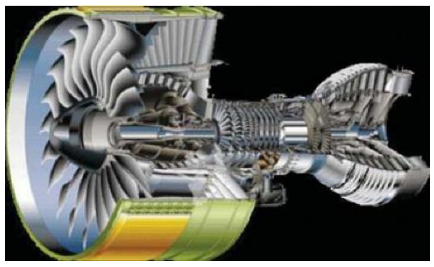
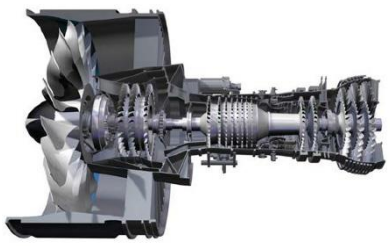



UNIVERSITY OF NAPLES ***FEDERICO II*** 1224 A.D.

# Propulsione Aerospaziale

**T. Astarita**

astarita@unina.it

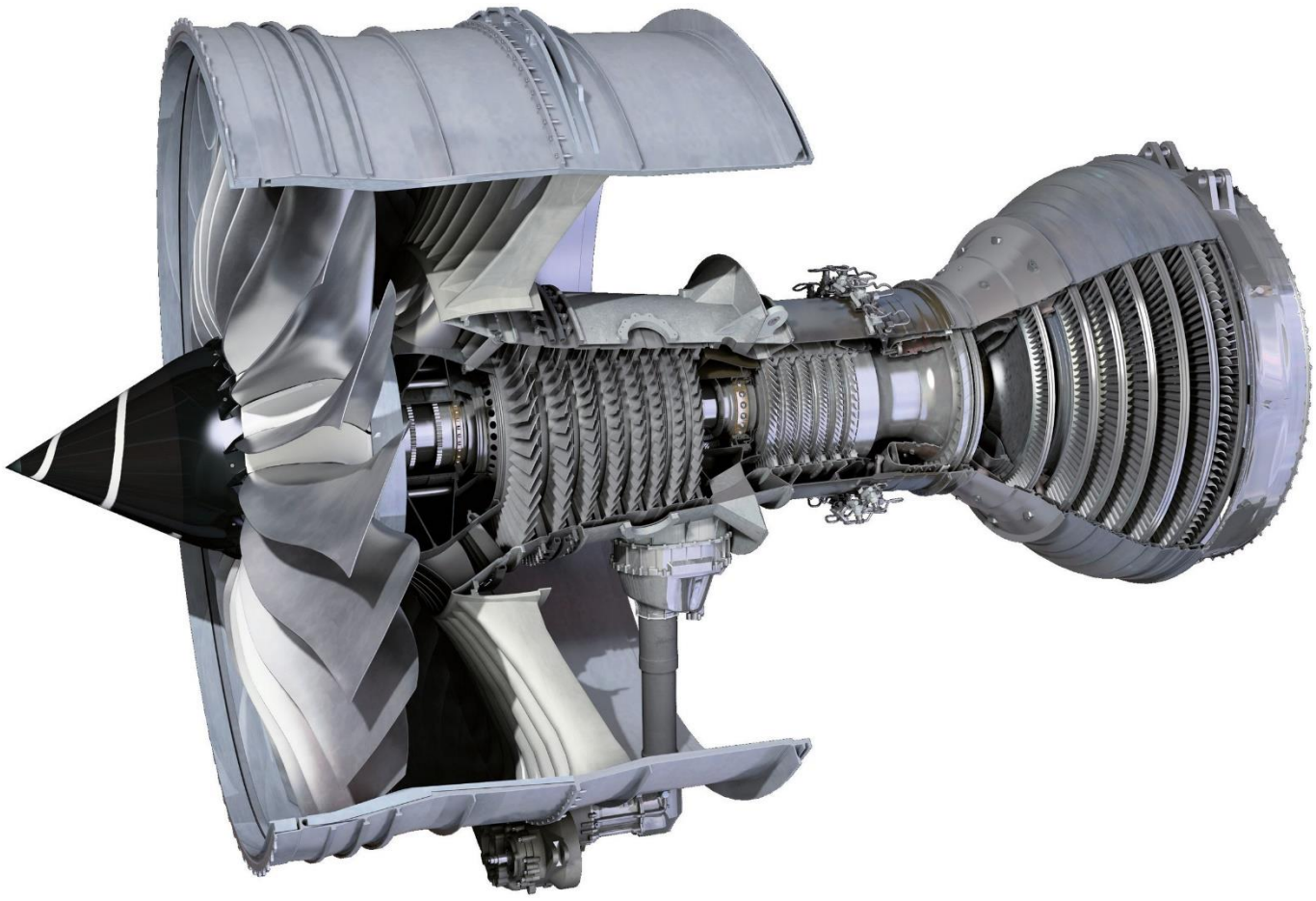
www.docenti.unina.it

Versione del 18.5.2020

## Compressori

Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

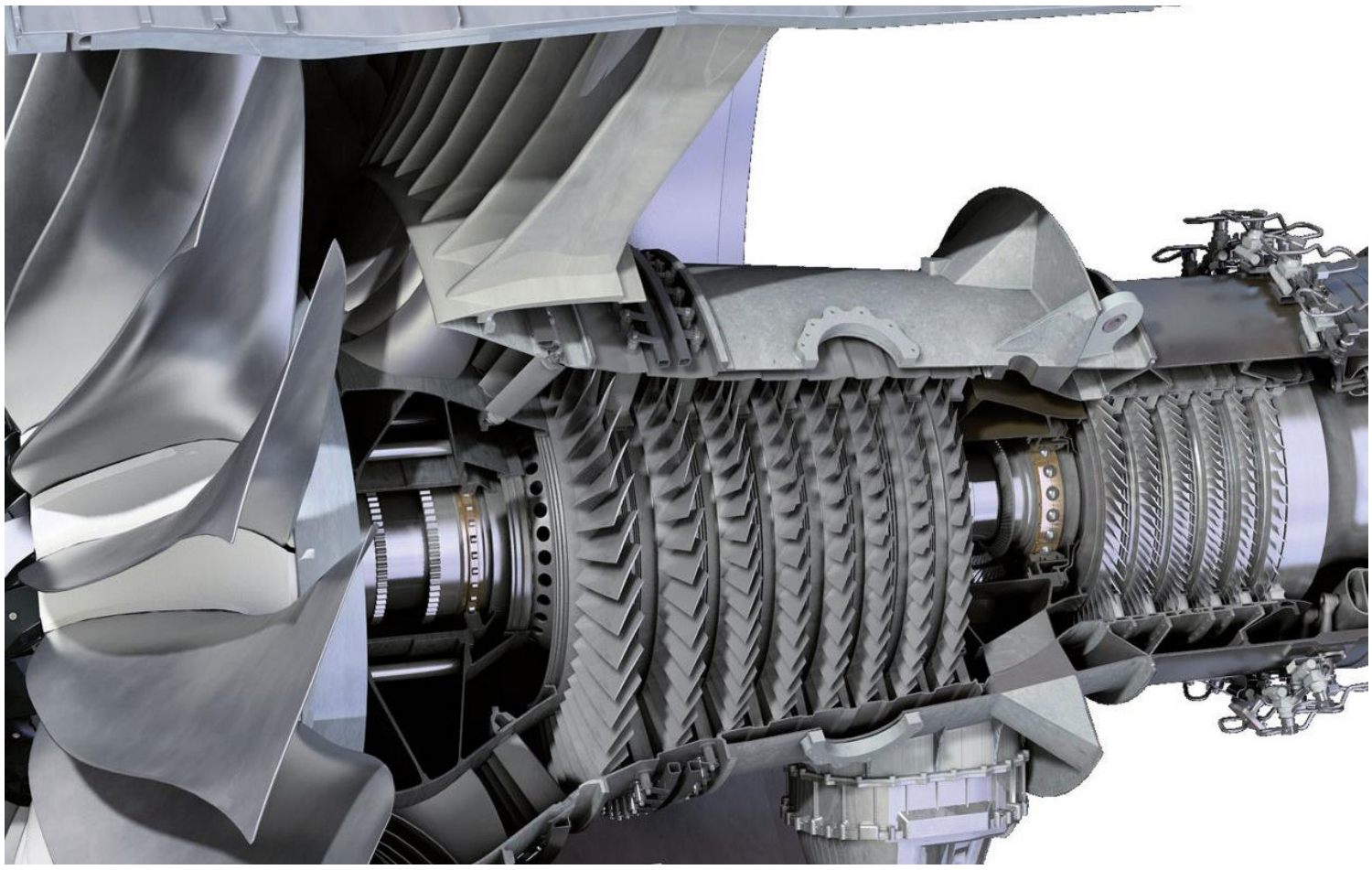
- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;



# Compressori

Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;

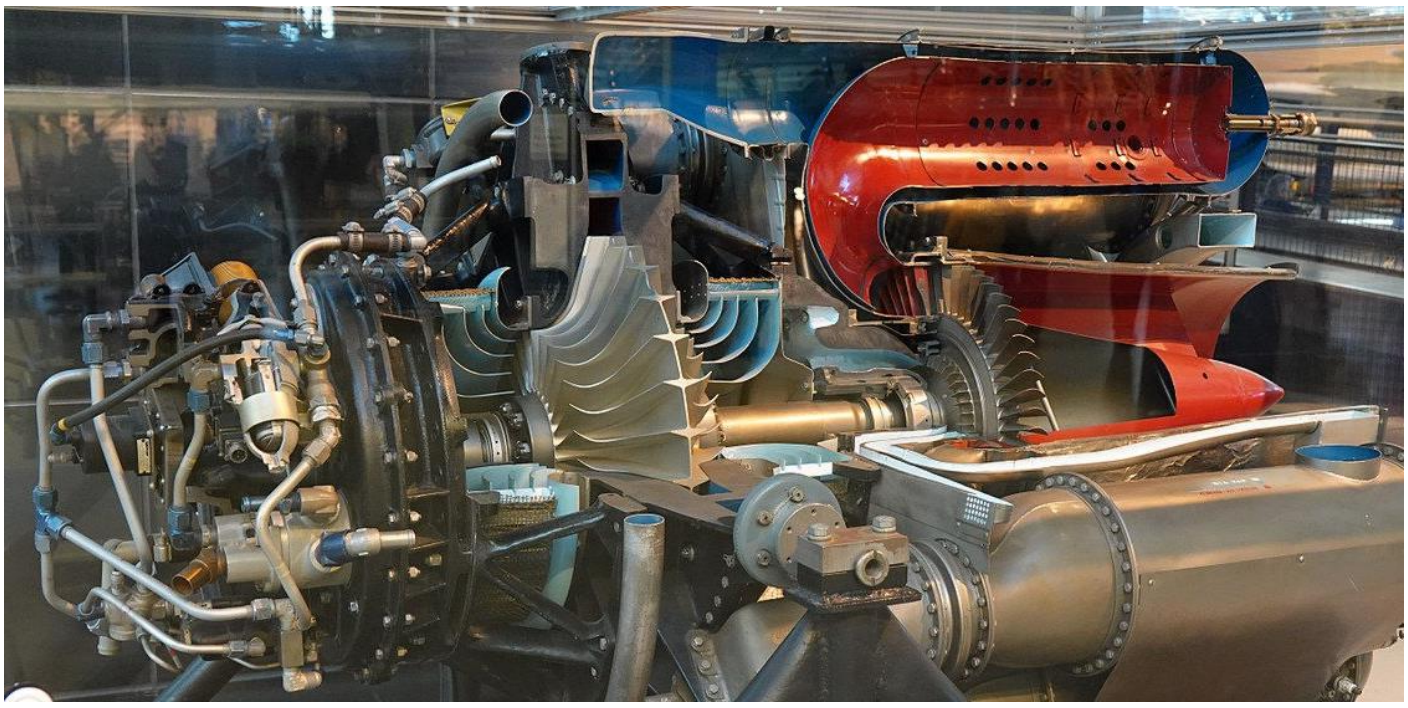


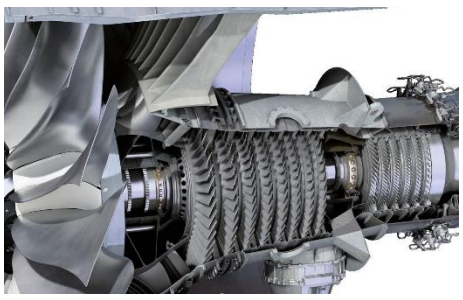


# Compressori

Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;
- **centrifughe** se il moto tende a ruotare e diventare ortogonale all'asse.

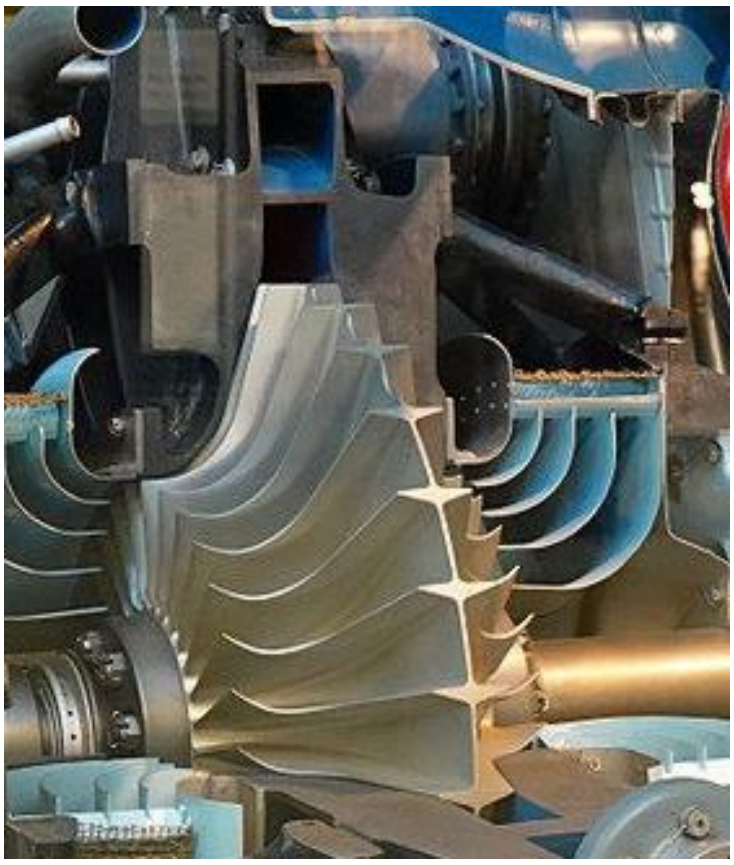




# Compressori

Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;
- **centrifughe** se il moto tende a ruotare e diventare ortogonale all'asse.

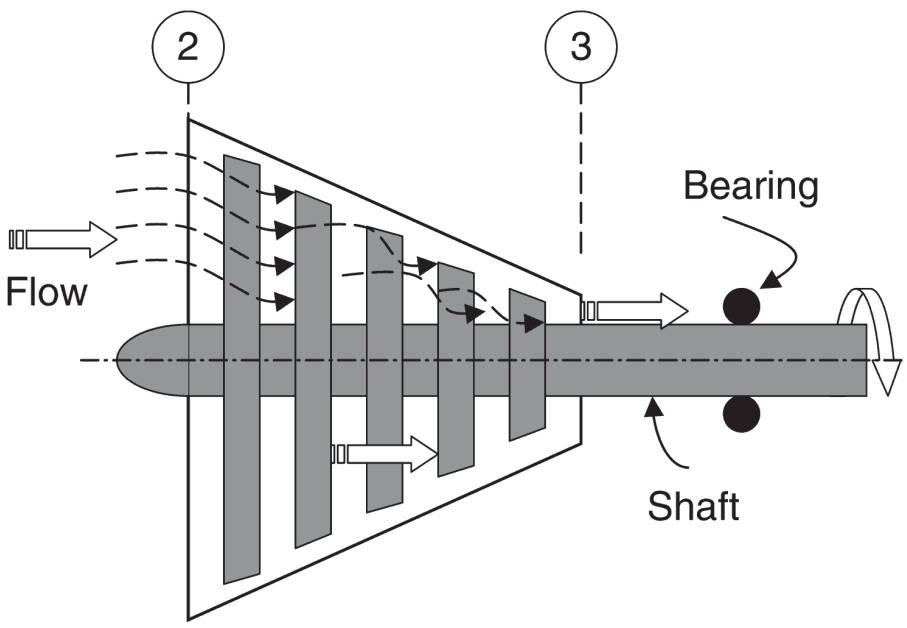


# Compressori

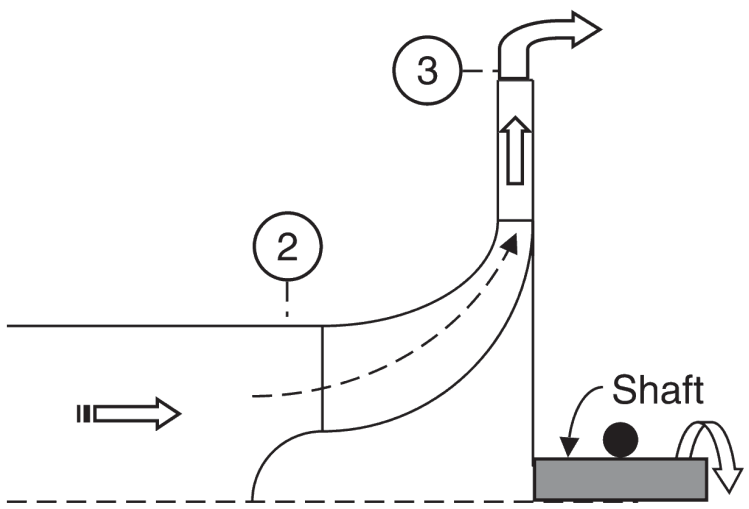
Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;
- **centrifughe** se il moto tende a ruotare e diventare ortogonale all'asse.

Nei moderni motori aeronautici il compressore è **tipicamente assiale** mentre quelli centrifughi sono utilizzati solo per motori di piccola taglia.




(a) An axial-flow compressor




(b) A radial-flow or centrifugal compressor

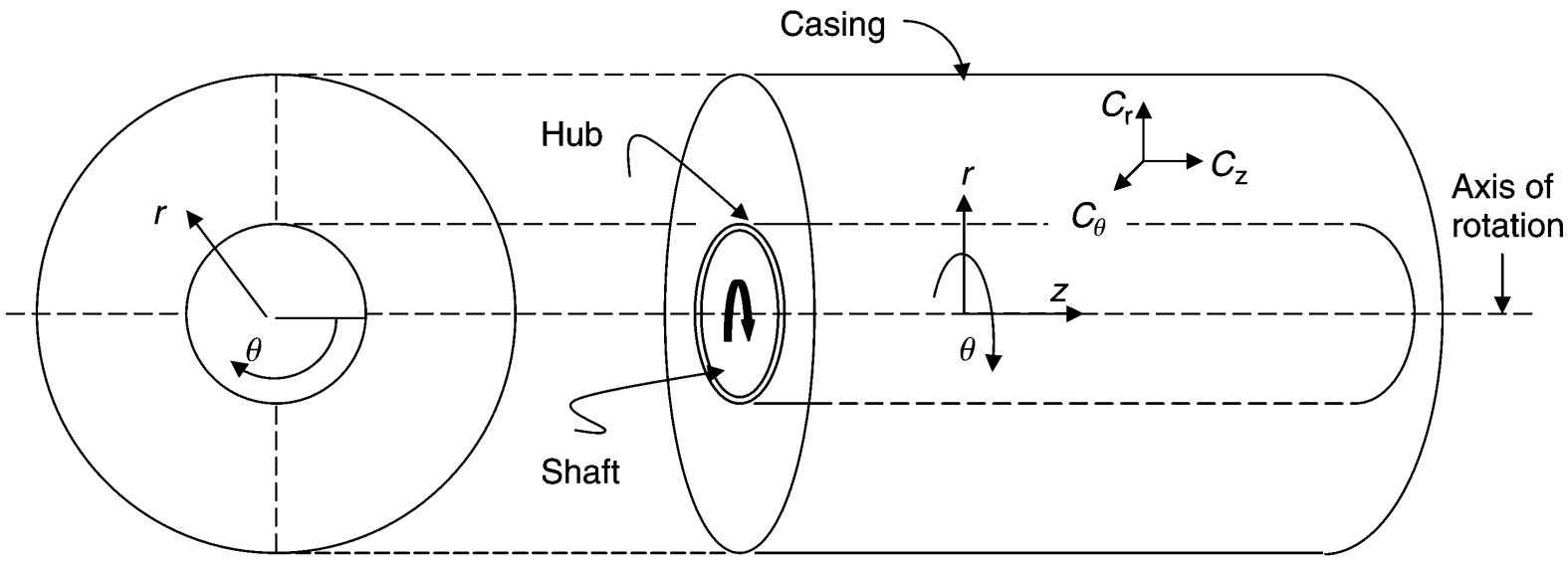
# Compressori

Le **turbomacchine** sono il cuore dei motori a getto esse possono essere di due tipi:

- **assiali** se il moto è principalmente in direzione assiale;
- **centrifughe** se il moto tende a ruotare e diventare ortogonale all'asse.

Nei moderni motori aeronautici il compressore è **tipicamente assiale** mentre quelli centrifughi sono utilizzati solo per motori di piccola taglia.

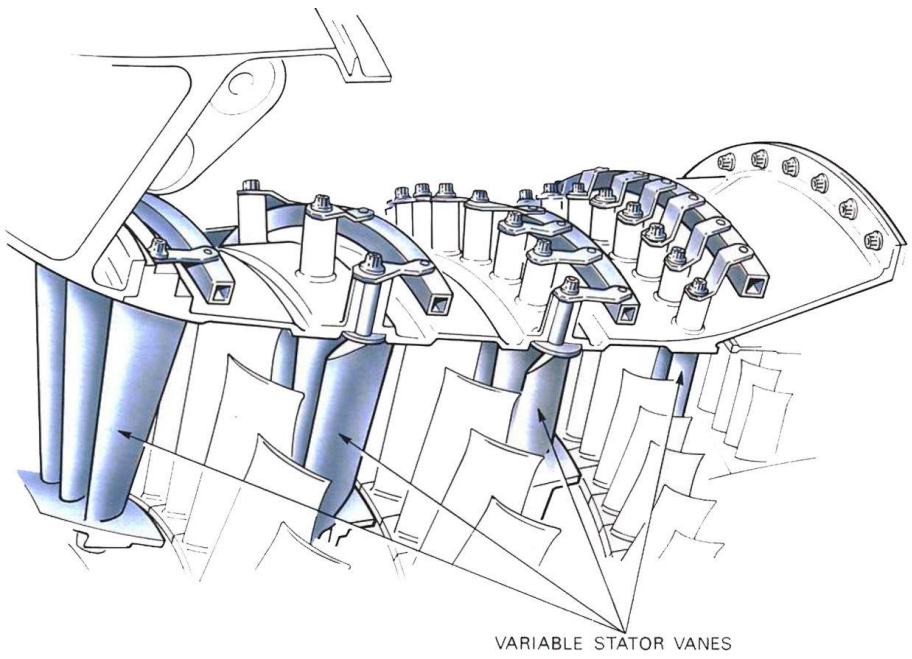
Come mostrato in figura l'analisi sarà condotta in coordinate cilindriche

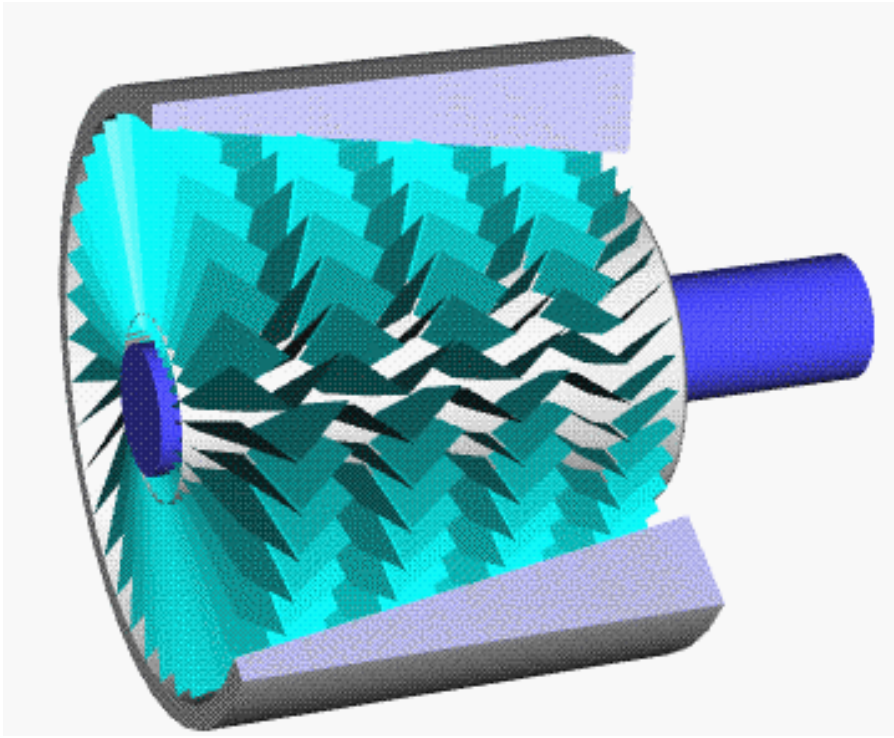





# Compressori

Nelle turbomacchine il moto è intrinsecamente **non stazionario**, il fluido passa successivamente attraverso un **rotore** ed un **statore** che formano uno stadio. Le palette sono delle ali tridimensionali e quelle del **rotore** sono attaccate **all'albero** mentre quelle dello **statore** sono **stazionarie**.



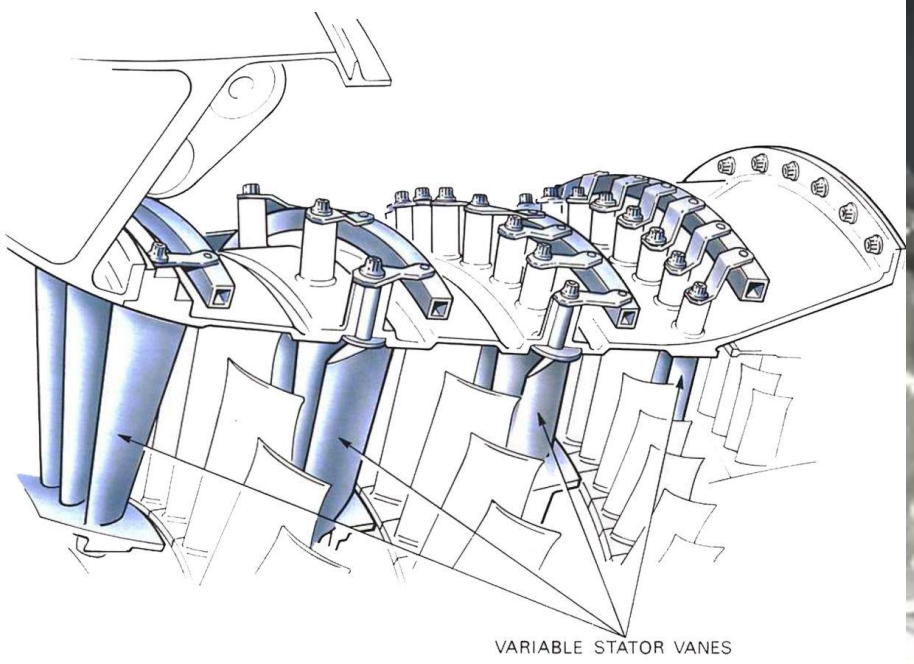



# Compressori

Le palette **rotoriche scambiano energia** nel modo lavoro con il fluido e durante questo processo il **momento** della quantità di moto aumenta.

Viceversa nelle palette **statoriche non** c'è **scambio d'energia** nel modo lavoro ma il momento di quantità di moto viene ridotto aumentando pressione e temperatura.

Il complesso del rotore e dello statore viene chiamato **stadio**.



# Compressori

Per semplificare la trattazione del flusso nelle pale rotoriche si utilizzerà un **sistema di riferimento** che **ruota** con il rotore.

In questo modo si possono utilizzare le **equazioni stazionarie**.

Le componenti assiali e radiali sono invarianti passando dal sistema di riferimento rotante a quello stazionario.

Si utilizzeranno i simboli $\underline{C}$ e $\underline{W}$ per indicare la velocità **assoluta** e **relativa**.

