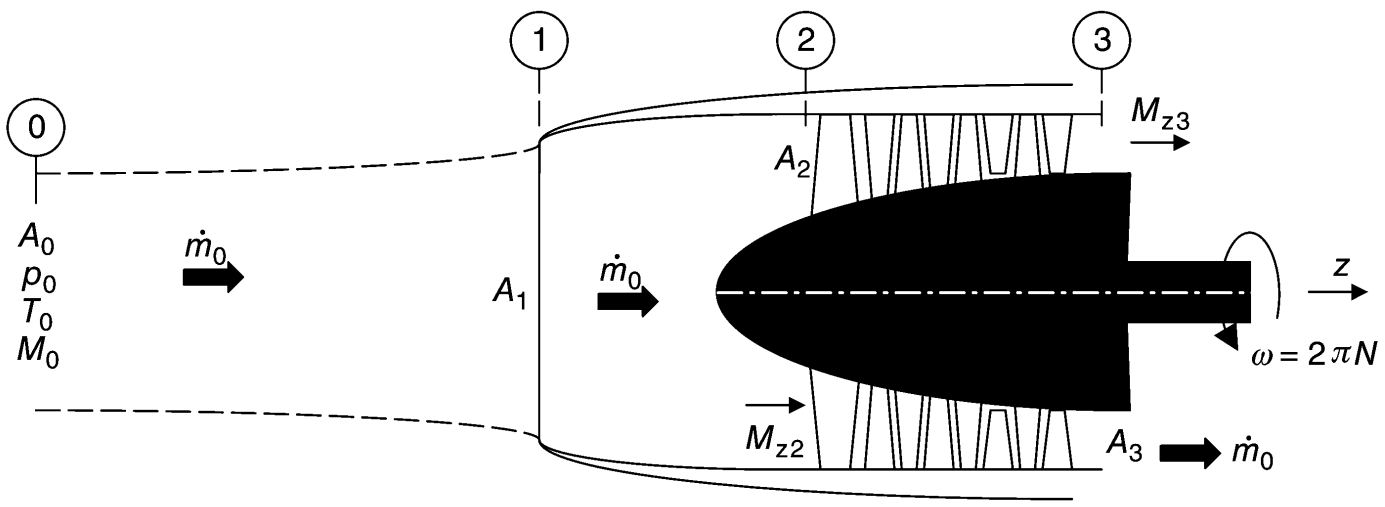
$$TSFC_c = \pi_d \frac{\dot{m}_{cf}}{F_c}$$

Accoppiamento dei componenti

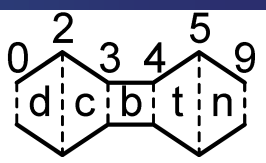
In figura è mostrato **l'accoppiamento** fra la **presa d'aria** ed il **compressore**. I parametri fissati sono le aree ***A*$_1$, *A*$_2$ e *A*$_3$** mentre A_0 dipende dalle condizioni di volo. Gli altri parametri indipendenti sono le condizioni di volo (i.e. ***p*$_0$, *T*$_0$** e ***M*$_0$**).

Uguagliando le portate si ha:

$$\dot{m}_0 = \frac{p_{t0}A_0\Psi_0}{a_{t0}} = \frac{p_{t2}A_2\Psi_2}{a_{t2}} = \dot{m}_2 \qquad \Psi(M,\gamma) = \gamma M \psi^{-K}$$



Accoppiamento dei componenti



$$\dot{m}_0 = \frac{p_{t0} A_0 \Psi_0}{a_{t0}} = \frac{p_{t2} A_2 \Psi_2}{a_{t2}} = \dot{m}_2 \qquad \Psi(M,\gamma) = \gamma M \psi^{-K}$$

Supponendo che la temperatura di ristagno ed il gas rimangano invariati:

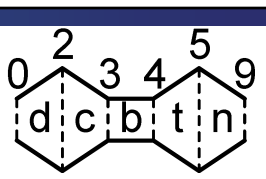
$$\frac{p_{t2}}{p_{t0}} \frac{A_2}{A_0} M_{z2} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{z2}^2\right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}} = M_0 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$$

$$\frac{p_{t2}}{p_{t0}} \frac{A_2}{A_0} M_{z2} \psi_{z2}^{-K_2} = M_0 \psi_0^{-K_0}$$

In questa equazione le incognite sono $\pi_d = p_{t2}/p_{t0}$, A_0 e M_{z2}. Tipicamente dalle caratteristiche della presa d'aria si può risalire ad un **legame** fra il **rapporto di pressioni** e **il numero di Mach** di volo.

Quindi **le incognite** sono A_0 e M_{z2}. Inoltre si deve fare attenzione alle eventuali distorsioni del flusso all'ingresso del compressore.

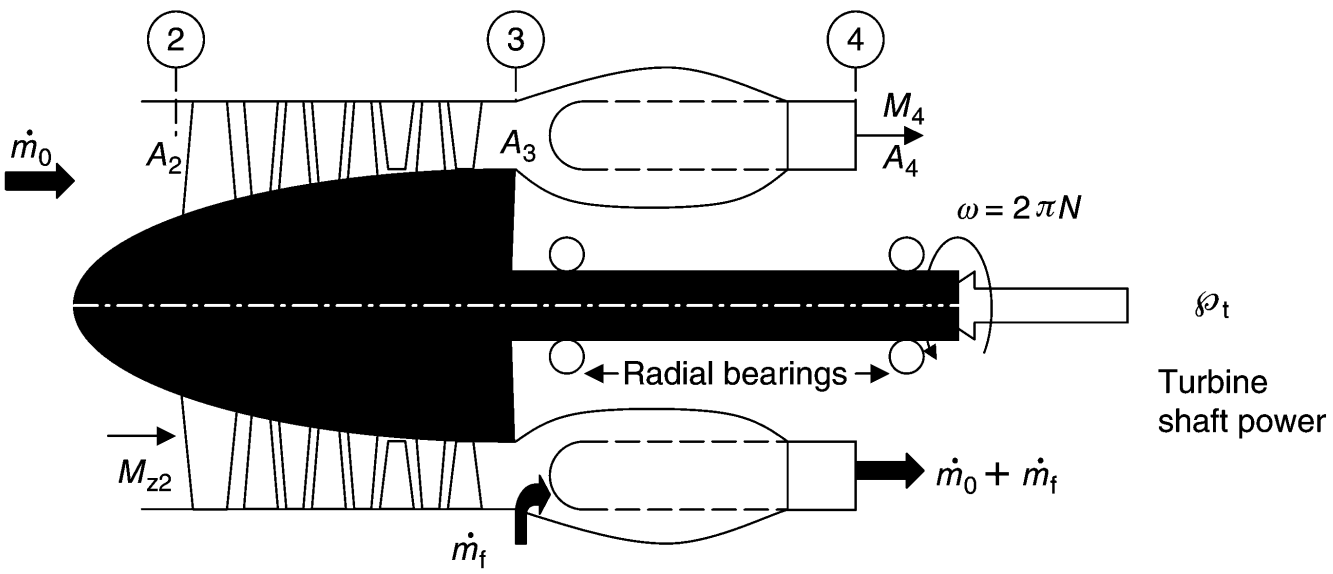
Accoppiamento dei componenti



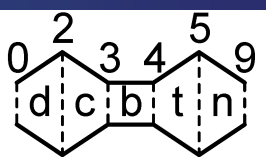
Anche nell'accoppiamento con la camera di combustione si parte dal bilancio di massa:

$$\dot{m}_4 = \dot{m}_3 + \dot{m}_f = (1+f)\dot{m}_3 = (1+f)\dot{m}_2 = (1+f)\dot{m}_0$$

dove *f* è fissato dalla posizione della **manetta** (T_{t4}/T_{t2} impostata dal pilota). Viceversa, come già detto, la portata $\dot{m}_2$ è funzione di M_{z2}.



Accoppiamento dei componenti



Chiaramente la **portata** all'uscita della camera di combustione è:

$$\dot{m}_4 = \frac{p_{t4}A_4}{a_{t4}}\gamma_4 M_4 \psi_4^{-K_4} = \sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{p_{t4}A_4}{\sqrt{T_{t4}}} M_4 \left(1+\frac{\gamma_4-1}{2}M_4^2\right)^{-\frac{(\gamma_4+1)}{2(\gamma_4-1)}}$$

Se si suppone che la sezione 4 sia all'uscita dell'ugello della turbina, nella maggioranza dei casi si può supporre che il flusso sia **strozzato**:

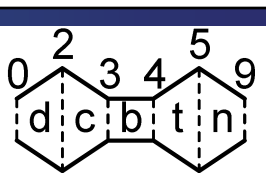
$$\dot{m}_4 = \sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{p_{t4}A_4}{\sqrt{T_{t4}}}\left(\frac{\gamma_4+1}{2}\right)^{-K_4} \qquad \dot{m}_2 = \sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}}\frac{p_{t2}A_2}{\sqrt{T_{t2}}} M_{z2}\psi_{Z2}^{-K_2}$$

ricordando che $p_{t4} = \pi_b \pi_c p_{t2}$, la **conservazione della massa** diventa:

$$\sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{\pi_b\pi_c A_4}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}\left(\frac{\gamma_4+1}{2}\right)^{-K_4} = (1+f)\sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}} A_2 M_{z2}\psi_{Z2}^{-K_2}$$

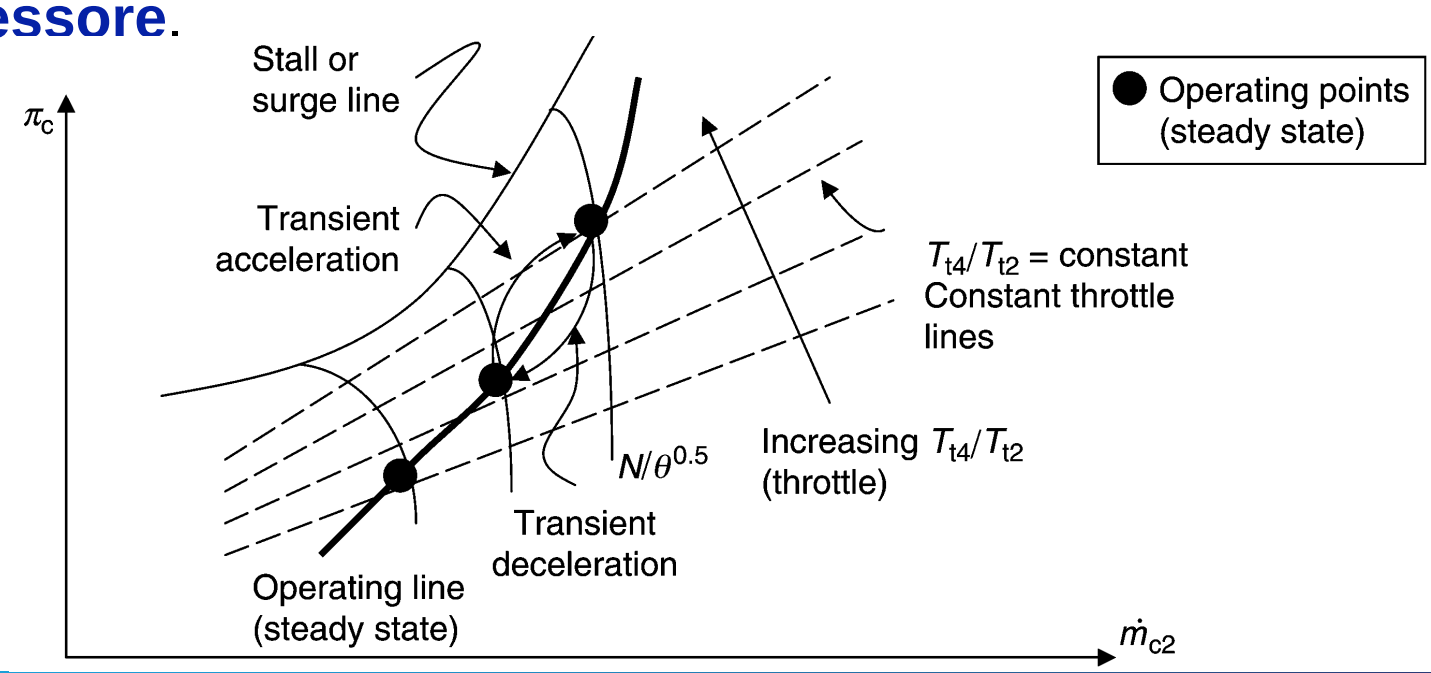
In condizioni di progetto, questa equazione permette di determinare A_4.

