



Propulsione Aerospaziale

T. Astarita

astarita@unina.it

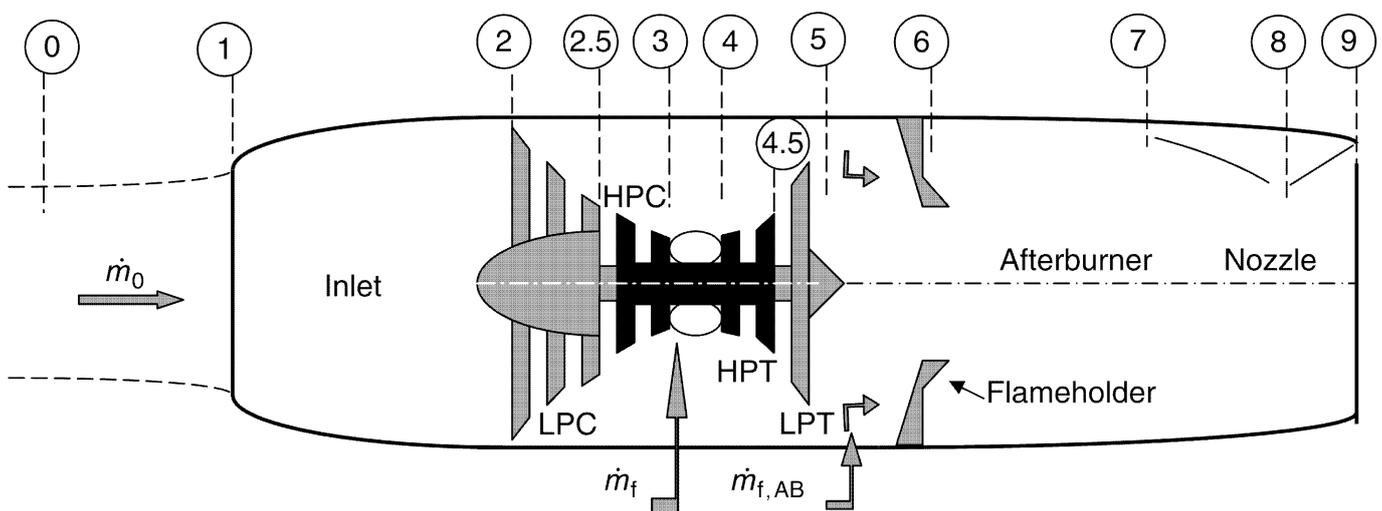
www.docenti.unina.it

Versione del 24.3.2020

Determinazione della spinta

In figura è mostrata la **numerazione delle sezioni** in un motore turbogetto (Aerospace Recommended Practice 755), dove:

- \dot{m}_f e \dot{m}_0 sono la **portata** di combustibile e di aria, $f = \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_0}$;
- p_0 indica la **pressione ambiente** (nella sezione 0) e **non quella di ristagno**;
- LPC e HPC indicano i compressore di bassa e alta pressione;
- LPT e HPT indicano le turbine di bassa e alta pressione.

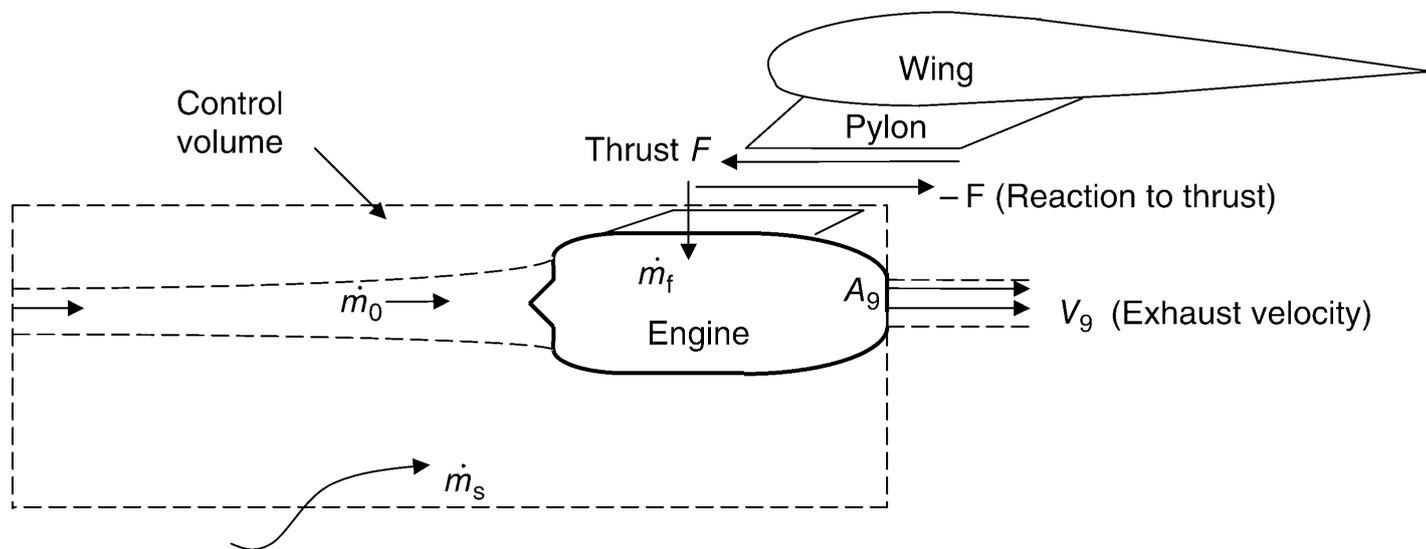
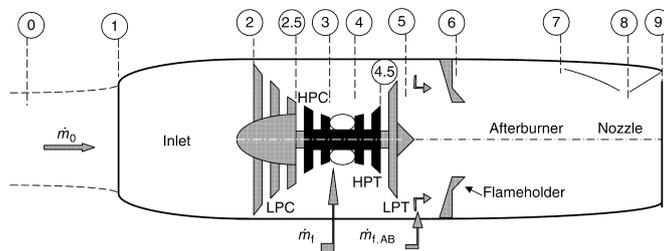


Determinazione della spinta

Il motore è sostenuto da un supporto che non sarà considerato nell'analisi.

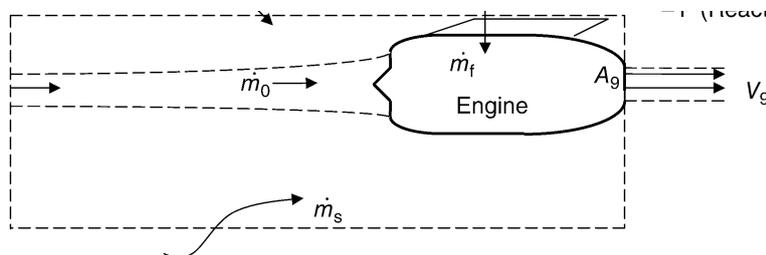
Il **volume** di **controllo** considerato è indicato con la linea **tratteggiata**.

Si considera solo la **spinta netta**.



Determinazione della spinta

Un semplice bilancio di massa fornisce:



$$\rho_0 V_0 A + \dot{m}_s + \dot{m}_f = (\dot{m}_0 + \dot{m}_f) + \rho_0 V_0 (A - A_9)$$

Semplificando: $\dot{m}_s = \dot{m}_0 - \rho_0 V_0 A_9$

L'equazione di bilancio della quantità di moto:

$$F_u = \overbrace{(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9 + \rho_0 V_0 (A - A_9)V_0}^{QM_{out}} - \overbrace{(\rho_0 V_0 A V_0 + \dot{m}_s V_0)}^{QM_{in}} + \overbrace{(p_9 - p_0)A_9}^{p_{out}}$$

Sostituendo:

$$F_u = (\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9 - \dot{m}_0 V_0 + (p_9 - p_0)A_9 = \dot{m}_9 V_9 - \dot{m}_0 V_0 + (p_9 - p_0)A_9$$

Questa è l'espressione per la **spinta non installata** (uninstalled) cioè quella che non tiene conto dell'installazione del motore. Il primo ed il terzo (nullo in regime subsonico) termine sono la spinta generata dall'ugello, il secondo è la resistenza "ram" (**ram drag** D_{ram}).



