



UNIVERSITY OF NAPLES *FEDERICO II*

1224 A.D.

## Propulsione Aerospaziale

T. Astarita

[astarita@unina.it](mailto:astarita@unina.it)

[www.docenti.unina.it](http://www.docenti.unina.it)

Versione del 8.10.2024

### Maratona



Credit: Nicolas Bain, Denis Bartolo



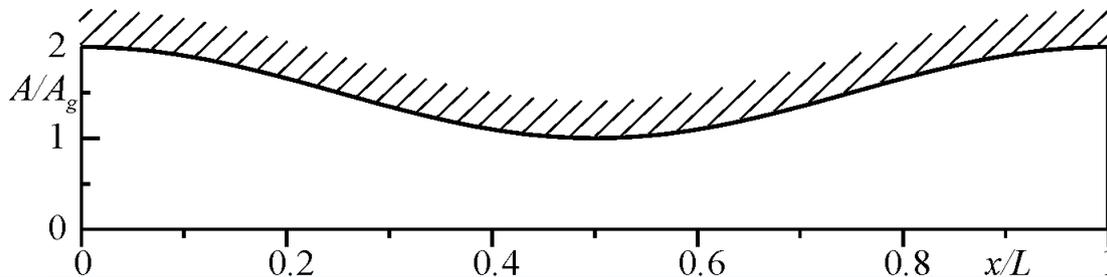
# Ugelli

Un **ugello** è un condotto ad **area variabile** (convergente e/o divergente), non molto lungo rispetto al suo diametro medio.

Ciascun tratto di un **ugello** nel quale la pressione **diminuisce** (la velocità aumenta) è chiamato **effusore**; viceversa, il tratto in cui la pressione **aumenta** (la velocità diminuisce) viene detto **diffusore**.

Il tratto **convergente** di un ugello si comporterà come **effusore**, se il flusso è **subsonico** o come **diffusore** se il flusso è **supersonico**.

Il moto negli ugelli è abbastanza **ben descritto** con le ipotesi di moto quasi-**unidimensionale**, quasi-**stazionario**, **omoenergetico** e **isoentropico**, purché essi **non** siano molto **lunghi** rispetto al loro diametro medio e la **variazione** di **sezione** sia **graduale**.



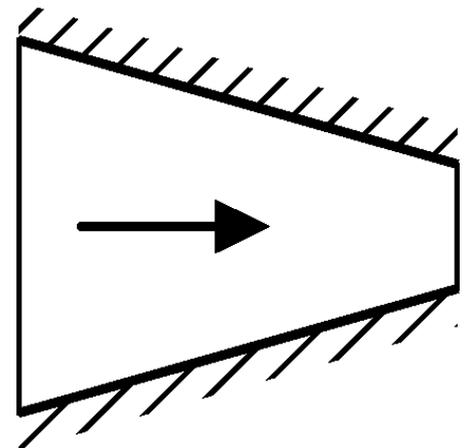
## Condotti ad area variabile

In aerodinamica è stata ricavata la seguente relazione, che lega la **variazione di velocità a quella di area**, non facendo **alcuna ipotesi** sul **modello di gas**

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1);$$

In un ugello **convergente**  $dA < 0$  il fluido **tende** a  **$M = 1$**  infatti:

- in moto **subsonico** ( $M^2 - 1 < 0$ ) il fluido **accelera** ( $dV > 0$ ) come nei moti incompressibili;
- in un moto **supersonico** ( $M^2 - 1 > 0$ ) il fluido **decelera** ( $dV < 0$ ).