In coordinate polari, per la velocità assoluta; si ha :

$$\underline{C} = C_r \hat{e}_r + C_\theta \hat{e}_\theta + C_z \hat{e}_z$$

ed una relazione analoga per il vettore velocità relativa:

$$\underline{W} = W_r \hat{e}_r + W_\theta \hat{e}_\theta + W_z \hat{e}_z$$

# Compressori

La velocità della paletta rotorica evidentemente dipende dal raggio:

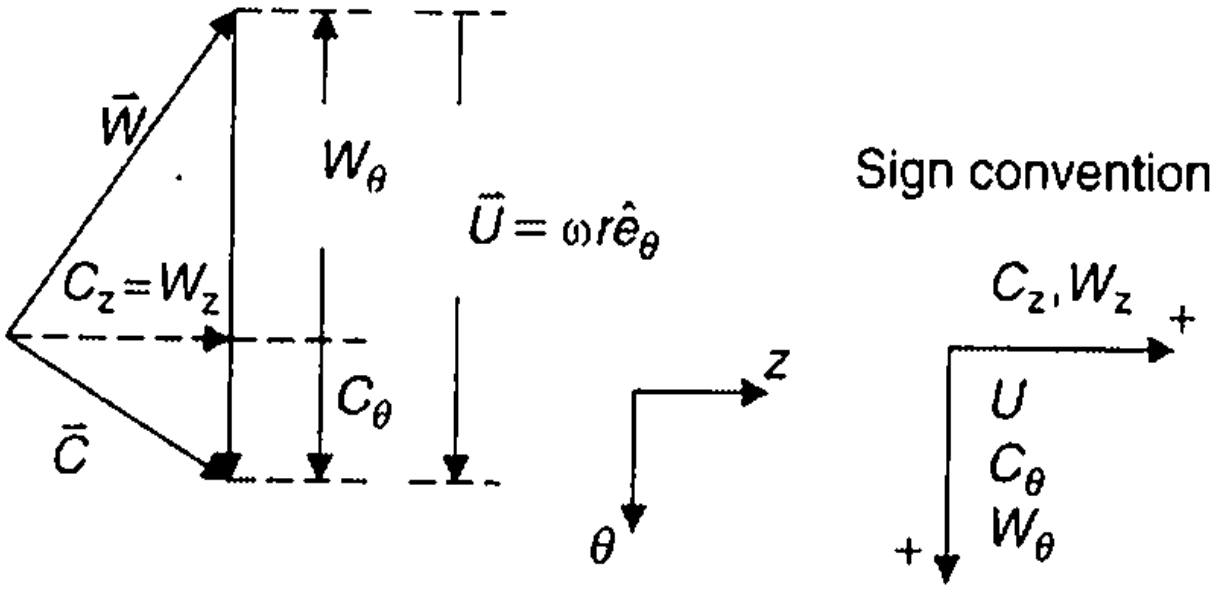
$\underline{U} = \omega r \hat{e}_\theta$

Le velocità sono legate da:

$\underline{W} = \underline{C} - \underline{U}$ $\qquad$ $\underline{C} = \underline{W} + \underline{U}$

dove in realtà l'unica componente **variabile** e quella **azimutale**.

Si considera **positiva** la velocità nella **direzione di rotazione**. Quindi $W_\theta$ è negativa.





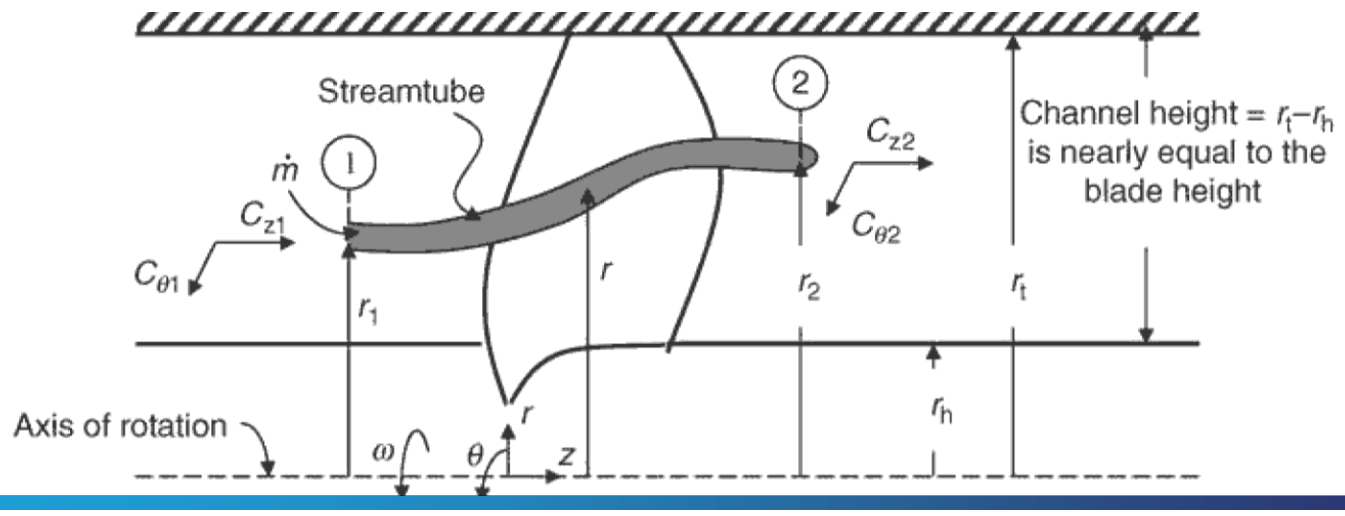

# Compressori

Si consideri un **tubo di flusso** che attraversa la turbomacchina e supponiamo che la portata sia indicata con $\dot{m}$. La **portata è costante** ed il momento angolare del fluido è $\dot{m} r C_\theta$. La **differenza fra i momenti** angolari all'ingresso ed all'uscita è il momento esercitato dalla paletta sul fluido:

$\tau_{fluid} = \dot{m}(r_2 C_{\theta 2} - r_1 C_{\theta 1})$

Questa equazione è valida sia per il rotore che per lo statore. Nel caso del rotore la **potenza** trasmessa è:

$\mathcal{P} = \tau_{fluid}\omega = \dot{m}\omega(r_2 C_{\theta 2} - r_1 C_{\theta 1}) = \dot{m}\omega\Delta(rC_\theta)$



# Compressori

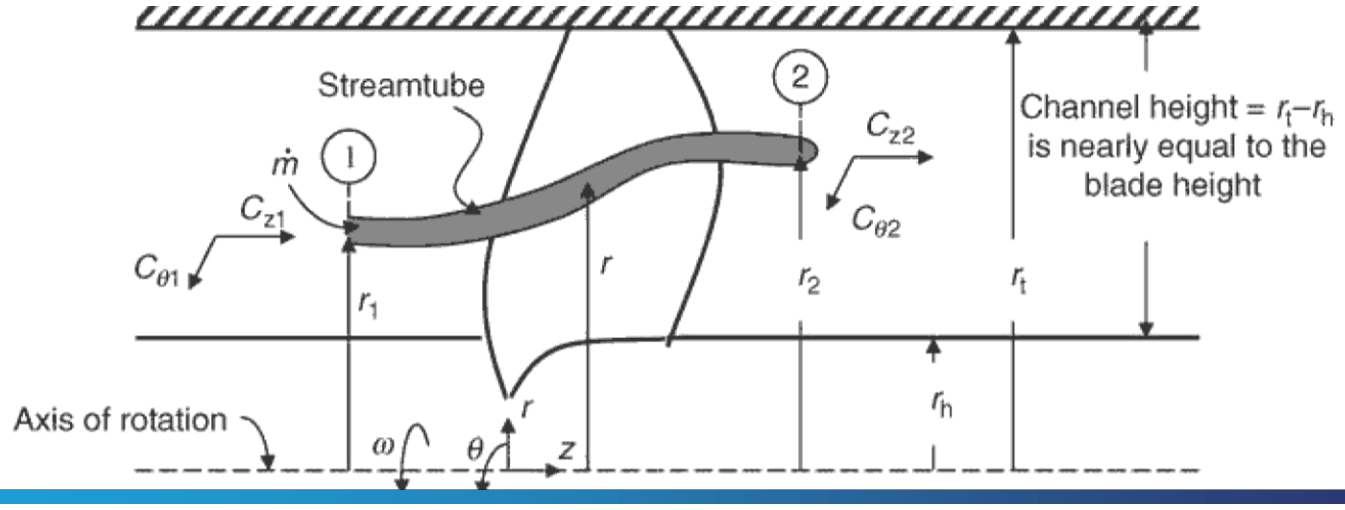
$$\mathcal{P} = \tau_{fluid}\omega = \dot{m}\omega(r_2 C_{\theta 2} - r_1 C_{\theta 1}) = \dot{m}\omega\Delta(rC_\theta)$$

dove $\omega\, r$ è la velocità della pala *U*. Mentre il **lavoro specifico** è definito come:

$$w = \frac{\mathcal{P}}{\dot{m}} = \omega\Delta(rC_\theta) = \Delta(UC_\theta)$$

Questa è detta **equazione di Eulero**. Da un bilancio d'energia si ha che il lavoro specifico è legato alla differenza di entalpia:

$$h_{t2} - h_{t1} = \frac{\mathcal{P}}{\dot{m}} \quad \rightarrow \quad h_{t2} = h_{t1} + \omega\Delta(rC_\theta) \quad \rightarrow \quad \frac{h_{t2}}{h_{t1}} = 1 + \frac{\omega\Delta(rC_\theta)}{h_{t1}}$$





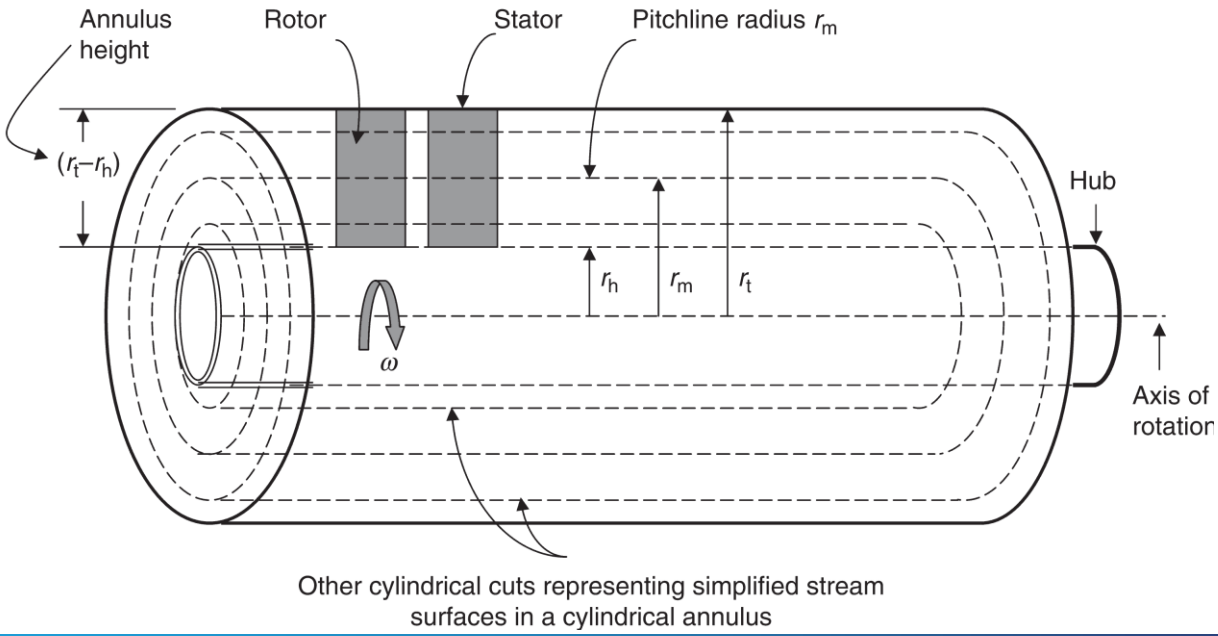

# Compressori

Se la macchina è assiale il moto è anch'esso principalmente assiale e si può supporre che le **differenze di raggio** siano **piccole**. L'equazione di Eulero si semplifica:

$$w = \omega\Delta(rC_\theta) \cong \omega r\Delta C_\theta = U\Delta C_\theta$$

In queste ipotesi è come se si suddividesse il campo di moto in successive sezioni cilindriche e si utilizzasse il raggio medio:

$$r_m = (r_h + r_t)/2$$

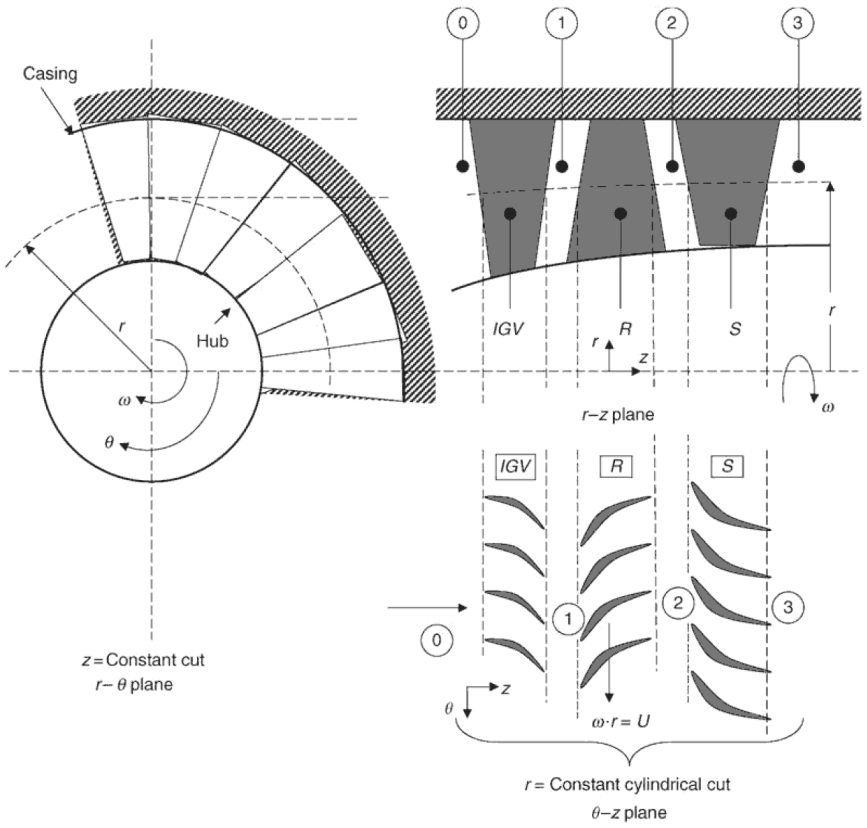


# Compressori

La funzione del compressore è di aumentare la pressione del fluido quindi lo **strato limite** è sottoposto ad un **gradiente avverso** di pressione. Per evitare separazione del flusso è necessario imporre piccole compressioni ad ogni stadio. Per aumentare il rapporto di compressione si deve utilizzare un **sistema multistadio**.

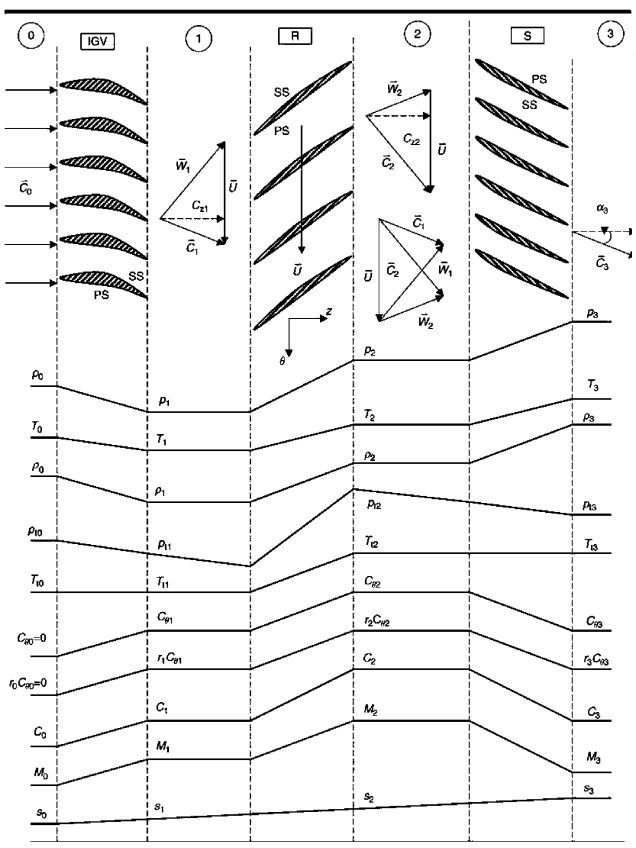
Il **rotore** trasmette un momento angolare al fluido che poi viene rimosso dallo **statore**.

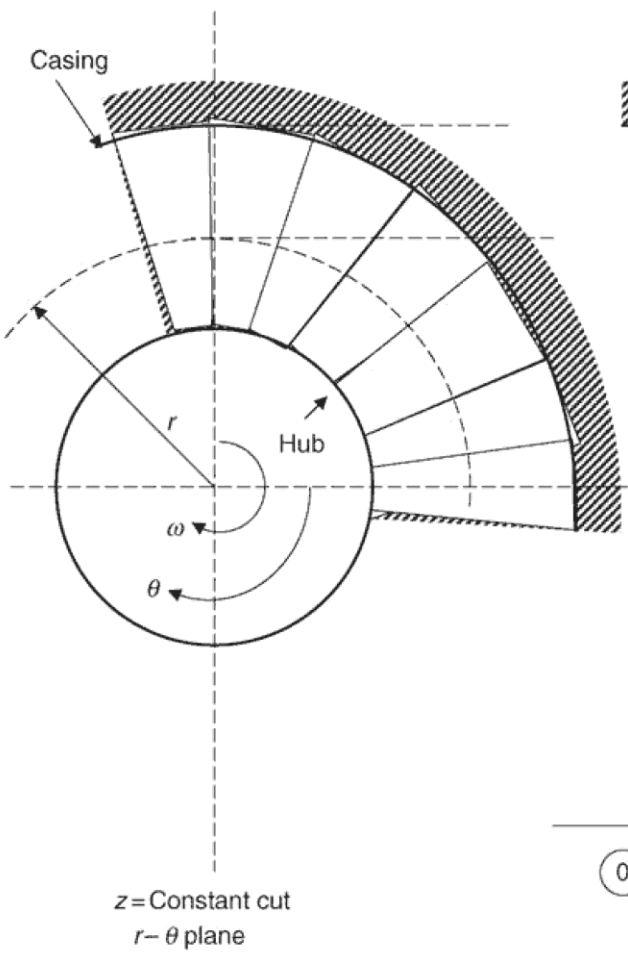
A monte del primo stadio spesso è utilizzato uno statore che indirizza il flusso (**Inlet Guide Vane IGV**).

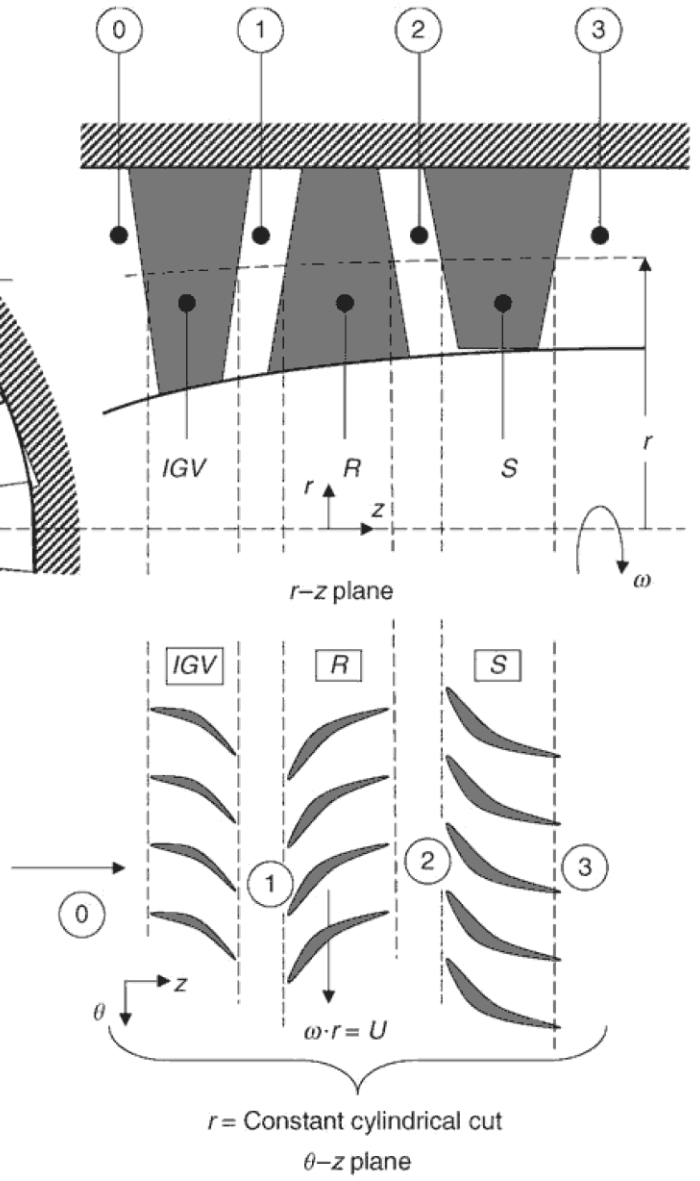




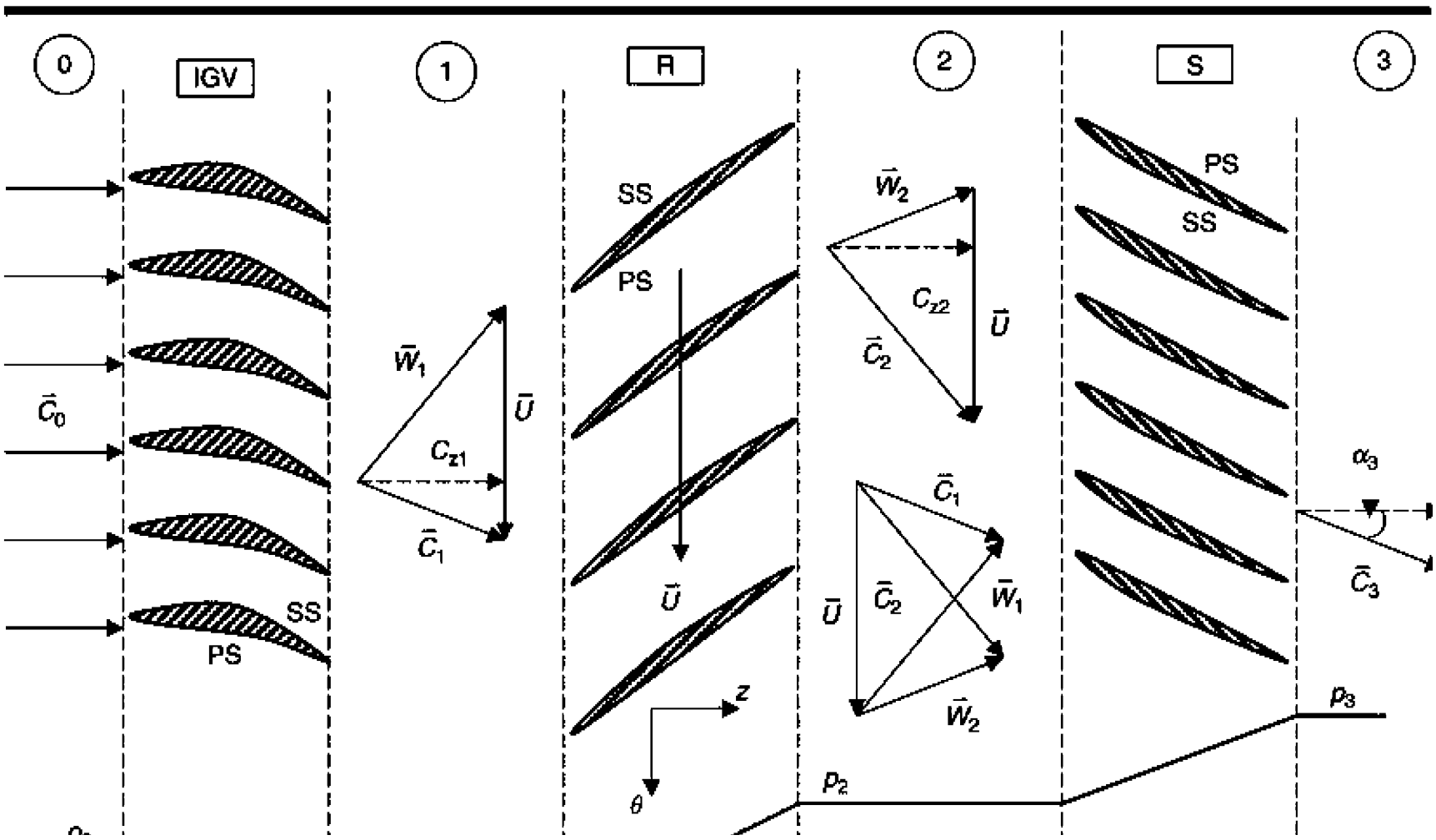

# Compressori



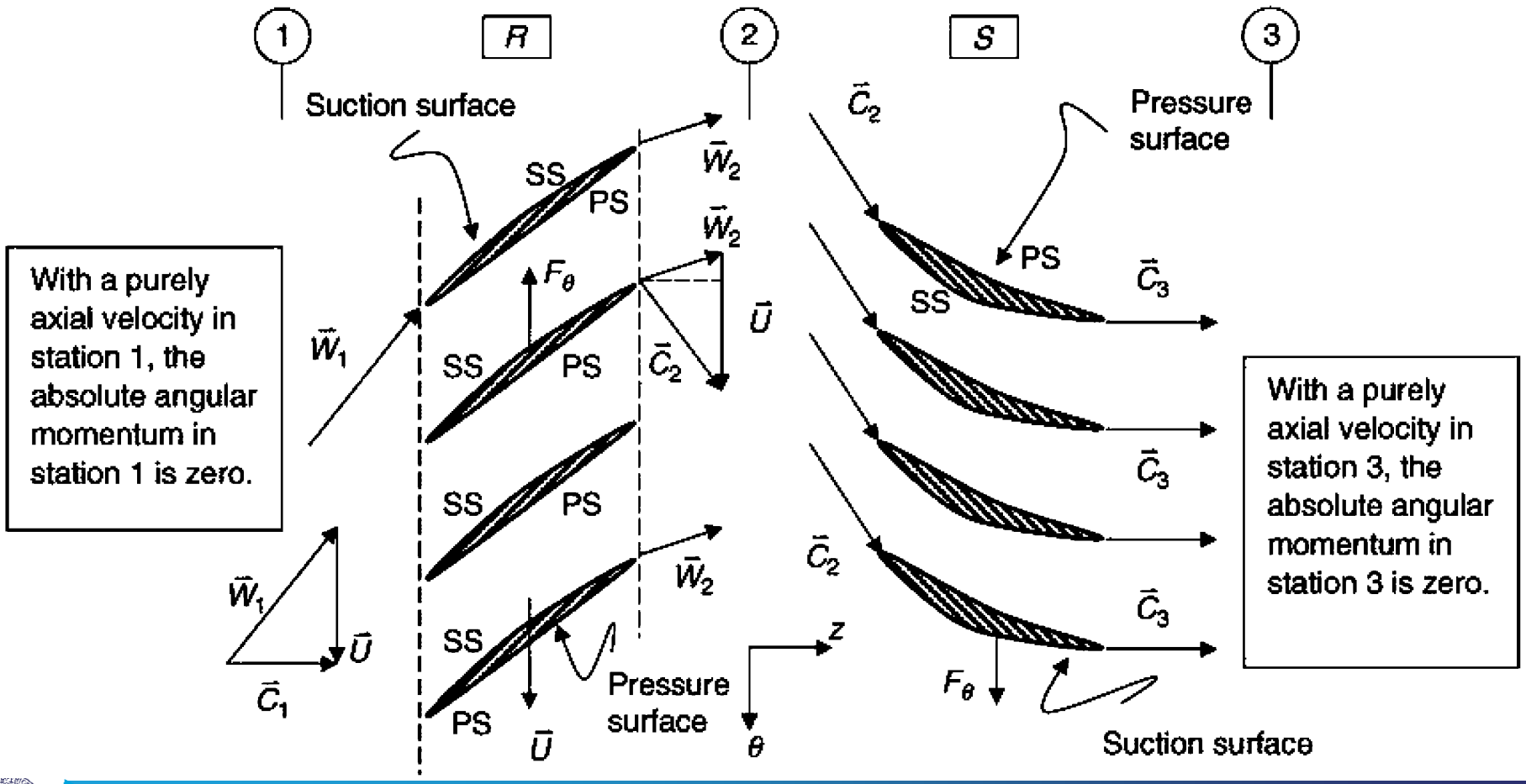



# Compressori




# Compressori

In figura sono mostrati i **triangoli di velocità** di uno stadio completo nell'ipotesi che la **velocita** all'ingresso ed all'uscita sia puramente **assiale**.