Determinazione della spinta

La spinta generata dall'ugello viene anche chiamata spinta lorda (**Gross thrust**):

$$F_g = \dot{m}_9 V_9 + (p_9 - p_0) A_9 \qquad F_u = F_g - D_{ram}$$

La **spinta lorda** è l'unica presente nel caso di **motori a razzo**, in questo caso si ha $\dot{m}_9 = \dot{m}_p = \dot{m}_f + \dot{m}_{ox}$:

$$F_r = \dot{m}_p V_9 + (p_9 - p_0) A_9$$

Introducendo una velocità equivalente c tale che:

$$F_r = \dot{m}_p c$$

quindi:

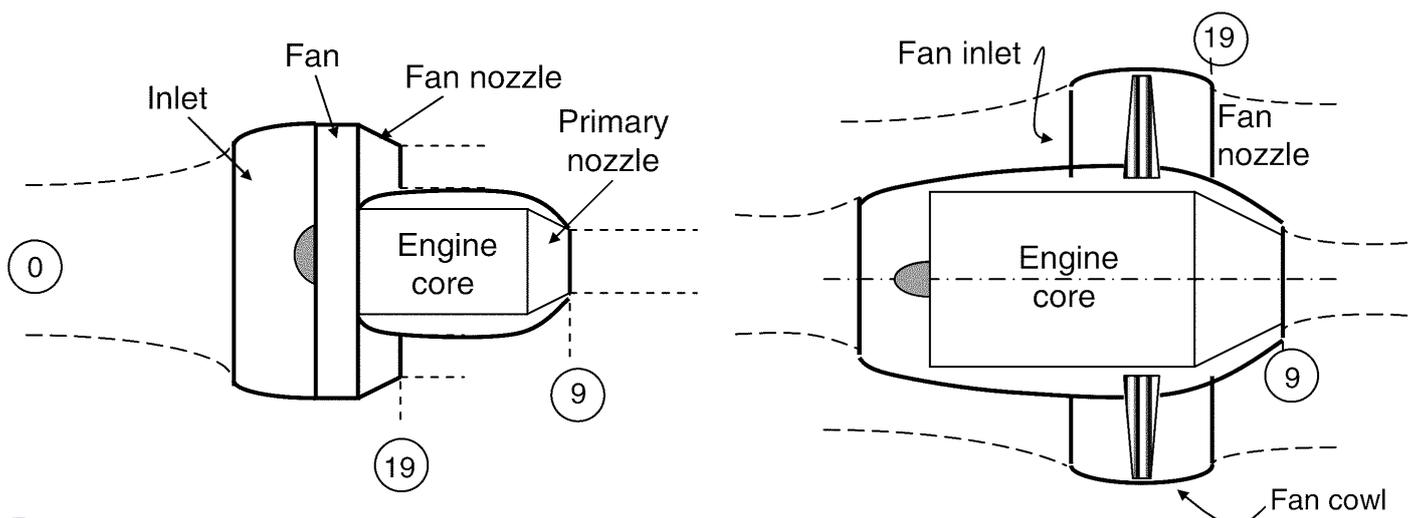
$$c = \frac{F_r}{\dot{m}_p} = V_9 + \frac{(p_9 - p_0) A_9}{\dot{m}_p}$$



Determinazione della spinta

L'estensione al caso di un TurboFan è banale:

$$F_u = \dot{m}_9 V_9 + \dot{m}_{19} V_{19} - \dot{m}_0 V_0 + (p_9 - p_0) A_9 + (p_{19} - p_0) A_{19}$$

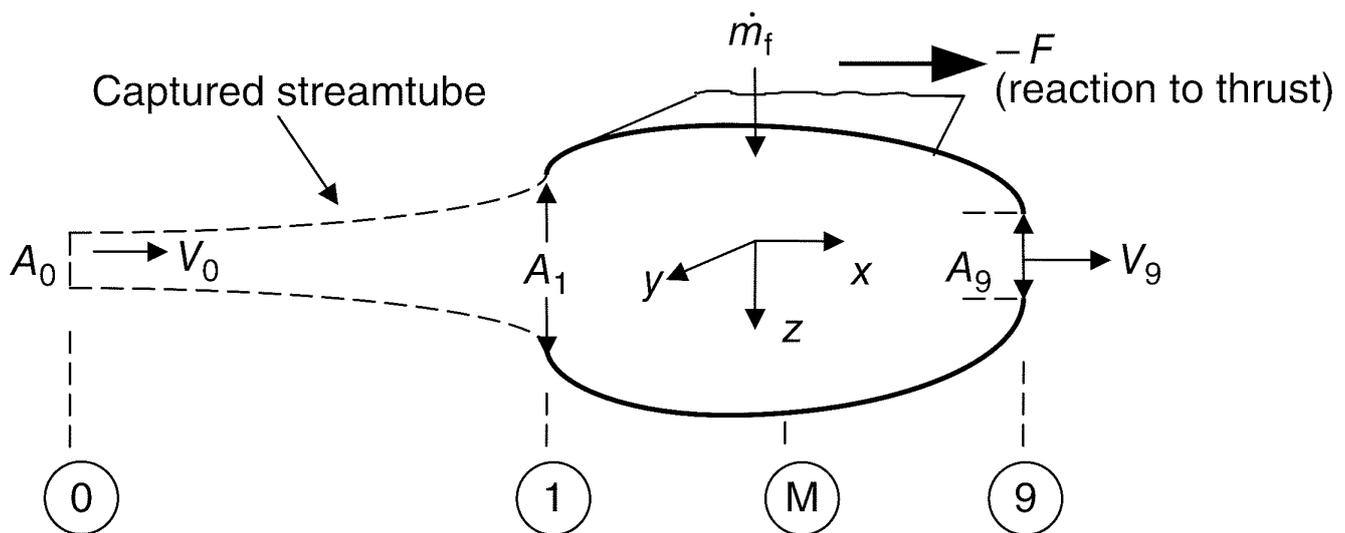


Determinazione della spinta

In realtà la **spinta "installata"** F_i è la spinta realmente trasferita dal motore al velivolo, comprensiva di eventuali perdite aggiuntive, attrito sulla gondola e l'eventuale resistenza di pressione.

Mentre, normalmente, la **resistenza** associata ai **piloni** (supporti) entra nel bilancio della resistenza del velivolo.

Conviene utilizzare un diverso volume di controllo.



Determinazione della spinta

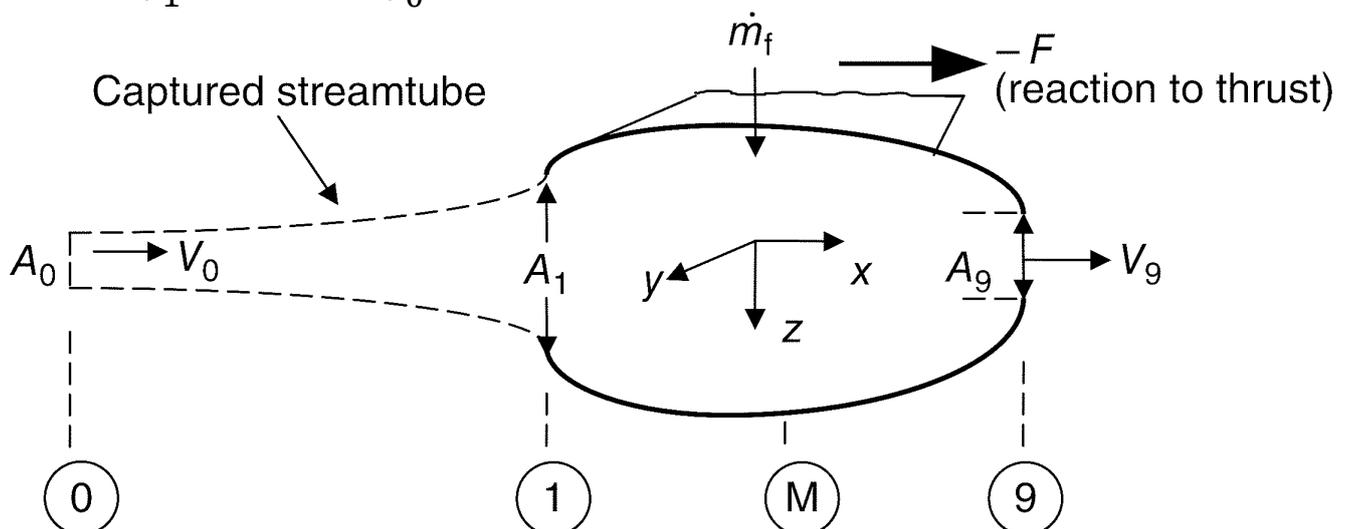
$$F_u = \dot{m}_9 V_9 - \dot{m}_0 V_0 + (p_9 - p_0) A_9$$

La **spinta installata** trascurando la resistenza dei piloni diventa:

$$F_i = \dot{m}_9 V_9 - \dot{m}_0 V_0 + (p_9 - p_0) A_9 - \int_1^9 \tau_w dA_x - \int_0^9 (p - p_0) dA_x$$

Che può essere espressa anche in funzione della spinta non installata:

$$F_i = F_u - \int_1^9 \tau_w dA_x - \int_0^9 (p - p_0) dA_x$$

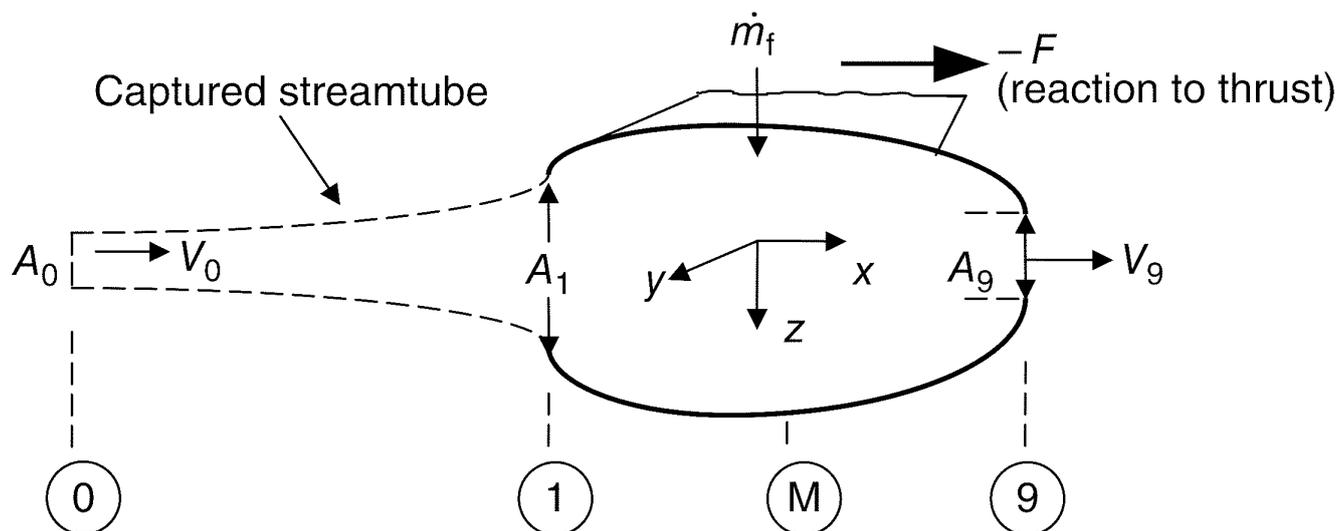


Determinazione della spinta

$$F_i = F_u - \int_1^9 \tau_w dA_x - \int_0^9 (p - p_0) dA_x$$

Il secondo integrale può essere diviso in tre parti:

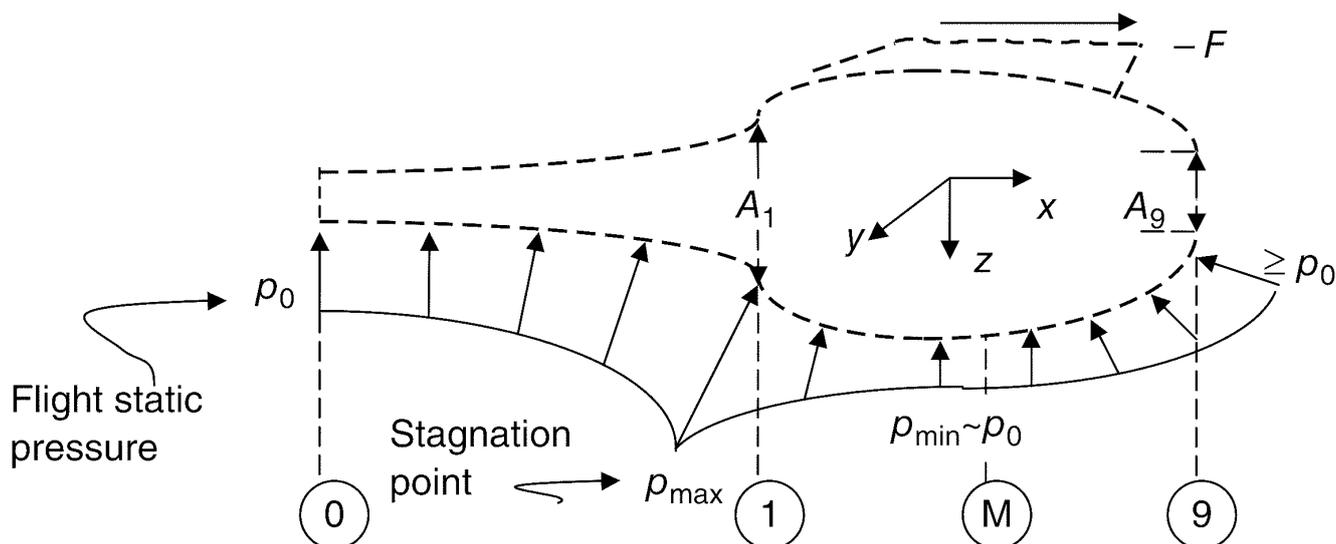
$$\int_0^9 (p - p_0) dA_x = \int_0^1 (p - p_0) dA_x + \int_1^M (p - p_0) dA_x + \int_M^9 (p - p_0) dA_x$$



Determinazione della spinta

In figura è mostrata la distribuzione delle pressioni, sulla parte esterna del volume di controllo, nell'ipotesi che sia presente un **divergente esterno** (i.e. la pressione ambiente è inferiore alla pressione all'ingresso del motore).

$$\int_0^9 (p - p_0) dA_x = \int_0^1 (p - p_0) dA_x + \int_1^M (p - p_0) dA_x + \int_M^9 (p - p_0) dA_x$$

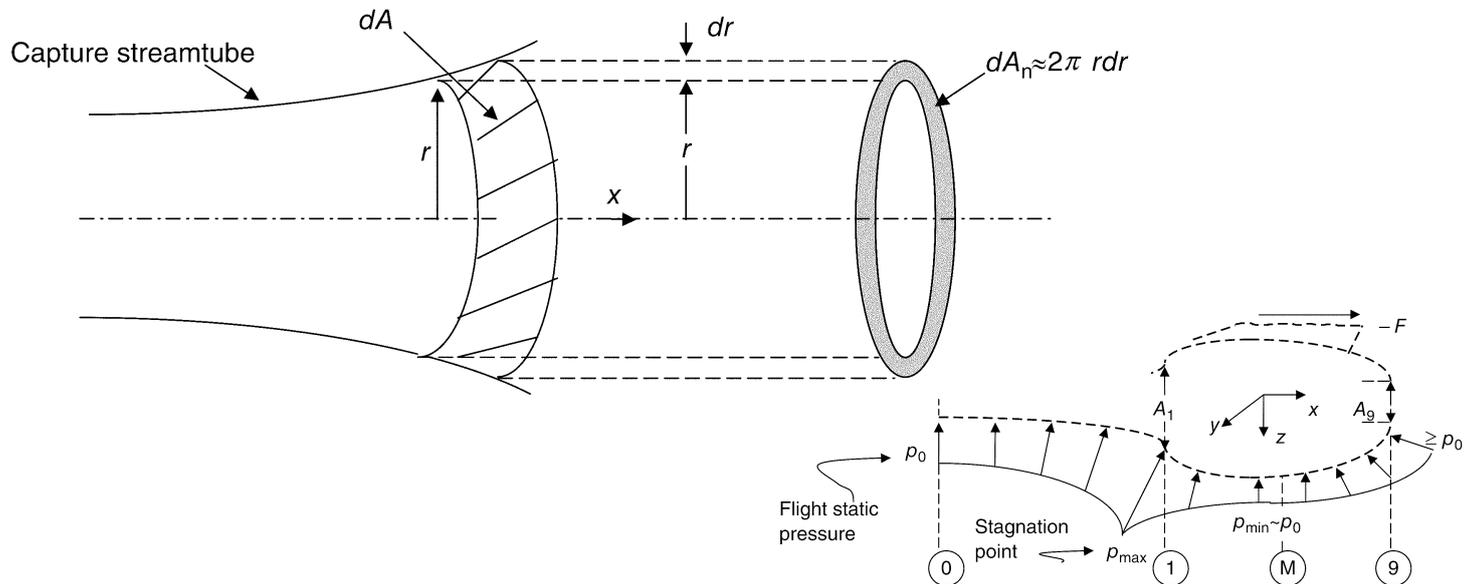


Determinazione della spinta

$$\int_0^1 (p - p_0) dA_x \quad \text{Resistenza additiva } (D_{add} \text{ additive drag});$$

Questo termine è negativo sia nel caso di un divergente che di un convergente esterno:

- Nel primo caso la **pressione aumenta** muovendosi dalla sezione 0 alla sezione 1. Essendo **$dA > 0$** il contributo all'integrale è positivo.

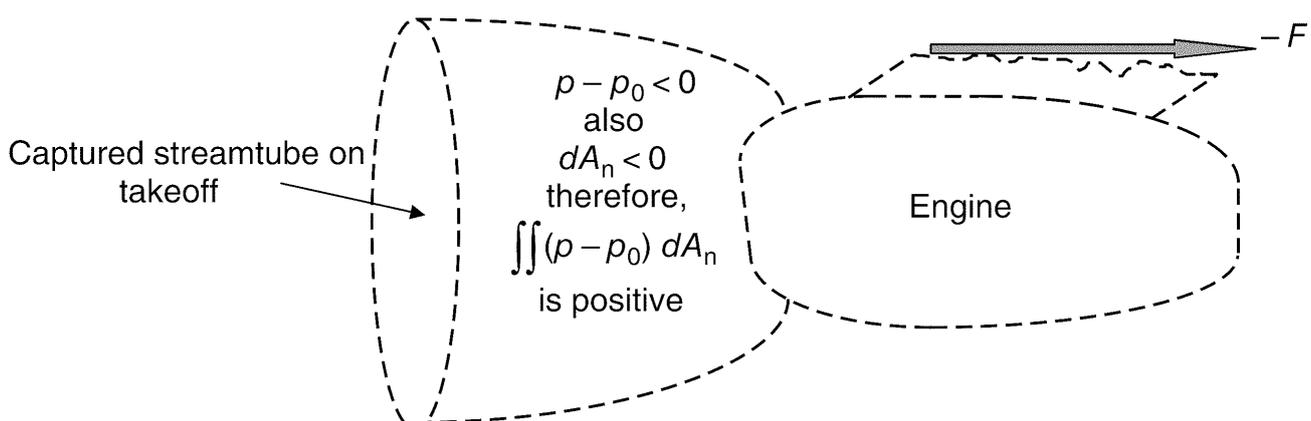


Determinazione della spinta

$$\int_0^1 (p - p_0) dA_x \quad \text{Resistenza additiva } (D_{add} \text{ additive drag});$$

Questo termine è negativo sia nel caso di un divergente che di un convergente esterno:

- Nel primo caso la **pressione aumenta** muovendosi dalla sezione 0 alla sezione 1. Essendo **$dA > 0$** il contributo all'integrale è positivo.
- Nel caso di un convergente la **pressione diminuisce** e **$dA < 0$** creando ancora un contributo positivo all'integrale.