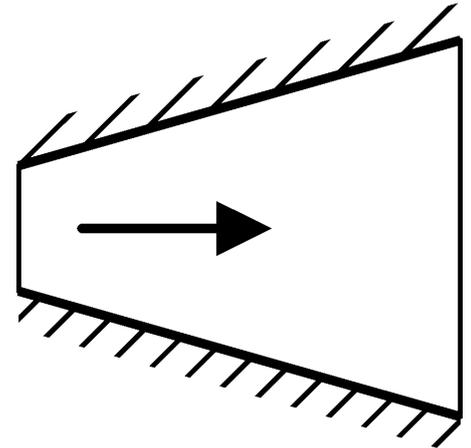
## Condotti ad area variabile

In aerodinamica è stata ricavata la seguente relazione, che lega la **variazione di velocità a quella di area**, non facendo **alcuna ipotesi** sul **modello di gas**

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1);$$

In un ugello **divergente**  $dA > 0$  il fluido si **allontana** da  **$M = 1$**  infatti:

- in moto **subsonico** ( $M^2 - 1 < 0$ ) il fluido **decelera** ( $dV < 0$ ) come nei moti incompressibili;
- in un moto **supersonico** ( $M^2 - 1 > 0$ ) il fluido **accelera** ( $dV > 0$ ).

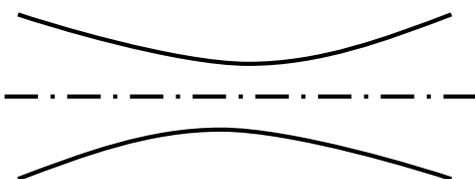


## Condotti ad area variabile

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1);$$

Se  $M = 1$  allora  $dA = 0$  e si può avere sia  $dV = 0$ , che  $dV \neq 0$ . La sezione retta del condotto **deve avere** un **punto di stazionarietà** (minimo o massimo).

Evidentemente il moto **sonico** è una condizione molto particolare del flusso (pertanto è anche detto **critico**) che permette di passare da moto subsonico a supersonico e viceversa. La condizione **sonica** si raggiunge solo se la sezione retta del condotto ha un punto di **minimo** ( $dA = 0$ ), quindi in un ugello **convergente-divergente**.



Se l'ugello è **divergente-convergente** (barilotto) anche se  $dA = 0$  **non è possibile** passare da moto subsonico a supersonico.

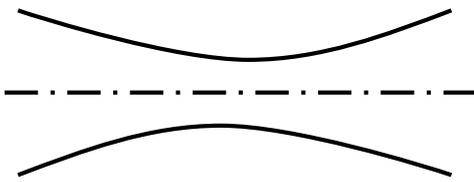


## Condotti ad area variabile

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1);$$

Se  $M = 1$  allora  $dA = 0$  e si può avere sia  $dV = 0$ , che  $dV \neq 0$ . La sezione retta del condotto in **punto di stazionarietà** (minimo o massimo).

Evidentemente il moto **sonico** è una condizione molto particolare del flusso (pertanto è anche un punto di stazionarietà) e permette di passare da moto subsonico a supersonico. La condizione **sonica** si raggiunge solo se la sezione retta ha un punto di **minimo** ( $dA = 0$ ), quindi in un ugello **divergente**.

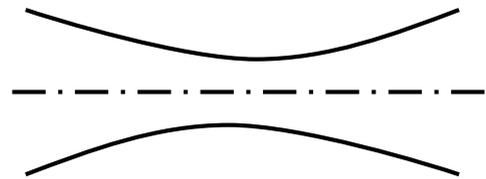


Se l'ugello è **divergente-convergente** (barilotto) anche se  $dA = 0$  **non è possibile** passare da moto subsonico a supersonico.



## Condotti ad area variabile

$$\frac{dA}{A} = \frac{dV}{V} (M^2 - 1);$$



La condizione  $dA = 0$  (**gola del condotto**, per la quale l'area è minima) può comportare  $dV \neq 0$  solo se  $M = 1$ , potendosi comunque avere, anche per  $M = 1$ ,  $dV = 0$ .

Il punto  $M = 1$  (che comporta) è un **punto di biforcazione** della soluzione e cioè del comportamento del fluido poiché questo può:

- passare da moto **subsonico a supersonico**, ovvero ritornare ancora subsonico;
- passare da moto **supersonico a subsonico**, ovvero ritornare ancora supersonico.

In un condotto **convergente** ( $dA < 0$ ), un moto subsonico (risp. supersonico) può solo accelerare (risp. decelerare) **fino a  $M = 1$** .