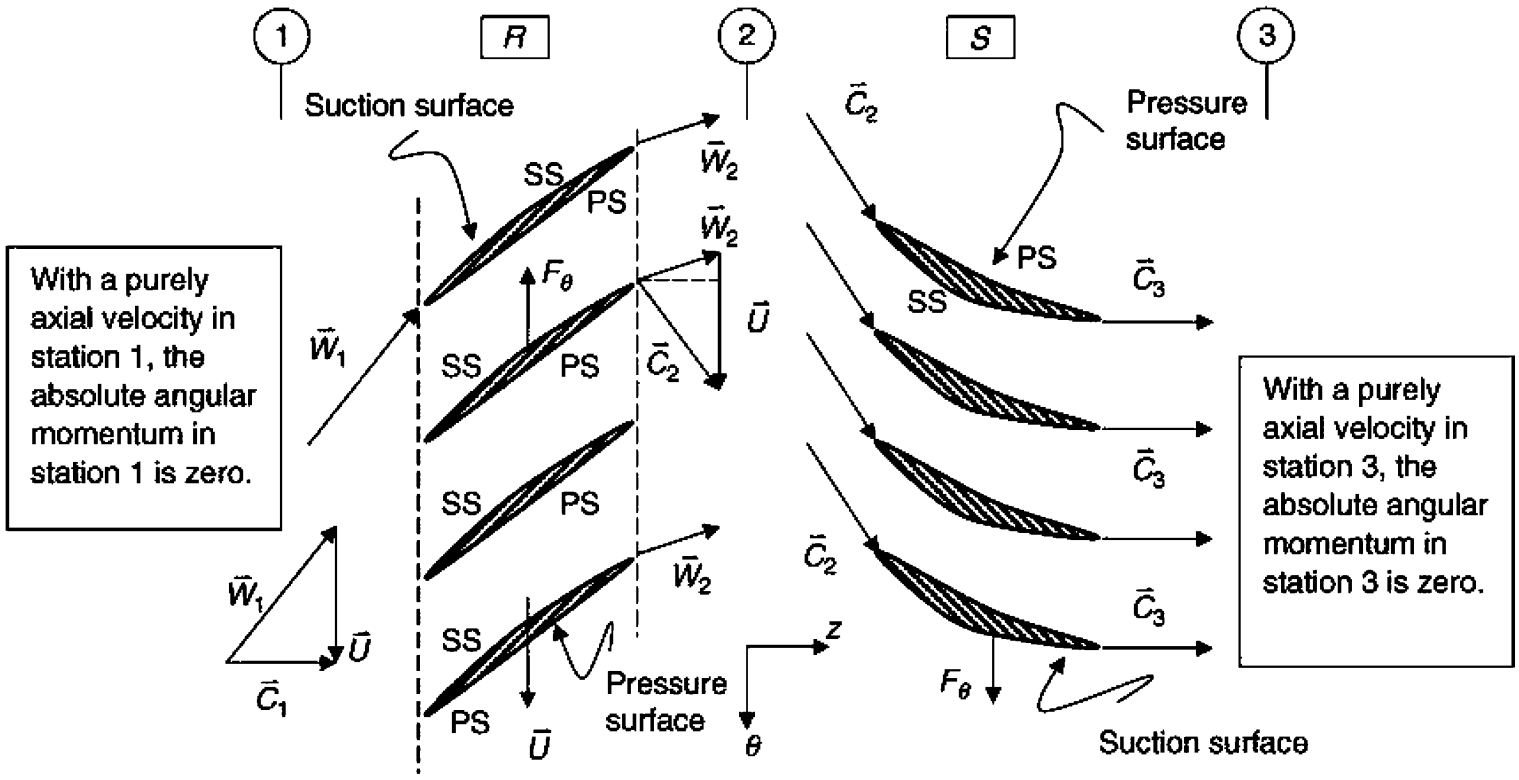


# Compressori

I momenti sul rotore e sullo statore sono:

$$\tau_r = -\tau_{fluid} = -\dot{m}r(C_{\theta 2} - C_{\theta 1}) \qquad \tau_s = -\tau_{fluid} = -\dot{m}r(C_{\theta 3} - C_{\theta 2})$$

Nell'ipotesi che la componente azimutale rimanga invariata attraverso lo stadio ($C_{\theta 1} = C_{\theta 3}$) i momenti sullo statore e sul rotori sono uguali e di segno opposto.

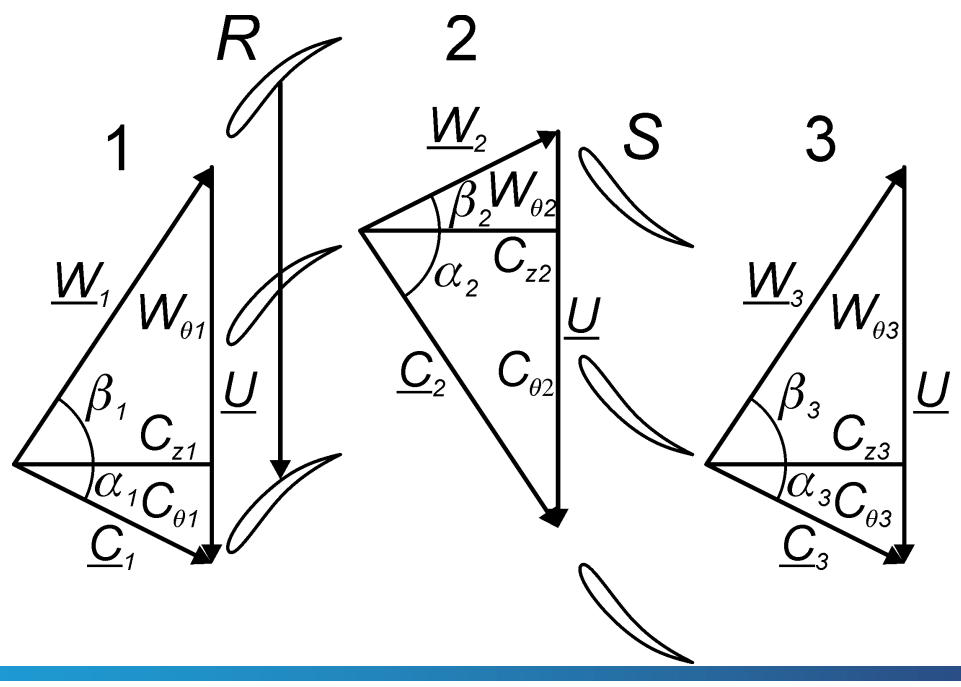





# Compressori

Come indicato in figura si utilizzeranno i simboli $\alpha$ e $\beta$ per indicare gli **angoli** dei vettori **velocità assoluta e relativa**. Tipicamente all'ingresso del rotore $\beta$ è negativo mentre $\alpha$ è positivo.

Nelle turbomacchine si progettano le palette in modo da avere un flusso attaccato quindi **l'angolo all'uscita** della pala è fissato dalla **geometria della pala** (i.e. $\alpha_1, \alpha_3$ e $\beta_2$). D'altra parte gli altri angoli (i.e.$\alpha_2$ e $\beta_1$) dipendono dalla velocità di rotazione.

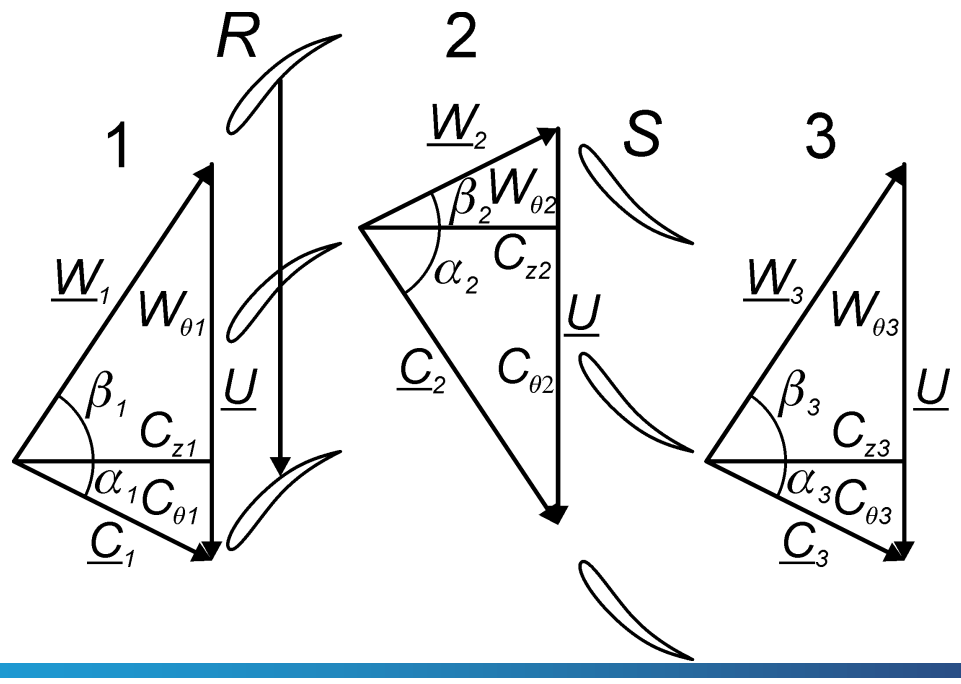


# Compressori

La componente **assiale** della velocità è quella che contribuisce alla **portata** attraverso la macchina. Spesso si suppone che questa componente sia costante lungo la turbo macchina.

Il legame fra gli angoli e le componenti della velocità è:

$C_{\theta 1} = C_{z1} \tan(\alpha_1)$ $\quad$ $W_{\theta 1} = C_{z1} \tan(\beta_1)$





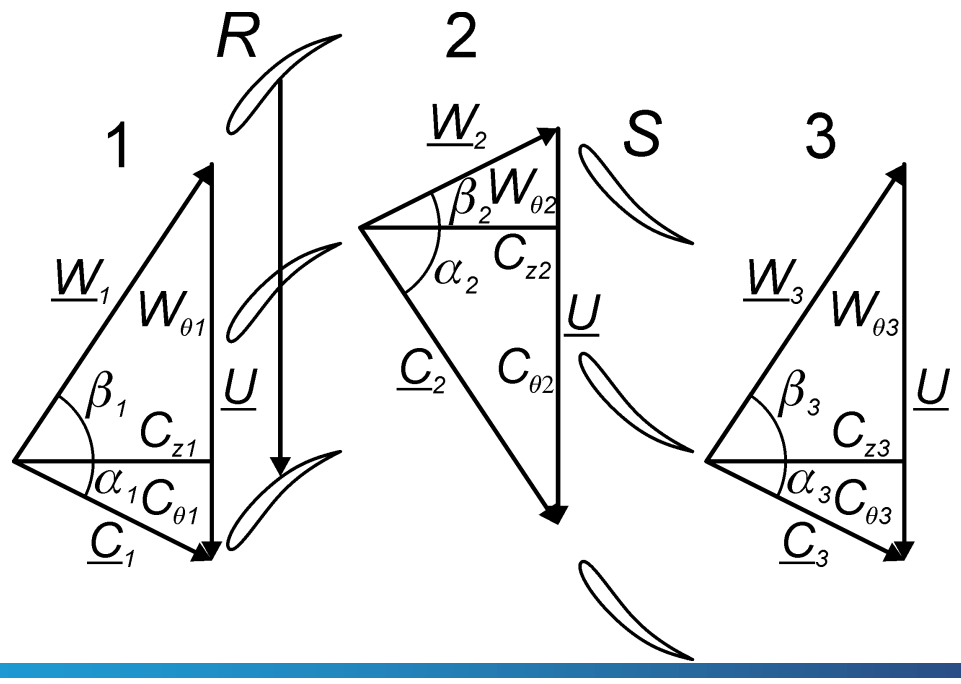

# Compressori

Spesso nel progetto delle turbomacchine si suppone che gli **stadi** siano **ripetuti** (*repeated stages*) ovvero che:

$\underline{C_3} = \underline{C_1}$ $\quad$ $\alpha_3 = \alpha_1$

In alcuni casi si suppone anche che le palette rotoriche e statoriche creino le **stesse rotazioni** (*repeated row*) ovvero che:

$|\beta_2| = |\alpha_1|$ $\quad$ $|\alpha_2| = |\beta_1|$



# Compressori

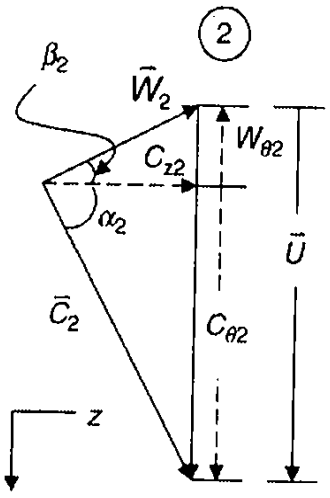
Di seguito si troveranno delle **relazioni** per il comportamento del flusso che attraversa uno **stadio**. Nell'ipotesi che si possano trascurare le variazioni del raggio locale. L'equazione di **Eulero** nel rotore diventa:

$$\frac{h_{t2}}{h_{t1}} = 1 + \frac{\omega \Delta(rC_\theta)}{h_{t1}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{T_{t2}}{T_{t1}} = 1 + \frac{U(C_{\theta 2} - C_{\theta 1})}{c_p T_{t1}}$$

Utilizzando gli angoli:

$$\frac{T_{t2}}{T_{t1}} = 1 + \frac{U(C_{z2}\tan\alpha_2 - C_{z1}\tan\alpha_1)}{c_p T_{t1}} = 1 + \frac{U^2}{c_p T_{t1}} \frac{C_{z1}}{U}\left(\frac{C_{z2}}{C_{z1}}\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1\right)$$

Nella sezione 2 l'angolo assoluto $\alpha$ varia con la velocità angolare del rotore. Una scelta migliore è di utilizzare l'angolo relativo $\beta$ che, in assenza di separazioni dipende solo dalla geometria della pala. Si ha:




$$\frac{C_{z2}\tan\alpha_2}{U} = \frac{C_{\theta 2}}{U} = \frac{U + W_{\theta 2}}{U} = 1 + \frac{C_{z2}}{U}\tan\beta_2$$

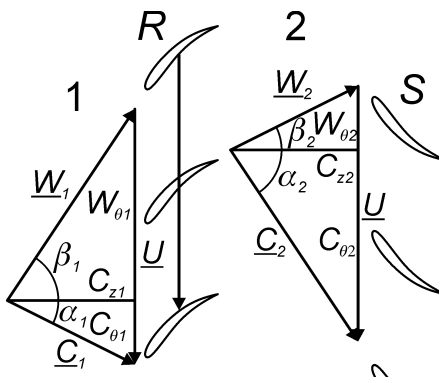


# Compressori

$$\frac{C_{z2}\tan\alpha_2}{U} = \frac{C_{\theta 2}}{U} = \frac{U + W_{\theta 2}}{U} = 1 + \frac{C_{z2}}{U}\tan\beta_2$$

Normalmente anche se il secondo termine è negativo $C_{\theta 2}$ è positivo.

Supponendo che la velocità assiale cambi poco (i.e.$C_{z2} \cong C_{z1} \cong C_z$) ed introducendo il **coefficiente di flusso** (flow coefficient):




$$\phi = \frac{C_z}{U} = \frac{C_z/a_1}{U/a_1} = \frac{M_z}{M_T}$$

la relazione precedente diventa:

$$\frac{T_{t2}}{T_{t1}} = 1 + \frac{U^2}{c_p T_{t1}} \frac{C_{z1}}{U}\left(\frac{C_{z2}}{C_{z1}}\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1\right) = 1 + \frac{U^2}{c_p T_{t1}}[1 + \phi(\tan\beta_2 - \tan\alpha_1)]$$

dove come già detto i membri del secondo temine in parentesi sono **entrambi negativi**. Quindi compaiono **due grandezze adimensionali** la prima può essere posta nella forma:

$$\frac{U^2}{c_p T_{t1}} = \frac{U^2/a_1^2}{c_p T_{t1}/a_1^2} = \frac{(\gamma - 1)M_T^2}{T_{t1}/T_1} = \frac{(\gamma - 1)M_T^2}{\psi_1}$$

# Compressori

$$\frac{U^2}{c_p T_{t1}} = \frac{(\gamma-1)M_T^2}{\psi_1} = \frac{(\gamma-1)M_T^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}M_1^2}$$

Il numero di Mach può essere espresso in termini di quello assiale $M_1 = M_Z/\cos\alpha_1$:

$$\frac{U^2}{c_p T_{t1}} = \frac{(\gamma-1)M_T^2}{\psi_1} = \frac{(\gamma-1)M_T^2}{1+\frac{\gamma-1}{2}\frac{M_Z^2}{\cos^2\alpha_1}} = \frac{\gamma-1}{\frac{1}{M_T^2}+\frac{\gamma-1}{2\cos^2\alpha_1}\frac{M_Z^2}{M_T^2}}$$

Il rapporto di temperature diventa:

$$\frac{T_{t2}}{T_{t1}} = 1 + \frac{\gamma-1}{\frac{1}{M_T^2}+\frac{\gamma-1}{2\cos^2\alpha_1}\frac{M_Z^2}{M_T^2}}\left[1+\frac{M_z}{M_T}(\tan\beta_2-\tan\alpha_1)\right]$$

Quindi **fissati gli angoli,** due parametri influenzano il rapporto di temperature dello stadio (attraverso lo statore la temperatura totale rimane invariata): $\phi = M_z/M_T$ e $M_T$.

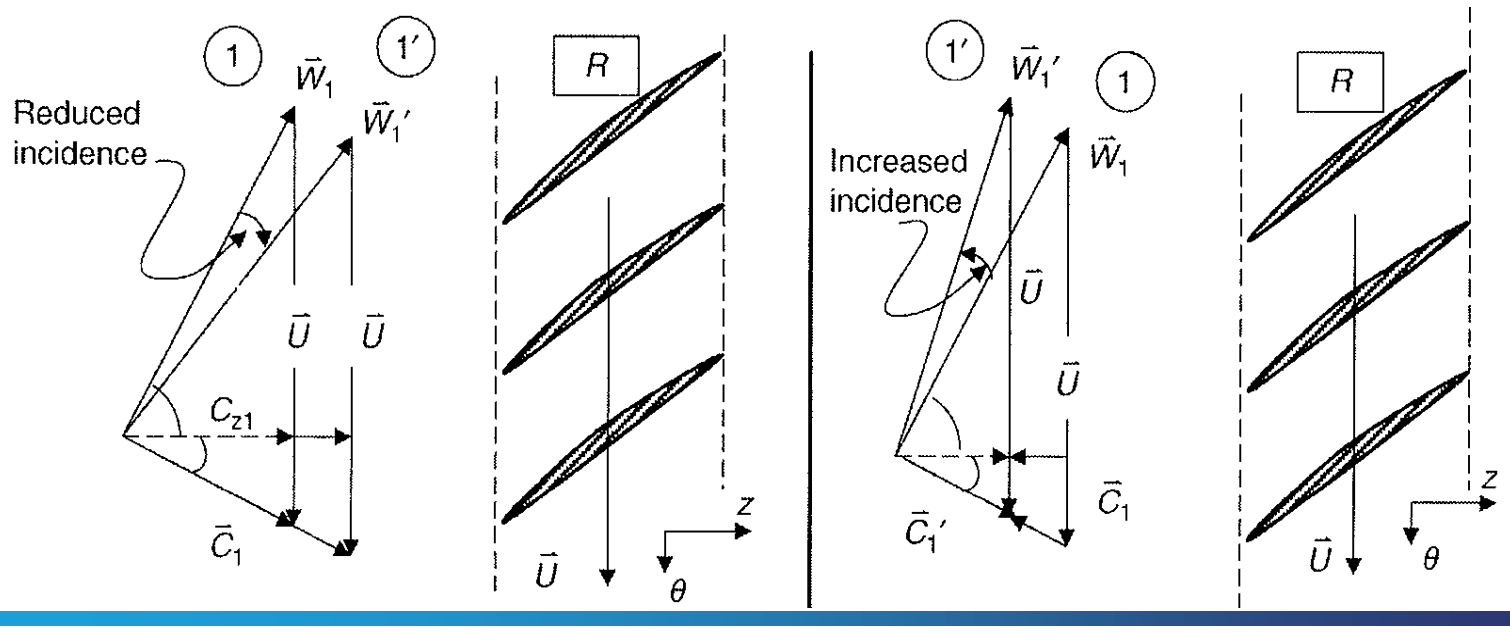


# Compressori

$$\phi = M_z/M_T$$

$$\frac{T_{t2}}{T_{t1}} = 1 + \frac{(\gamma-1)}{\frac{1}{M_T^2}+\frac{\gamma-1}{2\cos^2\alpha_1}\phi^2}[1+\phi(\tan\beta_2-\tan\alpha_1)]$$

Un **aumento** di $\phi$ provoca una **diminuzione del rapporto di temperature**. Se la velocità angolare rimane costante questo corrisponde ad una **aumento della velocità assiale** ovvero della portata che attraversa il compressore ed anche ad una diminuzione dell' angolo d'attacco. Quindi ad un **compressore meno carico**.

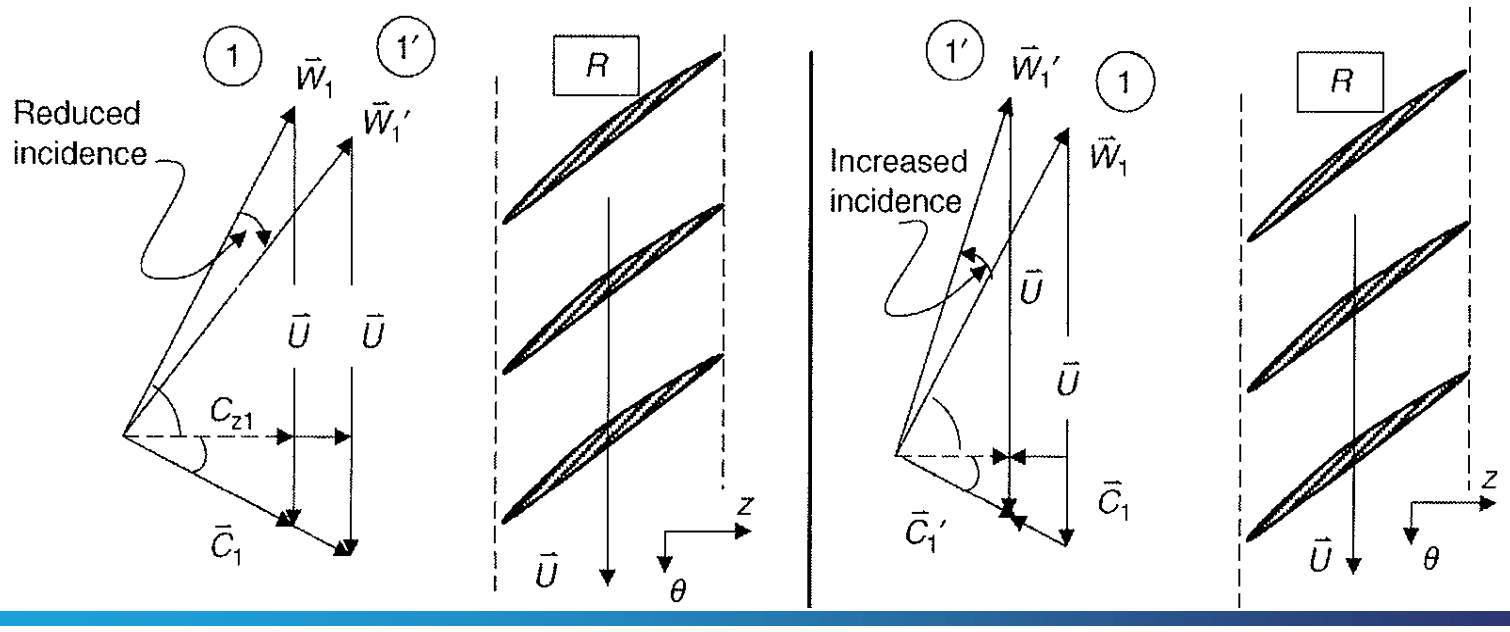


# Compressori

$$\phi = M_z/M_T$$

In figura è mostrato a sinistra un aumento della velocità assiale (per *U* costante) mentre a destra una diminuzione.

Evidentemente riducendo $C_z$ si potrebbero raggiungere delle condizioni in cui le **palette** possono **stallare**. Questa condizione definisce la **minima velocità assiale** compatibile con una certa velocità angolare.






# Compressori

$$\phi = M_z/M_T$$

Il secondo parametro è $\boldsymbol{M_T}$, in questo caso **aumentando** la velocità tangenziale si ha un aumento del **rapporto delle temperature**. Chiaramente un eccessivo aumento della velocità angolare, aumentando le **forze centrifughe**, può portare al raggiungimento dei limiti strutturali.

Inoltre l'aumento del numero di Mach può portare allo sviluppo di onde **d'urto forti** alle **estremità** delle **palette**. Anche se l'aumento delle perdite è non lineare in alcuni casi è controbilanciato dall'aumento di lavoro sviluppato. Il numero di Mach **relativo** all'estremità è:

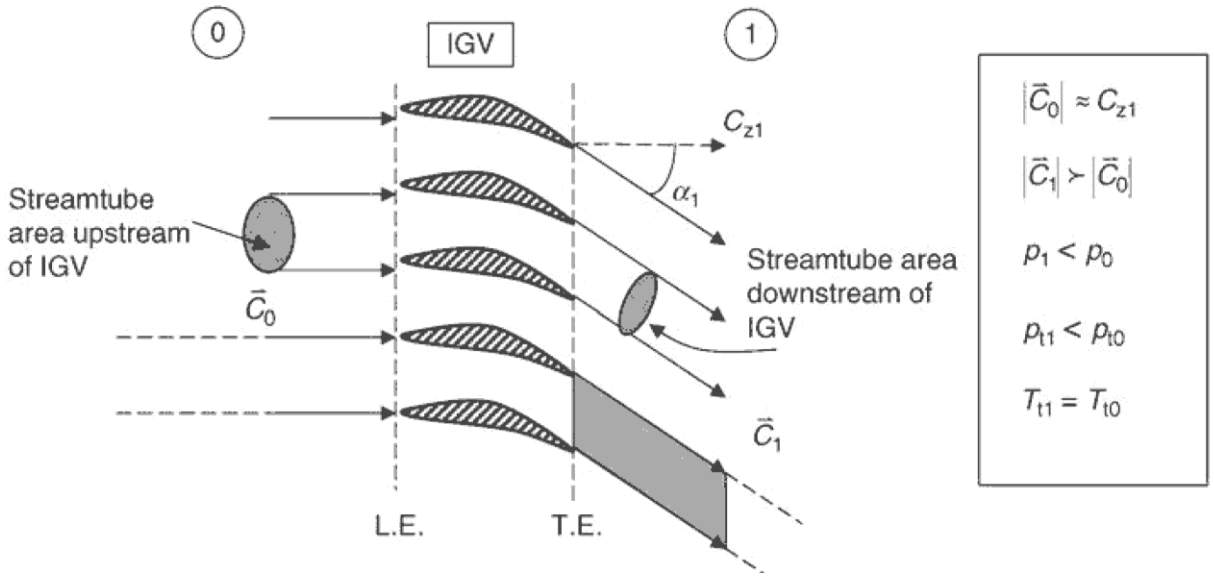
$$M_{Tip.r} = \sqrt{M_z^2 + \left(M_{T.tip} - M_z \tan \alpha_1\right)^2}$$

dove il terzo termine rappresenta la componente azimutale pre-imposta. Da almeno 30 anni l'utilizzo di leghe leggere a base di titanio ha permesso la costruzione di palette molto sottili all'estremità (anche del 3%) ed un $M_T$ supersonico.

# Compressori

Come visto un **aumento** di $\alpha_1$ comporta una diminuzione del numero di Mach ed è per questo motivo che spesso si utilizza un **IGV** che creando una componente azimutale indirizza la corrente **riducendo** il **carico sul rotore**.

La rotazione imposta da profili simili crea una **diminuzione dell'area** normale producendo un **ugello convergente** che porta ad un aumento della velocità ed una **diminuzione della pressione** ed una diminuzione complessiva dell'efficienza.



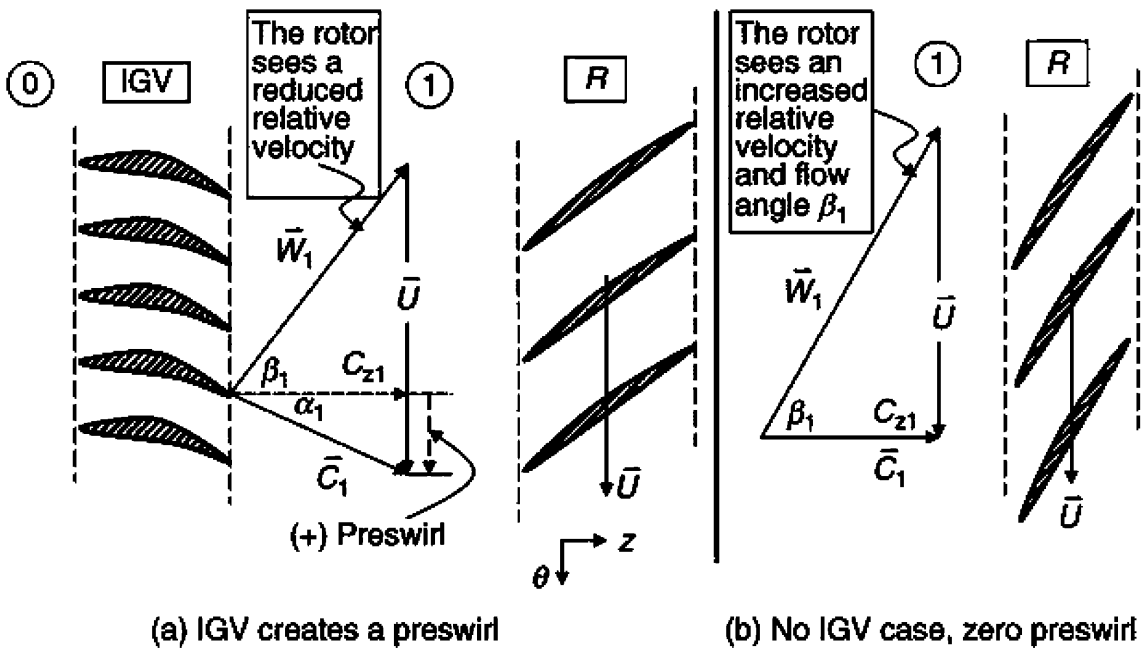



# Compressori

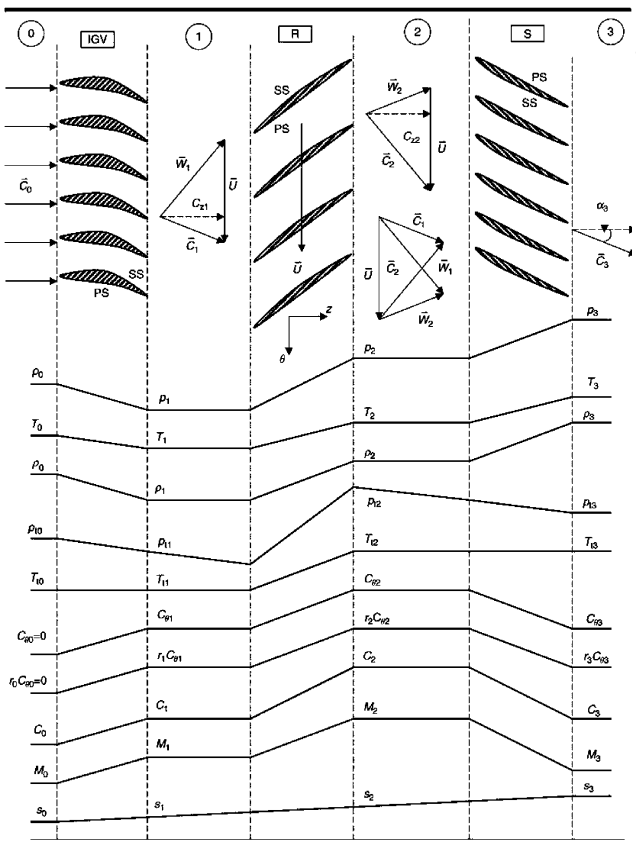
Evidentemente l'utilizzo di un **IGV** comporta anche un **aumento di peso**, quindi nei **turbofan** non viene normalmente utilizzato.