Accoppiamento dei componenti

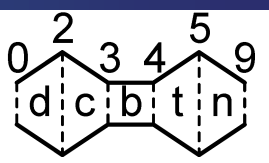


$$\sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{\pi_b\pi_c A_4}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}\left(\frac{\gamma_4+1}{2}\right)^{-K_4} = (1+f)\sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}} A_2 M_{z2}\psi_{Z2}^{-K_2}$$

In questa equazione f e T_{t4} sono funzione della posizione della manetta. Supponendo che π_b sia ricavabile dalle caratteristiche della camera di combustione, π_c può essere ricavato nota la portata corretta (funzione di M_{z2}) e la posizione della manetta dalla **mappa del compressore**.



Accoppiamento dei componenti



Riprendendo l'equazione ricavata dal **bilancio di energia** nella camera di combustione:

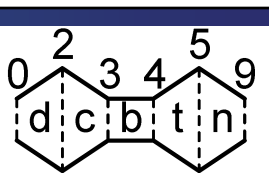
$$f = \frac{h_{t4} - h_{t3}}{Q_R \eta_b - h_{t4}} = \frac{\left(c_{p4}/c_{p2}\right) T_{t4}/T_{t2} - \tau_c}{Q_R \eta_b/(c_{p2} T_{t2}) - \left(c_{p4}/c_{p2}\right) T_{t4}/T_{t2}}$$

In questa equazione le incognite sono h_{t3} (o τ_c) e η_b:

- h_{t3} (o τ_c) si ricava dal rapporto di pressione nel compressore;
- η_b si ricava da opportune correlazioni.

Si trova quindi il legame fra la temperatura all'ingresso della turbina la posizione della manetta ed *f*.

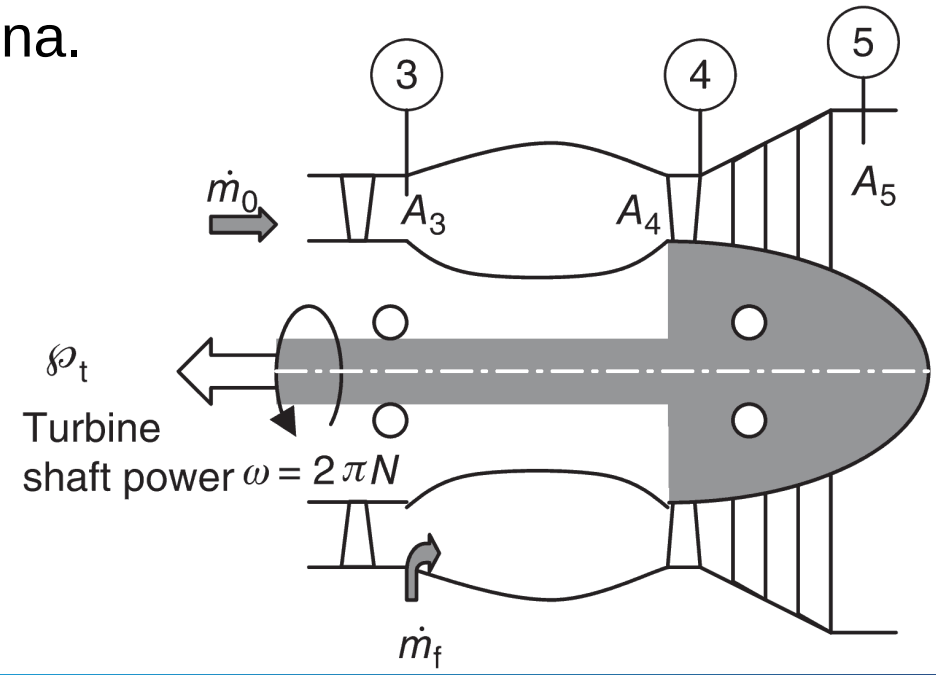
Accoppiamento dei componenti



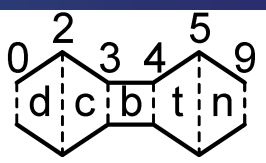
Nell'accoppiamento fra la **turbina** e la **camera di combustione** si cerca di valutare τ_t. Se la turbina non è raffreddata le portate all'ingresso e all'uscita sono uguali quindi:

$$\dot{m}_{ci} = \frac{\dot{m}_i \sqrt{\theta_i}}{\delta_i} \quad \rightarrow \quad \frac{\dot{m}_{c4}}{\dot{m}_{c5}} = \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t5}} \frac{p_{t5}}{p_{t4}}} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}}$$

Il parametro alla destra controlla la portata ed il numero di Mach assiale nella turbina.



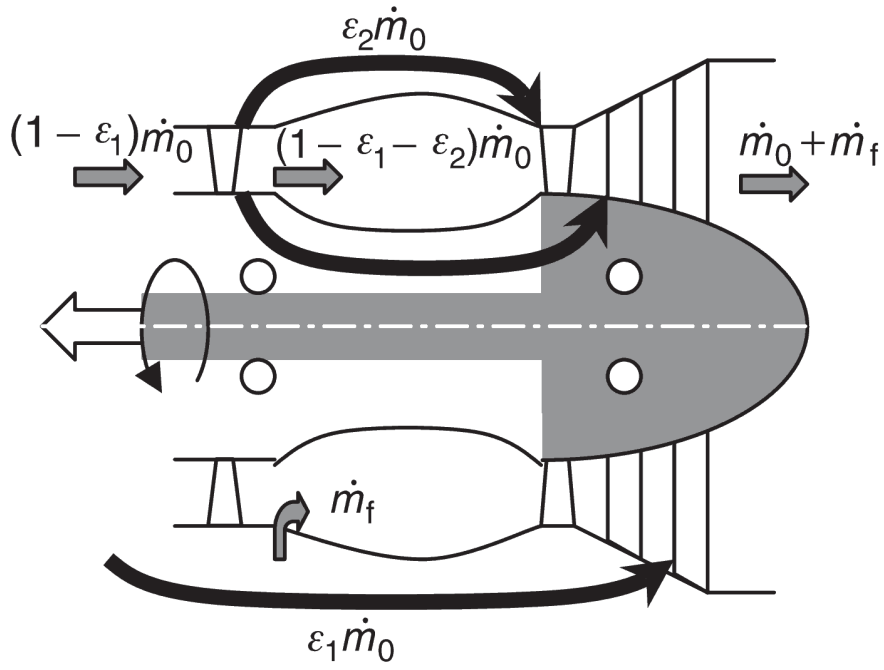
Accoppiamento dei componenti



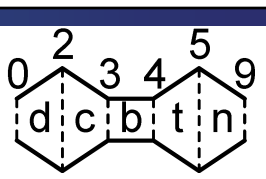
Nel caso di **turbina raffreddata** si suppone che l'aria venga spillata sia all'uscita del compressore che in una sezione intermedia. L'effetto del fluido refrigerante viene spesso **modellato** come una turbina con un **rendimento inferiore** (0.75-0.85).

Il bilancio di massa diventa:

$$\dot{m}_4 = (1 + f - \epsilon_1 - \epsilon_2)\dot{m}_0 = (1 + f)\dot{m}_0 = \dot{m}_5$$



Accoppiamento dei componenti



Nel caso di **turbina raffreddata** si suppone che l'aria venga spillata sia all'uscita del compressore che in una sezione intermedia. L'effetto del fluido refrigerante viene spesso **modellato** come una turbina con un **rendimento inferiore** (0.75-0.85).

Il bilancio di massa diventa:

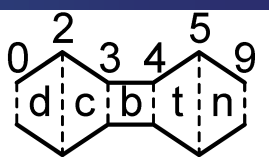
$$\dot{m}_4 = (1 + f - \epsilon_1 - \epsilon_2)\dot{m}_0 = (1 + f)\dot{m}_0 = \dot{m}_5$$

Le portate corrette sono quindi:

$$\dot{m}_{ci} = \frac{\dot{m}_i\sqrt{\theta_i}}{\delta_i} \quad \rightarrow \quad \frac{\dot{m}_{c4}}{\dot{m}_{c5}} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}}\frac{1 + f - \epsilon_1 - \epsilon_2}{1 + f} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}}\left(1 - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{1 + f}\right)$$

Chiaramente τ_t è inferiore nel caso di una turbina raffreddata e di conseguenza anche il rapporto fra le pressioni.

Accoppiamento dei componenti



$$\frac{\dot{m}_{c4}}{\dot{m}_{c5}} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}}\left(1 - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{1+f}\right)$$

Ricordando che:

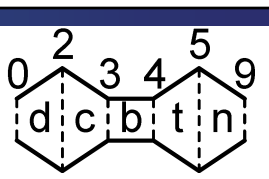
$$\dot{m}_{ci} = \sqrt{\frac{\gamma_i}{R_i}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}} A_i M_i \psi_i^{-K_i}$$

Supponendo:

- che il moto sia strozzato sia all'ingresso della turbina che nell'ugello;
- che $\tau_t = \pi_t^{k_t e_t}$;
- che il secondo termine in parentesi sia costante;

Dalla prima ipotesi il **rapporto** fra le **portate** corrette è **costante** mentre le altre due implicano che i rapporti di temperatura e pressione anch'essi siano costanti.

Accoppiamento dei componenti



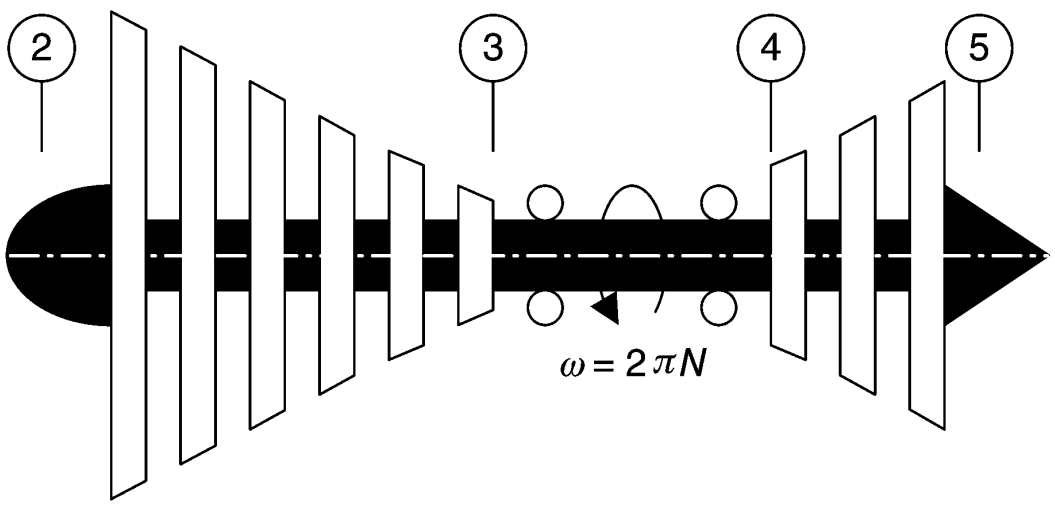
Come già visto il bilancio d'energia sull'albero è:

$$\mathcal{P}_c = \dot{m}_0(h_{t3} - h_{t2}) = \eta_m \dot{m}_0(1+f)(h_{t4} - h_{t5}) = \eta_m \mathcal{P}_t$$

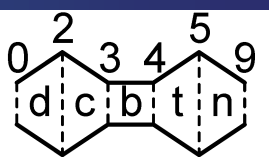
da cui:

$$\tau_c - 1 = \eta_m(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_{t2}}(1-\tau_t)$$

visto che nelle ipotesi appena fatte τ_t è costante τ_c è una funzione lineare della **posizione della manetta**.



Condizioni di fuori progetto



Come già visto il bilancio d'energia sull'albero è:

$$\mathcal{P}_c = \dot{m}_0(h_{t3} - h_{t2}) = \eta_m \dot{m}_0(1+f)(h_{t4} - h_{t5}) = \eta_m \mathcal{P}_t$$

da cui:

$$\tau_c - 1 = \eta_m(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_{t2}}(1-\tau_t)$$

visto che nelle ipotesi appena fatte τ_t è costante τ_c è una funzione lineare della **posizione della manetta**.