## Moto quasi unidimensionale

La **portata** in un ugello, nelle ipotesi di moto adiabatico ed isentropico, può essere espressa come:

~~$$\dot{m} = \rho VA = \frac{p}{RT} MaA = \frac{p}{p_t} p_t M \frac{\sqrt{\gamma RT}}{RT} A = \frac{p}{p_t} p_t M \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma RT_t}} \sqrt{\frac{T_t}{T}} A$$~~

Ricordando che  $\frac{T_t}{T} = \psi$ ,  $\frac{p_t}{p} = \psi^{\frac{1}{k}}$ ,  $k = \frac{\gamma-1}{\gamma}$ ,  $\psi = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$  si ha:

~~$$\dot{m} = \frac{p_t A}{a_t} \gamma M \psi^{-\frac{1}{k}} \psi^{\frac{1}{2}} = \frac{p_t A}{a_t} \gamma M \psi^{\frac{2-k}{2k}} = \frac{p_t A}{a_t} \gamma M \psi^{-\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \frac{p_t A}{a_t} \Psi$$~~

Dove  $\Psi$  è il **fattore d'efflusso**. Indicando con  $K = \frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}$  si ha:

~~$$\Psi(\gamma, M) = \gamma M \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \gamma M \psi^{-K}$$~~

La **minima area** possibile si ha in condizioni di flusso **critico**, per questo motivo ha senso valutare la portata anche in condizioni critiche.



## Moto quasi unidimensionale

Le **condizioni critiche** sono indicate con un **asterisco** si ha quindi :

$$\dot{m} = \frac{p_t A}{a_t} \Psi = \frac{p_t A^*}{a_t} \Psi^* \quad \rightarrow \quad A \Psi = A^* \Psi^* \quad \rightarrow \quad \frac{A}{A^*} = \frac{\Psi^*}{\Psi}$$

Ricordando che  $\Psi(\gamma, M) = \gamma M \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2(\gamma-1)}}$  si ha:

~~$$\frac{A}{A^*} = \frac{\Psi^*}{\Psi} = \frac{\gamma \left( \frac{\gamma+1}{2} \right)^{-K}}{\gamma M \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{-K}} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma+1} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right) \right]^K$$~~

A cui si aggiungono le:

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 = \psi \quad \frac{p_t}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{k}} = \psi^{\frac{1}{k}}$$

$$\frac{\rho_t}{\rho} = \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = \psi^{\frac{1}{\gamma-1}}$$



## Moto quasi unidimensionior

$$\frac{T}{T_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-1}$$

$$\frac{\rho}{\rho_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{1}{\gamma - 1}}$$

$$\frac{p}{p_t} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{-\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