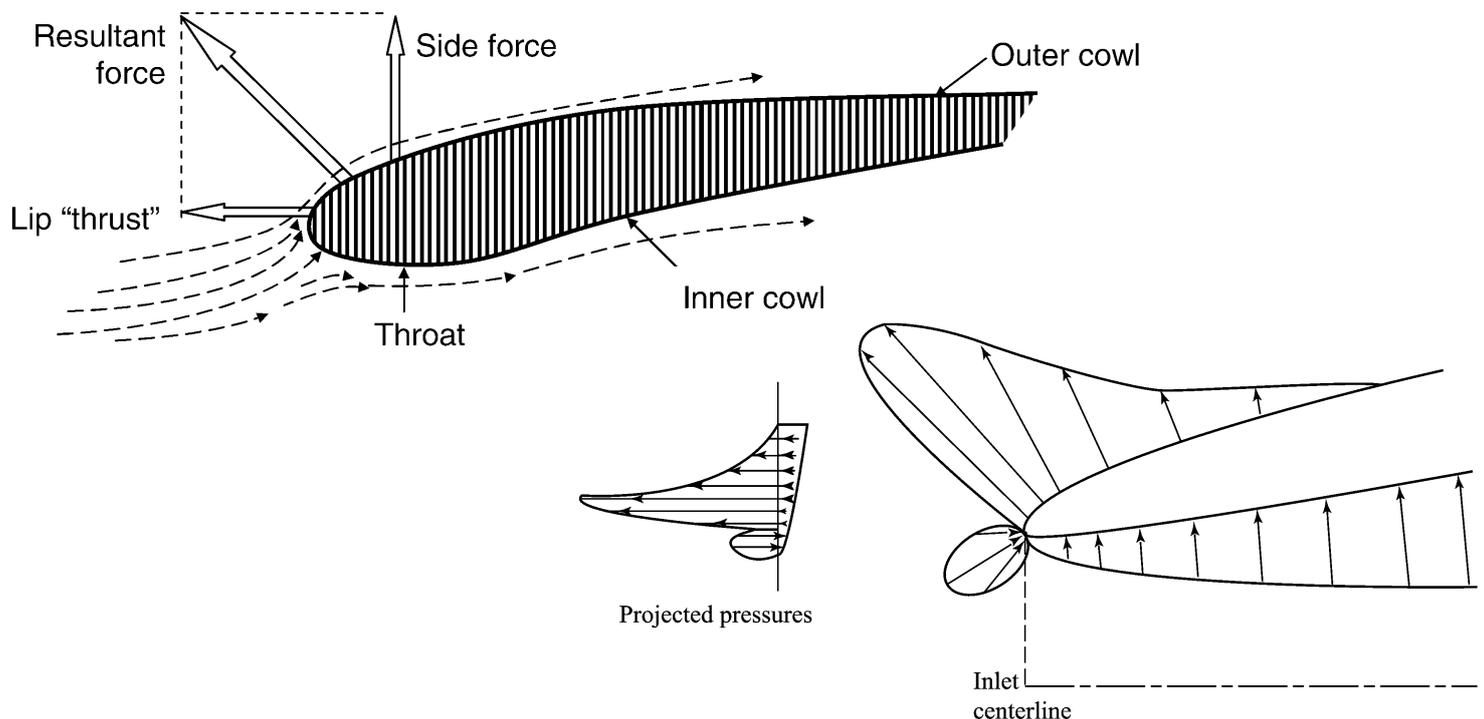
Determinazione della spinta

$$\int_0^1 (p - p_0) dA_x$$

Resistenza additiva (D_{add} **additive drag**);

$$\int_1^M (p - p_0) dA_x$$

Spinta associata con il bordo d'attacco;



Determinazione della spinta

$$\int_0^1 (p - p_0) dA_x$$

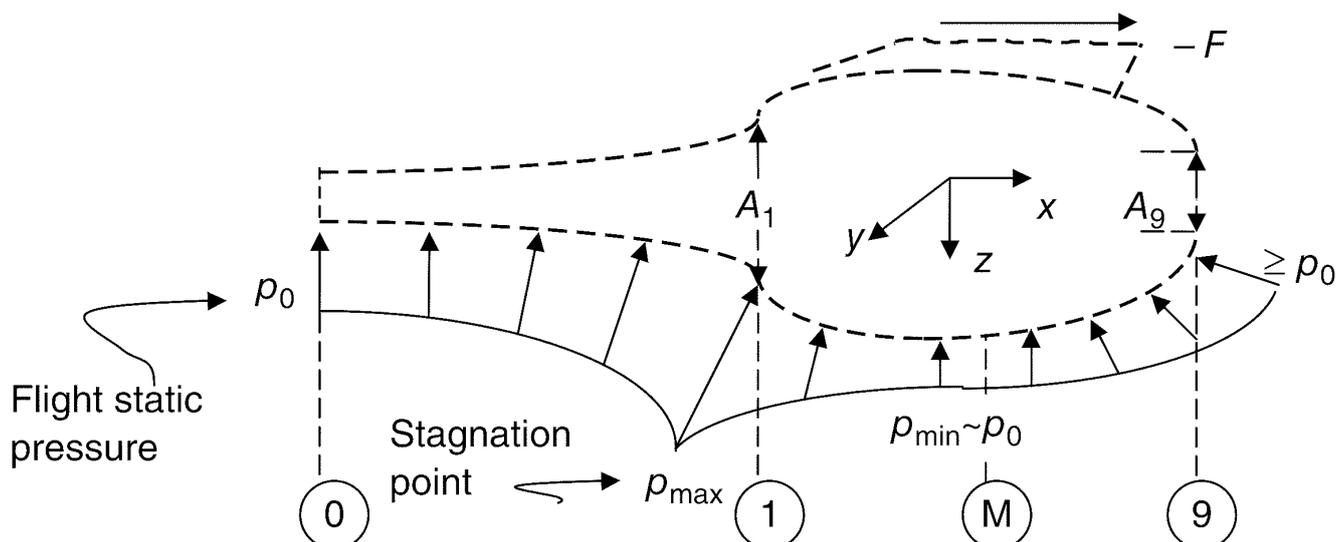
Resistenza additiva (D_{add} **additive drag**);

$$\int_1^M (p - p_0) dA_x$$

Spinta associata con il bordo d'attacco;

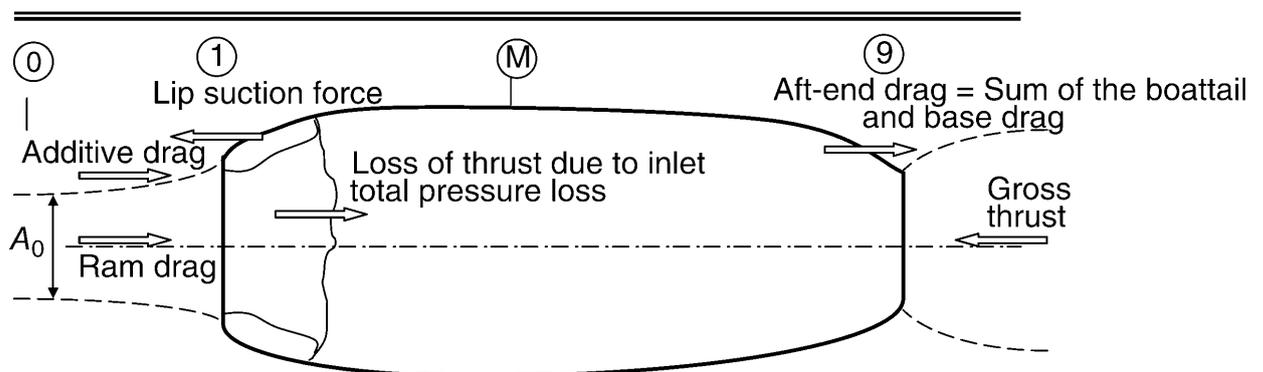
$$\int_M^9 (p - p_0) dA_x$$

Resistenza della parte posteriore della gondola.



Determinazione della spinta

Il calcolo delle forze può essere fatto in modo più capillare considerando le **differenze** fra gli **impulsi totali** nelle diverse sezioni.



Net propulsive thrust	=	Gross thrust	-	Ram drag	-	Drag due to inlet total pressure loss	-	Additive drag	+	Lip suction force	-	Aft-end drag
-----------------------	---	--------------	---	----------	---	---------------------------------------	---	---------------	---	-------------------	---	--------------

$$F_{n,inst.} = \underbrace{F_{gross} - D_{ram}}_{\text{Uninstalled net thrust}} - \Delta F_{inlet, pt} - \underbrace{D_{add} + F_{lip}}_{\text{Spillage drag, } D_{spillage}} - D_{aft-end}$$



Determinazione della spinta

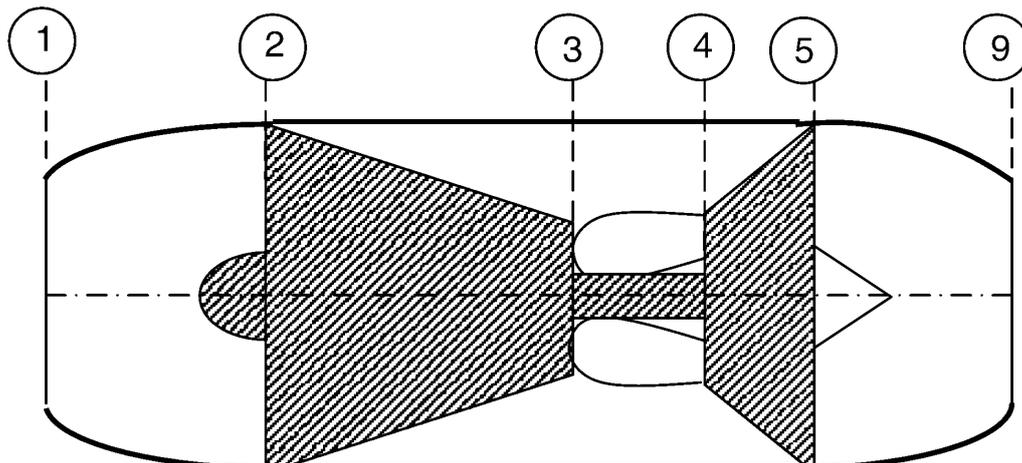
Il calcolo delle forze può essere fatto in modo più capillare considerando le **differenze** fra gli **impulsi totali** nelle diverse sezioni.