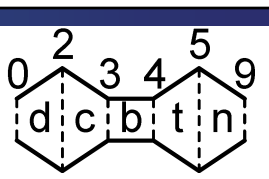
Supponendo che le variazioni fra le condizioni di **progetto** e **fuori progetto** di η_m ed *f* siano trascurabili:

$$\frac{\tau_{c,OD} - 1}{\tau_{c,D} - 1} = \frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D} \quad \rightarrow \quad \tau_{c,OD} = 1 + (\tau_{c,D} - 1)\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}$$

che può essere espressa anche in termini del rapporto di pressione:

$$\pi_{c,OD} = \left[1 + \eta_c(\tau_{c,D} - 1)\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}\right]^{\frac{1}{k}} \qquad \pi_c = [1 + \eta_c(\tau_c - 1)]^{\frac{1}{k}}$$

Condizioni di fuori progetto



Le **velocità** angolari **corrette** all'albero sono:

$$N_{ci} = \frac{N_i}{\sqrt{\theta_i}} \quad \rightarrow \quad \frac{N_{c2}}{N_{c4}} = \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}}$$

Dalla relazione:

$$\Psi_c = \frac{\Delta h_t}{U^2} = \frac{w_c}{U^2}$$

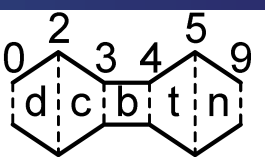
si ha ($U = \omega r$ e supponendo $\Psi_c \sim \text{cost}$) che il lavoro è proporzionale a:

$$w_c \propto T_{t2}(\tau_c - 1) \propto N^2$$

quindi $N_{c2}^2 \propto \tau_c - 1$. Lo stesso ragionamento vale per la turbina ed in questo caso la costanza di τ_t implica che anche N_{c4} sia **costante**. Di conseguenza N_{c2} è **proporzionale** alla posizione della **manetta**:

$$N_{c4,OD} \approx N_{c4,D} \approx cost \qquad \frac{N_{c2,OD}}{N_{c2,D}} \approx \sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}} = \sqrt{\frac{\tau_{c,OD} - 1}{\tau_{c,D} - 1}}$$

Condizioni di fuori progetto



Se la **turbina** non è **raffreddata** le portate nella turbina e nel compressore sono:

$$\dot{m}_{ci} = \frac{\dot{m}_i\sqrt{\theta_i}}{\delta_i} = \sqrt{\frac{\gamma_i}{R_i}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}A_i M_i \psi_i^{-K_i} \quad \rightarrow \quad (1+f)\dot{m}_{c2}\frac{\delta_2}{\sqrt{\theta_2}} = \dot{m}_{c4}\frac{\delta_4}{\sqrt{\theta_4}}$$

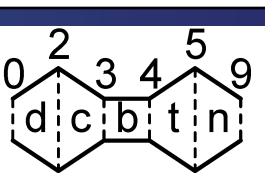
Nell'ipotesi (valida per $\pi_c > \sim 2$) che la turbina sia **strozzata** la portata $\dot{m}_{c4}$ è costante quindi:

$$\dot{m}_{c2} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{p_{t4}}{p_{t2}}\frac{1}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{\pi_b\pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

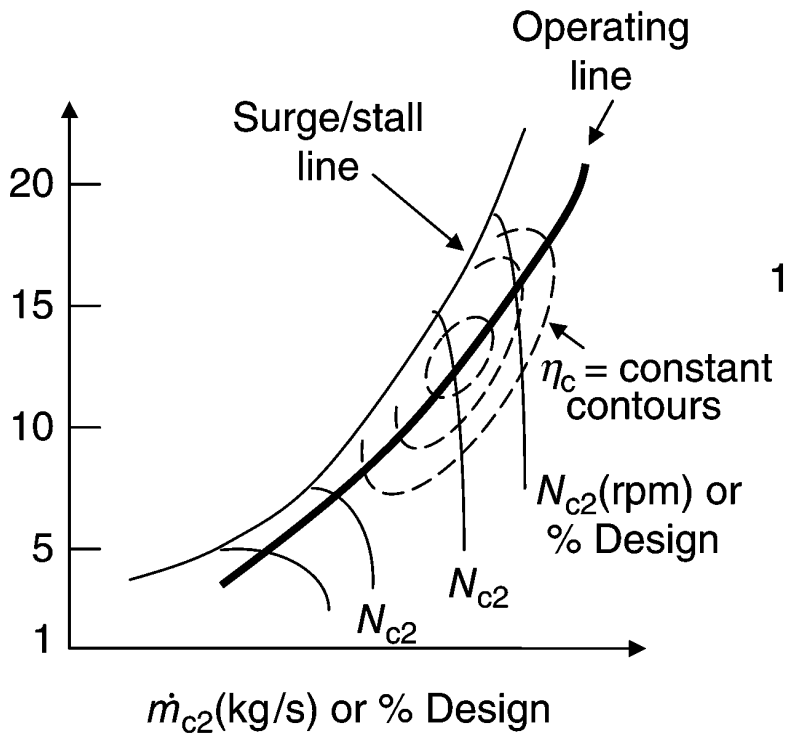
$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} \approx \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_D}{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}} = \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{\tau_{c,D}-1}{\tau_{c,OD}-1}}$$

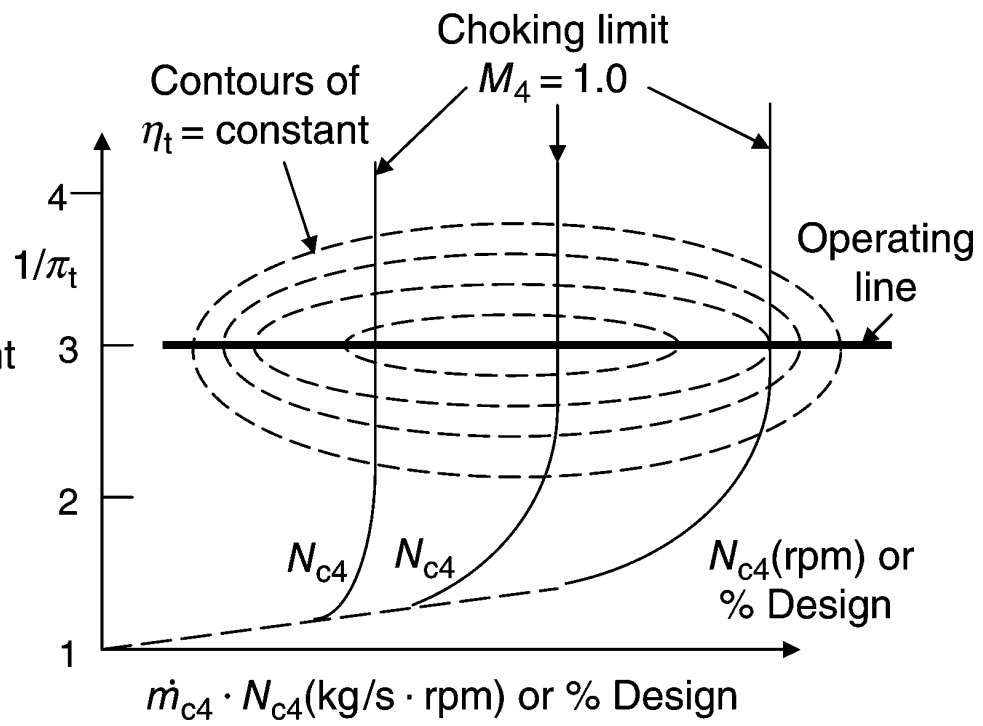
$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} = \frac{M_{z2,OD}\psi_{z2,OD}^{-K_2}}{M_{z2,D}\psi_{z2,D}^{-K_2}}$$

Condizioni di fuori progetto

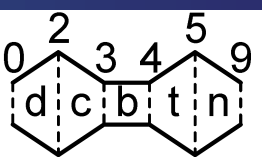


Tipiche **mappe** del **compressore** e della **turbina** sono mostrate nelle figure.





Caratteristiche di pompaggio



Nell'ipotesi che il generatore di gas sia definito e che tutte le **mappe** delle **prestazioni** siano note si possono studiare gli stati di possibile funzionamento e determinate le cosiddette **caratteristiche** di **pompaggio** cioè:

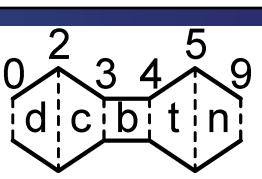
- la portata corretta $\dot{m}_{c2}$;
- Il rapporto di pressione complessivo p_{t5}/p_{t2};
- Il rapporto di temperatura complessivo T_{t5}/T_{t2};
- Un parametro che definisce la percentuale di combustibile $fQ_R\eta_b/c_pT_{t2}$ oppure $\dot{m}_{cf}$.

Questi parametri sono spesso espressi in funzione della **velocita** angolare **corretta** e della posizione della **manetta**.

Dall'equazione appena trovata si può ricavare il rapporto di pressioni nel compressore:

$$\dot{m}_{c2} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{\pi_b\pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} \quad \rightarrow \quad \pi_c = \frac{1+f}{\pi_b}\frac{A_2}{A_4}\frac{\dot{m}_{c2}/A_2}{\dot{m}_{c4}/A_4}\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}$$

Caratteristiche di pompaggio



$$\pi_c = \frac{1+f}{\pi_b}\frac{A_2}{A_4}\frac{\dot{m}_{c2}/A_2}{\dot{m}_{c4}/A_4}\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}$$

Ricordando che:

$$\frac{\dot{m}_{ci}}{A_i} = \sqrt{\frac{\gamma_i}{R_i}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}M_i\psi_i^{-K_i}$$

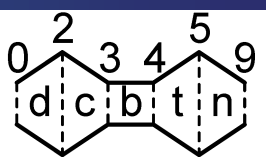
Si ha nell'ipotesi di moto **strozzato** nella **turbina**:

$$\frac{\dot{m}_{c4}}{A_4} = \sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}\left(\frac{\gamma_4+1}{2}\right)^{-K_4} = f(\gamma_4, R_4)$$

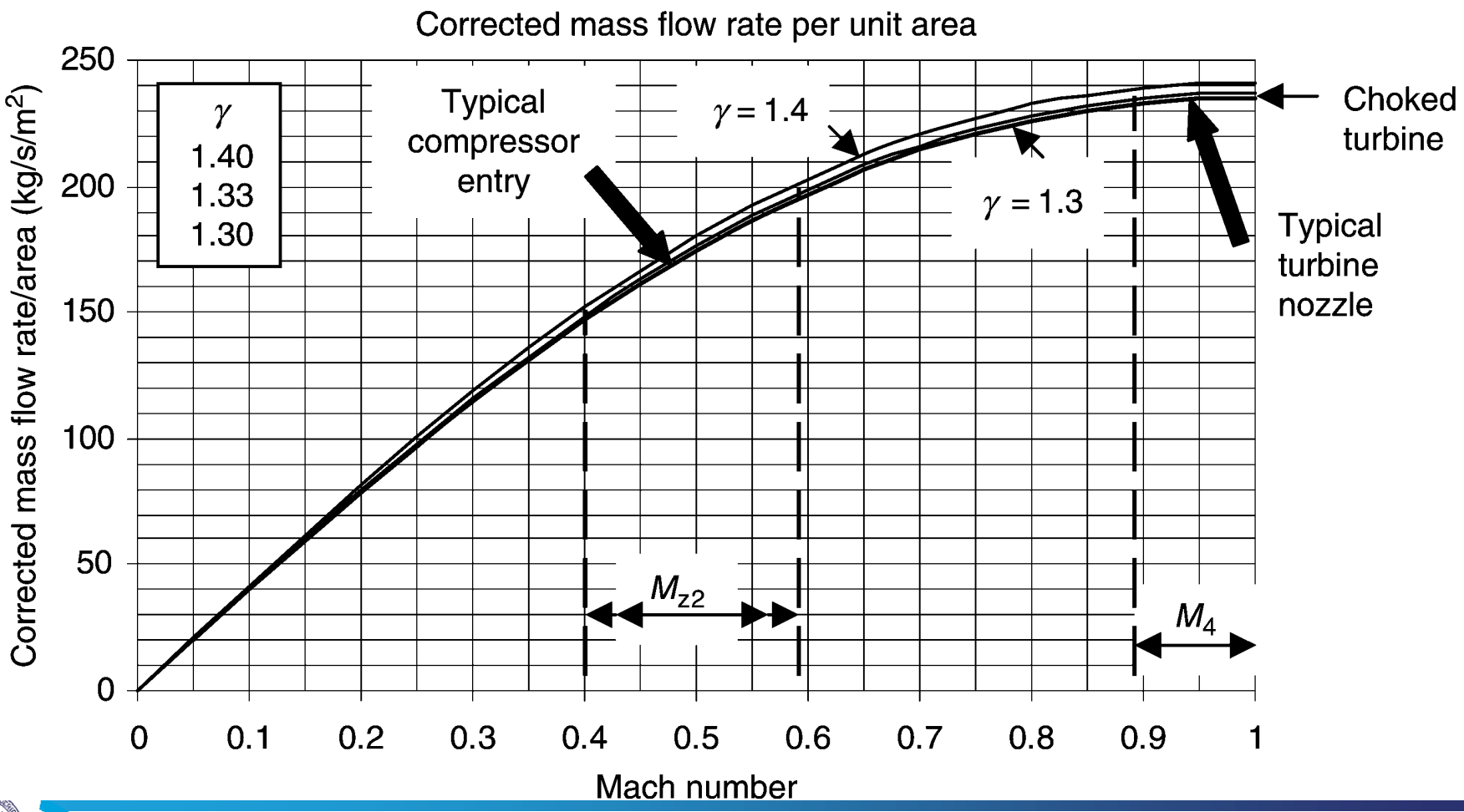
Per $\gamma_4 = 1.33, R_4 = 286.8 J/kgK, p_{ref} = 1 atm, T_{ref} = 15C$ la costante vale circa $237 kg/(sm^2)$. Nel compressore invece:

$$\frac{\dot{m}_{c2}}{A_2} = \sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}M_{z2}\psi_{z2}^{-K_2} = f(M_{z2}, \gamma_2, R_2)$$