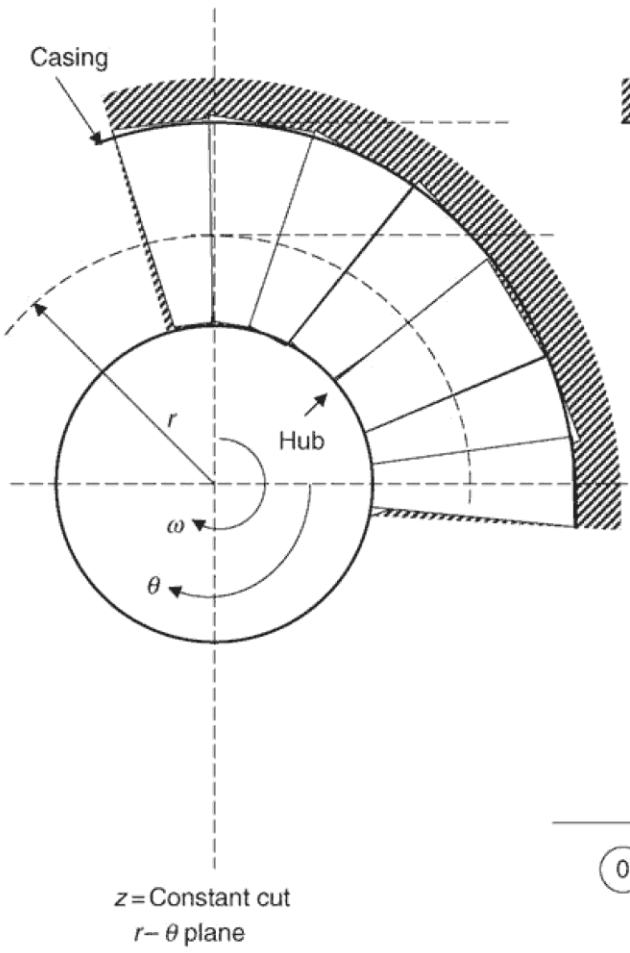
L'IGV può essere anche con angolo variabile ed attuato in funzione delle condizioni di volo.

In figura sono mostrati i triangoli di velocità sia con IGV che senza. In entrambi i casi la velocità assiale rimane invariata.

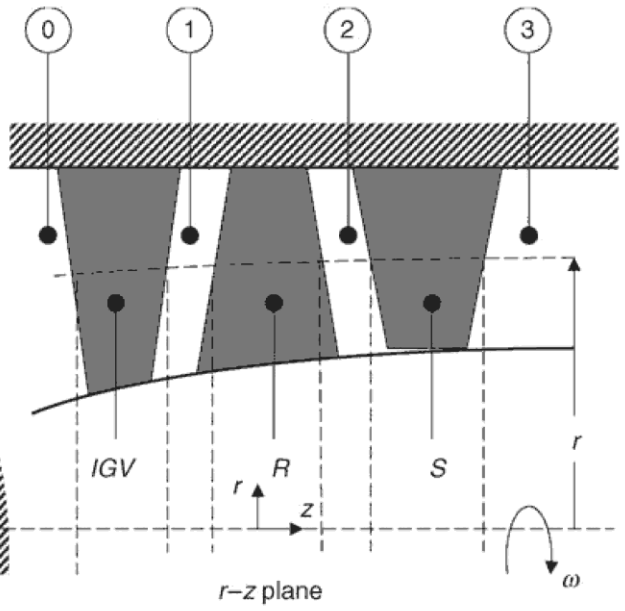


# Compressori

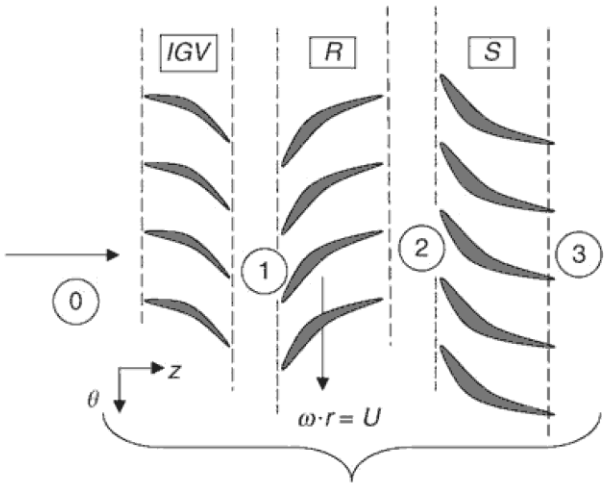



$z$ = Constant cut
$r-\theta$ plane



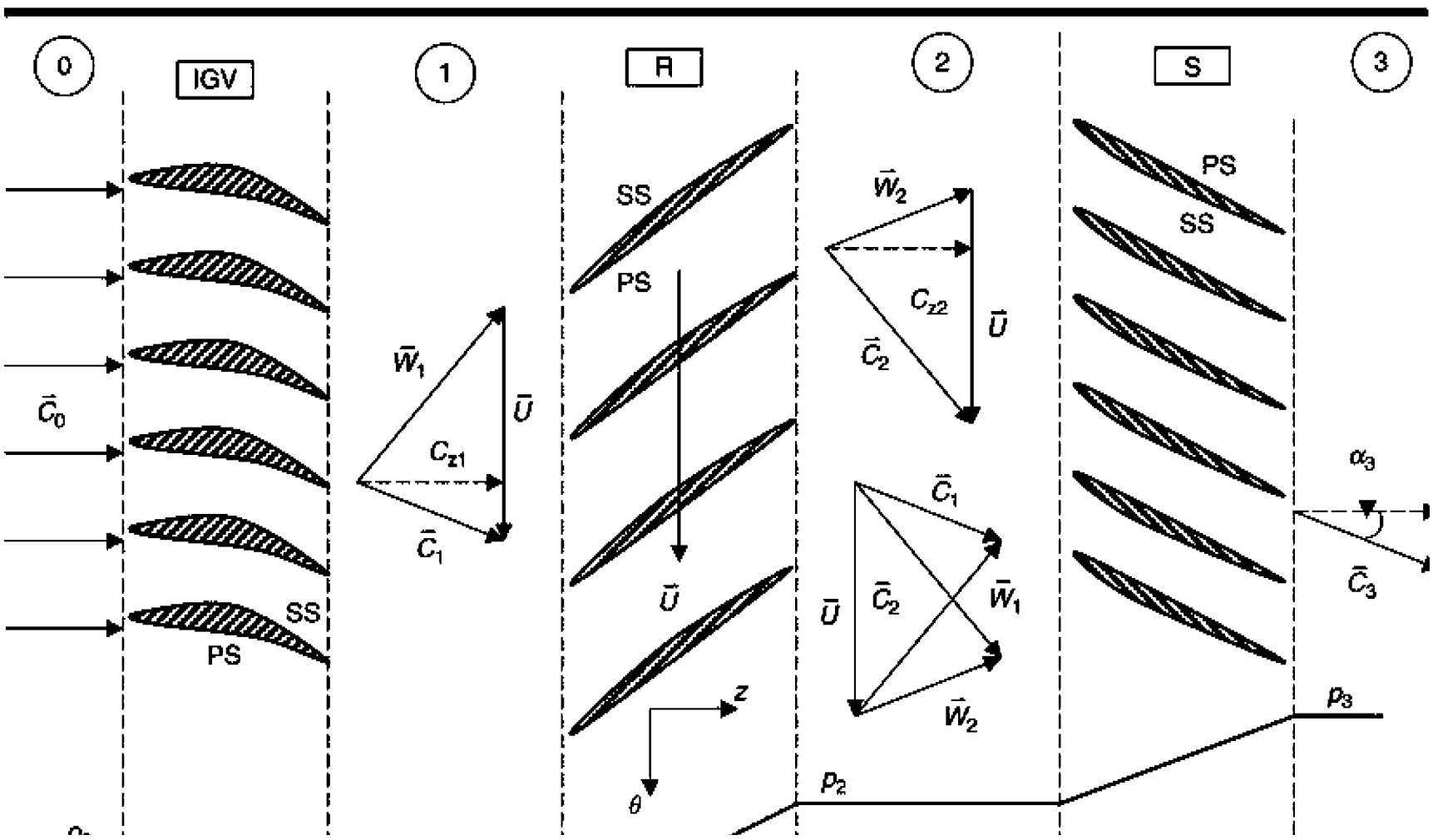

$r-z$ plane



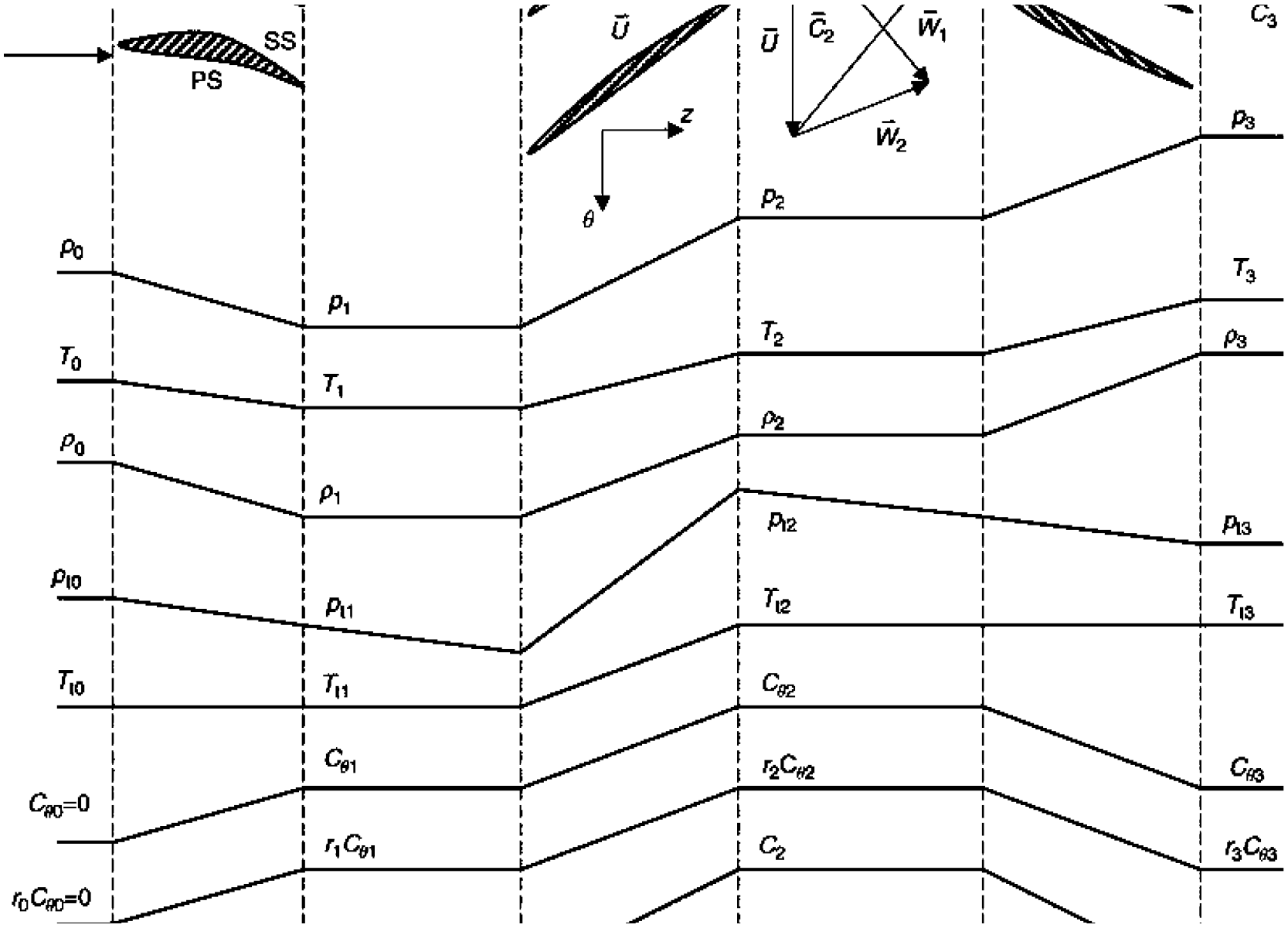

$r$ = Constant cylindrical cut
$\theta-z$ plane



# Compressori

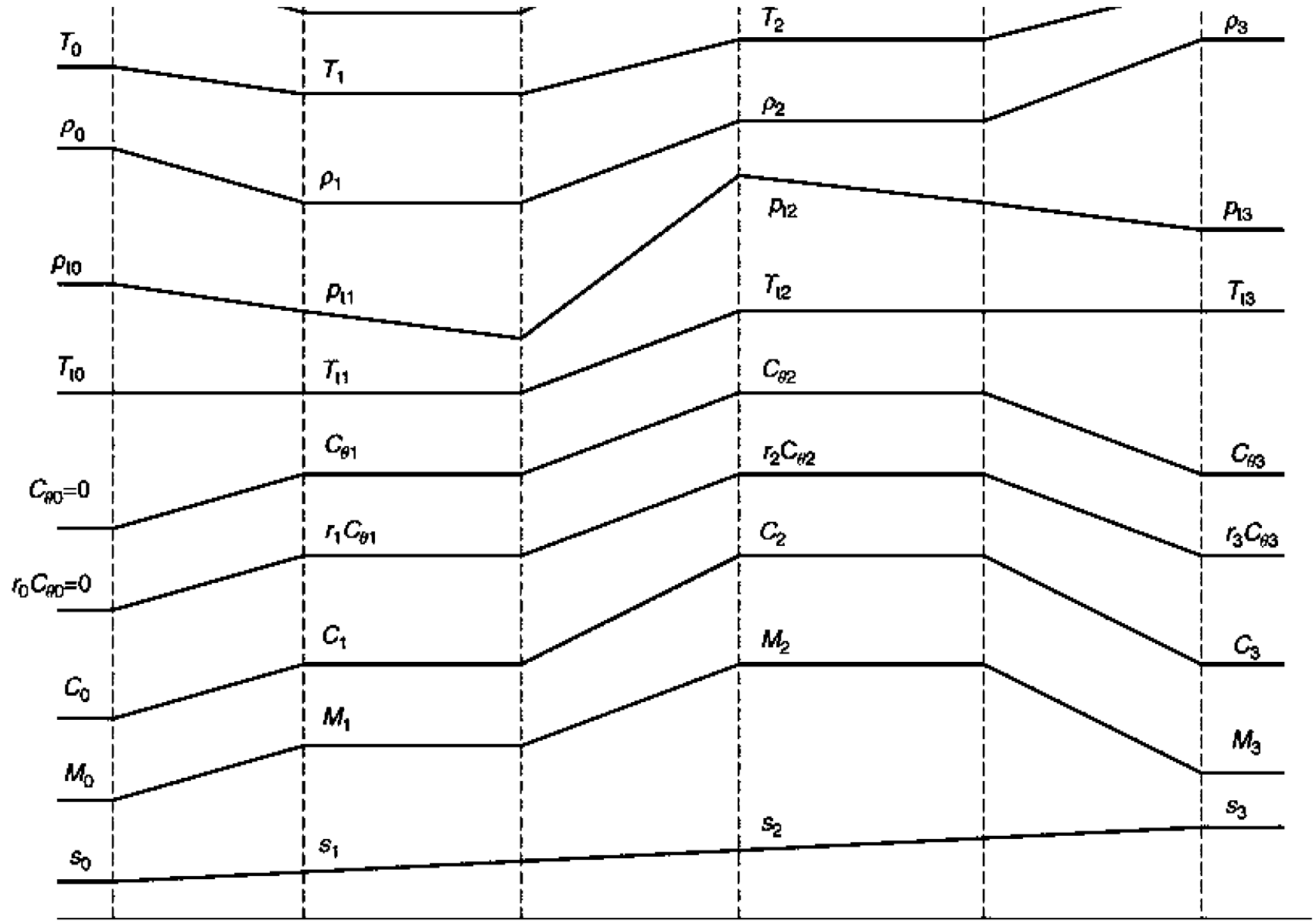


# Compressori






# Compressori



# Compressori

Il rapporto fra le pressioni totali in uno stadio è legato al rapporto fra le temperature attraverso un rendimento:

$$\eta_s = \frac{T_{t3s} - T_{t1}}{T_{t3} - T_{t1}} = \frac{\pi_s^k - 1}{\tau_s - 1}$$

da cui:

$$\pi_s = [1 + \eta_s(\tau_s - 1)]^{\frac{1}{k}}$$

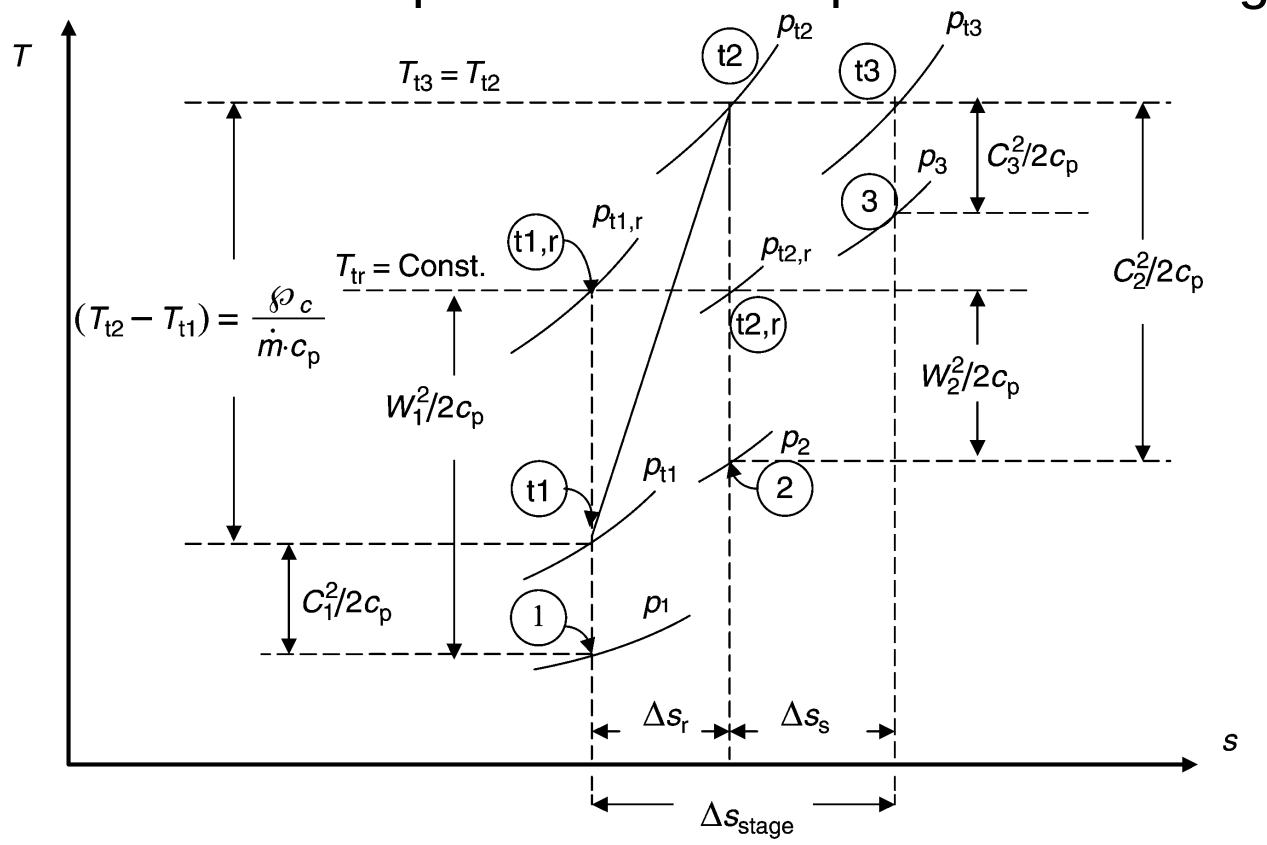
Evidentemente nel limite in cui $\pi_s \to 1$ il **rendimento dello stadio** coincide con il rendimento **politropico**. Quando il rapporto di compressione è maggiore si possono riutilizzare le formule precedentemente ricavate, e.g.:

$$\pi_s = \tau_s^{\frac{e_c}{k}}$$

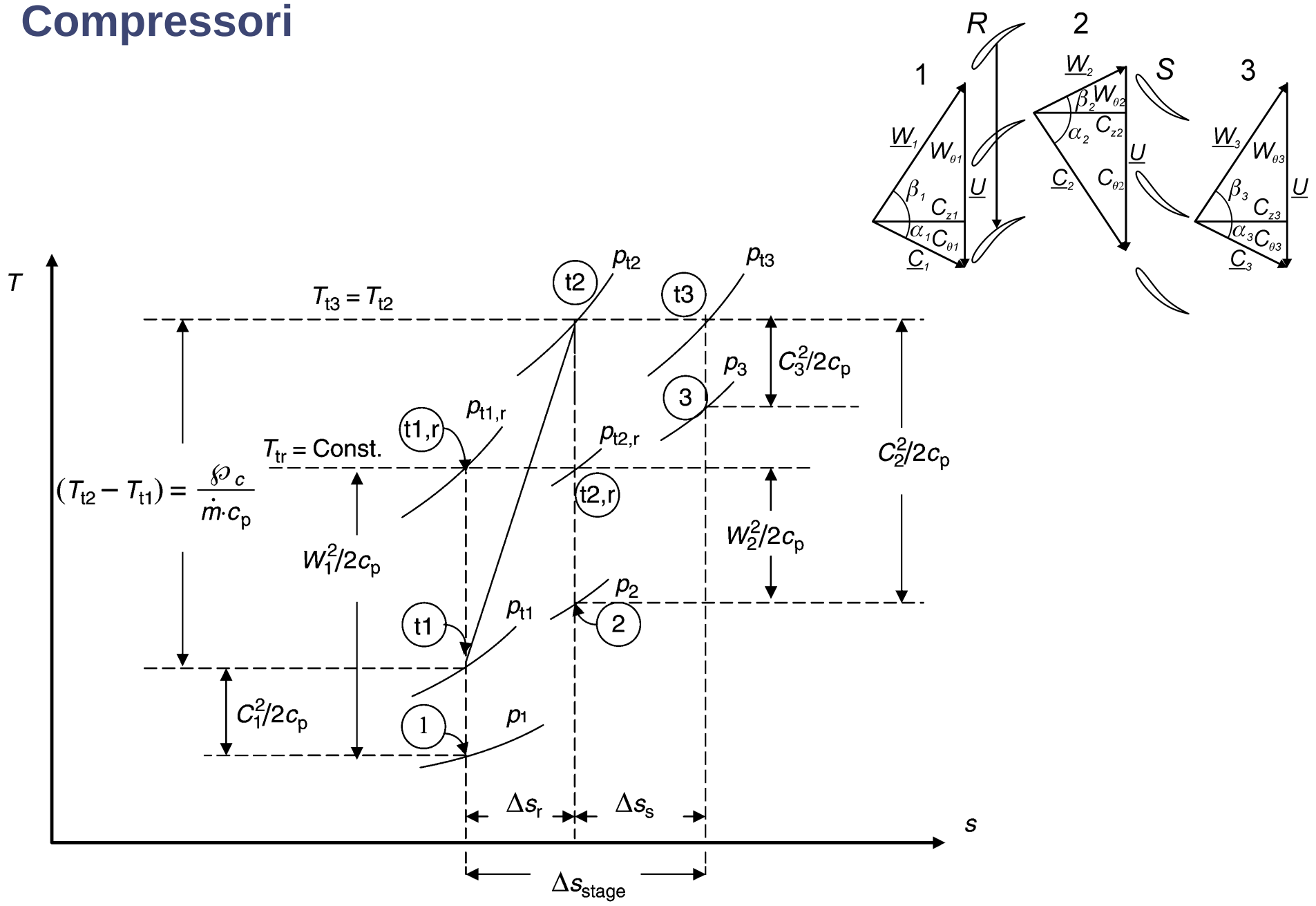


# Compressori

Le cause principali di **perdite** sono quelle associate agli **urti** e agli effetti **viscosi**. Evidentemente per un osservatore solidale con la pala il moto è stazionario e non c'è scambio di energia nel modo lavoro quindi la **pressione di ristagno** può solo **diminuire**. L'osservatore fisso invece vede un aumento di pressione e temperatura di ristagno.



# Compressori






# Compressori

Le cause principali di **perdite** sono quelle associate agli **urti** e agli effetti **viscosi**. Evidentemente per un osservatore solidale con la pala il moto è stazionario e non c'è scambio di energia nel modo lavoro quindi la **pressione di ristagno** può solo **diminuire**. L'osservatore fisso invece vede un aumento di pressione e temperatura di ristagno.