Per esempio la spinta generata dal compressore (positiva verso sinistra) è:

$$F_c = I_3 - I_2$$

Mentre quella generata all'interno del motore (spinta netta):

$$F_e = I_9 - I_1 = \dot{m}_9 V_9 + (p_9 - p_0) A_9 - (\dot{m}_1 V_1 + (p_1 - p_0) A_1)$$



Determinazione della spinta

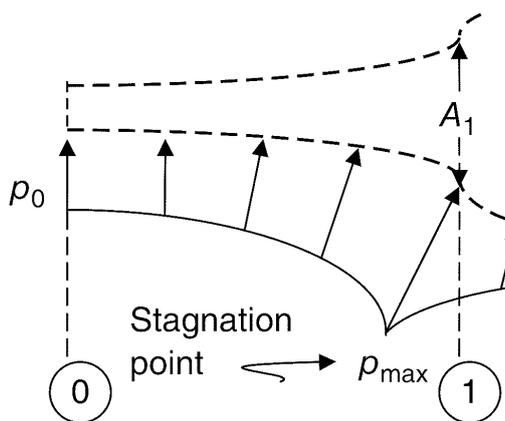
$$F_e = I_9 - I_1 = \dot{m}_9 V_9 + (p_9 - p_0) A_9 - (\dot{m}_1 V_1 + (p_1 - p_0) A_1)$$

Normalmente le condizioni nella sezione 1 **non** sono **note** quindi è preferibile considerare la **resistenza additiva** ed effettuare il bilancio fra le sezioni 0 e 9:

$$F_e = \dot{m}_9 V_9 + (p_9 - p_0) A_9 - \dot{m}_0 V_0 - D_{add}$$

Chiaramente la resistenza additiva è data dalla differenza degli impulsi:

$$D_{add} = \dot{m}_1 V_1 + (p_1 - p_0) A_1 - \dot{m}_0 V_0 = \int_0^1 (p - p_0) dA_x$$



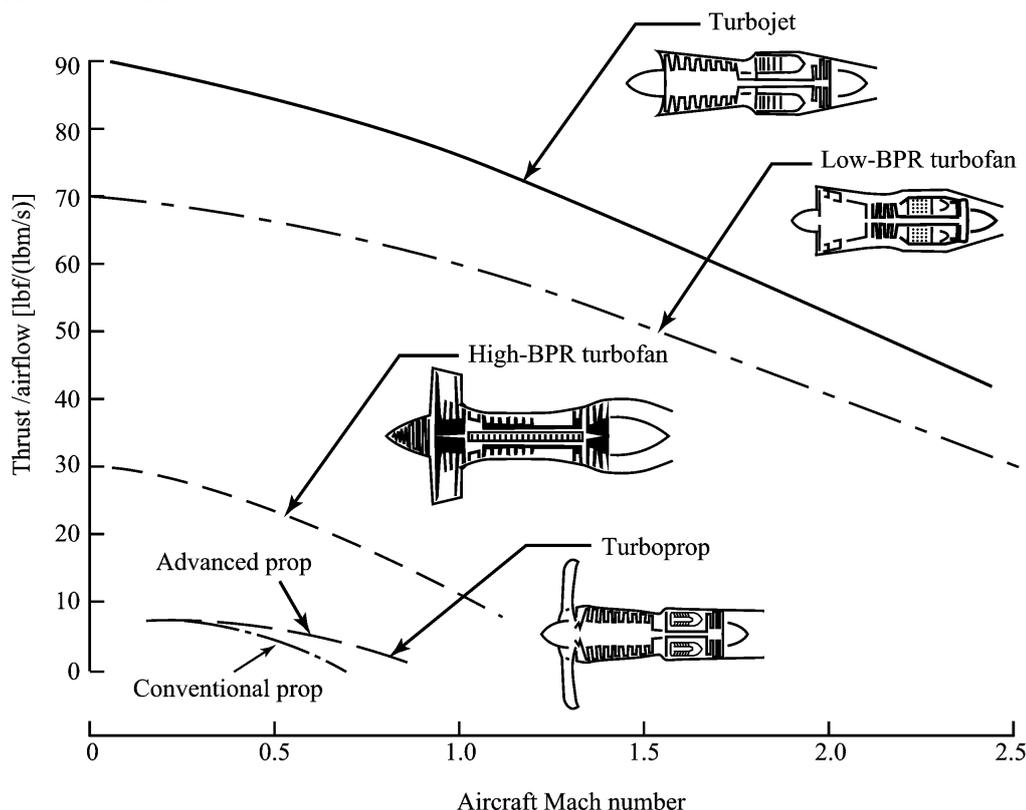
Spinta specifica

Per gli esoreattori la **spinta specifica** è definita come il rapporto fra la spinta e la portata d'aria totale:

$$\frac{F}{\dot{m}_0} \left[\frac{Ns}{kg} \right]$$

che è chiaramente una **quantità dimensionale**. In alcuni casi si utilizza, dividendola per la velocità del suono, **una forma adimensionale**:

$$\frac{F}{\dot{m}_0 a_0}$$



Consumo specifico

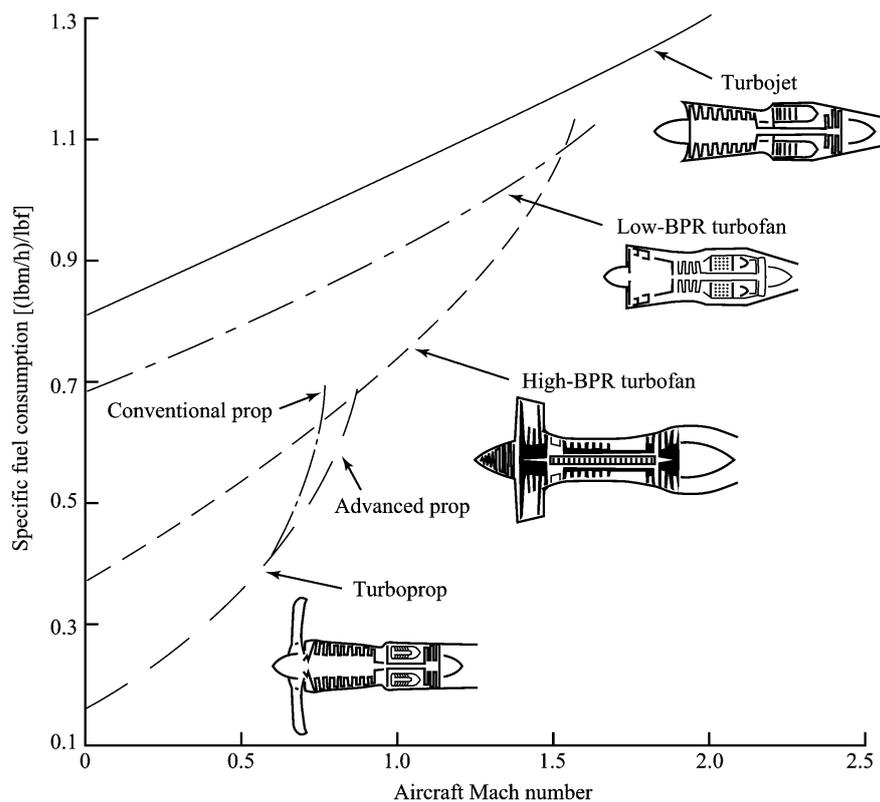
Il **consumo specifico** è spesso espresso in termini di spinta (**TSFC** Thrust Specific Fuel Consumption):

$$\frac{\dot{m}_f \left[\frac{kg}{s} \right]}{F \left[\frac{kNs}{s} \right]} \rightarrow \frac{\dot{m}_f a_0}{F}$$

Questa grandezza può essere adimensionalizzata rispetto alla **velocità del suono**.

Per gli **endoreattori** al posto della \dot{m}_f si usa la **portata totale** data dalla somma della portata di **combustibile** e di quella di **ossidante**:

$$\frac{\dot{m}_p}{F} = \frac{\dot{m}_f + \dot{m}_{ox}}{F}$$



Impulso specifico

Più spesso, per gli **endoreattori**, si utilizza l'**impulso specifico** che ha le dimensioni di un tempo:

$$I_s = \frac{F}{g_0 \dot{m}_p} = \frac{1}{g_0 TSFC} [s]$$

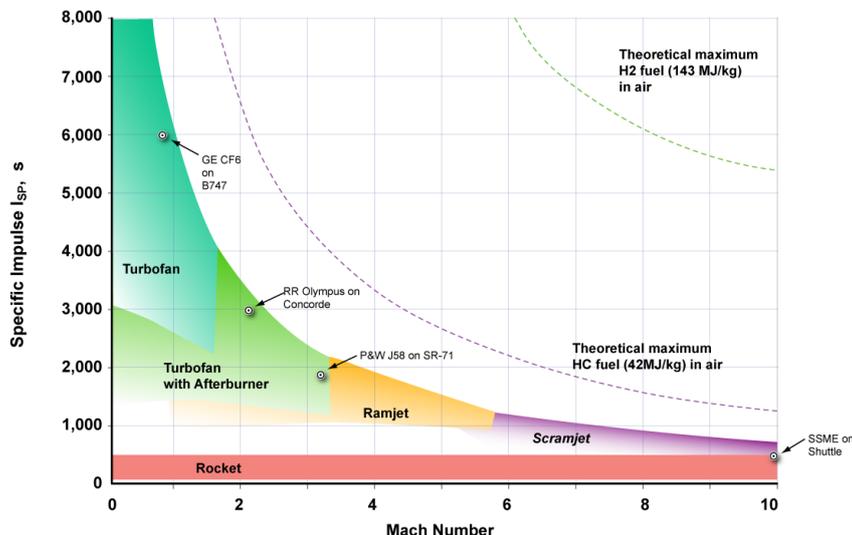
I_s rappresenta il periodo di tempo per cui un'assegnata massa di propellente è in grado di fornire una spinta pari al suo peso a livello del mare.