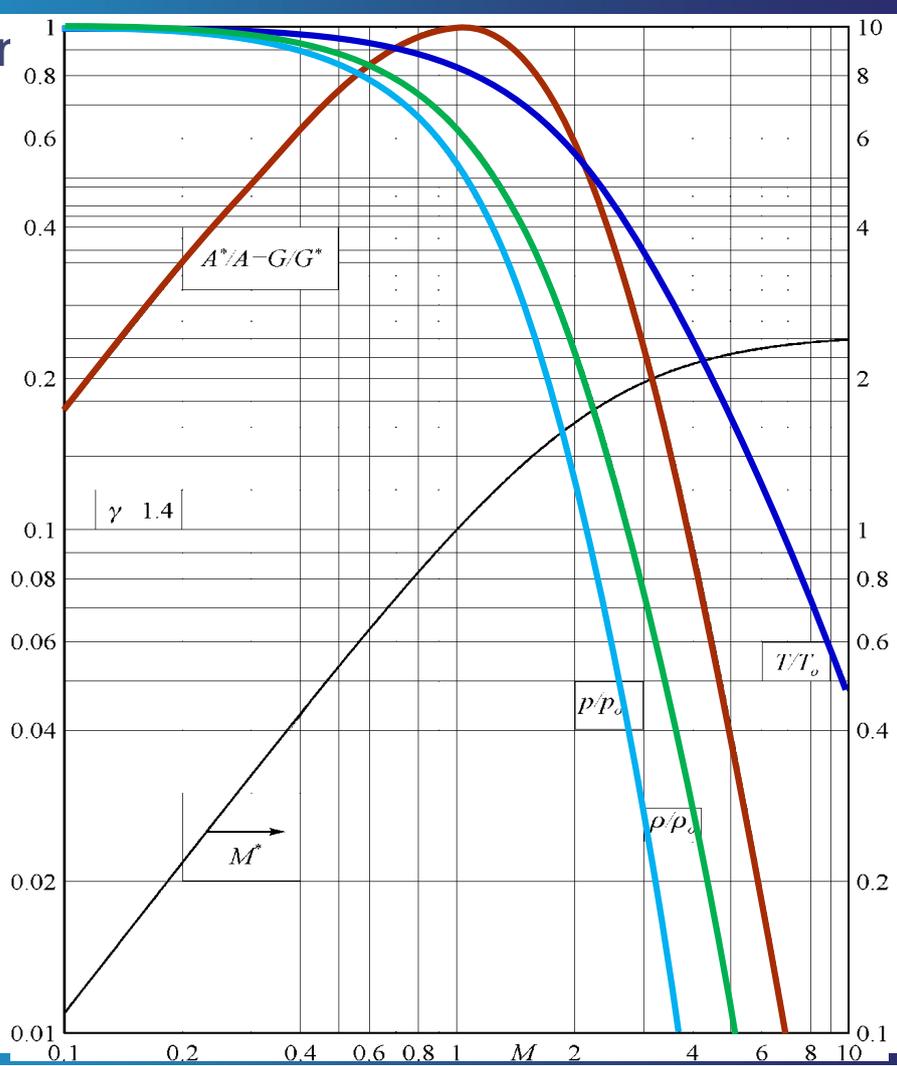
$$\frac{A}{A^*} = \frac{\Psi^*}{\Psi} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$

Tutti i rapporti si leggono sulla scala di **sinistra**,



Propulsione Aerospaziale – PA0\_1 Richiami Gas - [astarita@unina.it](mailto:astarita@unina.it)

14



## Moto quasi unidimensionale

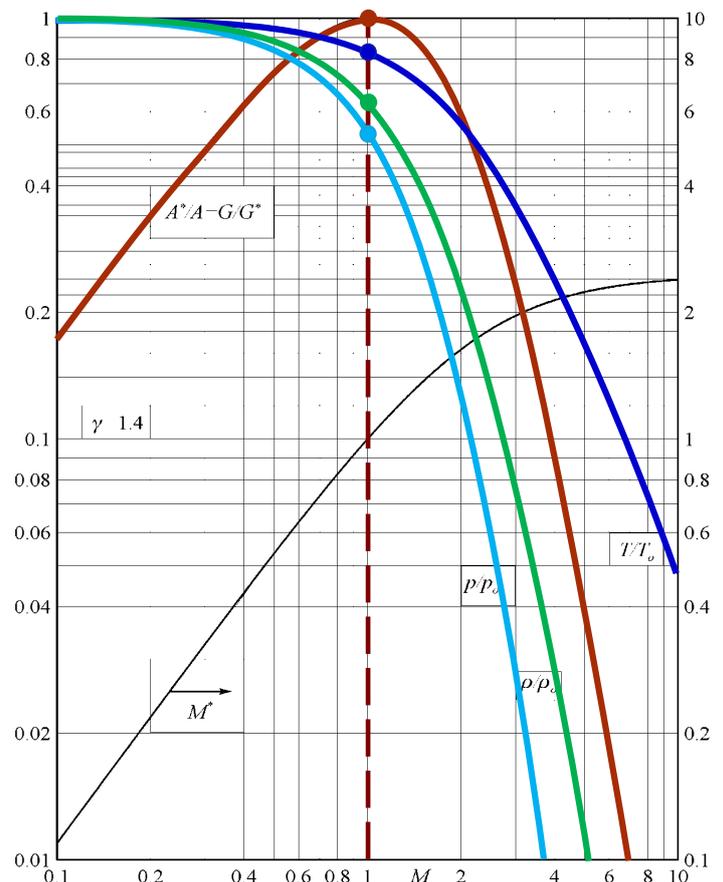
In condizioni critiche si ha:

$$\frac{T^*}{T_t} = \frac{2}{\gamma + 1} = 0.8333$$

$$\frac{\rho^*}{\rho_t} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = 0.6339$$

$$\frac{p^*}{p_t} = \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 0.5283$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\Psi^*}{\Psi} = 1$$