Nel **rotore** l'entalpia totale nel sistema di riferimento **rotante** è, come già detto, costante:

$$h_{tr} = h_1 + \frac{W_1^2}{2} = h_2 + \frac{W_2^2}{2}$$

Il termine cinetico in termini delle componenti relative e poi assolute è:

$$\frac{W^2}{2} = \frac{W_z^2}{2} + \frac{W_\theta^2}{2} = \frac{C_z^2}{2} + \frac{(C_\theta - U)^2}{2} = \frac{C_z^2}{2} + \frac{C_\theta^2 + U^2}{2} - C_\theta U$$

La relazione precedente diventa:

$$h_1 + \frac{C_{z1}^2}{2} + \frac{C_{\theta 1}^2}{2} - C_{\theta 1} U = h_2 + \frac{C_{z2}^2}{2} + \frac{C_{\theta 2}^2}{2} - C_{\theta 2} U$$

$$\frac{C_{z2}\tan\alpha_2}{U}=\frac{C_{\theta 2}}{U}=\frac{U+W_{\theta 2}}{U}=1+\frac{C_{z2}}{U}\tan\beta_2$$

$$\overbrace{h_1+\frac{C_{z1}^2}{2}+\frac{C_{\theta 1}^2}{2}}^{h_{t1}}-C_{\theta 1}U=\overbrace{h_2+\frac{C_{z2}^2}{2}+\frac{C_{\theta 2}^2}{2}}^{h_{t2}}-C_{\theta 2}U$$

la relazione precedente si può anche scrivere come:

$$h_{t1}-C_{\theta 1}U=h_{t2}-C_{\theta 2}U$$

Questa quantità che rimane costante nel sistema di riferimento relativo è chiamata **rotalpia**. In altra forma è l'equazione di Eulero $w=\Delta(UC_\theta)$ :

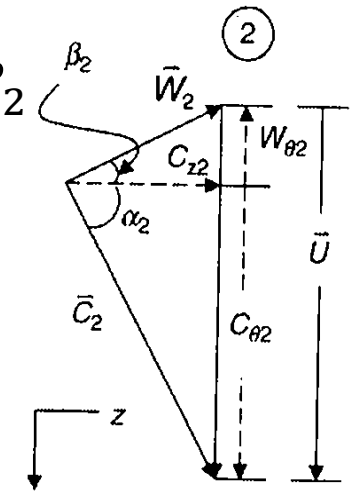
$$h_{t2}-h_{t1}=\frac{\mathcal{P}}{\dot{m}}=w_c=C_{\theta 2}U-C_{\theta 1}U$$

In forma adimensionale e ricordando che $\frac{C_{\theta 2}}{U}=1+\frac{C_{z2}}{U}\tan\beta_2$

$$\Psi_c=\frac{w_c}{U^2}=\frac{\Delta h_t}{U^2}=\frac{C_{\theta 2}}{U}-\frac{C_{\theta 1}}{U}=1+\frac{C_z}{U}(\tan\beta_2-\tan\alpha_1)$$

Che è il **coefficiente di carico** utilizzando $\phi=C_z/U$:

$$\Psi_c=1+\phi(\tan\beta_2-\tan\alpha_1)$$

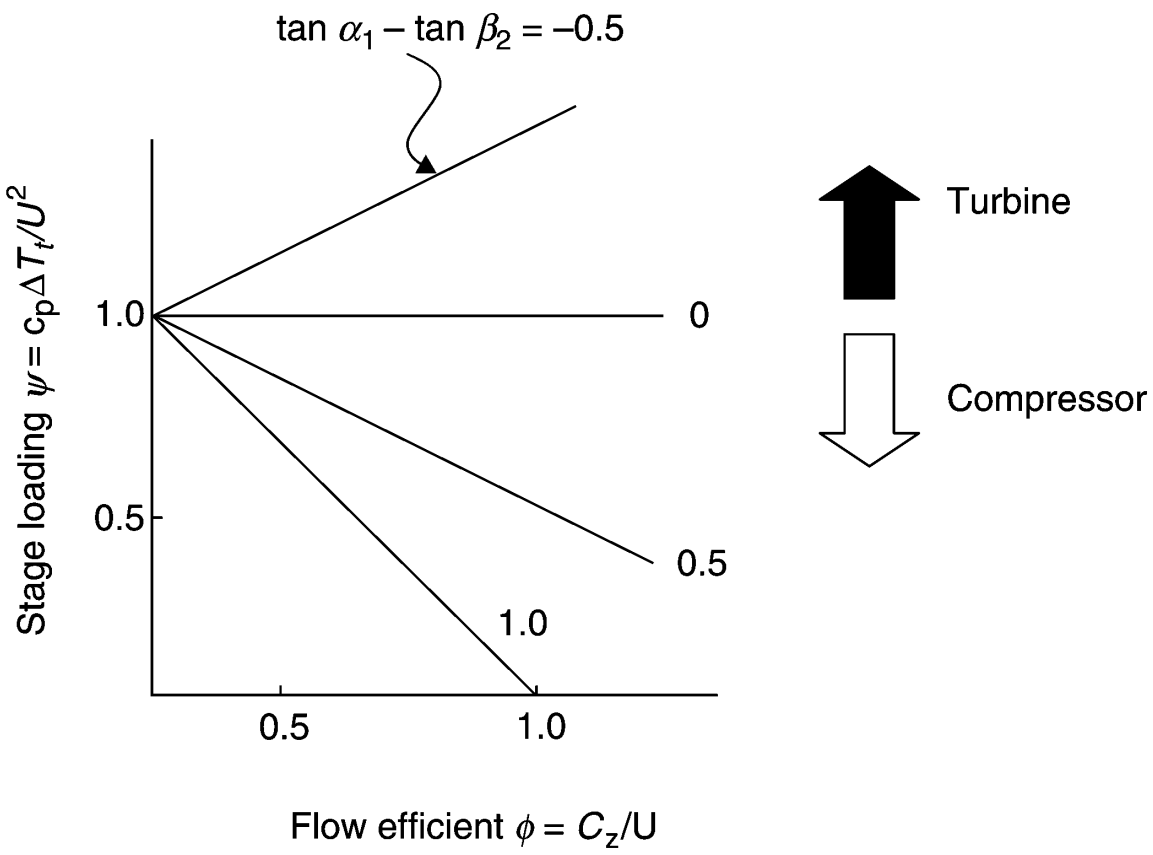


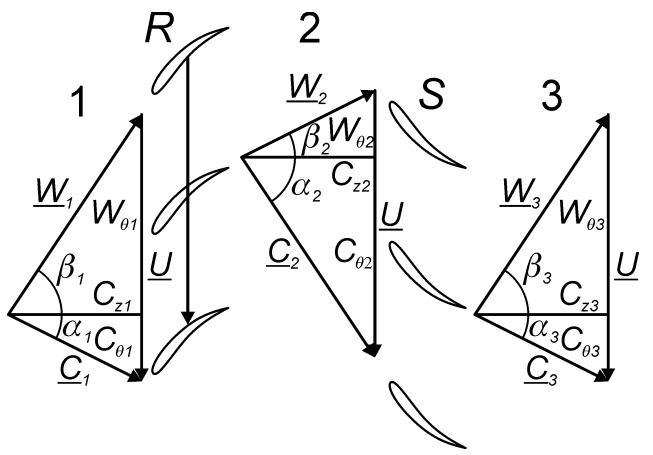





$$\Psi_c=1+\phi(\tan\beta_2-\tan\alpha_1)$$

Anche in questo normalmente caso $\beta_2<0$ quindi il fattore di carico è minore di uno. La relazione precedente mostra un legame lineare fra i due coefficienti.



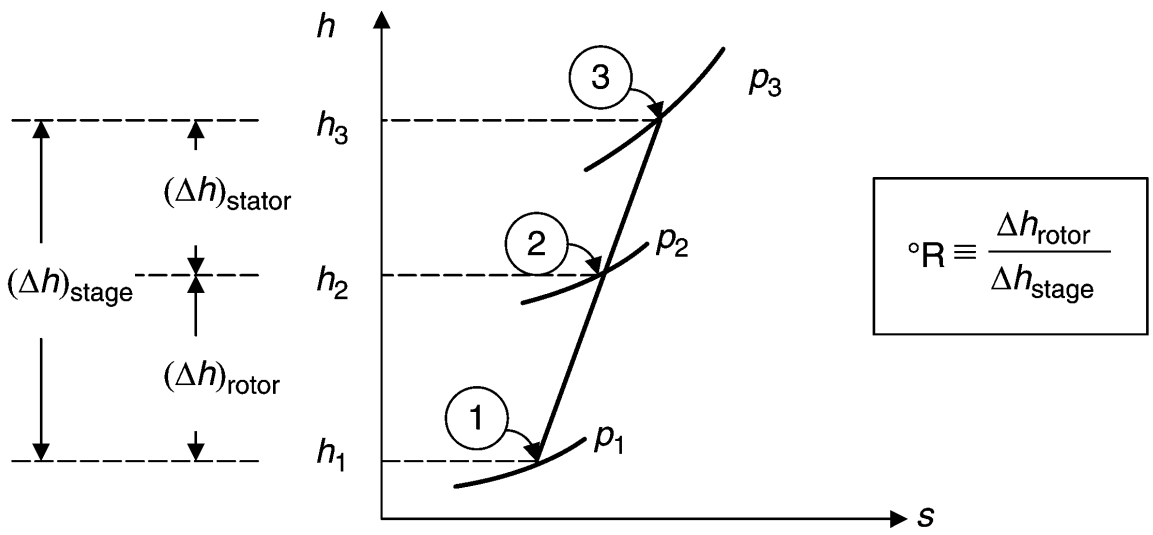



# Compressori

Il **grado di reazione** è invece la frazione dell'aumento di entalpia sensibile che avviene nel rotore:

$$°R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} = \frac{h_{t2} - h_{t1} - (C_2^2 - C_1^2)/2}{h_{t3} - h_{t1} - (C_3^2 - C_1^2)/2} = \frac{h_{t2} - h_{t1} - (C_2^2 - C_1^2)/2}{h_{t2} - h_{t1} - (C_3^2 - C_1^2)/2}$$

Lo **statore** non provoca un aumento d'entalpia totale ($h_{t3} = h_{t2}$) ma, agendo da diffusore, produce un **rallentamento** con **aumento** di **pressione e temperatura**.

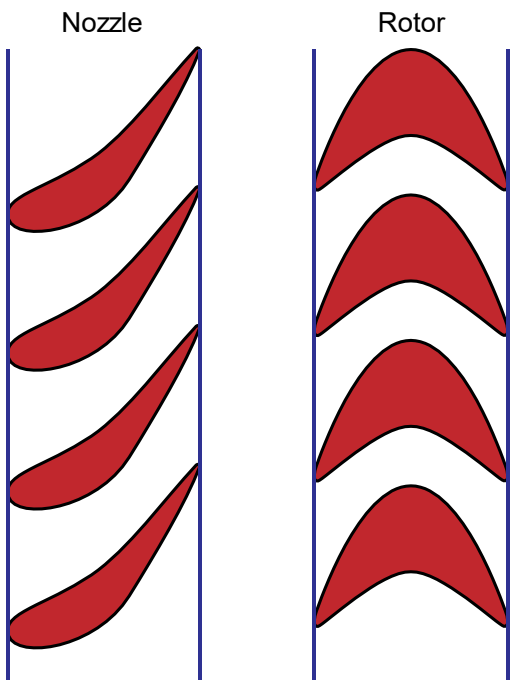


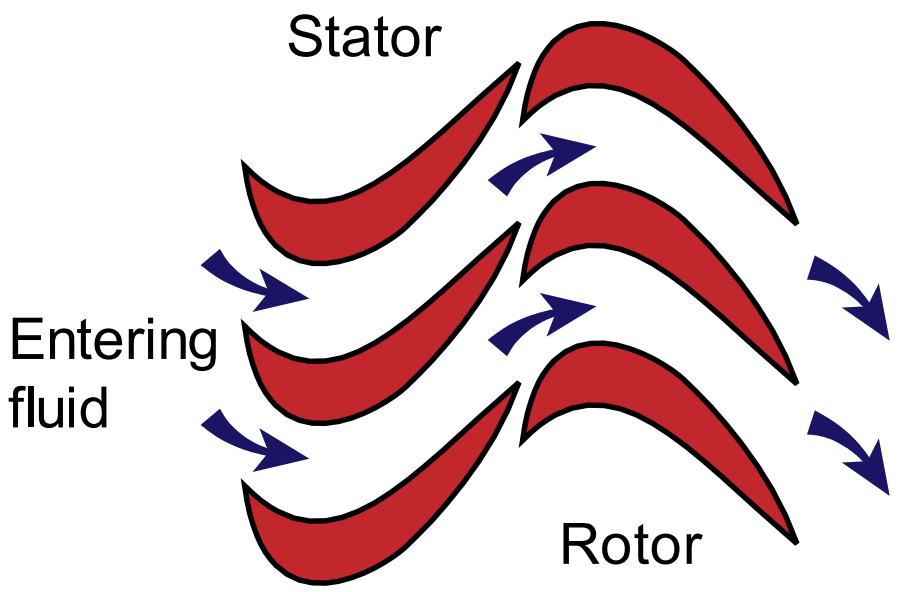



# Compressori

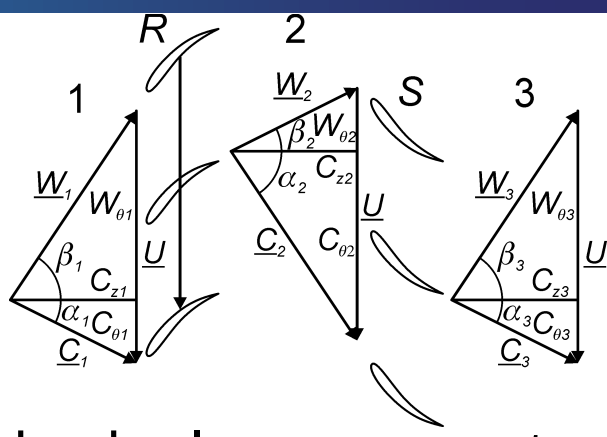
Quando il **grado di reazione** è nullo si parla di macchina ad **azione pura** (o ad **impulso**), in questo caso la **compressione** avviene solo nello **statore** ed il **rotore** ha una forma **simmetrica**.

Se $°R$ è maggiore di 0 la macchina si **chiama a reazione** e, nel limite, a reazione pura.



# Compressori




Nell'ipotesi che lo stadio sia ripetuto ($C_1 = C_3$)

$$°R = \frac{h_{t2} - h_{t1} - (C_2^2 - C_1^2)/2}{h_{t2} - h_{t1} - (C_3^2 - C_1^2)/2} = 1 - \frac{(C_2^2 - C_1^2)/2}{h_{t2} - h_{t1}}$$

Dall'equazione di Eulero $\Delta h_t = U \Delta C_\theta$ e supponendo che la componente assiale sia costante attraverso il rotore ($C_{z2} = C_{z1}$):

$$°R = 1 - \frac{C_{\theta 2}^2 - C_{\theta 1}^2}{2U(C_{\theta 2} - C_{\theta 1})} = 1 - \frac{C_{\theta 2} + C_{\theta 1}}{2U} = 1 - \frac{C_{\theta .mean}}{U}$$

Per **ripartire uniformemente** il carico fra rotore e statore si deve avere un **grado di reazione** pari al **50%**.

Esprimendo le componenti azimutali in funzione degli angoli si ha:

$$°R = 1 - \frac{W_{\theta 2} + U + C_{\theta 1}}{2U} = \frac{1}{2} - \frac{C_z}{U}\frac{\tan\beta_2 + \tan\alpha_1}{2} = \frac{1}{2} - \phi\frac{\tan\beta_2 + \tan\alpha_1}{2}$$

quindi per bilanciare il carico si deve avere $\beta_2 = -\alpha_1$ che è la condizione per avere una configurazione con ***repeated row***.



# Compressori

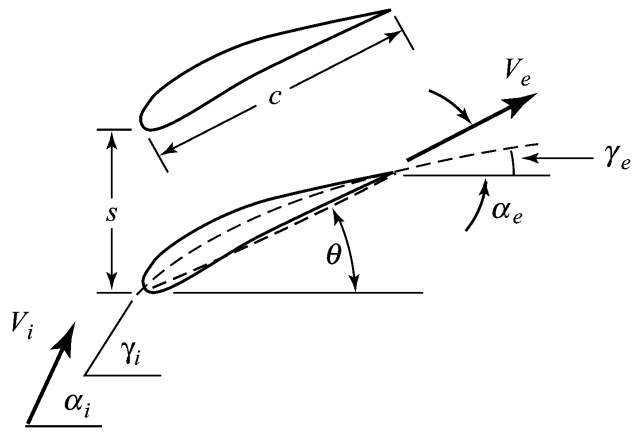
In realtà la presenza della **rotazione** tende a **stabilizzare** (nel senso che ha una maggiore resistenza al gradiente di pressione avverso) lo strato limite nelle palette rotoriche. Per questo motivo spesso si utilizza un grado di reazione maggiore di 0.5.

Un altro importante parametro è il **fattore di diffusione**:

$$D_r = 1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{|W_{\theta 2} - W_{\theta 1}|}{2\sigma_r W_1} \qquad D_s = 1 - \frac{C_3}{C_2} + \frac{|C_{\theta 3} - C_{\theta 2}|}{2\sigma_s C_2}$$

dove è stata introdotta anche la **solidità** (rapporto fra la corda della paletta e la spaziatura fra palette successive):

$$\sigma = \frac{c}{s}$$

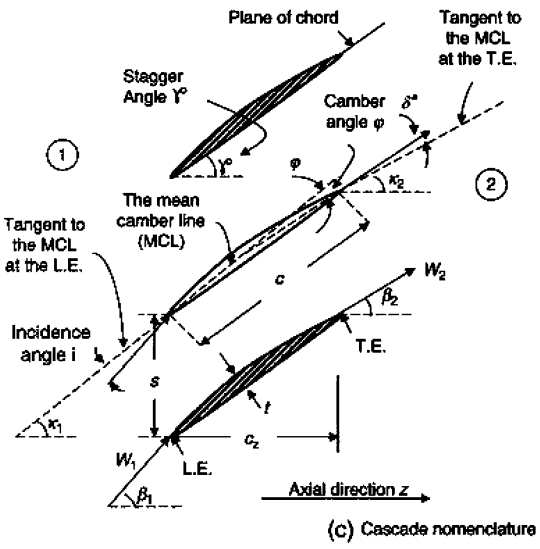


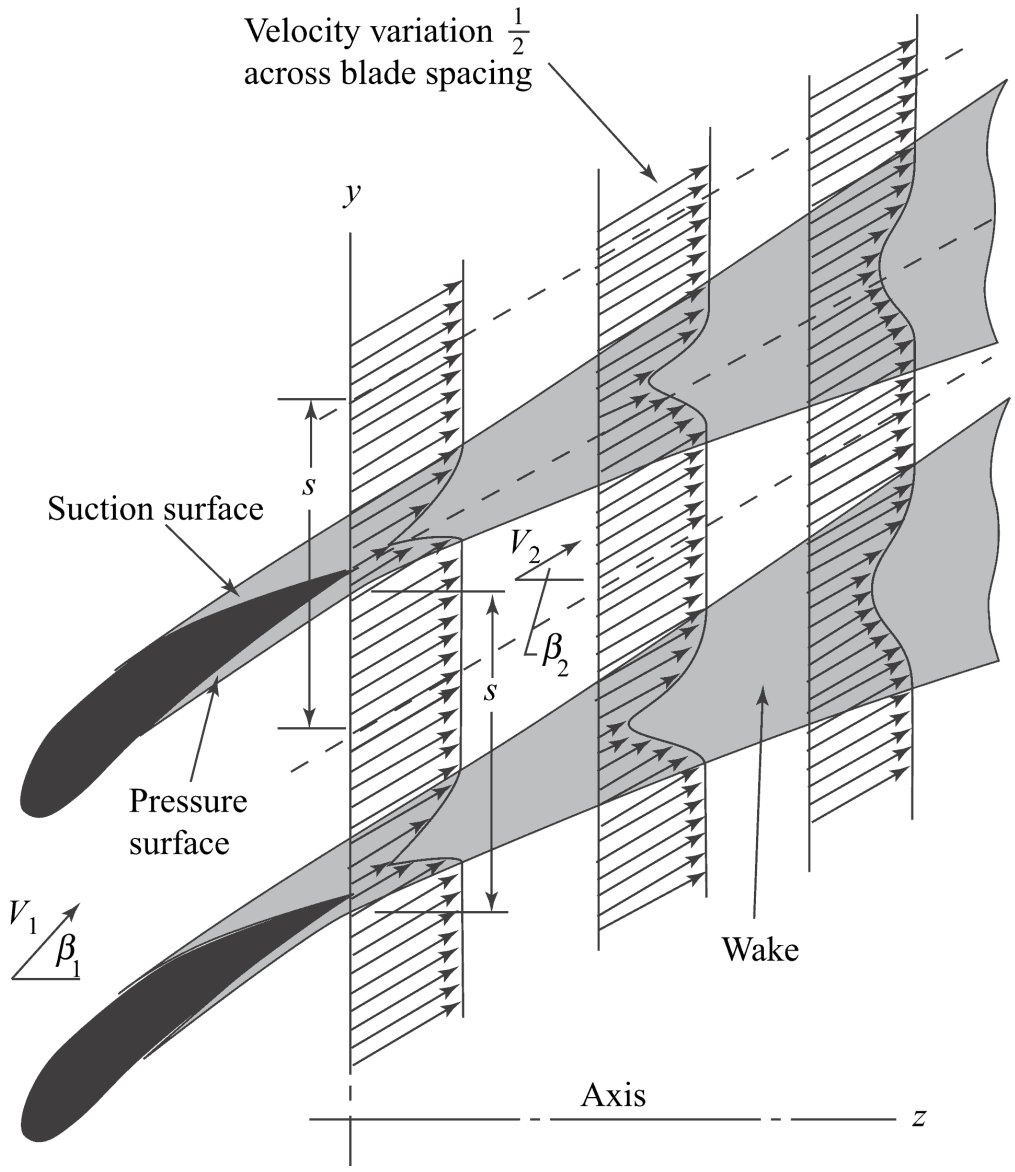
# Compressori

Esiste una grande quantità di dati sperimentali relativi **all'aerodinamica** delle schiere di profili alari.

Uno schema del campo di moto è mostrato in figura.

Mentre alcuni parametri sono mostrati nello schema.






# Compressori

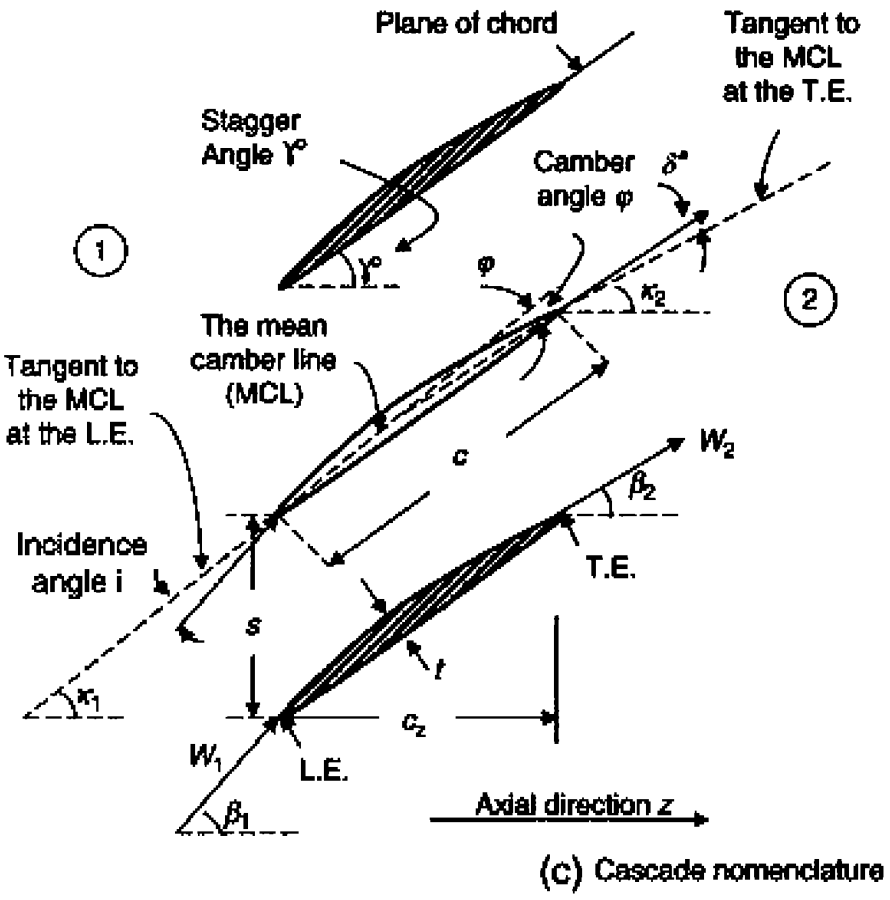
Un'alta **solidità** $\sigma = \frac{c}{s}$ aumenta la capacità di **ruotare la corrente** (il trend è di avere la solidità di ordine unitario).

L'angolo di **incidenza** $i$ è definito rispetto alla tangente della linea media nel bordo d'attacco ed è l'equivalente dell'angolo d'attacco. Si ha:

$$i = \beta_1 - \kappa_1$$

dove $\kappa$ è l'angolo della tangente alla linea media nel bordo d'attacco della paletta.

Normalmente l'angolo di **incidenza ottimale** è circa di 2°.



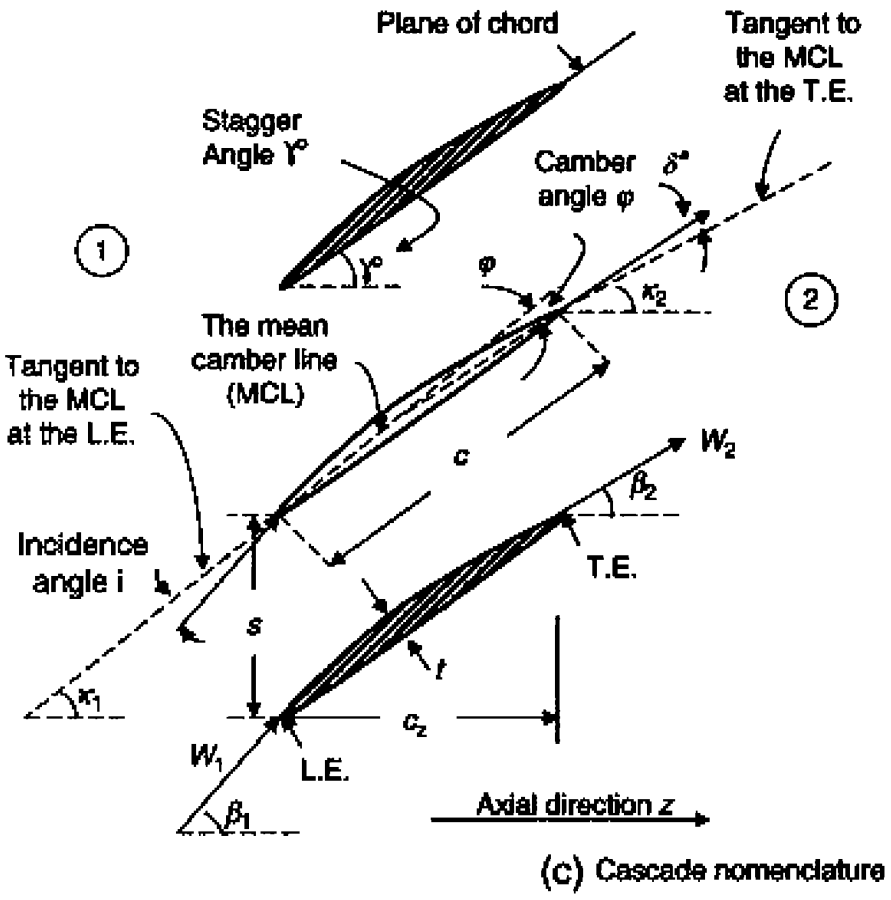
# Compressori

Con $\delta^*$ si è indicato invece **l'angolo di deviazione** al bordo d'uscita.

$$\delta^* = \beta_2 - \kappa_2$$

In figura è anche mostrato l'angolo di **camber** $\varphi = \kappa_1 - \kappa_2$. Un grande angolo di camber porta normalmente a **separazioni** e viene evitato nel progetto dei compressori.

L'angolo di **calettamento** (stagger) $\gamma$ è l'angolo della corda rispetto all'asse e, per bilanciare l'aumento di velocità rotazionale, **aumenta** all'aumentare della distanza dall'**asse**.

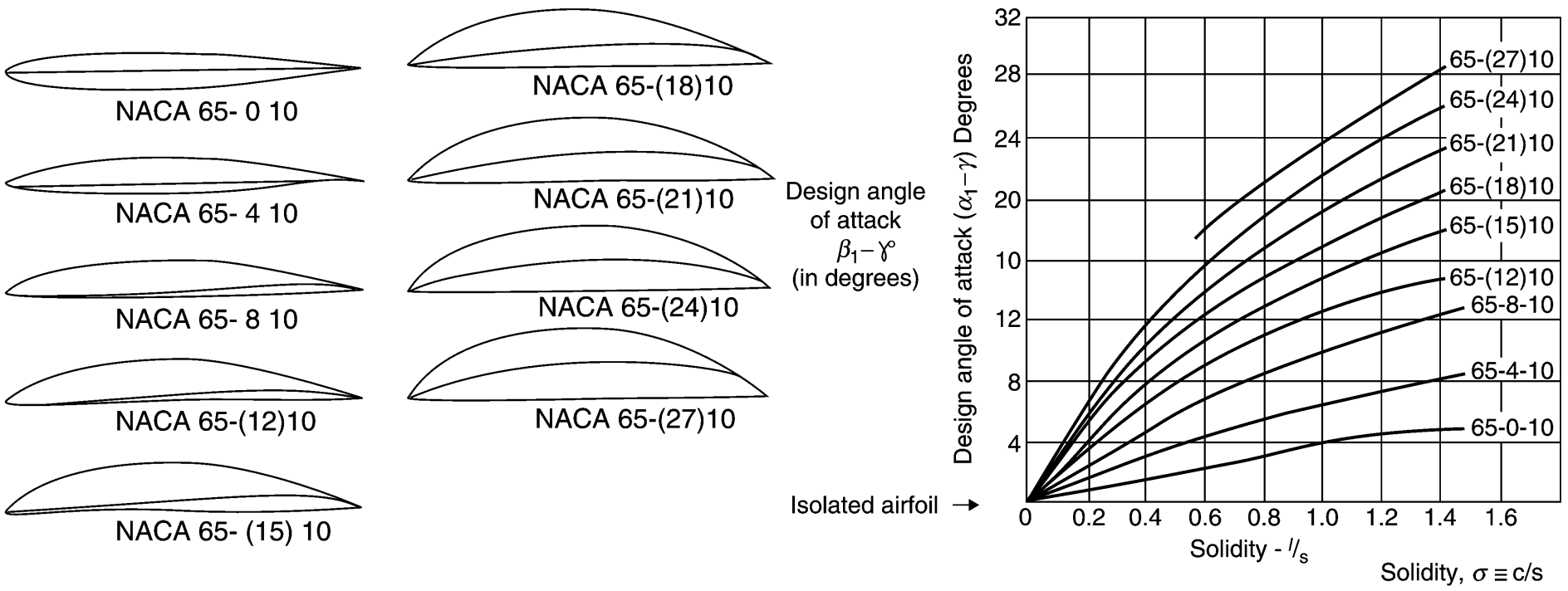


(c) Cascade nomenclature



# Compressori

Nella figura a sinistra sono mostrati i profili **NACA** della **serie 65** (il numero fra parentesi è pari a $10*C_{l0}$). Mentre in quella a destra gli angoli di attacco di progetto in funzione della solidità. Una maggiore solidità permette di avere angoli d'attacco maggiori e, di conseguenza una maggiore rotazione della corrente.