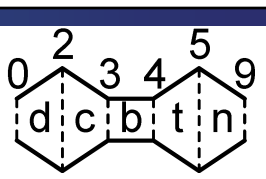
Caratteristiche di pompaggio



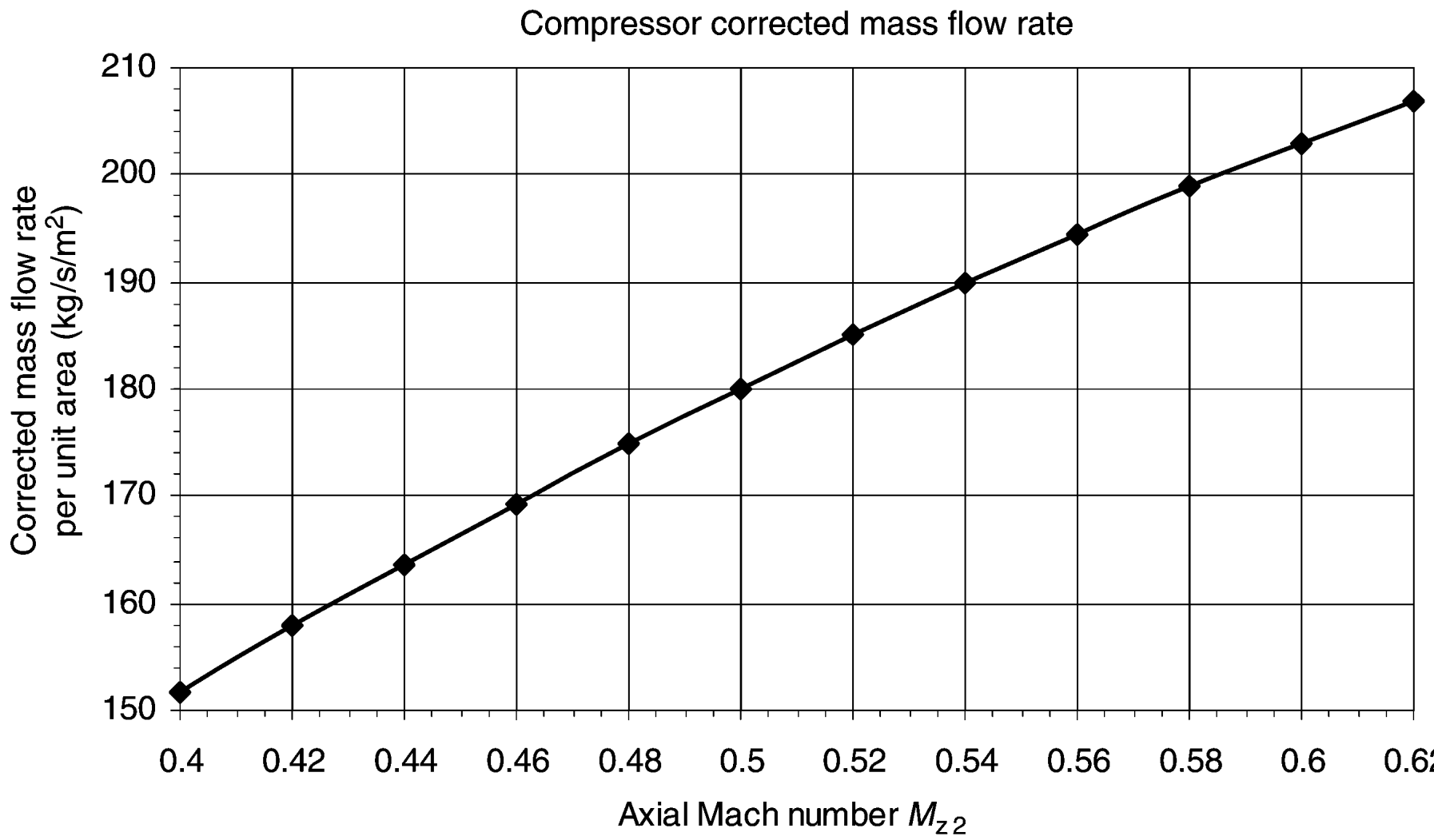
$$\frac{\dot{m}_{c2}}{A_2} = \sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}} \frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}} M_{z2} \psi_{z2}^{-K_2} = f(M_{z2}, \gamma_2, R_2)$$



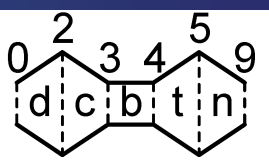
Caratteristiche di pompaggio



Più in dettaglio nel **compressore**.



Caratteristiche di pompaggio



Per **esempio** supponendo che i parametri del motore siano:

- $T_{t2} = T_{ref} = 15C,\ M_{z2} = 0.5, \pi_c = 25, e_c = .9,\ \gamma_2 = 1.4,\ c_{p2} = 1.004 kJ/kgK$
- $T_{t4}/T_{t2} = 6, \pi_b = .97, M_4 = 1 \rightarrow \dot{m}_{c4}/A_4 \cong 237 kg/(sm^2)$
- $Q_R = 42{,}000 kJ/kg,\ \eta_b = 0.995, \gamma_4 = 1.33, c_{p4} = 1.156 kJ/kgK$

si può ricavare:

$$f = \frac{h_{t4} - h_{t3}}{Q_R \eta_b - h_{t4}} = \frac{(c_{p4}/c_{p2}) T_{t4}/T_{t2} - \tau_c}{Q_R \eta_b/(c_{p2} T_{t2}) - (c_{p4}/c_{p2}) T_{t4}/T_{t2}} \approx 0.03$$

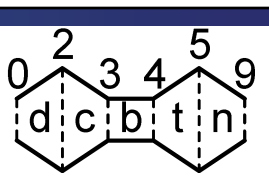
e dalla:

$$\pi_c = \frac{1+f}{\pi_b} \frac{A_2}{A_4} \frac{\dot{m}_{c2}/A_2}{\dot{m}_{c4}/A_4} \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}} \quad \rightarrow \quad \frac{A_2}{A_4} = \frac{\pi_c \pi_b}{1+f} \frac{\dot{m}_{c4}/A_4}{\dot{m}_{c2}/A_2} \frac{1}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

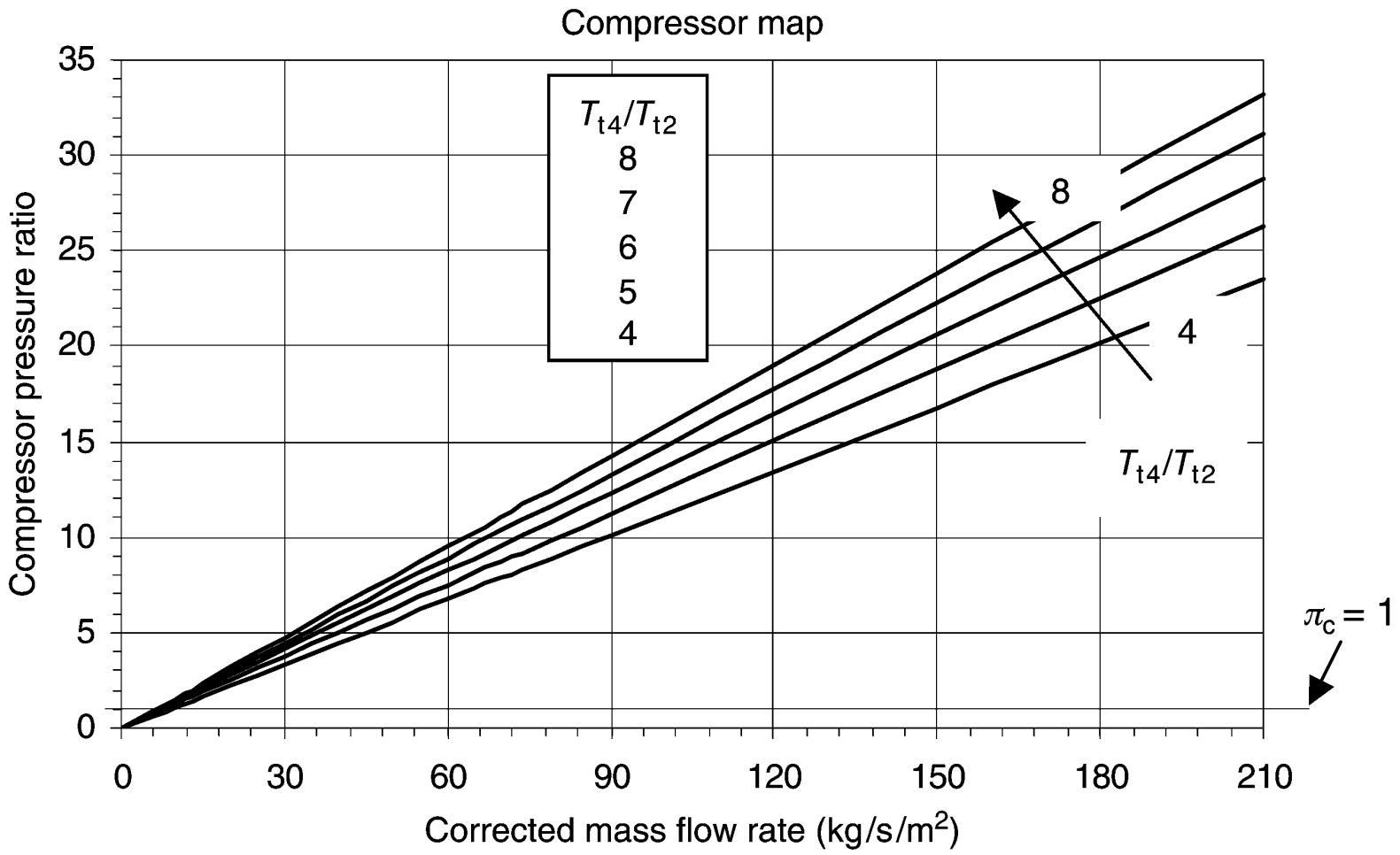
il rapporto delle aree $A_4/A_2 \approx 0.08$. Utilizzando questo valore nella relazione precedente si ha:

$$\pi_c = \frac{1+f}{\pi_b} \frac{A_2}{A_4} \frac{\dot{m}_{c2}/A_2}{\dot{m}_{c4}/A_4} \sqrt{T_{t4}/T_{t2}} \approx 0.056 \frac{\dot{m}_{c2}}{A_2} \sqrt{T_{t4}/T_{t2}}$$

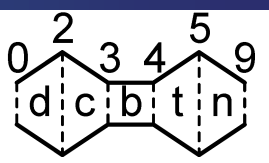
Caratteristiche di pompaggio



$$\pi_c = \frac{1+f}{\pi_b} \frac{A_2}{A_4} \frac{\dot{m}_{c2}/A_2}{\dot{m}_{c4}/A_4} \sqrt{T_{t4}/T_{t2}} \approx 0.056 \frac{\dot{m}_{c2}}{A_2} \sqrt{T_{t4}/T_{t2}}$$



Caratteristiche di pompaggio



Come già visto il bilancio di energia fra il **compressore** e la turbina dà:

$$\tau_c - 1 = \eta_m (1+f) \frac{c_{p4}}{c_{p2}} \frac{T_{t4}}{T_{t2}} (1 - \tau_t)$$

da cui si ricava il rapporto di temperature complessivo (uscita ingresso del generatore di gas):

$$\tau_t = 1 - \frac{c_{p2}}{c_{p4}} \frac{\tau_c - 1}{\eta_m (1+f) T_{t4}/T_{t2}}$$

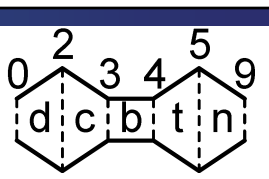
$$\frac{T_{t5}}{T_{t2}} = \tau_t \frac{T_{t4}}{T_{t2}} = \frac{T_{t4}}{T_{t2}} - \frac{c_{p2}}{c_{p4}} \frac{\tau_c - 1}{\eta_m (1+f)}$$

Il rapporto di pressione complessivo invece è:

$$\frac{p_{t5}}{p_{t2}} = \pi_t \pi_b \pi_c$$

con π_t che può essere ricavato dal rendimento della turbina.