Ricordando la definizione di velocità equivalente $F_r = \dot{m}_p c$

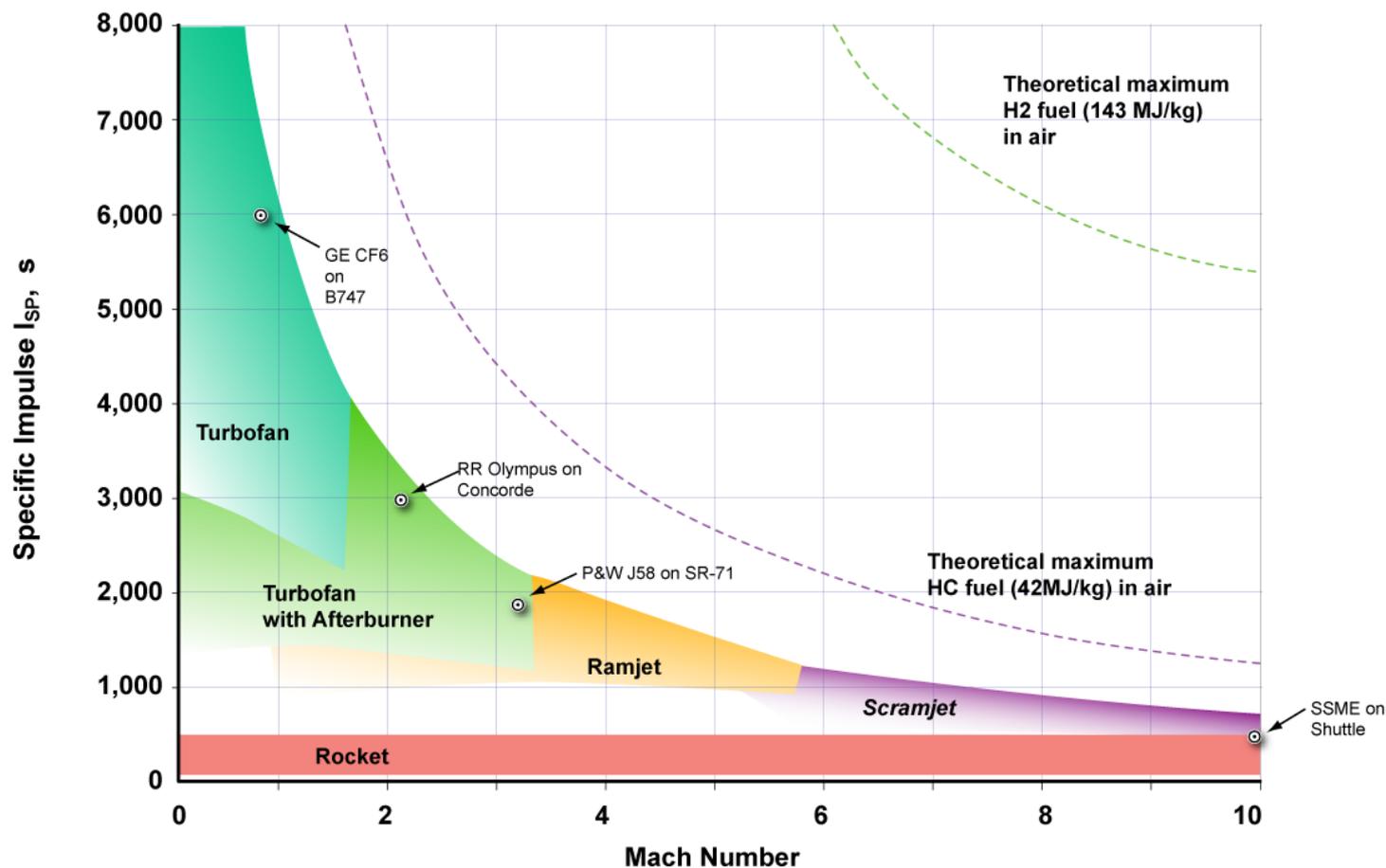
$$I_s = \frac{c}{g_0}$$

Per gli **esoreattori** invece:

$$I_s = \frac{F}{g_0 \dot{m}_f} = \frac{1}{g_0 TSFC} [s]$$



Impulso specifico

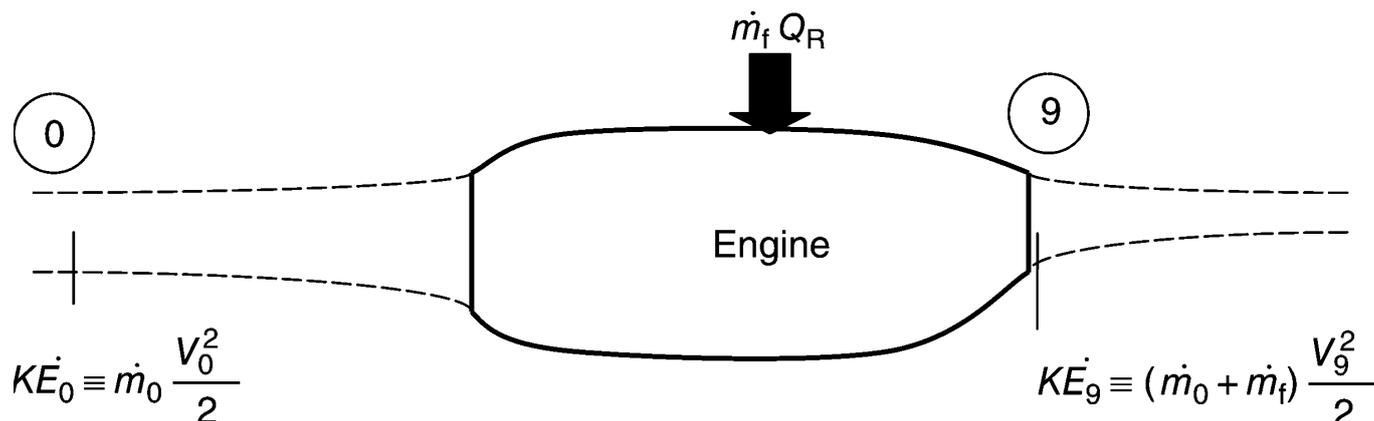


Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Il **rendimento termico** è definito come il rapporto fra la **potenza** fornita al **getto** e quella intrinsecamente contenuta nel **combustibile**:

$$\eta_{th} = \frac{\Delta K \dot{E}}{\mathcal{P}_t} = \frac{\frac{\dot{m}_9 V_9^2}{2} - \frac{\dot{m}_0 V_0^2}{2}}{\dot{m}_f Q_R} = \frac{(\dot{m}_0 + \dot{m}_f) V_9^2 - \dot{m}_0 V_0^2}{2 \dot{m}_f Q_R} = \frac{(1 + f) V_9^2 - V_0^2}{2 f Q_R}$$

dove f è il rapporto fra la portata di combustibile e quella d'aria e $Q_R \left[\frac{kJ}{kg} \right]$ è il **potere calorifico** del combustibile (**fuel heating value**).



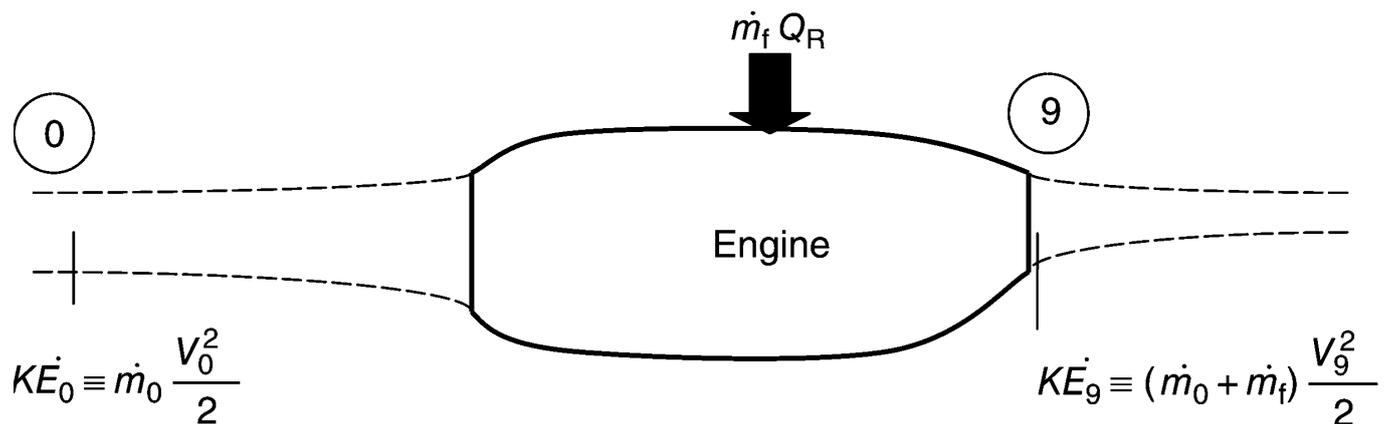
Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Valori tipici del **potere calorifico** per combustibili di tipo aeronautico sono:

$$Q_R = 42,800 \left[\frac{kJ}{kg} \right] = 10,300 \left[\frac{kcal}{kg} \right] = 18,400 \left[\frac{BTU}{lb} \right]$$

mentre per l'**idrogeno** si ha:

$$Q_R = 128,000 \left[\frac{kJ}{kg} \right] = 30,600 \left[\frac{kcal}{kg} \right] = 55,000 \left[\frac{BTU}{lb} \right]$$



Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Consider an aircraft engine (a turbojet) in takeoff condition with the following parameters:

$\dot{m}_0 = 100 \text{ kg/s}$ (this is equivalent to about 220 lbm/s of air flow rate)

$V_0 \approx 0 \text{ m/s}$ (this is a typical takeoff assumption that ignores low takeoff speeds)

$\dot{m}_f = 2 \text{ kg/s}$ (this represents a 2% fuel-to-air ratio)

$Q_R = 42,000 \text{ kJ/kg}$ (this is the heating value of a typical hydrocarbon fuel)

$V_9 = 900 \text{ m/s}$ (this represents a high speed exhaust jet)



If we substitute these numbers in Equation 3.34, we get

$$\eta_{th} = \frac{(102)(900)^2}{2(2)(42000)(1000)} \cong 49.2\%$$

The engine thrust at takeoff is

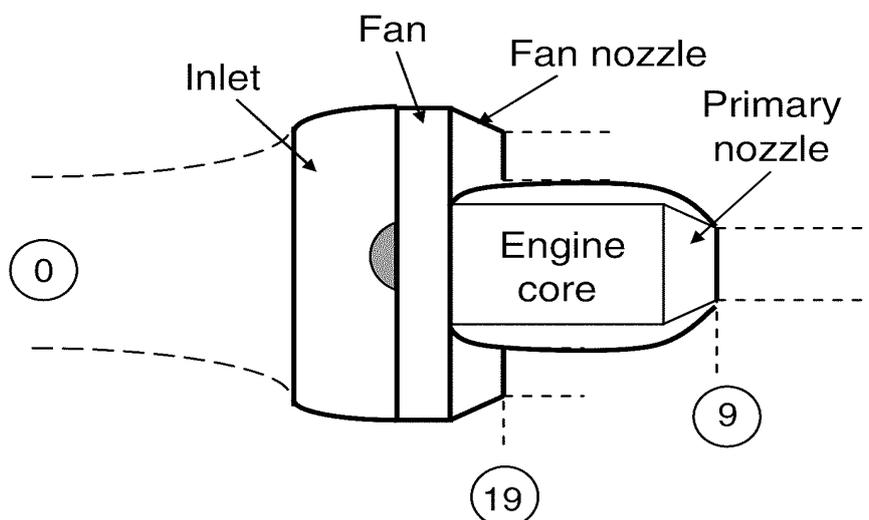
$$\begin{aligned} F_n \approx F_g \approx \dot{m}_9 V_9 &= 102(900) \text{ N} = 91.8 \text{ kN} \\ &= (91,800/4.448) \text{ lbf} \approx 20,640 \text{ lbf} \end{aligned}$$



Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Il rendimento termico per un **turbofan** è invece definito come:

$$\eta_{th} = \frac{\frac{\dot{m}_9 V_9^2}{2} + \frac{\dot{m}_{19} V_{19}^2}{2} - \frac{\dot{m}_0 V_0^2}{2}}{\dot{m}_f Q_R}$$

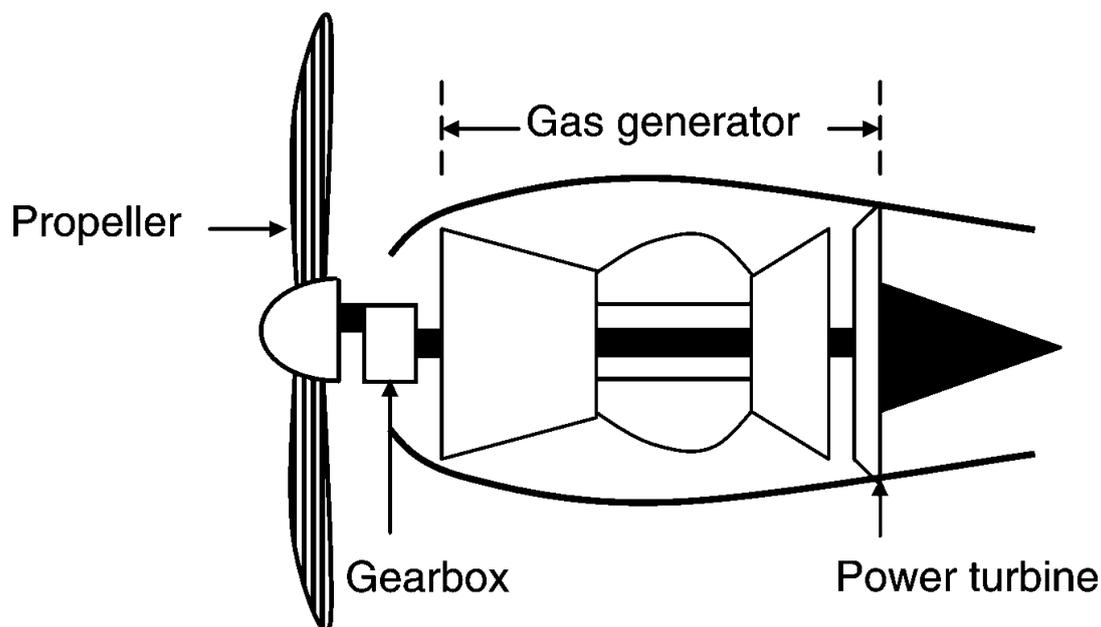


Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Il rendimento termico per un **turboprop** è invece definito come:

$$\eta_{th} = \frac{\Delta K\dot{E} + \mathcal{P}_s}{\dot{m}_f Q_R}$$

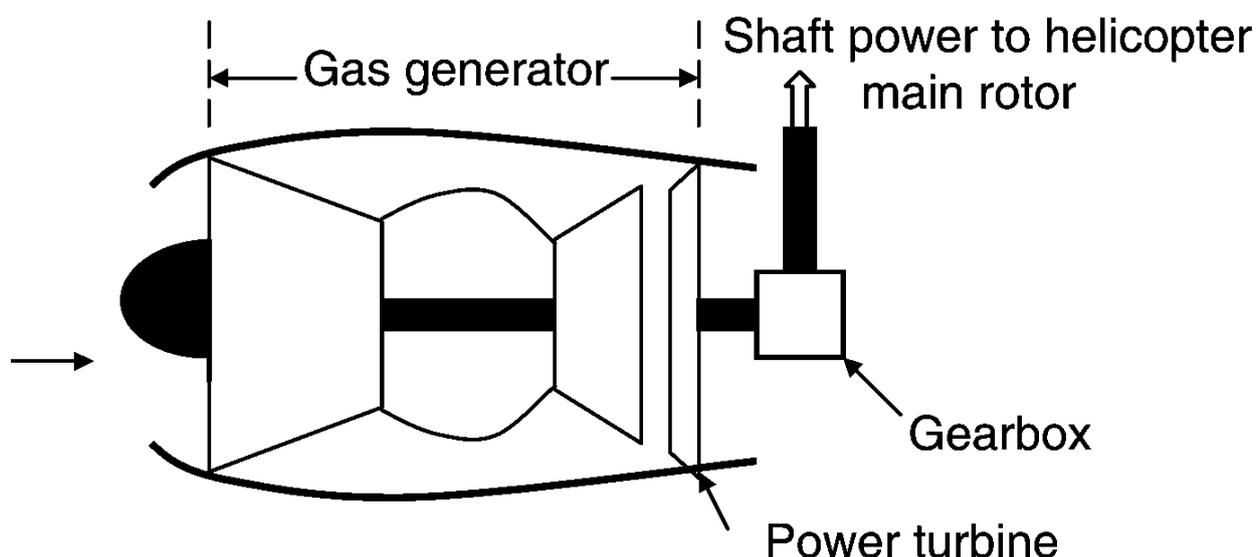
dove \mathcal{P}_s è la **potenza all'albero** (shaft).