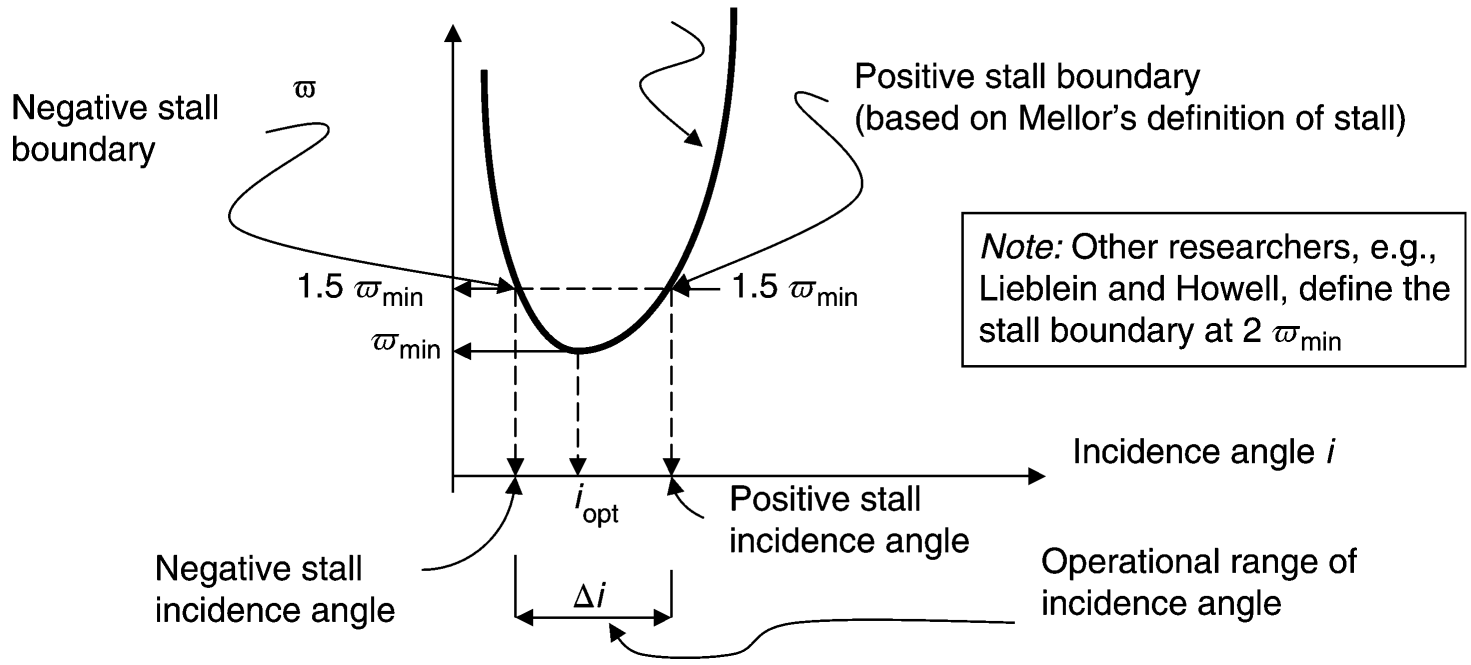
# Compressori

Il parametro che permette di valutare la **caduta di pressione di ristagno** media nelle schiere di profili alari è:

$$\bar{\omega}_r = \frac{p_{tr1} - \bar{p}_{tr2}}{\rho_1 W_1^2 / 2} \qquad \bar{\omega}_s = \frac{p_{t2} - \bar{p}_{t3}}{\rho_2 C_2^2 / 2}$$

dove si è usata la pressione media a valle.

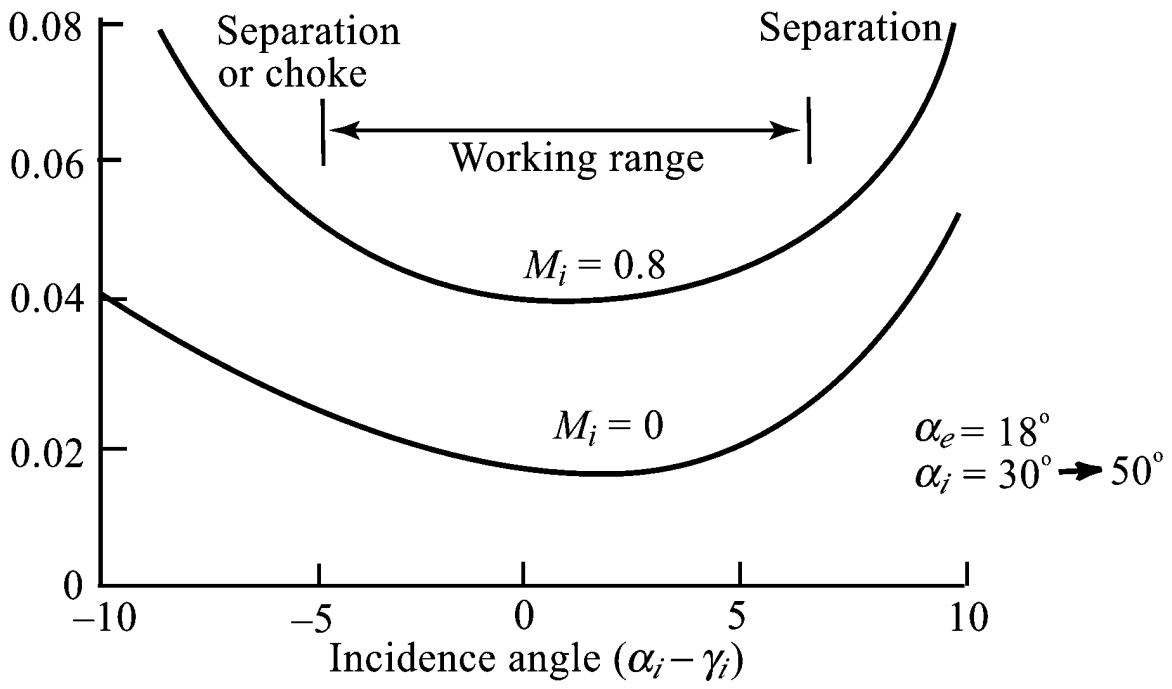
In figura è mostrato l'andamento di $\bar{\omega}$ in funzione dell'angolo d'incidenza.

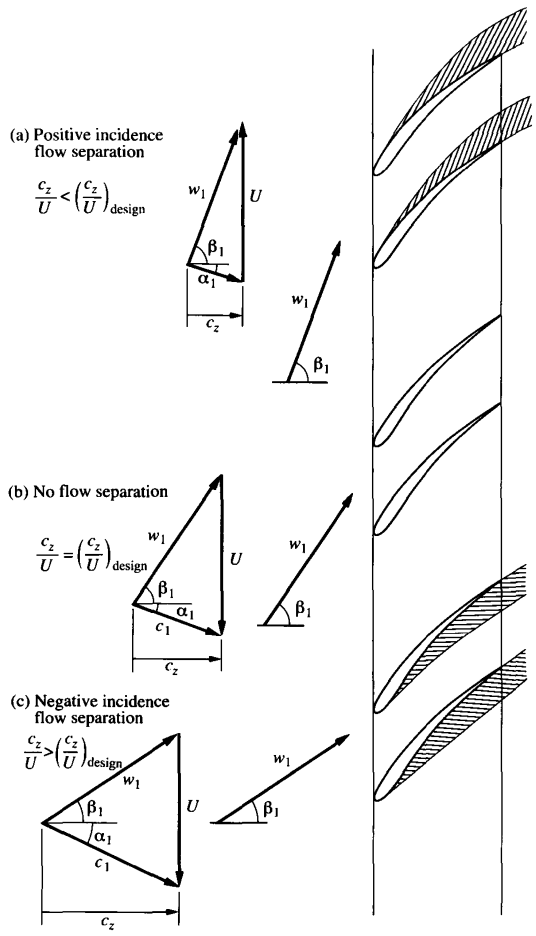





# Compressori

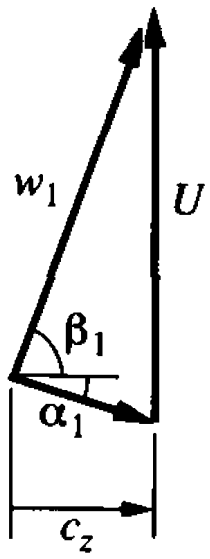
Spesso si definisce la **regione operativa** di angoli d'incidenza come quell'intervallo in cui l'aumento di $\bar{\omega}$ è inferiore al 50% del valore minimo. All'esterno di questa zona si parla di **stallo**.

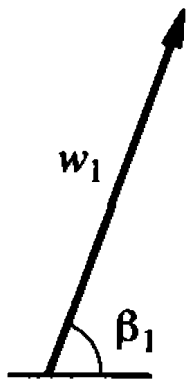


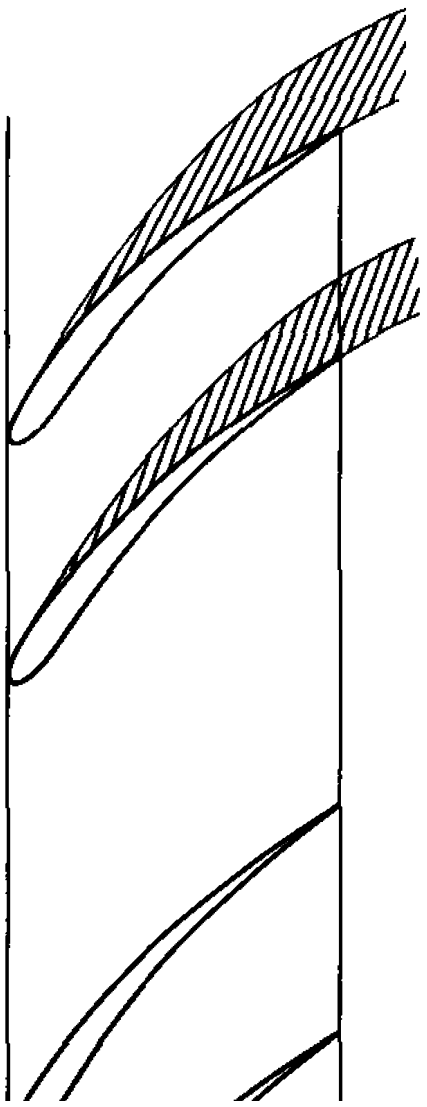



(a) Positive incidence flow separation

$$\frac{c_z}{U} < \left(\frac{c_z}{U}\right)_{\text{design}}$$

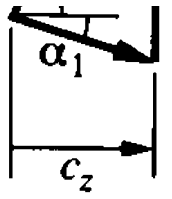


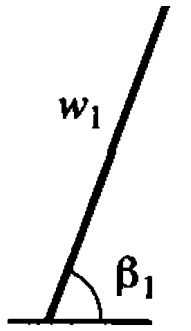



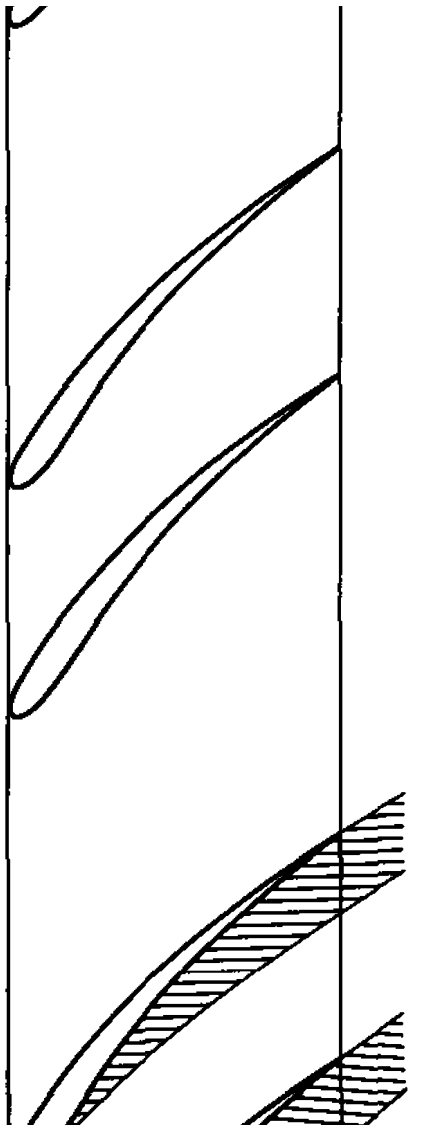







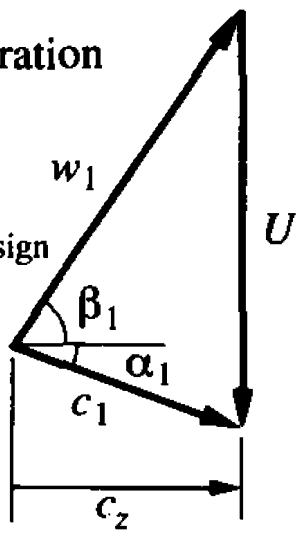


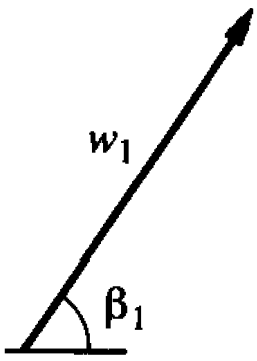



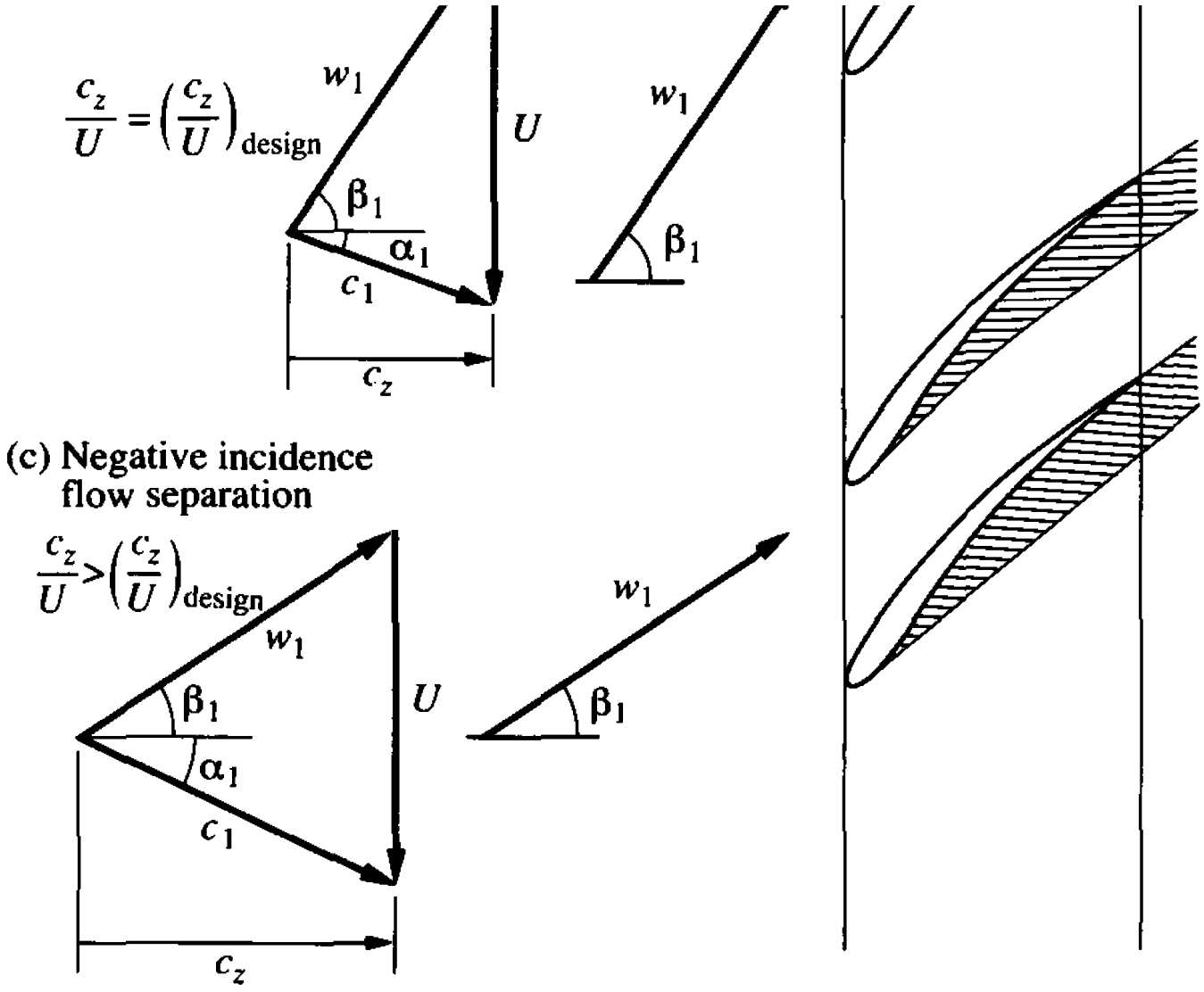
(b) No flow separation

$$\frac{c_z}{U} = \left(\frac{c_z}{U}\right)_{\text{design}}$$



# Compressori



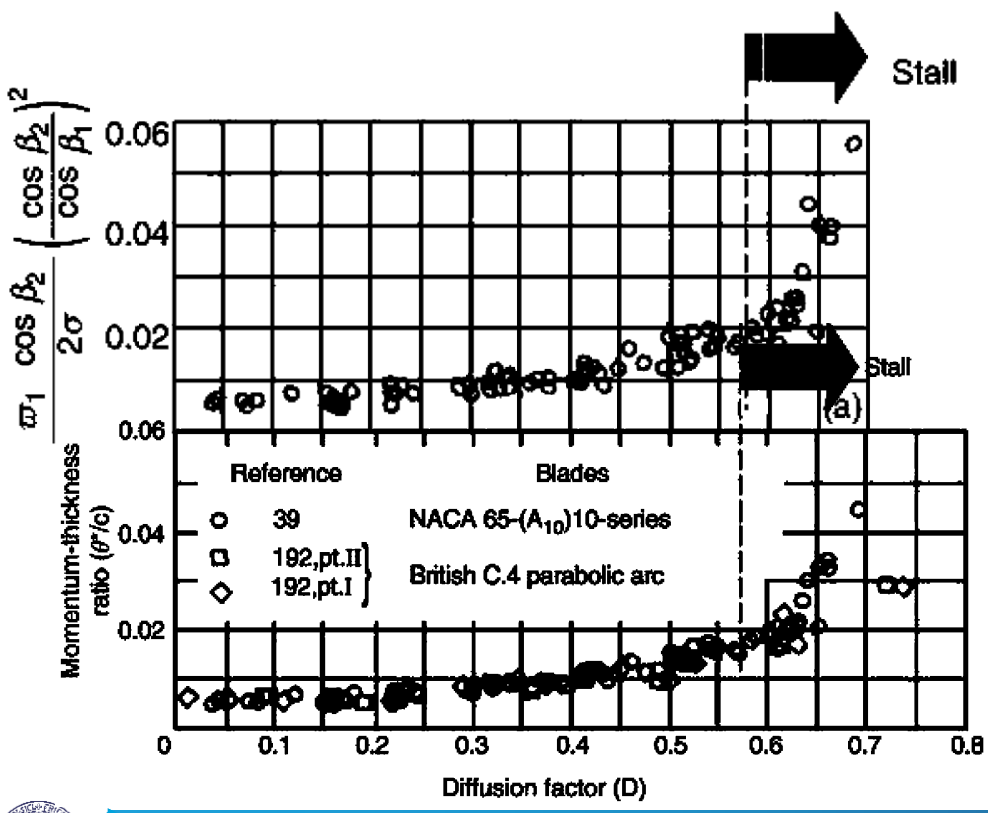


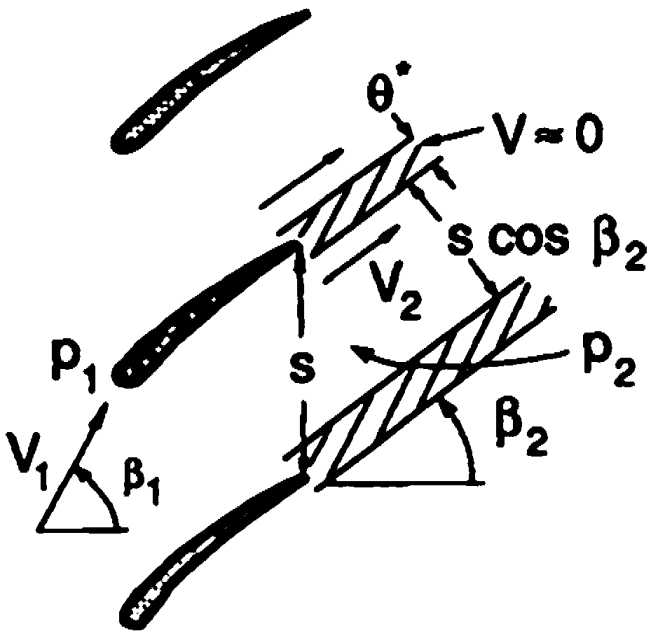

# Compressori

$$D_r = 1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{|W_{\theta 2} - W_{\theta 1}|}{2\sigma_r W_1} \qquad D_s = 1 - \frac{C_3}{C_2} + \frac{|C_{\theta 3} - C_{\theta 2}|}{2\sigma_s C_2}$$

Come si può vedere dalle due figure il **fattore di diffusione** *D* è strettamente legato allo **spessore** della **quantità di moto** a valle della pala e con una correlazione leggermente più complicata ad $\bar{\omega}$.

Il **valore limite** è 0.6.



# Compressori

Le **prestazioni** di un compressore spesso vengono espresse in termini di **mappe**. Sulle ascisse normalmente si mette la **portata corretta** opportunamente **adimensionalizzata** rispetto alla pressione ed alla radice della temperatura di ristagno:

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}\sqrt{\theta_2}}{\delta_2} \qquad \theta_2 = \frac{T_{t2}}{T_{ref}} \qquad \delta_2 = \frac{p_{t2}}{p_{ref}}$$

La **portata corretta** non è funzione della pressione e della temperatura ma solo del **numero di Mach assiale**. La dipendenza dal numero di Mach tangenziale è normalmente tenuta in conto in termini della **velocità angolare corretta** $N_c$:

$$M_T \propto \frac{N}{\sqrt{T}} \propto \frac{N}{\sqrt{\theta}} = N_c$$

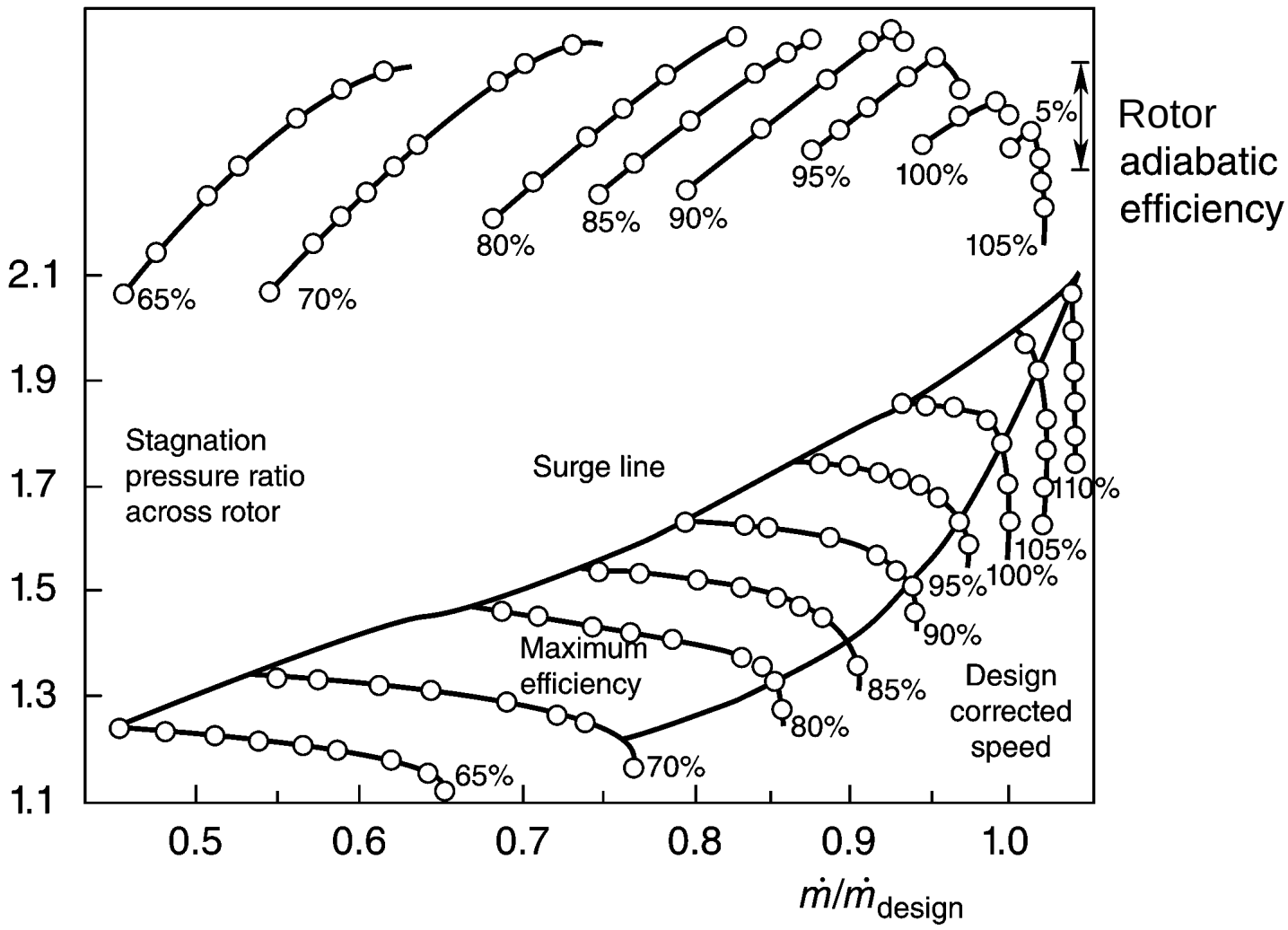
Si può quindi supporre che:

$$\pi_c = \pi_c(\gamma, R, N_c, \dot{m}_c)$$



# Compressori

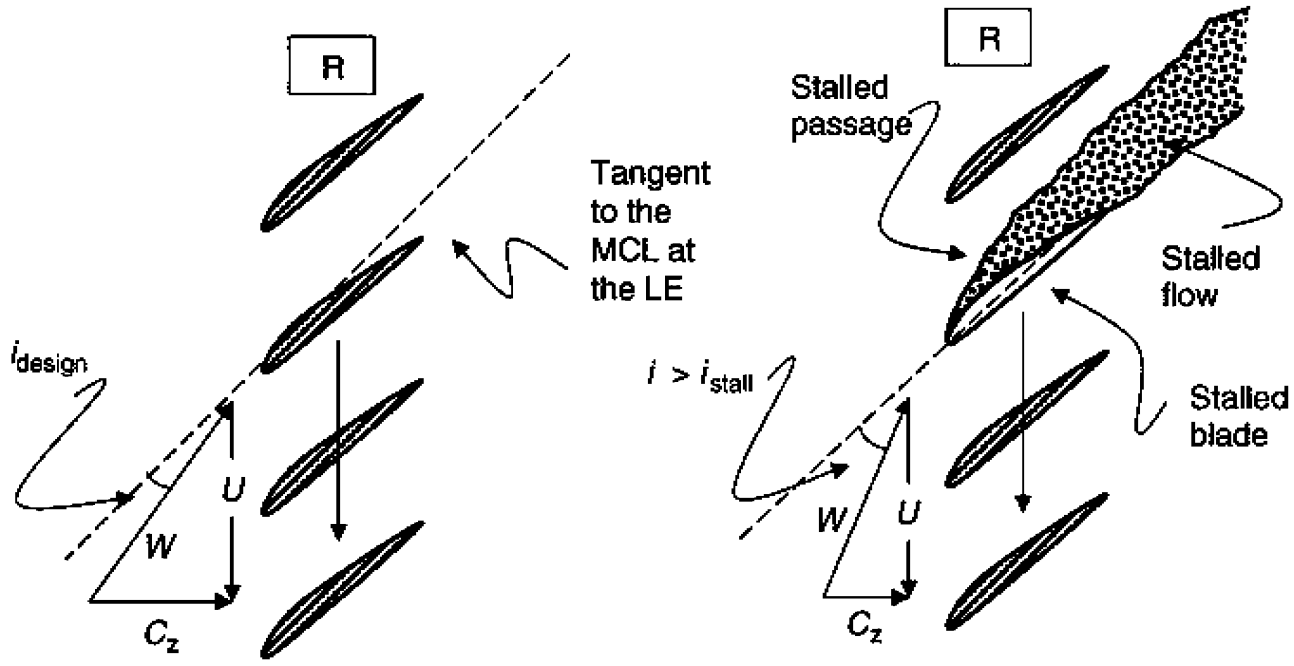
Le **prestazioni** di un compressore spesso vengono espresse in termini di **mappe** (le differenti curve rappresentano diversi regimi di rotazione).



# Compressori

A **velocità angolare** del compressore **costante** una **diminuzione** della **portata** che attraversa il compressore comporta un **aumento dell'angolo d'attacco** che può provocare una **separazione** del flusso con conseguente **stallo** della paletta.

Spesso lo stallo avviene inizialmente su una sola paletta o su piccoli gruppi di palette.