Caratteristiche di pompaggio



Il parametro $f Q_R \eta_b / \bar{c}_p T_{t2}$ può essere ricavato a partire dalla:

$$f = \frac{h_{t4} - h_{t3}}{Q_R \eta_b - h_{t4}} \approx \frac{c_{p4} T_{t4} - c_{p2} T_{t3}}{Q_R \eta_b} \approx \frac{\bar{c}_p (T_{t4} - T_{t3})}{Q_R \eta_b}$$

$$\frac{f Q_R \eta_b}{\bar{c}_p T_{t2}} = \frac{T_{t4}}{T_{t2}} - \frac{T_{t3}}{T_{t2}} = \frac{T_{t4}}{T_{t2}} - \tau_c$$

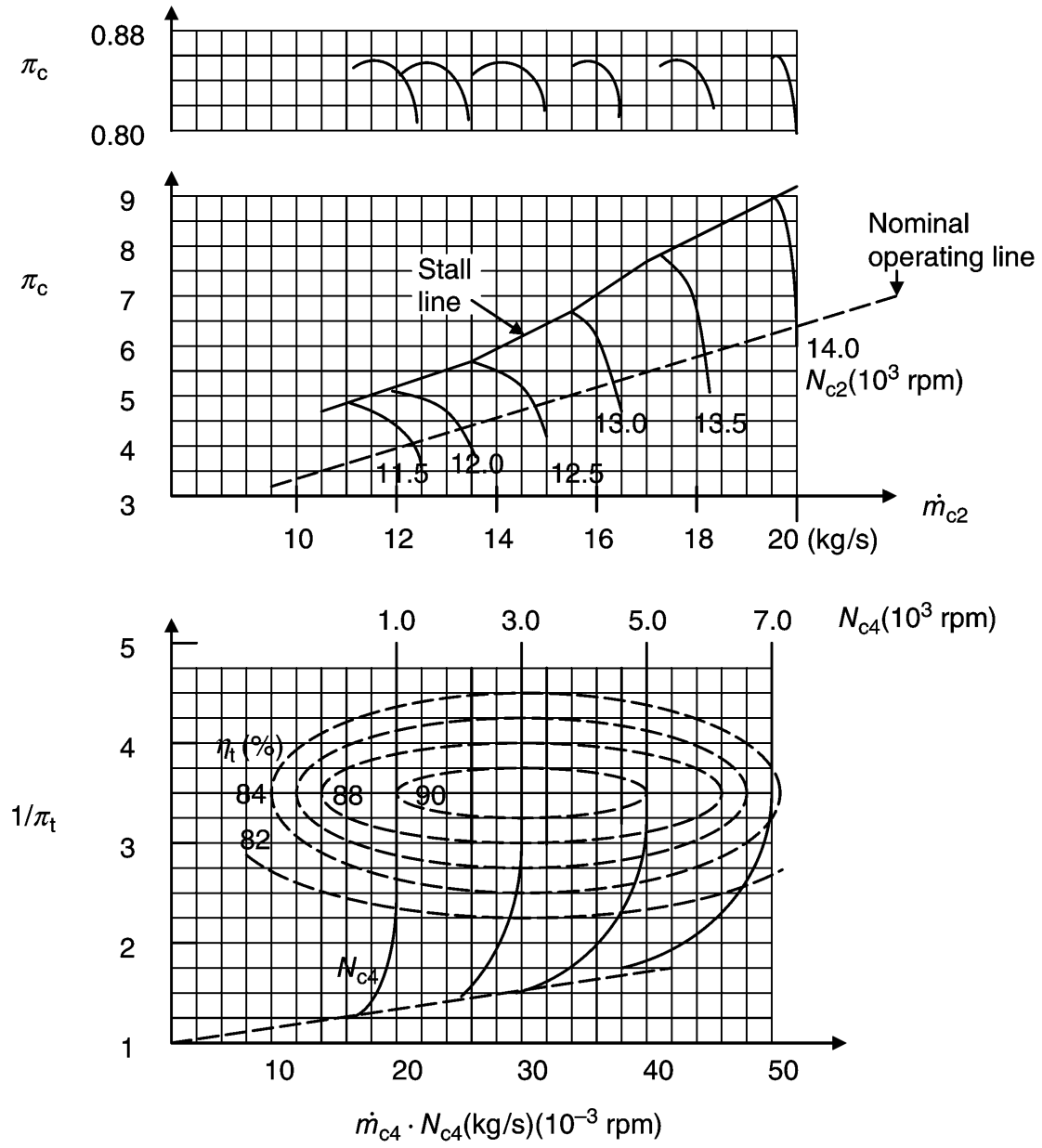
infine per le **velocità corrette** si ha:

$$\frac{N_{c2}}{N_{c4}} = \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}}$$

Caratteristiche di pompaggio

Esempio

Partendo dalle mappe di compressore e turbina mostrate in figura valutare le caratteristiche di pompaggio in funzione di N_{c2} ($T_{t4}/T_{t2} = 6$, $f = 0.03$, $\eta_m = 0.995$, $c_{pc} = 1004\frac{J}{kgK}$, $c_{pt} = 1156\frac{J}{kgK}$).



Caratteristiche di pompaggio

Dal grafico si può costruire la tabella.

Dalle:

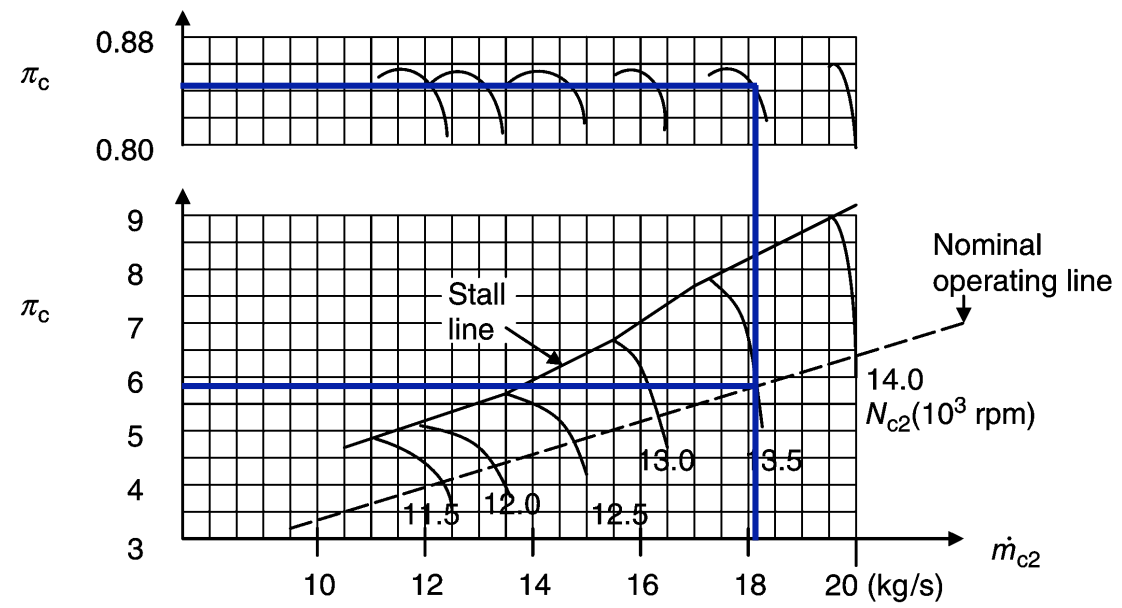
$$\tau_c = 1 + \frac{1}{\eta_c}\left(\pi_c^k - 1\right)$$

$$\frac{f Q_R \eta_b}{\bar{c}_p T_{t2}} = \frac{T_{t4}}{T_{t2}} - \tau_c$$

$$\tau_t = 1 - \frac{c_{p2}}{c_{p4}} \frac{\tau_c - 1}{\eta_m (1+f)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}}$$

Si calcolano *f* e i rapporti di temperatura nella turbina e nel compressore. Si calcola quindi il rapporto di temperatura complessivo.

N_{c2} (1,000 rpm)	p_{t3}/p_{t2}(or π_c)	$\dot{m}_{c2}$(kg/s)	η_c
14.0	6.50	20.0	0.82
13.5	5.88	18.1	0.84
13.0	5.32	16.4	0.83
12.5	4.81	14.8	0.83
12.0	4.36	13.4	0.83
11.5	4.00	12.2	0.84



Caratteristiche di pompaggio

La portata e velocità angolare corrette nella turbina si ricavano dalle:

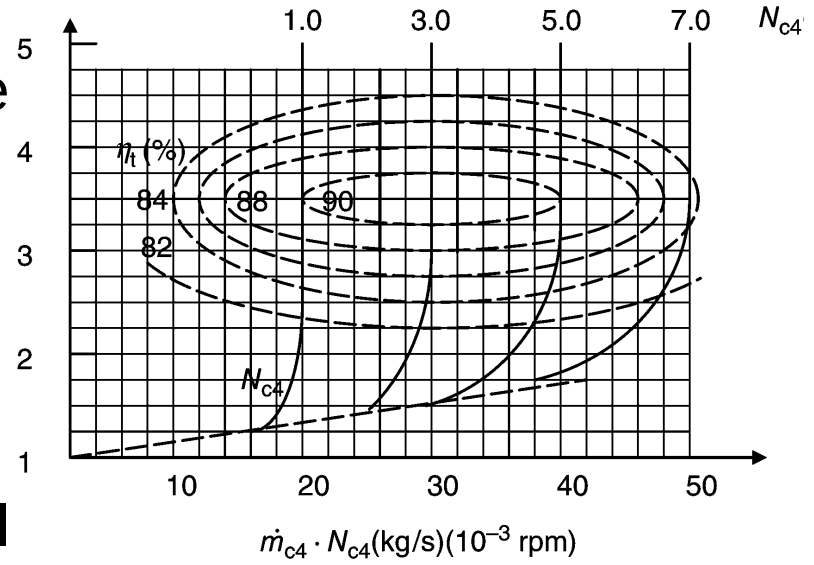
$$\dot{m}_{c2} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{\pi_b \pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

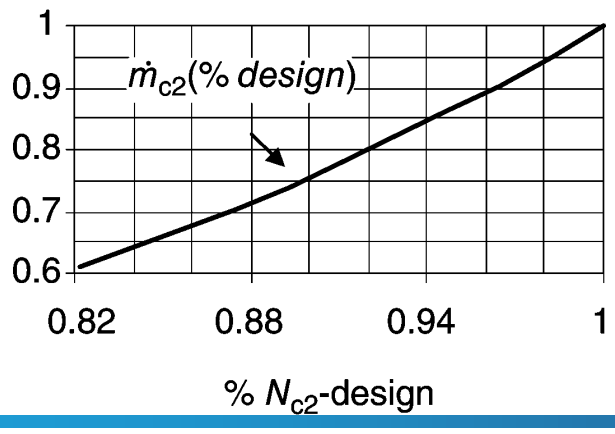
$$N_{c4} = N_{c2}/\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}$$

Dalla mappa della turbina si trova il rendimento adiabatico e dalla:

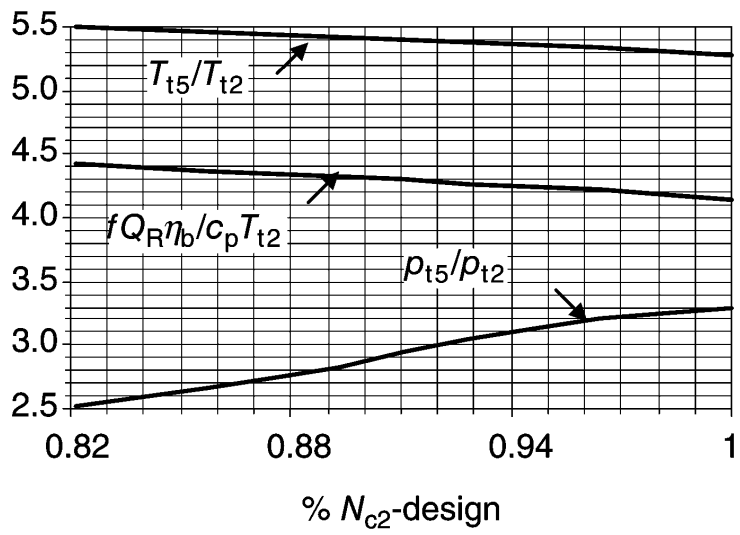
$$\pi_t = [1 + (\tau_t - 1)/\eta_t]^{\frac{1}{k_t}}$$

si può risalire al rapporto di pressioni complessivo.