Rendimento termico (thermal efficiency) esoreattori

Spesso il contributo cinetico è trascurabile (il che è certamente vero per i turboshaft) quindi:

$$\eta_{th} = \frac{\mathcal{P}_s}{\dot{m}_f Q_R}$$



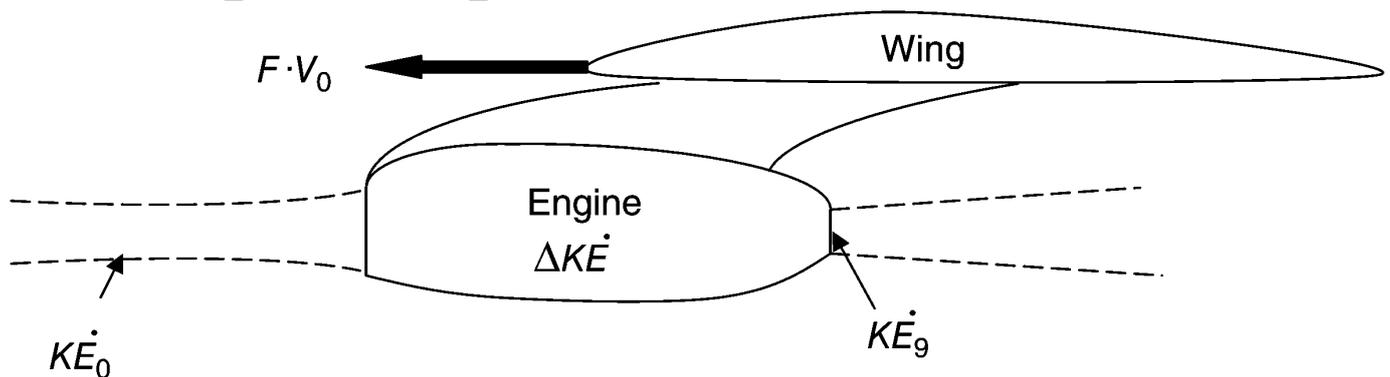
Rendimento propulsivo esoreattori

Il **rendimento propulsivo** è definito come il rapporto fra la **potenza propulsiva** e quella fornita al **getto**:

$$\eta_p = \frac{F_i V_0}{\Delta \dot{K}E}$$

Per **semplificare** la relazione precedente è possibile utilizzare la F_u e nell'ipotesi di funzionamento **corretto** dell'**ugello**:

$$\eta_p \cong \frac{[(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9 - \dot{m}_0 V_0]V_0}{\frac{(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9^2}{2} - \frac{\dot{m}_0 V_0^2}{2}}$$



Rendimento propulsivo esoreattori

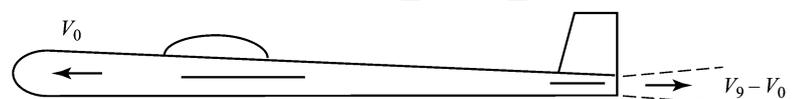
Supponendo inoltre che \dot{m}_f sia **trascurabile** rispetto a \dot{m}_0 :

$$\eta_p \cong \frac{[(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9 - \dot{m}_0 V_0]V_0}{\frac{(\dot{m}_0 + \dot{m}_f)V_9^2}{2} - \frac{\dot{m}_0 V_0^2}{2}} \cong \frac{(V_9 - V_0)V_0}{\frac{V_9^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}} = \frac{2V_0}{V_9 + V_0} = \frac{2}{1 + \frac{V_9}{V_0}}$$

Per un **osservatore fisso** il propulsore oltre a produrre un **lavoro utile** (FV_0) accelera inutilmente anche l'aria producendo una velocità residua ($V_9 - V_0$). η_p è proprio il rapporto fra il lavoro utile e quello totale :

$$\eta_p \cong \frac{\dot{m}_0 (V_9 - V_0) V_0}{\dot{m}_0 (V_9 - V_0) V_0 + \dot{m}_0 \frac{(V_9 - V_0)^2}{2}} = \frac{(V_9 - V_0) V_0}{(V_9 - V_0) V_0 + \frac{V_0^2}{2} + \frac{V_9^2}{2} - V_9 V_0}$$

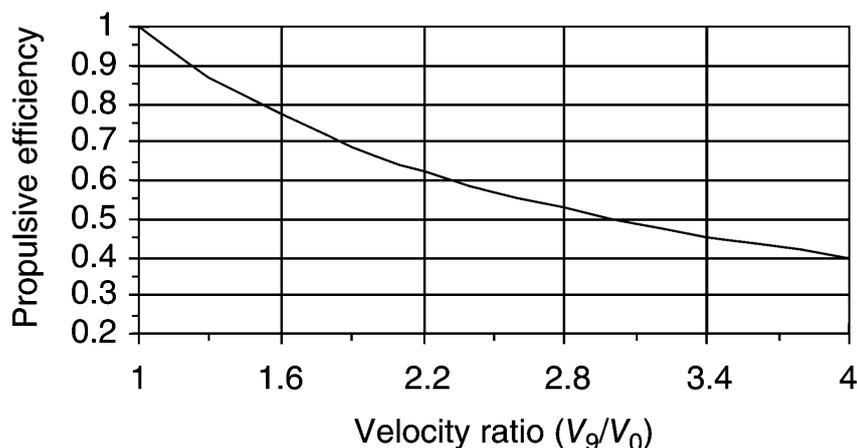
$$= \frac{(V_9 - V_0) V_0}{\frac{V_9^2}{2} - \frac{V_0^2}{2}} = \frac{2}{1 + \frac{V_9}{V_0}}$$



Rendimento propulsivo esoreattori

$$\eta_p \cong \frac{2}{1 + \frac{V_9}{V_0}}$$

Il rendimento è unitario quando $V_9 = V_1$ ed è una funzione decrescente di V_9/V_0 .



Conviene utilizzare **piccole differenze di velocità** e grandi portate. L'utilizzo di TurboProp o TurboFan ad alto bypass vanno in questa direzione.

Per un **turboprop** si ha:

$$\eta_p = \frac{F_i V_0}{\Delta K \dot{E} + \mathcal{P}_s} \cong \frac{F_i V_0}{\mathcal{P}_s}$$

In questo caso però si deve aggiungere anche il **rendimento** dell'**elica** ed eventualmente del sistema di **riduzione**.



Rendimento propulsivo endoreattori

In modo analogo il **rendimento propulsivo** di un **endoreattore** è definito come il rapporto fra la **potenza propulsiva** e la somma della potenza propulsiva con la potenza residua nel **getto**:

$$\eta_p = \frac{FV}{FV + \dot{m}_p(c - V)^2/2}$$

Ricordando la definizione di spinta equivalente $F_r = \dot{m}_p c$ si ha:

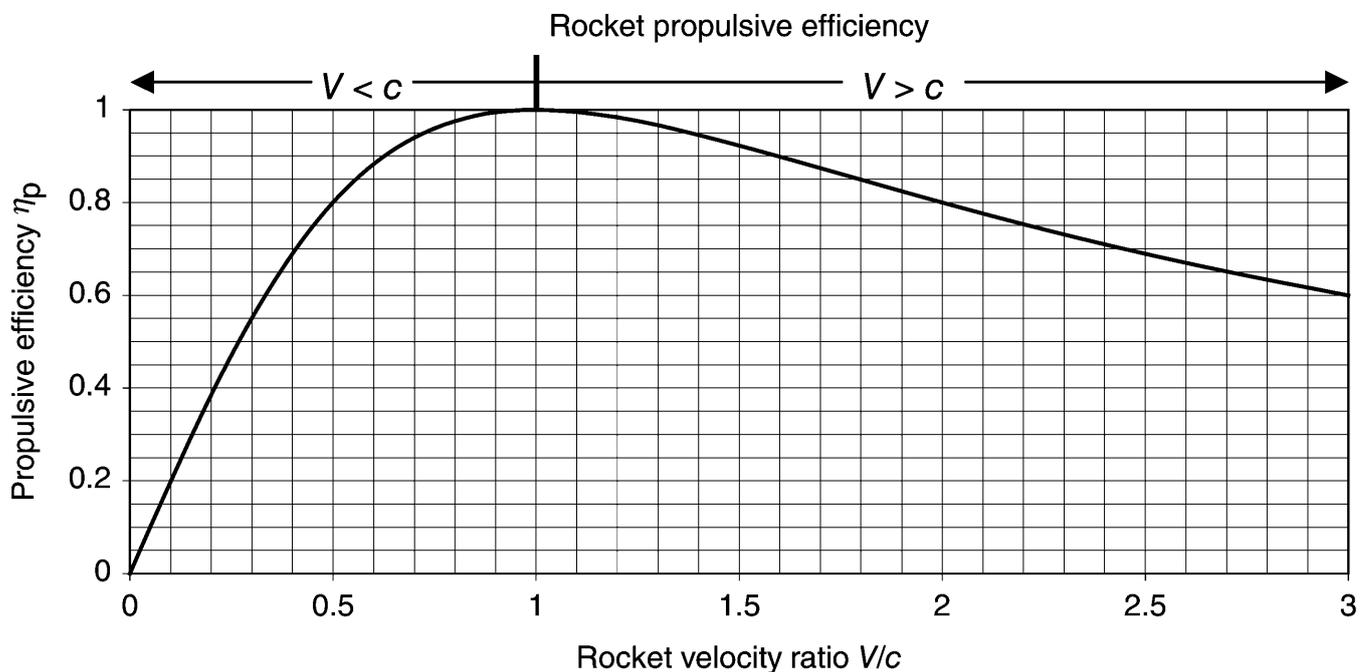
$$\eta_p = \frac{cV}{cV + (c - V)^2/2} = \frac{2cV}{c^2 + V^2} = \frac{2\frac{V}{c}}{1 + \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$

Chiaramente negli **endoreattori** il rapporto V/c può essere anche **maggiore** di 1.



Rendimento propulsivo endoreattori

$$\eta_p = \frac{cV_0}{cV_0 + (c - V)^2/2} = \frac{2cV_0}{c^2 + V_0^2} = \frac{2\frac{V}{c}}{1 + \left(\frac{V}{c}\right)^2}$$



Rendimento globale esoreattori

Il **rendimento globale** è dato dal prodotto dei **singoli rendimenti**, per gli **esoreattori**:

$$\eta_0 = \eta_p \eta_{th} = \frac{F_i V}{\dot{m}_f Q_R}$$

Mentre per gli **endoreattori**:

$$\eta_0 = \frac{F_i V}{\dot{m}_f Q_R + \dot{m}_p (v_{inj}^2)/2} \cong \frac{F_i V}{\dot{m}_f Q_R}$$

dove il secondo membro è l'energia cinetica agli iniettori.