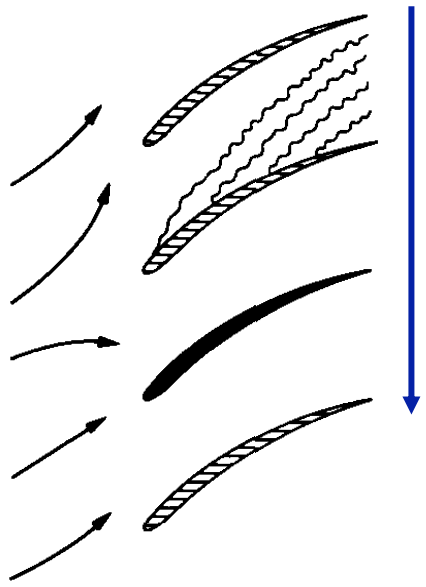


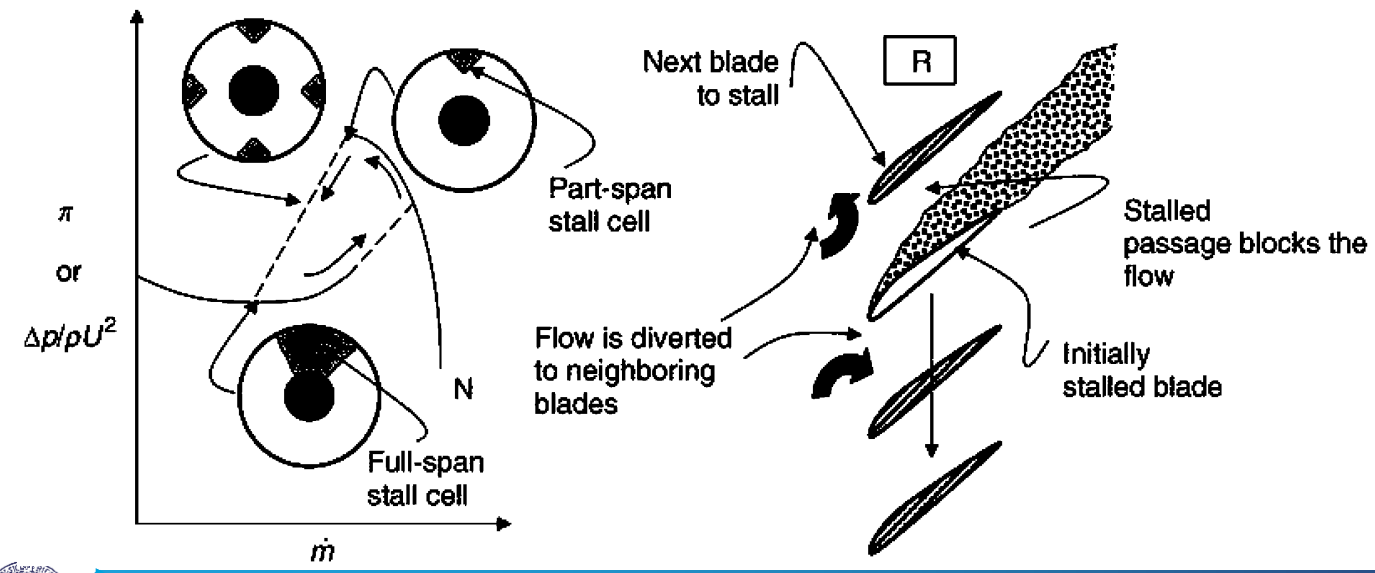


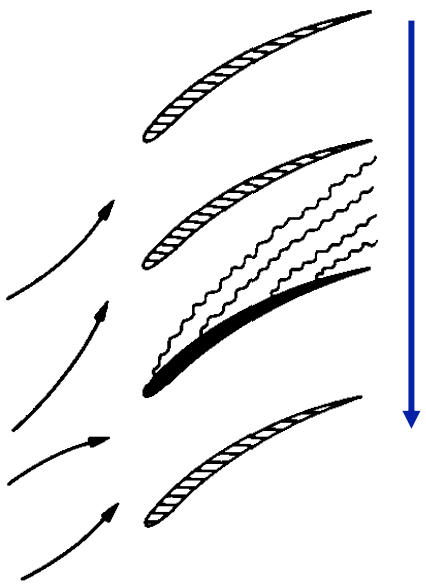

# Compressori

Il flusso d'aria che normalmente sarebbe passato sulla **paletta stallata** viene convogliato sulle palette **superiori** ed **inferiori**. Causando un aumento locale dell'angolo d'attacco sulla paletta superiore ed una diminuzione sulla paletta inferiore.

Di conseguenza la **zona stallata** si sposta verso le **palette superiori** cioè in direzione opposta a quella della rotazione delle palette.





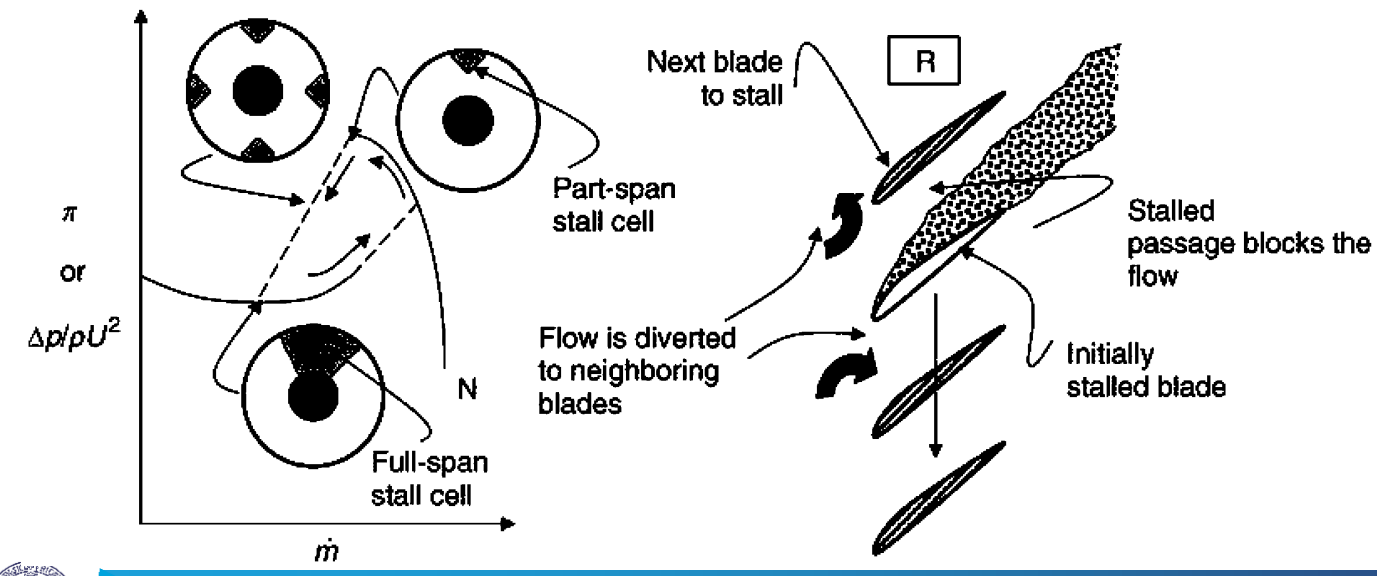



# Compressori

Tipicamente la **velocità angolare** nel sistema di riferimento assoluto è circa la **metà** di quella di rotazione. Cioè le zone stallate girano nello **stesso senso** del rotore ma a **velocità inferiore**.

Spesso lo stallo inizia in una singola cella ma poi si propaga su più **celle equidistanti** aumentando la frequenza delle oscillazioni e in alcuni casi creando fenomeni di **flutter**.

Tipicamente l'uscita dallo stallo segue una **dinamica non lineare** con un ciclo d'isteresi.

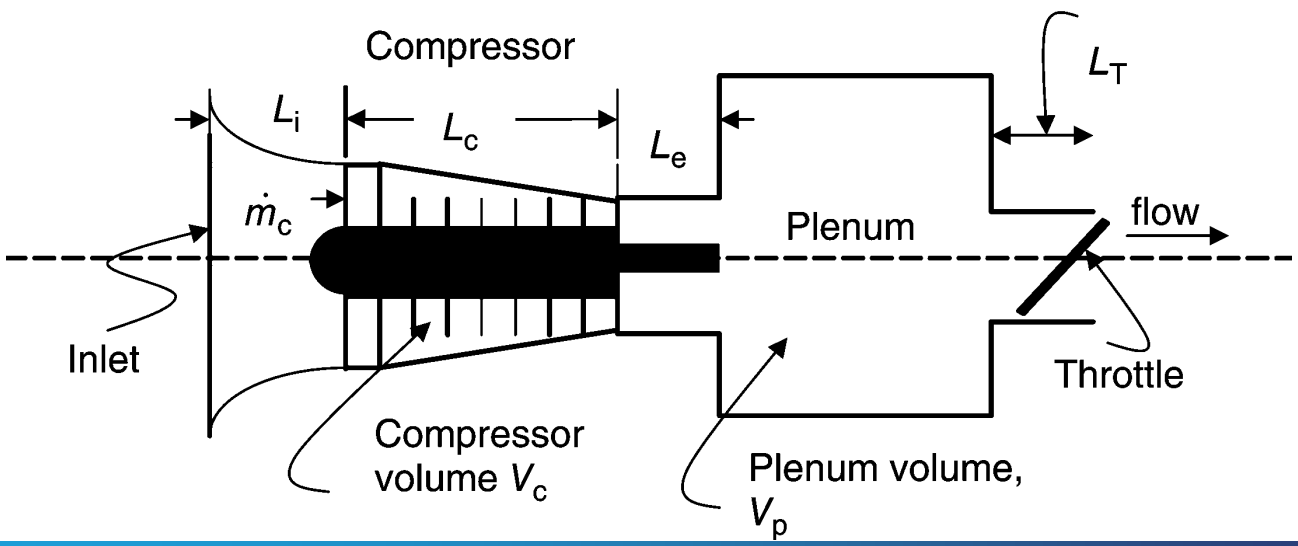





# Compressori

L'accoppiamento fra lo **stallo nel compressore** e la **camera di combustione** può portare ad oscillazioni o ad un completo **blocco** o **rottura** del motore. Quest'ultima condizione è detta **pompaggio** del compressore mentre in letteratura anglosassone è chiamata "**surge**".

Il pompaggio è una **oscillazione asimmetrica** del flusso con un tempo caratteristico dettato da quello di svuotamento e riempimento della camera di combustione. Il pompaggio può portare a rotture delle palette dei compressori.

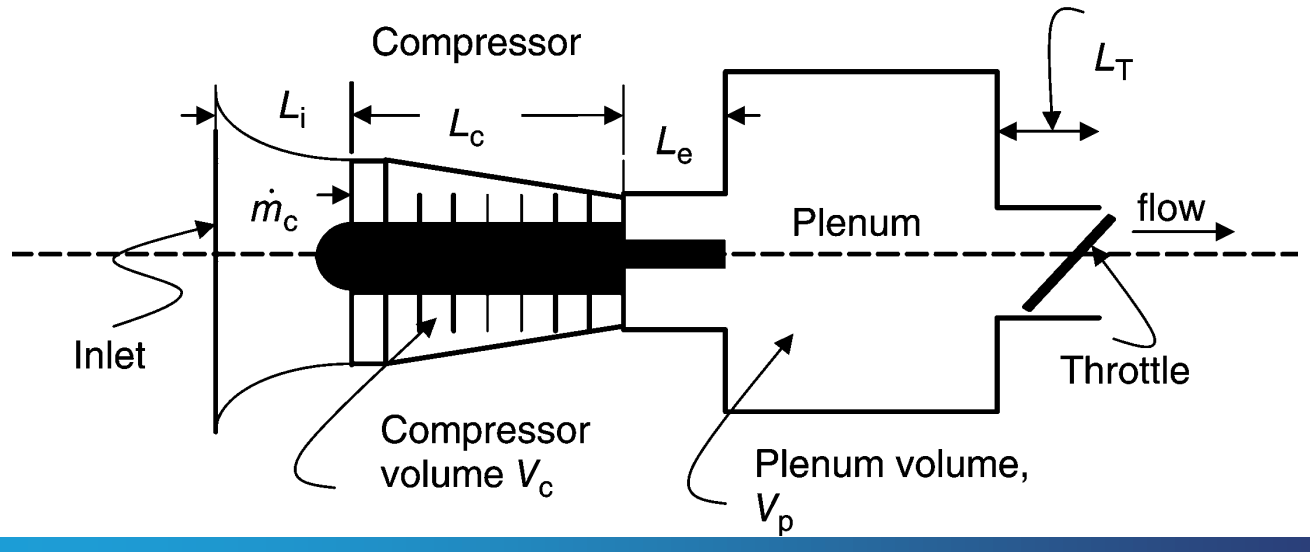


# Compressori

Un modello semplificato del motore che permette di schematizzare il fenomeno del pompaggio è mostrato in figura.

Greitzer (1976) ha individuato come parametro che governa la dinamica del sistema il rapporto fra due tempi caratteristici: il tempo di **permanenza** nel compressore e il tempo di **riempimento** della camera fino ad una **pressione critica** (entrambi proporzionali al volume $\mathcal{V}$):

$$\tau_{flow} \sim \frac{\rho \mathcal{V}_c}{\dot{m}_c} \qquad \tau_{charge} \sim \frac{\left(\frac{\Delta p_c}{RT}\right)\mathcal{V}_p}{\dot{m}_c}$$






# Compressori

$$\tau_{flow} \sim \frac{\rho \mathcal{V}_c}{\dot{m}_c} \qquad \tau_{charge} \sim \frac{\left(\frac{\Delta p_c}{RT}\right)\mathcal{V}_p}{\dot{m}_c}$$

supponendo che $\Delta p_c \sim \rho(\omega r)^2, T \sim a^2$ si ha:

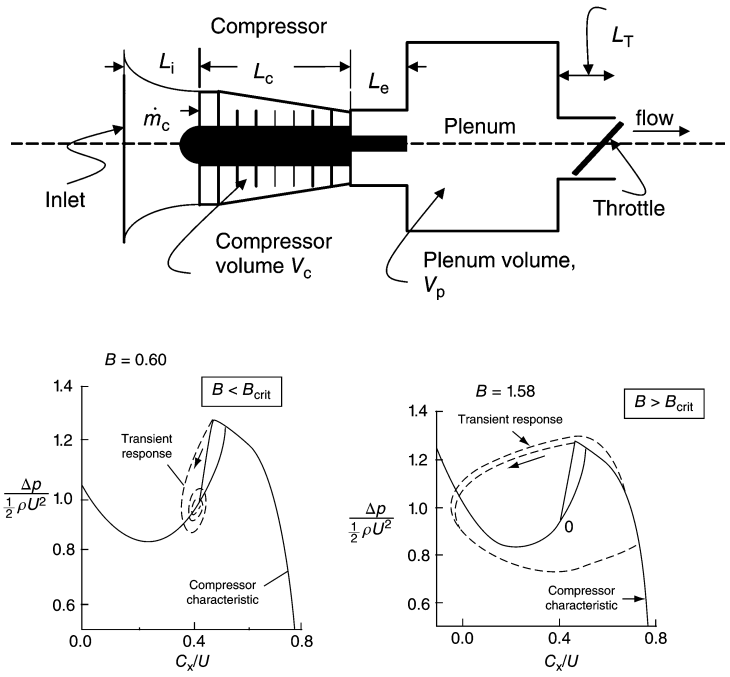
$$B = \frac{\omega r}{2a}\sqrt{\frac{\mathcal{V}_p}{\mathcal{V}_c}} \sim \sqrt{\frac{\tau_{charge}}{\tau_{flow}}}$$

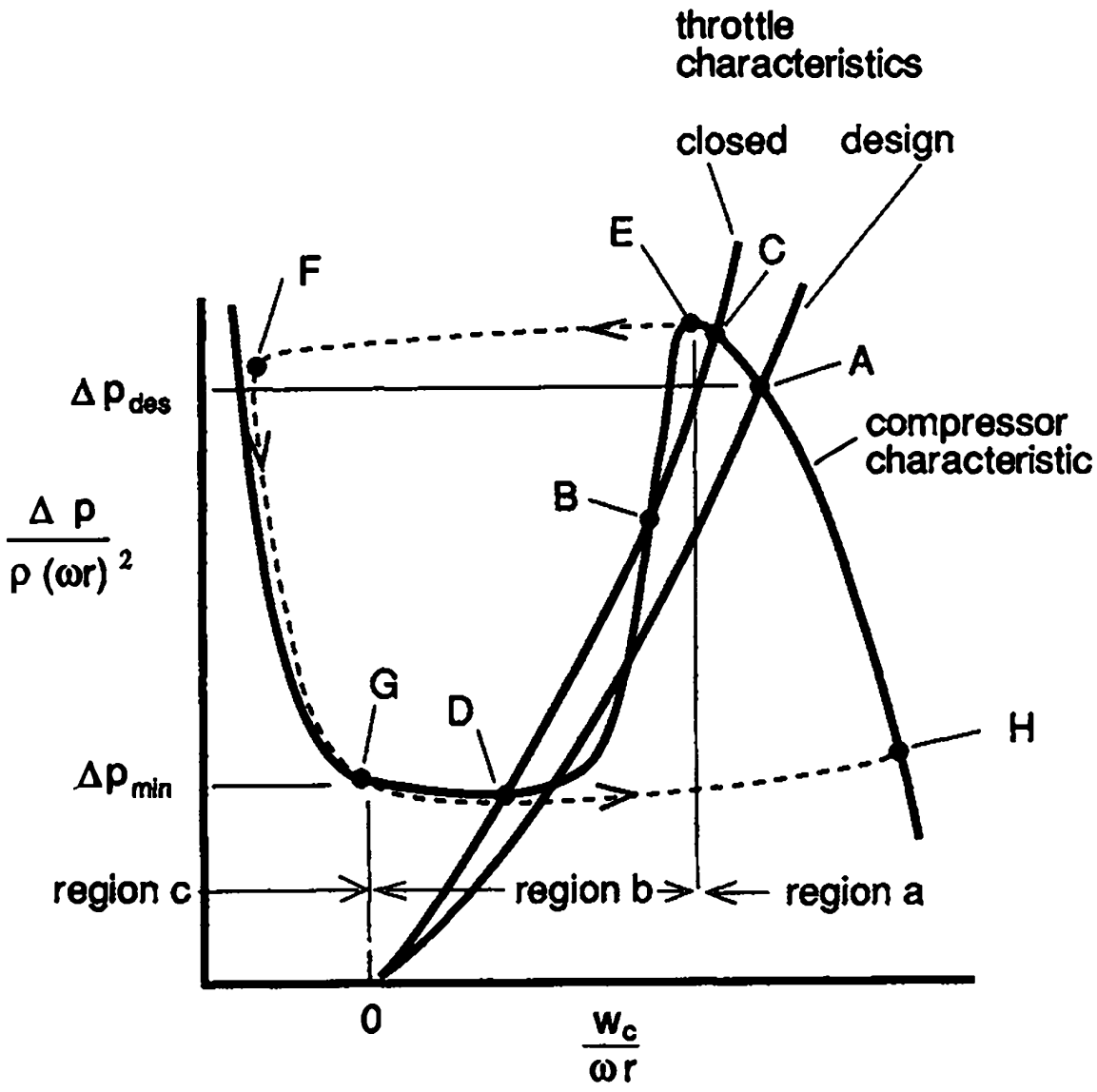
Dove *B* è il parametro caratteristico che Greitzer ha individuato come fondamentale per capire se l'instabilità rotativa degenera nel pompaggio.

Per *B*<0.7-0.8 lo **stallo** rotativo è **stabile** mentre per valori maggiori avviene il pompaggio.

# Compressori

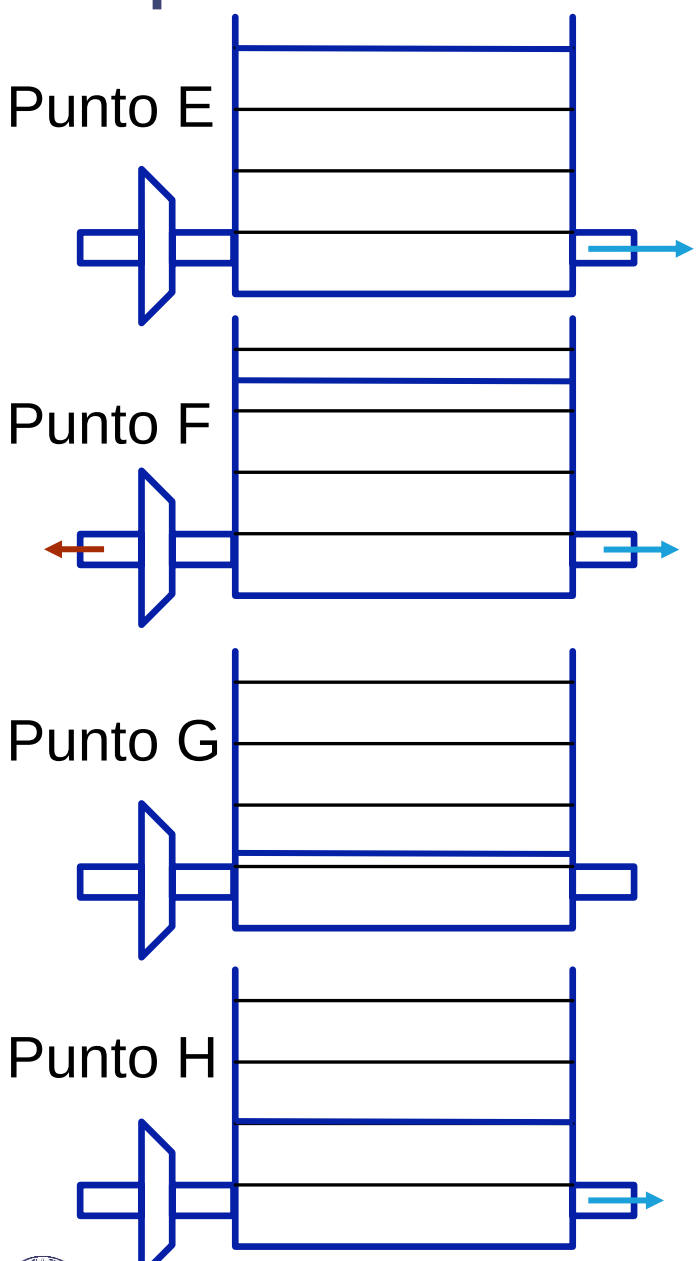
In figura sono mostrate le curve caratteristiche del compressore e del sistema camera-valvola di regolazione.

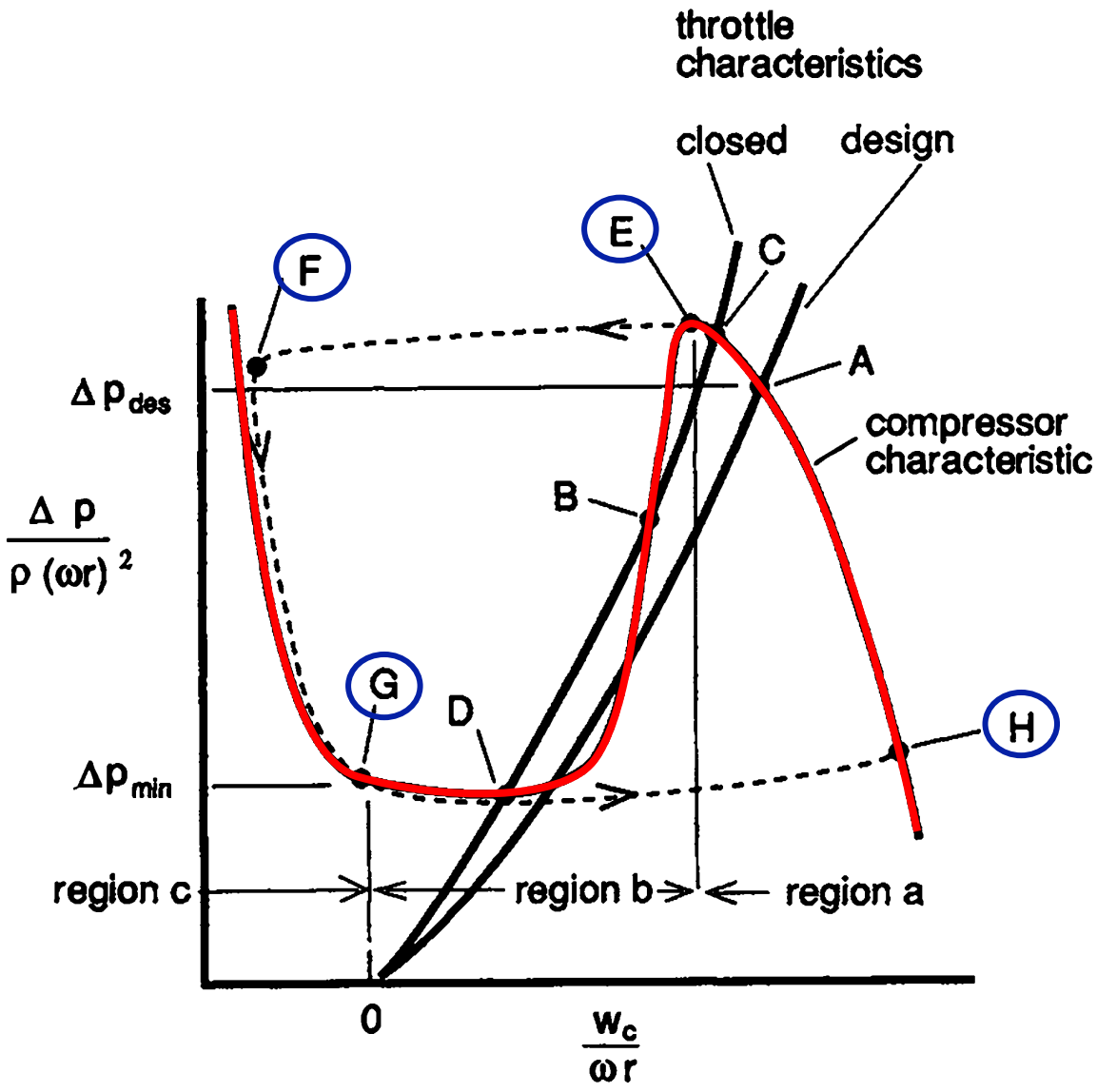




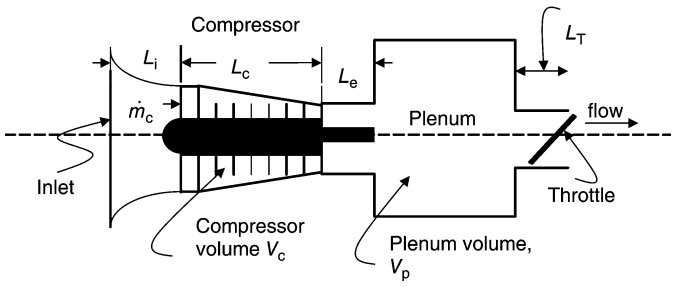

# Compressori

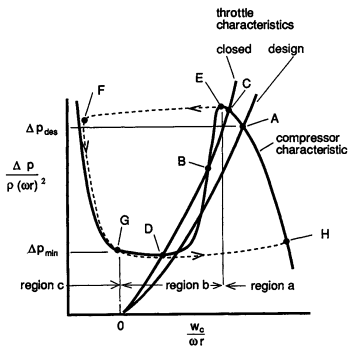


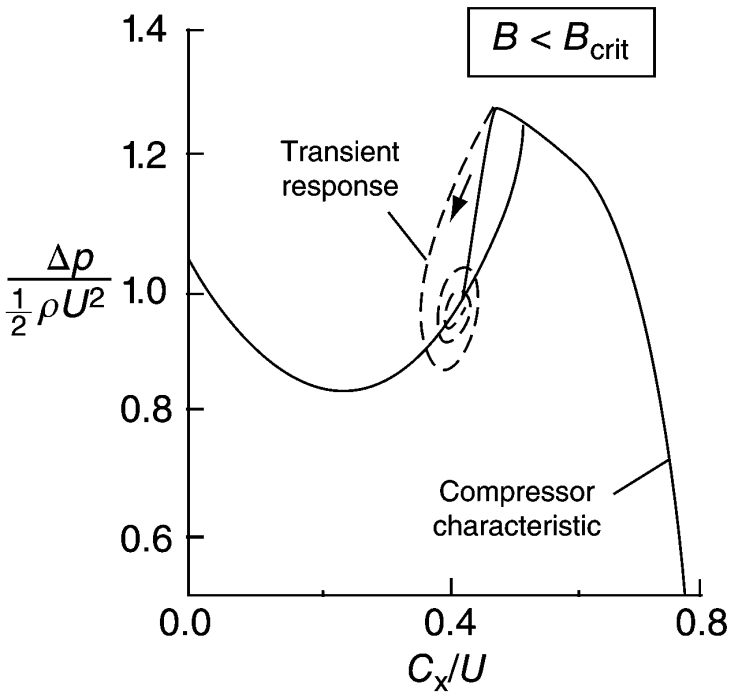
# Compressori

In figura sono mostrate le curve caratteristiche del compressore e del sistema camera-valvola di regolazione.