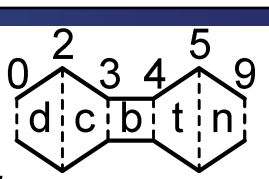




Gas generator pumping characteristics



Riassumendo (alcune formule)



$$\dot{m}_0 = \frac{p_{t0}A_0\Psi_0}{a_{t0}} \qquad \Psi(M,\gamma) = \gamma M \psi^{-K} \qquad \delta_i = \frac{p_{ti}}{p_{ref}} \qquad \theta_i = \frac{T_{ti}}{T_{ref}}$$

$$\dot{m}_{ci} = \frac{\dot{m}_i\sqrt{\theta_i}}{\delta_i} = \sqrt{\frac{\gamma_i}{R_i}}\frac{p_{ref}}{\sqrt{T_{ref}}}A_i M_i \psi_i^{-K_i} \qquad \frac{p_{t2}}{p_{t0}}\frac{A_2}{A_0}M_{z2}\psi_{z2}^{-K_2} = \psi_0^{-K_0}$$

$$\dot{m}_4 = (1+f)\dot{m}_2 \rightarrow \sqrt{\frac{\gamma_4}{R_4}}\frac{\pi_b\pi_c A_4}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}\left(\frac{\gamma_4+1}{2}\right)^{-K_4} = (1+f)\sqrt{\frac{\gamma_2}{R_2}}A_2 M_{z2}\psi_{z2}^{-K_2}$$

$$f = \frac{h_{t4}-h_{t3}}{Q_R\eta_b - h_{t4}} = \frac{(c_{p4}/c_{p2})T_{t4}/T_{t2} - \tau_c}{Q_R\eta_b/(c_{p2}T_{t2}) - (c_{p4}/c_{p2})T_{t4}/T_{t2}}$$

$$\dot{m}_{c2} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{p_{t4}}{p_{t2}}\frac{1}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} = \frac{\dot{m}_{c4}}{1+f}\frac{\pi_b\pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} \qquad \frac{\dot{m}_{c4}}{\dot{m}_{c5}} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}}\left(1 - \frac{\epsilon_1+\epsilon_2}{1+f}\right)$$

$$\tau_c - 1 = \eta_m(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_{t2}}(1-\tau_t) \qquad \frac{N_{c2}}{N_{c4}} = \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2}}}$$

Riassumendo (alcune formule)

$$\tau_{c,OD} = 1 + (\tau_{c,D} - 1)\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}$$

$$\pi_{c,OD} = \left[1 + \eta_c(\tau_{c,D} - 1)\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}\right]^{\frac{1}{k}}$$

$$N_{c4,OD} \approx N_{c4,D} \approx cost \qquad \frac{N_{c2,OD}}{N_{c2,D}} \approx \sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2})_D}} = \sqrt{\frac{\tau_{c,OD} - 1}{\tau_{c,D} - 1}}$$

$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} \approx \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_D}{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}} = \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{\tau_{c,D} - 1}{\tau_{c,OD} - 1}}$$

$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} = \frac{Mz_{2,OD}\psi_{z2,OD}^{-K_2}}{M_{z2,D}\psi_{z2,D}^{-K_2}}$$

Condizioni di fuori progetto

Per determinare il funzionamento di un **turbogetto al di fuori** delle **condizioni di progetto** si iniziano a fissare i parametri del motore:

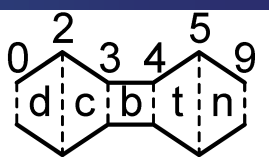
- Condizioni di volo: M_0, p_0, T_0;
- Parametri corretti: $\dot{m}_{c2}, N_{c2}$;
- Parametri del compressore: M_{z2}, π_c;
- Temperatura all'ingresso della turbina T_{t4} (τ_λ);
- Potere calorifico del combustibile: Q_R;
- Rendimenti dei componenti: π_d $(\eta_d), \pi_b, \pi_n, e_c$ (η_c), e_t $(\eta_t), \eta_m, \eta_b$;
- Parametri dell'ugello:p_9/p_0 (A_9/A_8);
- Proprietà del gas: γ_2, c_{p2}, γ_4, c_{p4};

Si studia quindi il funzionamento del motore variando:

- Condizioni di volo: M_0, p_0, T_0;
- Temperatura all'ingresso della turbina T_{t4} o τ_λ;

I **rendimenti** possono essere assunti costanti o **rielaborati dalle mappe** dei componenti.

Condizioni di fuori progetto

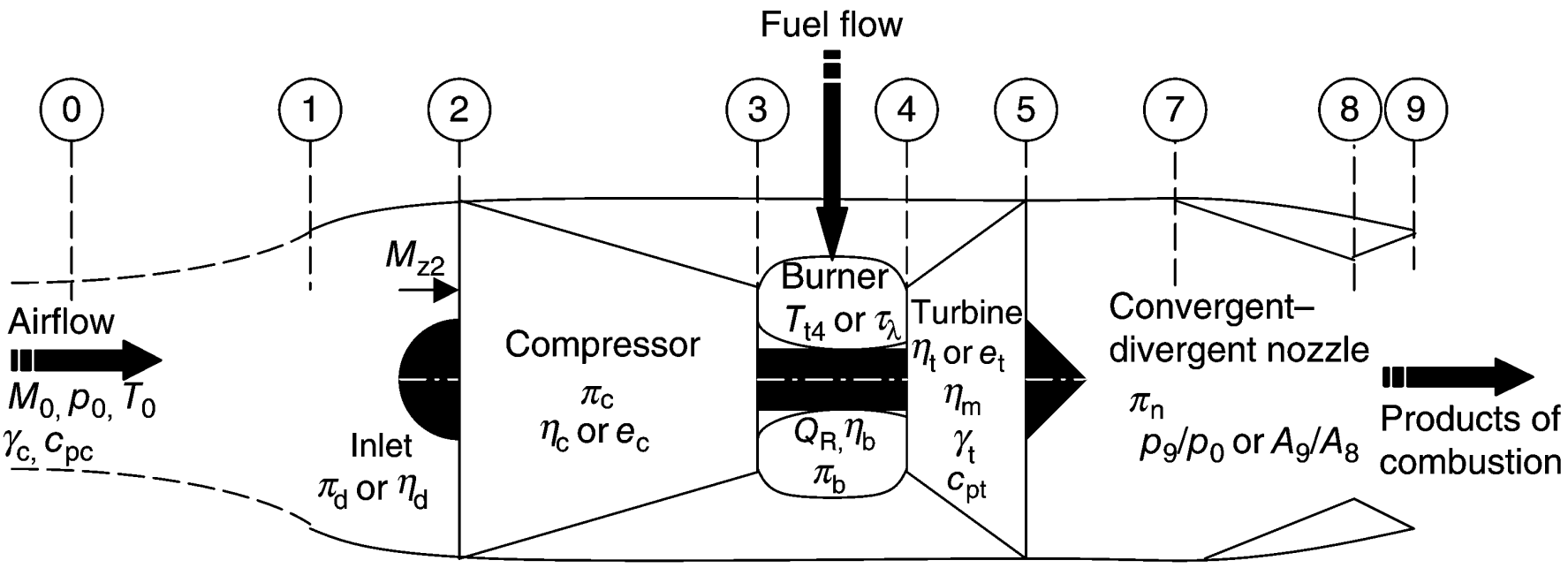


I parametri caratteristici sono anche mostrati nella figura.

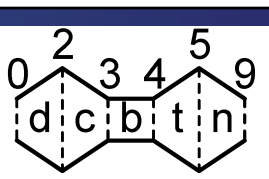
Supporremo che le **sezioni 4 e 8** siano **strozzate**. In queste ipotesi come già visto si ha:

$$\frac{\dot{m}_{c4}}{\dot{m}_{c5}} = \frac{\pi_t}{\sqrt{\tau_t}} = cost$$

e come già detto si può supporre che i singoli rapporti siano costanti.



Condizioni di fuori progetto



Si esamini ora il seguente esercizio

Assume a turbojet engine has the following design-point parameters:

$M_0 = 0,\ p_0 = 0.1$ MPa, $T_0 = 15°C$
$\pi_d = 0.98$
$\pi_c = 25,\ e_c = 0.90$
$Q_R = 42{,}800$ kJ/kg, $\pi_b = 0.98,\ \eta_b = 0.99,\ T_{t4} = 1500°C$
$e_t = 0.85,\ \eta_m = 0.995$
$\dot{m}_{c2} = 73$ kg/s
N_{c2} (rpm) $= 6000$
$M_{z2} = 0.6$
$\pi_n = 0.97,\ p_9/p_0 = 1.0$

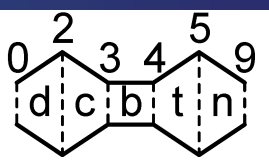
If this engine is operating in the following off-design condition

$M_0 = 0.8,\ p_0 = 33$ kPa, $T_0 = -15°C$
$T_{t4} = 1375°C$
$\pi_d = 0.995$
$p_9/p_0 = 1.0$

assuming all other component efficiencies (except π_d that is specified) remain the same (as design) at off-design and gas properties are $\gamma_c = \gamma_t = 1.4$ and $c_{pc} = c_{pt} = 1104$ J/kg · K, calculate

(a) $\pi_{c\text{-O–D}}$
(b) $\dot{m}_{c2,O–D}$(in kg/s)
(c) $N_{c2,O–D}$(in rpm)
(d) $M_{z2,O–D}$

Condizioni di fuori progetto



Considerando che:

$$\tau_\lambda = h_{t4}/h_0 \qquad \tau_r = h_{t0}/h_0 \qquad \frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_{t2}} = \frac{\tau_\lambda}{\tau_r}$$

la relazione:

$$\tau_c - 1 = \eta_m(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_{t2}}(1-\tau_t) \qquad \tau_c - 1 = \eta_m(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}(1-\tau_t)$$

supponendo che τ_t e $\eta_m(1+f)$ rimangano costanti implica che :

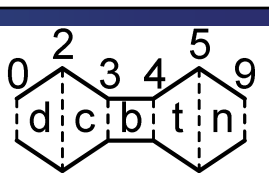
$$\frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(\tau_c - 1) = cost \qquad \rightarrow \qquad \tau_{c,OD} \approx 1 + \frac{(\tau_r/\tau_\lambda)_D}{(\tau_r/\tau_\lambda)_{OD}}(\tau_c - 1)_D$$

Si ha ($M_0 = 0$, $k = 0.286$):

$$\left(\frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\right)_D = \frac{c_{p2}}{c_{p4}}\frac{T_{t2}}{T_{t4}} = \frac{1104}{1104}\frac{288}{1773} = 0.1624 \qquad \tau_{c,D} = \pi_{c,D}^{\frac{k}{e_c}} = 25^{\frac{.286}{0.90}} = 2.778$$

$$\left(\frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\right)_{OD} = \left(\frac{c_{p2}}{c_{p4}}\frac{T_0\psi_{0,OD}}{T_{t4}}\right)_{OD} = \frac{1104}{1104}\frac{(273-15)1.128}{273+1375} = 0.1766$$

Condizioni di fuori progetto



$$\tau_{c,OD} \approx 1 + \frac{(\tau_r/\tau_\lambda)_D}{(\tau_r/\tau_\lambda)_{OD}}(\tau_c - 1)_D = 1 + \frac{0.1624}{0.1766}1.778 = 2.636$$

da cui:

$$\pi_{c,OD} = \tau_{c,OD}^{\frac{e_c}{k}} = 2.636^{\frac{0.9}{.286}} = 21.2$$

Conoscendo il rapporto di pressioni nel compressore si possono valutare gli indici di prestazione. La portata e la velocità angolare corrette sono:

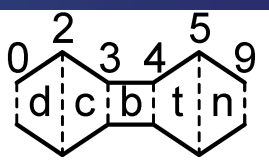
$$\frac{\dot m_{c2,OD}}{\dot m_{c2,D}} \approx \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_D}{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}} = \frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{\tau_{c,D}-1}{\tau_{c,OD}-1}} = \frac{21.2}{25}\sqrt{\frac{1.778}{1.636}} = 0.883$$

$$\dot m_{c2,OD} = 73 \cdot 0.883 = 64.5\text{kg/s}$$

$$\frac{N_{c2,OD}}{N_{c2,D}} \approx \sqrt{\frac{\tau_{c,OD}-1}{\tau_{c,D}-1}} = \sqrt{\frac{1.636}{1.778}} = .959 \qquad \rightarrow \qquad N_{c2,OD} = 6000 \cdot 0.959 =$$

$$= 5754rpm$$

Condizioni di fuori progetto



La portata in condizioni di fuori progetto si ricava da:

$$\dot{m}_{c2,OD} = \frac{\dot{m}_{2,OD}\sqrt{\theta_{2,OD}}}{\delta_{2,OD}} \qquad \delta_i = \frac{p_{ti}}{p_{ref}} \qquad \theta_i = \frac{T_{ti}}{T_{ref}} \qquad \delta_{2.D} = 0.9871 \qquad \theta_{2.D} = 1.000$$

$$T_{t2,OD} = \psi_{0,OD} T_0 = 1.128 \cdot 258 = 291K \qquad \theta_{2,OD} = \frac{291}{288} = 1.011$$

$$p_{t0,OD} = \psi_{0,OD}^{\frac{1}{k}} p_0 = 1.128^{\frac{1}{0.286}} \cdot 33 = 50.3kPa$$

$$p_{t2,OD} = \pi_d p_{t0,OD} = 0.995 \cdot 50.3 = 50.05kPa \qquad \delta_{2,OD} = \frac{50.05}{101.3} = 0.494$$

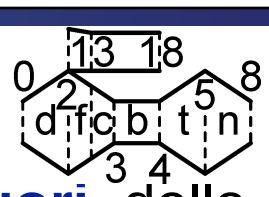
$$\dot{m}_{2,OD} = \frac{\dot{m}_{c2,OD}\delta_{2,OD}}{\sqrt{\theta_{2,OD}}} = \frac{64.5 \cdot 0.494}{\sqrt{1.011}} = 31.7kg/s$$

Risolvendo la seguente equazione iterativamente:

$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} = \frac{M_{z2,OD}\psi_{2,OD}^{-K_2}}{M_{z2,D}\psi_{2,D}^{-K_2}} \rightarrow M_{z2,OD} = \frac{64.5}{73}\, 0.6 \left(\frac{1 + 0.2M_{z2,OD}^2}{1 + 0.2 \cdot 0.6^2}\right)^3 = 0.497$$

La portata è quasi dimezzata $\dot{m}_{c2} \approx \dot{m}_2$ mentre M_{z2} diminuisce di poco.

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Per determinare il funzionamento di un **turbofan al di fuori** delle **condizioni di progetto** si procede in modo analogo al turbogetto, fissando:

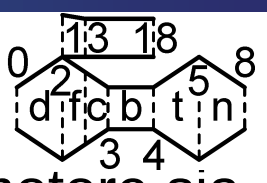
- Condizioni di volo: M_0, p_0, T_0;
- Parametri del compressore e del **fan**: π_{cH}, $\pi_f = \pi_{cL}$;
- **Bypass ratio**: α;
- Temperatura all'ingresso della turbina T_{t4} (τ_λ);
- Potere calorifico del combustibile: Q_R;
- Rendimenti dei componenti: π_d $(\eta_d), \pi_b, \pi_n,\ \pi_{nf}, e_c$ $(\eta_c), e_f, e_t$ $(\eta_t), \eta_m, \eta_b$;
- Parametri dell'ugello:p_9/p_0 (A_9/A_8), p_{19}/p_0 (A_{19}/A_{13}) ;
- Proprietà del gas: $\gamma_2,\ \ c_{p2}, \gamma_4,\ \ c_{p4}$;

Si studia quindi il funzionamento del motore variando:

- Condizioni di volo: M_0, p_0, T_0;
- Temperatura all'ingresso della turbina T_{t4} *o* τ_λ;

I **rendimenti** possono essere assunti costanti o **rielaborati dalle mappe** dei componenti.

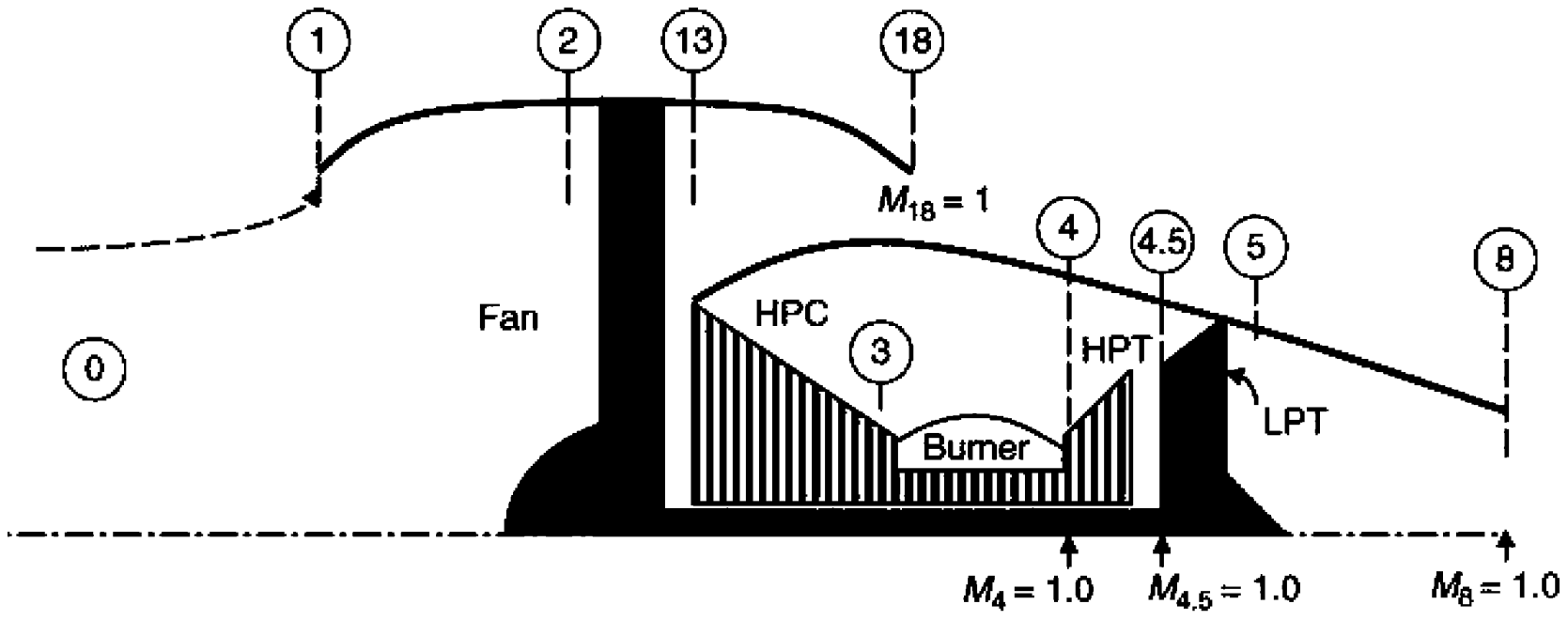
Condizioni di fuori progetto - Turbofan



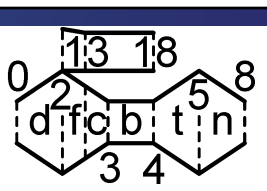
Si supporrà che le **sezioni 4, 8 e 18** siano **strozzate** e che il motore sia doppio albero. In queste ipotesi come già visto si ha:

$$\frac{\dot{m}_{c4.5}}{\dot{m}_{c8}} = \frac{\pi_{tL}}{\sqrt{\tau_{tL}}} = cost \qquad \frac{\dot{m}_{c5}}{\dot{m}_{c4.5}} = \frac{\pi_{tH}}{\sqrt{\tau_{tH}}} = cost$$

e come già detto si può supporre che i singoli rapporti siano costanti.



Condizioni di fuori progetto - Turbofan



I bilanci di **massa** nel **fan** e nel **cuore** sono:

$$\dot{m}_{18} = \sqrt{\frac{\gamma_{18}}{R_{18}}} \frac{p_{t18} A_{18}}{\sqrt{T_{t18}}} \left(\frac{\gamma_{18}+1}{2}\right)^{-K_{18}} = \alpha \dot{m}_0$$

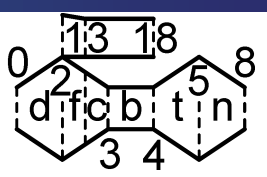
$$\dot{m}_8 = \sqrt{\frac{\gamma_8}{R_8}} \frac{p_{t8} A_8}{\sqrt{T_{t8}}} \left(\frac{\gamma_8+1}{2}\right)^{-K_8} = (1+f)\dot{m}_0$$

Dal rapporto fra le queste due equazioni, supponendo che in condizioni di fuori progetto $\tau_t, \pi_t, \pi_b, \pi_n, \pi_{nf}$ ed *f* siano costanti, si ha:

$$\alpha = cost \frac{p_{t18}/\sqrt{T_{t18}}}{p_{t8}/\sqrt{T_{t8}}} \approx cost \frac{p_{t13}/\sqrt{T_{t13}}}{p_{t5}/\sqrt{T_{t5}}} = cost \frac{\sqrt{\frac{T_{t5}}{T_{t4}} \frac{T_{t4}}{T_0} \frac{T_0}{T_{t2}} \frac{T_{t2}}{T_{t13}}}}{\frac{p_{t5}}{p_{t4}} \frac{p_{t4}}{p_{t3}} \frac{p_{t3}}{p_{t13}}}$$

$$= cost \frac{\sqrt{\frac{\tau_t \tau_\lambda}{\tau_r \tau_f}}}{\pi_t \pi_b \pi_{cH}} = cost \frac{\sqrt{\frac{\tau_\lambda}{\tau_r \tau_f}}}{\pi_{cH}} \qquad \rightarrow \qquad \alpha \pi_{cH} \sqrt{\frac{\tau_r \tau_f}{\tau_\lambda}} = C_3$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



$$\alpha\pi_{cH}\sqrt{\frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}} = C_3$$

In questa equazione τ_λ è **noto** mentre τ_r si ricava dal numero di Mach. Le **incognite** sono α, π_{cH} e τ_f.

Il bilancio **d'energia** sull'albero di **alta pressione** è:

$$\dot{m}_0(h_{t3} - h_{t13}) = \eta_{mH}\dot{m}_0(1+f)(h_{t4} - h_{t4.5})$$

da cui dividendo per $h_{t2}\dot{m}_0$e ricordando che τ_{tH} è costante:

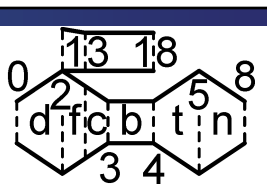
$$\tau_f(\tau_{cH} - 1) = \eta_{mH}(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4}}{T_0}\frac{T_0}{T_{t2}}(1-\tau_{tH}) = \eta_{mH}(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}(1-\tau_{tH})$$

Che può essere messa nella forma:

$$\frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}(\tau_{cH} - 1) = C_1$$

Che è una seconda equazione nelle **incognite** τ_{cH} e τ_f.

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Il bilancio **d'energia** sull'albero di **bassa pressione** è:

$$(1+\alpha)(\dot{m}_0)(h_{t13} - h_{t2}) = \eta_{mL}\dot{m}_0\,(1+f)(h_{t4.5} - h_{t5})$$

da cui dividendo per $h_{t2}\dot{m}_0$:

$$(1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right) = \eta_{mL}(1+f)\frac{c_{p4}}{c_{p2}}\frac{T_{t4.5}}{T_{t4}}\frac{T_{t4}}{T_0}\frac{T_0}{T_{t2}}(1-\tau_{tL})$$

$$= \eta_{mL}(1+f)\frac{\tau_{tH}\,\tau_\lambda}{\tau_r}(1-\tau_{tL})$$

Che può essere messa nella forma:

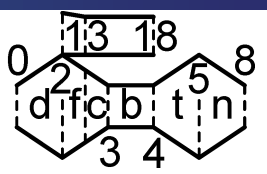
$$\frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right) = C_2$$

Che è la terza ed ultima equazione nelle **incognite** α e τ_f.