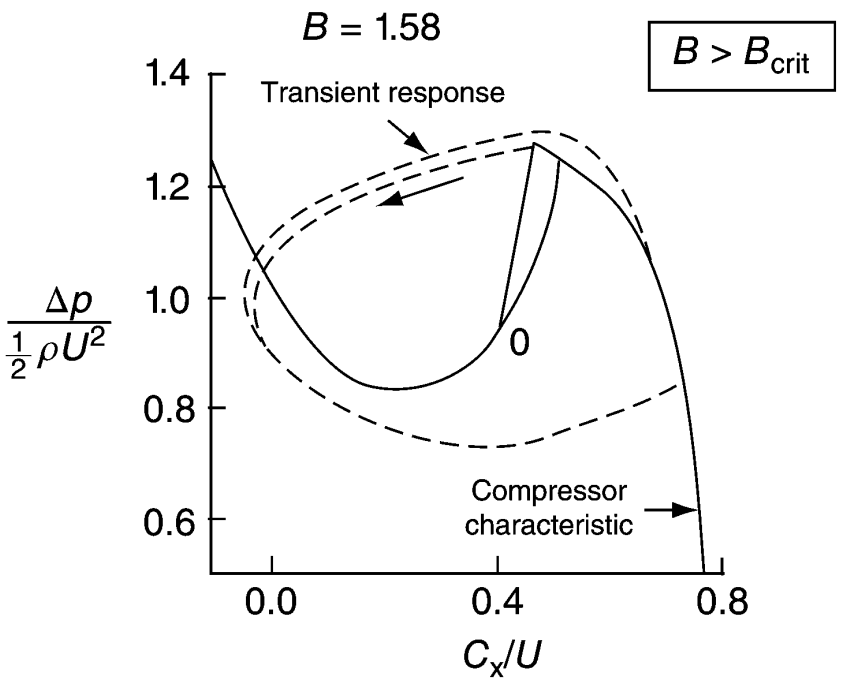



$B = 0.60$



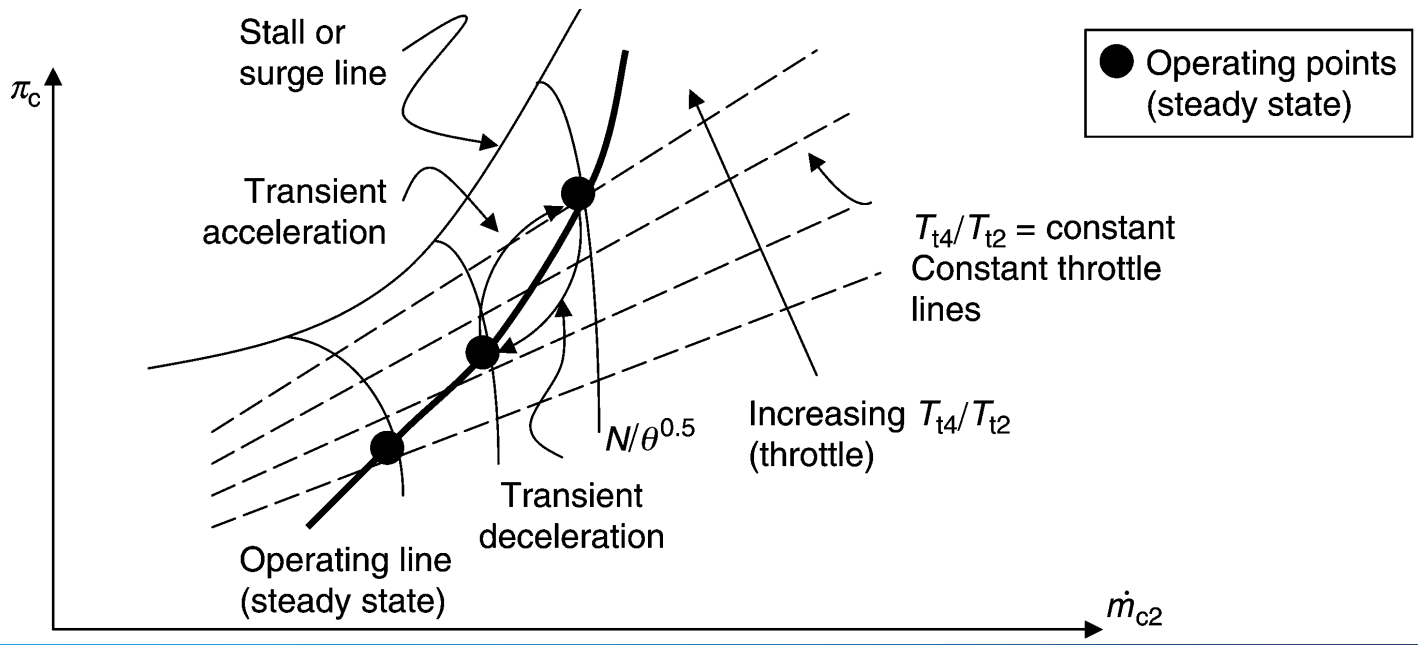

$B = 1.58$






# Compressori

In un motore a turbina la posizione della **manetta** determina il **rapporto** fra le **temperature** di ristagno a valle del diffusore e della camera di ristagno. Nella figura il percorso formato da stati stazionari successivi ottenuti variando la posizione della manetta è sovrapposto ad una mappa di compressore.



# Compressori

Il bilancio di energia fra il compressore e la turbina è:

$$\dot{m}_0(h_{t3} - h_{t2}) = \dot{m}_0(1+f)(h_{t4} - h_{t5})$$

trascurando $f$ ed eventuali variazioni del gas e si può anche scrivere come:

$$T_{t2}(\tau_c - 1) \approx T_{t4}(1-\tau_t) \qquad \rightarrow \qquad \tau_c \approx 1 + (1-\tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}$$

Che mostra che il rapporto di temperature attraverso il compressore è una funzione lineare del rapporto di temperature di ristagno.

Ricordando che $\tau_c = \pi_c^{\frac{k}{e_c}}$ si ha:

$$\pi_c \approx \left[1 + (1-\tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}\right]^{\frac{e_c}{k}}$$



# Compressori

Utilizzando la conservazione della massa supponendo che la sezione 4 sia strozzata e che $\pi_b = p_{t4}/p_{t3} = 1$:

$$\dot{m}_2 = \frac{p_{t2}A_2\Psi_2}{a_{t2}} \qquad \Psi(M,\gamma) = \gamma M\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)^{-K} \qquad K = \frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}$$

$$\dot{m}_2 = \frac{\gamma p_{t2}A_2}{\sqrt{\gamma R T_{t2}}} M_{z2}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{z2}^2\right)^{-K} \approx \frac{\gamma p_{t4}A_4}{\sqrt{\gamma R T_{t4}}}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-K} \approx \dot{m}_4$$

$$M_{z2}\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M_{z2}^2\right)^{-K} \approx \frac{p_{t4}/p_{t2}}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}\frac{A_4}{A_2}\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{-K} \approx \frac{cost\ \pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

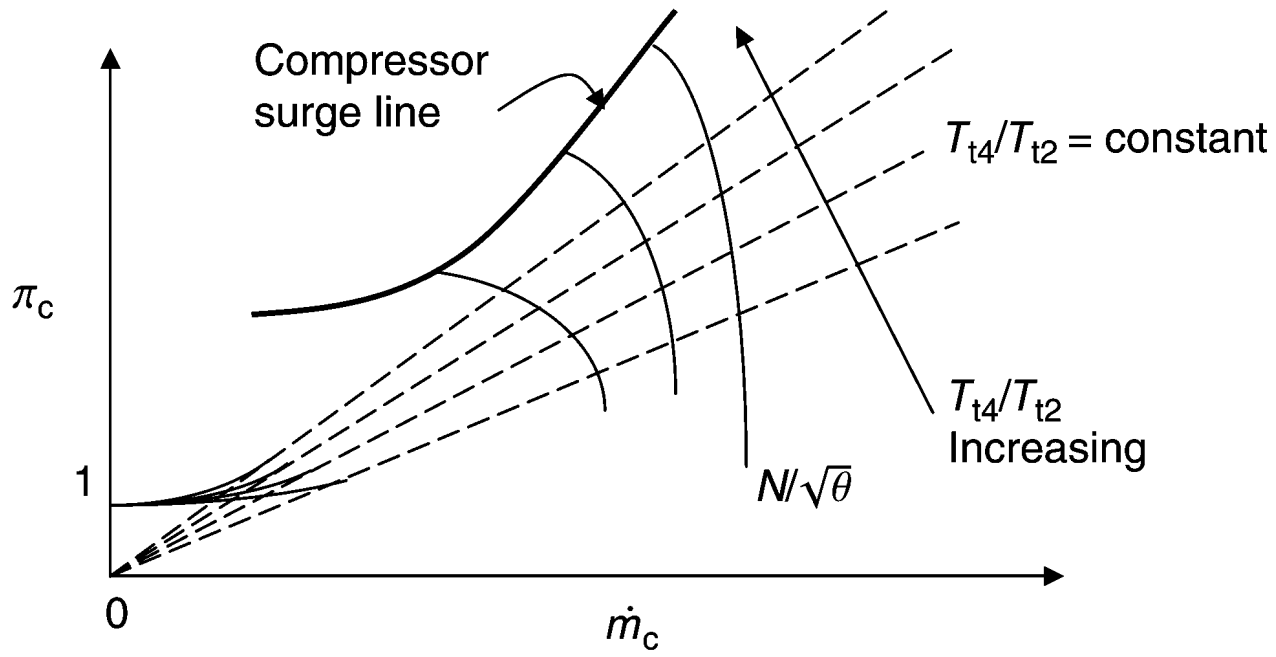
la parte a sinistra è proporzionale alla portata corretta quindi:

$$\dot{m}_{c2} = \frac{\dot{m}_2\sqrt{\theta_2}}{\delta_2} \approx \frac{cost\ \pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} \qquad \theta_2 = \frac{T_{t2}}{T_{ref}} \qquad \delta_2 = \frac{p_{t2}}{p_{ref}}$$

# Compressori

$$\dot{m}_{c2} \approx \frac{cost\ \pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

quindi **le curve** con posizione della **manetta costante** sono delle **rette** nella mappa del compressore. In particolare aumentando il rapporto fra le temperature ci si avvicina allo stallo.






# Compressori

Sostituendo la relazione $\pi_c \approx \left[1 + (1 - \tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}\right]^{\frac{e_c}{k}}$ nella:

$$M_{z2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{z2}^2\right)^{-K} \approx \frac{p_{t4}/p_{t2}}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}} \frac{A_4}{A_2} \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{-K} \approx \frac{cost\ \pi_c}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

si ha:

$$M_{z2}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{z2}^2\right)^{-K} \approx \frac{cost \left[1 + (1 - \tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}\right]^{\frac{e_c}{k}}}{\sqrt{T_{t4}/T_{t2}}}$$

che può essere risolta per trovare il numero di Mach assiale.

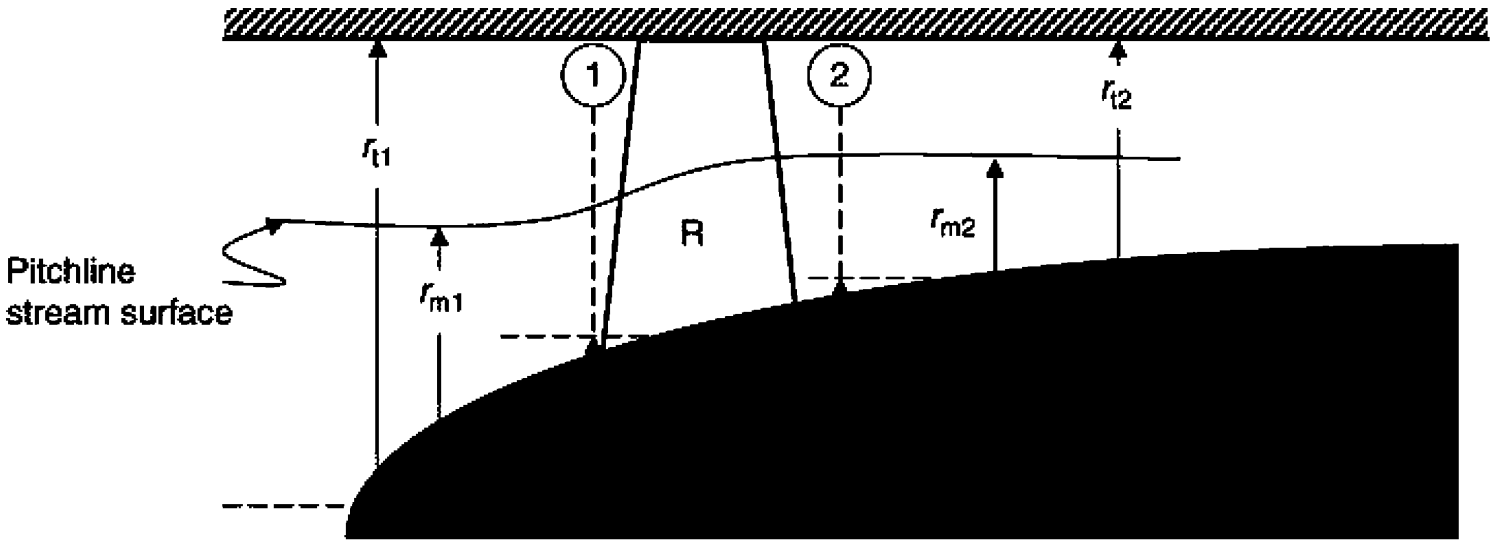
# Compressori

In un compressore **multistadio** la potenza complessiva è data dalla somma delle potenze dei singoli stadi a sua volta prodotto della velocità angolare per il momento torcente:

$$\mathcal{P}_c = \dot{m}(h_{t3} - h_{t2}) = \dot{m} h_{t2}(\tau_c - 1) = \omega \sum_j \tau_{r_j}$$

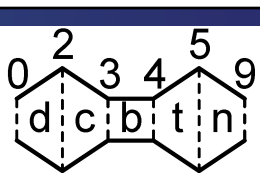
In prima approssimazione si ha:

$$\tau_r = \dot{m}[r_{m2} C_{\theta m2} - r_{m1} C_{\theta m1}]$$






# Compressori

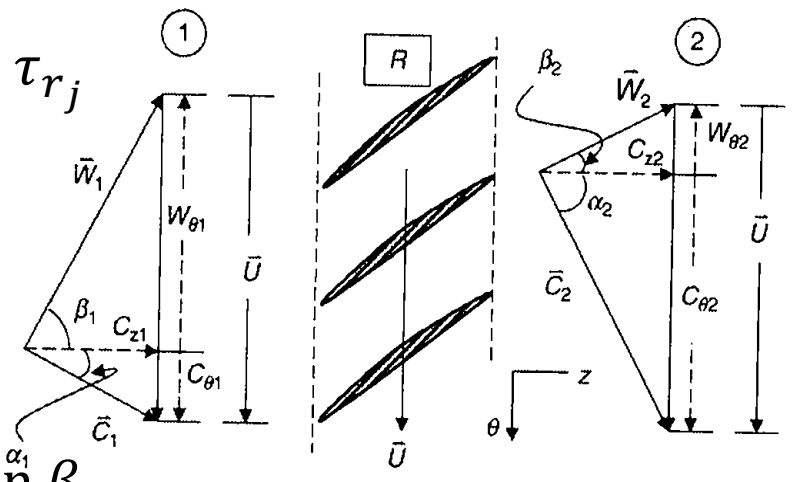



In un compressore **multistadio** la potenza complessiva è data dalla somma delle potenze dei singoli stadi a sua volta prodotto della velocità angolare per il momento torcente:

$$\mathcal{P}_c = \dot{m}(h_{t3} - h_{t2}) = \dot{m} h_{t2}(\tau_c - 1) = \omega \sum_j \tau_{r_j}$$

In prima approssimazione si ha:

$$\tau_r = \dot{m}[r_{m2} C_{\theta m2} - r_{m1} C_{\theta m1}]$$




ma:

$$C_{\theta 2} = C_{z2} \tan \alpha_2 = U + W_{\theta 2} = \omega r_2 + C_{z2} \tan \beta_2$$

quindi $\tau_r = \dot{m}[r_{m2}(\omega r_{m2} + C_{z2} \tan \beta_2) - r_{m1} C_{z1} \tan \alpha_1]$ e ricordando che $\tau_c \approx 1 + (1 - \tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}}$ si ha:

$$h_{t2}(1 - \tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}} = \omega \sum_j [r_{m2}(\omega r_{m2} + C_{z2} \tan \beta_2) - r_{m1} C_{z1} \tan \alpha_1]$$

# Compressori

$$h_{t2}(1-\tau_t)\frac{T_{t4}}{T_{t2}} = \omega \sum_j [r_{m2}(\omega r_{m2} + C_{z2}\tan\beta_2) - r_{m1}C_{z1}\tan\alpha_1]$$

che è una equazione quadratica nella velocità angolare dipendente dalla posizione della **manetta** ($T_{t4}/T_{t2}$), dalla velocità assiale e dagli angoli (quasi costanti).

Nella pratica il **compressore** si **adatta** alla posizione della manetta variando la **velocità angolare.**

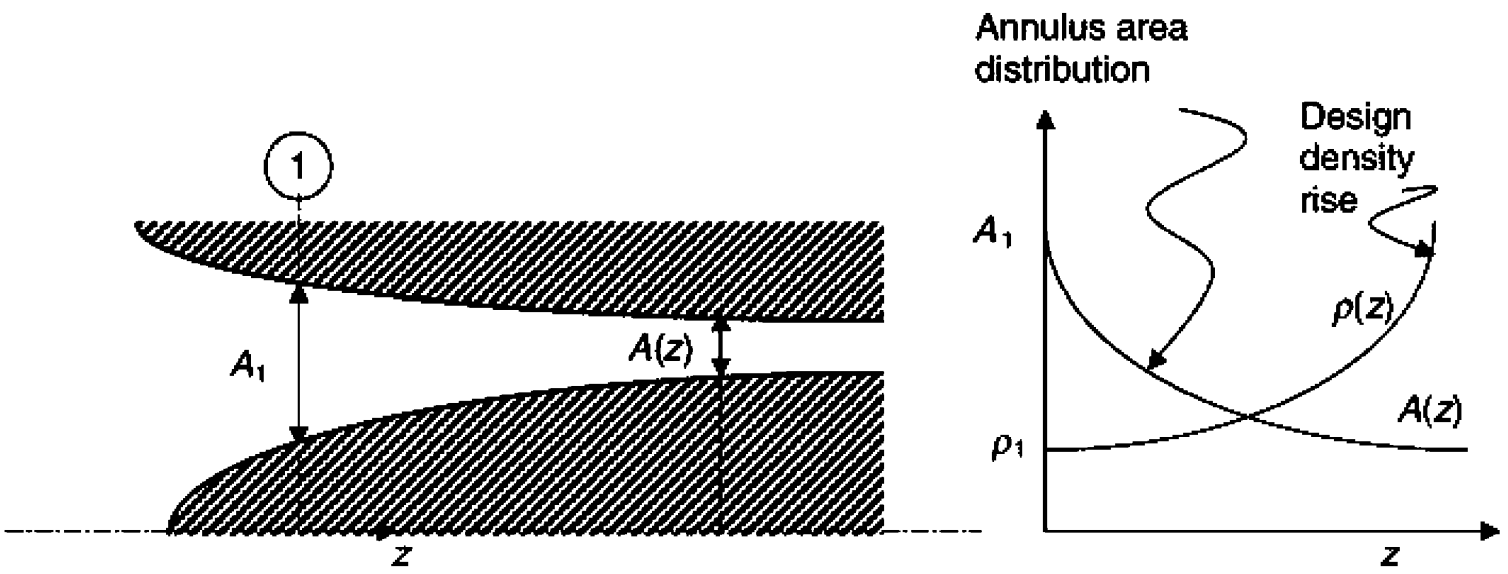


# Compressori

La **distribuzione dell'area** anulare in un compressore è legata all'aumento della pressione lungo l'asse. Se si suppone una velocità assiale costante si ha:

$$\frac{A(z)}{A_1} = \frac{\rho_1}{\rho(z)}$$

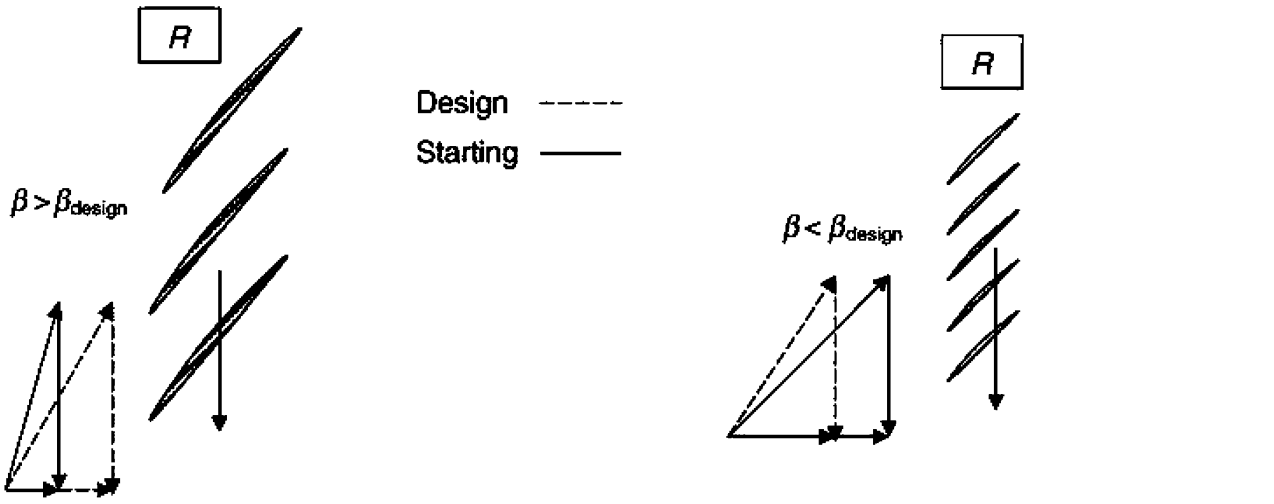
**All'avviamento** la portata è piccola il che comporta un **carico maggiore** (angolo d'attacco) nei primi stadi del compressore.



# Compressori

La bassa efficienza dei primi stadi provoca una **salita di pressione** (e di conseguenza di densità) **inferiore** a quella di progetto. Quindi la **velocità assiale** aumenta significativamente lungo il compressore diminuendo il carico sulle palette successive. In realtà le ultime pale sono completamente scariche.

**All'avviamento** sia i primi stadi che gli ultimi stadi tendono ad essere stallati anche se per fenomenologia opposta.




(a) Front stages see a higher incidence (loading), i.e., a lower flow coefficient $\phi$

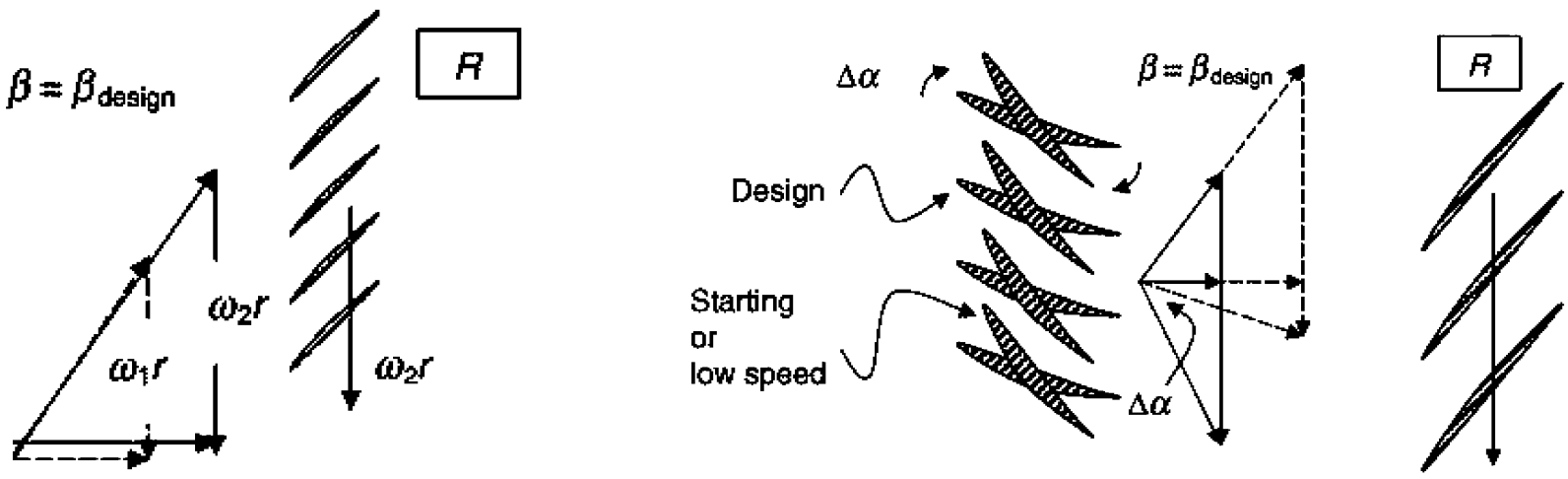
(b) Aft stages see a lower incidence (loading), i.e., a higher flow coefficient $\phi$



# Compressori

Esistono alcune **soluzioni** a questo problema nei compressori ad alto rapporto di compressione:

- L'utilizzo di un motore **multi-albero** permette di far ruotare più velocemente gli stadi poppieri;
- L'utilizzo di **statori** ad **assetto variabile** nei primi stadi permette di ottimizzare gli angoli di attacco sul rotore (l'aumento di temperatura non permette di usare questo approccio anche per gli stadi successivi);
- Utilizzare degli **sfiati** in modo da ridurre la portata e di conseguenza la velocità assiale negli stadi poppieri.



**Guidelines on the Range of Compressor Parameters**

| Parameter | Range of values | Typical value |
|---|---|---|
| Flow coefficient $\phi$ | $0.3 \leq \phi \leq 0.9$ | 0.6 |
| $D$-Factor | $D \leq 0.6$ | 0.45 |
| Axial Mach number $M_z$ | $0.3 \leq M_z \leq 0.6$ | 0.55 |
| Tip Tangential Mach Number, $M_T$ | 1.0–1.5 | 1.3 |
| Degree of reaction | $0.1 \leq {}^\circ R \leq 0.90$ | 0.5 (for $M < 1$) |
| Reynolds number based on chord | $300{,}000 \leq \mathrm{Re}_c$ | >500,000 |
| Tip relative Mach number (1st Rotor) | $(M_{1r})_{tip} \leq 1.7$ | 1.3–1.5 |
| Stage average solidity | $1.0 \leq \sigma \leq 2.0$ | 1.4 |
| Stage average aspect ratio | $1.0 \leq \mathrm{AR} \leq 4.0$ | <2.0 |
| Polytropic efficiency | $0.85 \leq e_c \leq 0.92$ | 0.90 |
| Hub rotational speed | $\omega r_h \leq 380$ m/s | 300 m/s |
| Tip rotational speed | $\omega r_t$~450—550 m/s | 500 m/s |
| Loading coefficient | $0.2 \leq \psi \leq 0.5$ | 0.35 |
| DCA blade (range) | $0.8 \leq M \leq 1.2$ | Same |
| NACA-65 series (range) | $M \leq 0.8$ | Same |
| De Haller criterion | $W_2/W_1 \geq 0.72$ | 0.75 |
| Blade leading-edge radius | $r_{L.E.}$ ~5–10% of $t_{max}$ | 5% $t_{max}$ |
| Compressor pressure ratio per spool | $\pi_c < 20$ | up to 20 |
| Axial gap between blade rows | 0.23 $c_z$ to 0.25 $c_z$ | 0.25 $c_z$ |
| Aspect ratio, fan | ~2–5 | <1.5 |
| Aspect ratio, compressor | ~1–4 | ~2 |
| Taper ratio | ~0.8–1.0 | 0.8 |



Compressori


| Parameter | Range of values | Typical value |
|---|---|---|
| Flow coefficient $\phi$ | $0.3 \leq \phi \leq 0.9$ | 0.6 |
| $D$-Factor | $D \leq 0.6$ | 0.45 |
| Axial Mach number $M_z$ | $0.3 \leq M_z \leq 0.6$ | 0.55 |
| Tip Tangential Mach Number, $M_T$ | 1.0–1.5 | 1.3 |
| Degree of reaction | $0.1 \leq {}^\circ R \leq 0.90$ | 0.5 (for $M < 1$) |
| Reynolds number based on chord | $300{,}000 \leq \mathrm{Re}_c$ | >500,000 |
| Tip relative Mach number (1st Rotor) | $(M_{1r})_{tip} \leq 1.7$ | 1.3–1.5 |
| Stage average solidity | $1.0 \leq \sigma \leq 2.0$ | 1.4 |
| Stage average aspect ratio | $1.0 \leq \mathrm{AR} \leq 4.0$ | <2.0 |
| Polytropic efficiency | $0.85 \leq e_c \leq 0.92$ | 0.90 |
| Hub rotational speed | $\omega r_h \leq 380$ m/s | 300 m/s |
| Tip rotational speed | $\omega r_t$~450—550 m/s | 500 m/s |
| Loading coefficient | $0.2 \leq \psi \leq 0.5$ | 0.35 |
| DCA blade (range) | $0.8 \leq M \leq 1.2$ | Same |
| NACA-65 series (range) | $M \leq 0.8$ | Same |
| De Haller criterion | $W_2/W_1 \geq 0.72$ | 0.75 |
| Blade leading-edge radius | $r_{L.E.}$ ~5–10% of $t_{max}$ | 5% $t_{max}$ |
| Compressor pressure ratio per spool | $\pi_c < 20$ | up to 20 |