Le precedenti equazioni possono essere risolte per τ_{tH} e τ_{tL}:

$$\tau_{tH} = 1 - \frac{\tau_f(\tau_{cH} - 1)}{\eta_{mH}(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}} \qquad \tau_{tL} = 1 - \frac{(1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right)}{\eta_{mL}(1+f)\frac{\tau_{tH}\tau_\lambda}{\tau_r}}$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Le precedenti equazioni possono essere risolte per τ_{tH} e τ_{tL}:

$$\tau_{tH} = 1 - \frac{\tau_f(\tau_{cH} - 1)}{\eta_{mH}(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}} \qquad \tau_{tL} = 1 - \frac{(1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right)}{\eta_{mL}(1+f)\frac{\tau_{tH}\tau_\lambda}{\tau_r}}$$

Supponendo che $\eta_{mH} = \eta_{mL} = \eta_m$ e sommando si ha:

$$\eta_m(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}[\tau_{tH} - 1 + \tau_{tL}\tau_{tH} - \tau_{tH}] = -\tau_f(\tau_{cH} - 1) - (1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right)$$

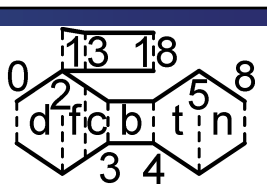
$$\eta_m(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}[\tau_t - 1] = -\left[\tau_c - \tau_f + (1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right)\right]$$

$$= -\left[\tau_c - 1 + \alpha\left(\tau_f - 1\right)\right]$$

Che è equivalente a quella trovata in precedenza:

$$\tau_t = 1 - \frac{\tau_c - 1 + \alpha\left(\tau_f - 1\right)}{\eta_m(1+f)\frac{\tau_\lambda}{\tau_r}}$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Ricordando che:

$$\pi_{cH} = \tau_{cH}^{\frac{e_{cH}}{k}}$$

si hanno 3 equazioni **non lineari** nelle **incognite** τ_{cH}, τ_f e α:

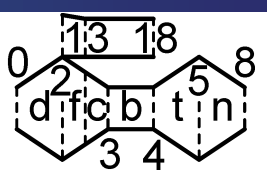
$$\alpha\pi_{cH}\sqrt{\frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}} = C_3 \qquad \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(1+\alpha)\left(\tau_f - 1\right) = C_2 \qquad \frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}(\tau_{cH} - 1) = C_1$$

che possono essere combinate, dalla terza e dalle prime due:

$$\tau_f = \frac{\tau_\lambda C_1}{(\tau_{cH} - 1)\tau_r}$$

$$\frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\left(1 + \frac{C_3}{\pi_{cH}}\sqrt{\frac{\tau_\lambda}{\tau_r\tau_f}}\right)\left(\tau_f - 1\right) = \left(\frac{\tau_r}{\tau_\lambda} + \frac{C_3}{\pi_{cH}}\sqrt{\frac{\tau_r}{\tau_\lambda\tau_f}}\right)\left(\tau_f - 1\right) = C_2$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



$$\tau_f = \frac{\tau_\lambda C_1}{(\tau_{cH}-1)\tau_r} \qquad \left(\frac{\tau_r}{\tau_\lambda} + \frac{C_3}{\pi_{cH}}\sqrt{\frac{\tau_r}{\tau_\lambda \tau_f}}\right)(\tau_f - 1) = C_2$$

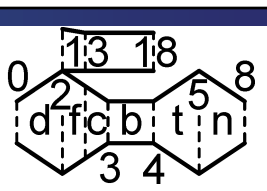
sostituendo la prima equazione nella seconda ed esprimendo il rapporto di pressione in termini di quello di temperature si ha:

$$\left(\frac{\tau_r}{\tau_\lambda} + \frac{C_3}{\tau_{cH}^{\frac{e_{cH}}{k}}}\sqrt{\frac{\tau_r}{\tau_\lambda \dfrac{\tau_\lambda C_1}{(\tau_{cH}-1)\tau_r}}}\right)\left(\frac{\tau_\lambda C_1}{(\tau_{cH}-1)\tau_r} - 1\right) = C_2$$

$$\left(1 + \frac{C_3}{\tau_{cH}^{\frac{e_{cH}}{k}}}\sqrt{\frac{\tau_{cH}-1}{C_1}}\right)\left(\frac{C_1}{(\tau_{cH}-1)} - \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\right) = C_2$$

che deve essere risolta **nell'unica** incognita τ_{cH}. successivamente si ricavano τ_f e α.

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Come nel turbogetto la portata corretta è:

$$\frac{\dot{m}_{c2,OD}}{\dot{m}_{c2,D}} \approx \frac{1+\alpha_{OD}}{1+\alpha_D}\frac{\pi_{c,OD}}{\pi_{c,D}}\sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2})_D}{(T_{t4}/T_{t2})_{OD}}}$$

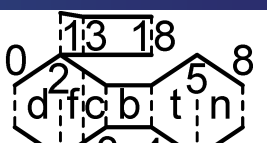
$$\frac{N_{c2}}{N_{c4.5}} = \sqrt{\frac{T_{t4.5}}{T_{t2}}} \qquad \frac{N_{c2.5}}{N_{c4}} = \sqrt{\frac{T_{t4}}{T_{t2.5}}}$$

La costanza di τ_{tL} e τ_{tH} implica che anche $\boldsymbol{N_{c4.5}}$ e $\boldsymbol{N_{c4}}$ siano **costanti**. Di conseguenza:

$$N_{c4,OD} \approx N_{c4,D} \approx cost \qquad N_{c4.5,OD} \approx N_{c4.5,D} \approx cost$$

$$\frac{N_{c2,OD}}{N_{c2,D}} \approx \sqrt{\frac{(T_{t4.5}/T_{t2})_{OD}}{(T_{t4.5}/T_{t2})_D}} \qquad \frac{N_{c2.5,OD}}{N_{c2.5,D}} \approx \sqrt{\frac{(T_{t4}/T_{t2.5})_{OD}}{(T_{t4}/T_{t2.5})_D}}$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Consider a separate-flow turbofan engine (as in Figure 11.12) with the following design-point parameters:

1. $M_0 = 0, p_0 = 0.1$ MPa, $T_0 = 15°C$
2. $\pi_d = 0.98$
3. $\pi_f = 2.0, e_f = 0.90$
4. $\alpha = 6.0$
5. $\pi_{cH} = 15, e_{cH} = 0.90$
6. $T_{t4} = 1700°C$, $Q_R = 42{,}800$ kJ/kg, $\eta_b = 0.99$, $\pi_b = 0.95$
7. $e_{tH} = 0.85, \eta_{mH} = 0.995$
8. $e_{tL} = 0.89, \eta_{mL} = 0.995$
9. $\pi_n = \pi_{nf} = 0.98, p_8 = p_{18} = p_0$
10. $\gamma_c = 1.4, c_{pc} = 1004$ J/kg · K
11. $\gamma_t = 1.33, c_{pt} = 1146$ J/kg · K
12. $M_4 = M_{4.5} = M_8 = M_{18} = 1.0$

The off-design operation of this engine is represented by a cruise altitude flight such as

$$M_0 = 0.85, p_0 = 11 \text{ kPa}, T_0 = -15°C$$
$$T_{t4} = 1500°C$$
$$\pi_d = 0.995$$

All other efficiencies and gas properties remain constant.

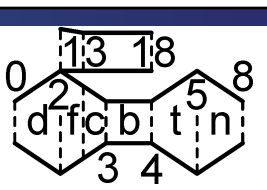
Calculate the following parameters at off-design condition:

(a) Fan pressure ratio π_f

(b) High-pressure compressor pressure ratio π_{cH}

(c) Bypass ratio α

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



Si inizia valutando le tre costanti in condizioni di progetto:

$$\alpha\pi_{cH}\sqrt{\frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}} = C_3 \qquad \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(1+\alpha)(\tau_f - 1) = C_2 \qquad \frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}(\tau_{cH} - 1) = C_1$$

$$\tau_r = \psi_0 = 1 + \frac{\gamma - 1}{2}M_0^2 = 1 \qquad \tau_f = \pi_f^{\frac{k}{e_f}} = 2^{\frac{.286}{0.90}} = 1.246$$

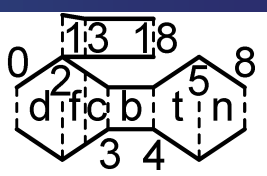
$$\tau_{cH} = \pi_{cH}^{\frac{k}{e_c}} = 15^{\frac{.286}{0.90}} = 2.36 \qquad \tau_\lambda = \frac{c_{pt}T_{t4}}{c_{pc}T_0} = \frac{1146}{1004}\cdot\frac{1973}{288} = 7.816$$

$$C_1 = \frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}(\tau_{cH} - 1) = \frac{1 \cdot 1.246}{7.816}1.36 = 0.2172$$

$$C_2 = \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}(1+\alpha)(\tau_f - 1) = \frac{1}{7.816}7 \cdot 0.246 = 0.2204$$

$$C_3 = \alpha\pi_{cH}\sqrt{\frac{\tau_r\tau_f}{\tau_\lambda}} = 6 \cdot 15\sqrt{\frac{1 \cdot 1.246}{7.816}} = 35.94$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



$C_1 = 0.2172 \qquad C_2 = 0.2204 \qquad C_3 = 35.94$

$\tau_r = 1 \qquad \tau_f = 1.246 \qquad \tau_{cH} = 2.36 \qquad \tau_\lambda = 7.816$

In condizioni di fuori progetto si ha:

$$\tau_{r.O} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} 0.85^2 = 1.145 \qquad \tau_{\lambda.O} = \frac{c_{pt} T_{t4}}{c_{pc} T_0} = \frac{1146}{1004} \cdot \frac{1773}{258} = 7.840$$

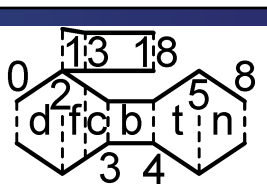
Sostituendo questi valori nella:

$$\left(1 + \frac{C_3}{\tau_{cH}^{\frac{e_{cH}}{k}}} \sqrt{\frac{\tau_{cH} - 1}{C_1}}\right)\left(\frac{C_1}{(\tau_{cH} - 1)} - \frac{\tau_r}{\tau_\lambda}\right) = C_2$$

Si ha:

$$\left(1 + \frac{35.94}{\tau_{cH}^{3.15}} \sqrt{\frac{\tau_{cH} - 1}{0.2172}}\right)\left(\frac{0.2172}{(\tau_{cH} - 1)} - 0.1460\right) = 0.2204$$

Condizioni di fuori progetto - Turbofan



$$\left(1 + \frac{35.94}{\tau_{cH}^{3.15}} \sqrt{\frac{\tau_{cH} - 1}{0.2172}}\right)\left(\frac{0.2172}{(\tau_{cH} - 1)} - 0.1460\right) = 0.2204$$

Che risolta iterativamente fornisce $\tau_{cH} = 2.245$. Da cui:

$$\pi_{cH.O} = \tau_{cH.O}^{\frac{e_{cH}}{k}} = 2.245^{3.15} = 12.77$$

$C_1 = 0.2172 \qquad C_2 = 0.2204 \qquad C_3 = 35.94 \qquad \tau_{r.O} = 1.145 \qquad \tau_{\lambda.O} = 7.840$

$$\tau_{f.O} = \frac{\tau_\lambda C_1}{(\tau_{cH} - 1)\tau_r} = \frac{7.840 \cdot 0.2172}{1.245 \cdot 1.145} = 1.195$$

$$\pi_{f.O} = \tau_{f.O}^{\frac{e_f}{k}} = 1.195^{3.15} = 1.754$$

$$\alpha \pi_{cH} \sqrt{\frac{\tau_r \tau_f}{\tau_\lambda}} = C_3 \rightarrow \alpha.O = \frac{C_3}{\pi_{cH.O}} \sqrt{\frac{\tau_{\lambda.O}}{\tau_{r.O} \tau_{f.O}}} = \frac{35.94}{12.77} \sqrt{\frac{7.840}{1.145 \cdot 1.195}}$$

$$= 6.752$$