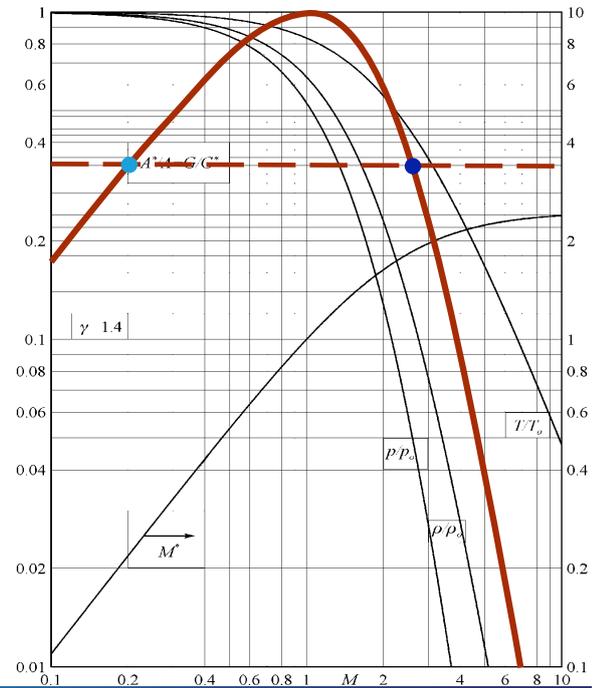


Propulsione Aerospaziale – PA0\_1 Richiami Gas - [astarita@unina.it](mailto:astarita@unina.it)

15

Tranne che per  $M=1$ , per ogni  $A/A^*$ , esistono **due** valori del numero di **Mach**, uno in regime **subsonico** e l'altro in **supersonico**.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\Psi^*}{\Psi} = \frac{1}{M} \left[ \frac{2}{\gamma + 1} \psi \right]^K$$



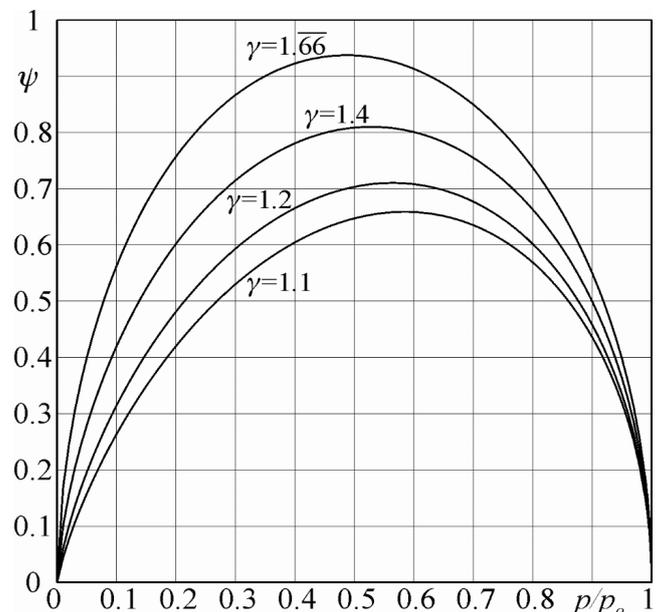
## Moto quasi unidimensionale

Utilizzando la:

$$\frac{p_t}{p} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{\frac{1}{k}} = \psi^{\frac{1}{k}}$$

Il **fattore d'efflusso** può essere anche espresso come:

$$\psi = \frac{\dot{m} a_t}{p_t A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma - 1} \left( \frac{p}{p_t} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left[ 1 - \left( \frac{p}{p_t} \right)^{-k} \right]}$$



# Moto quasi unidimensionale

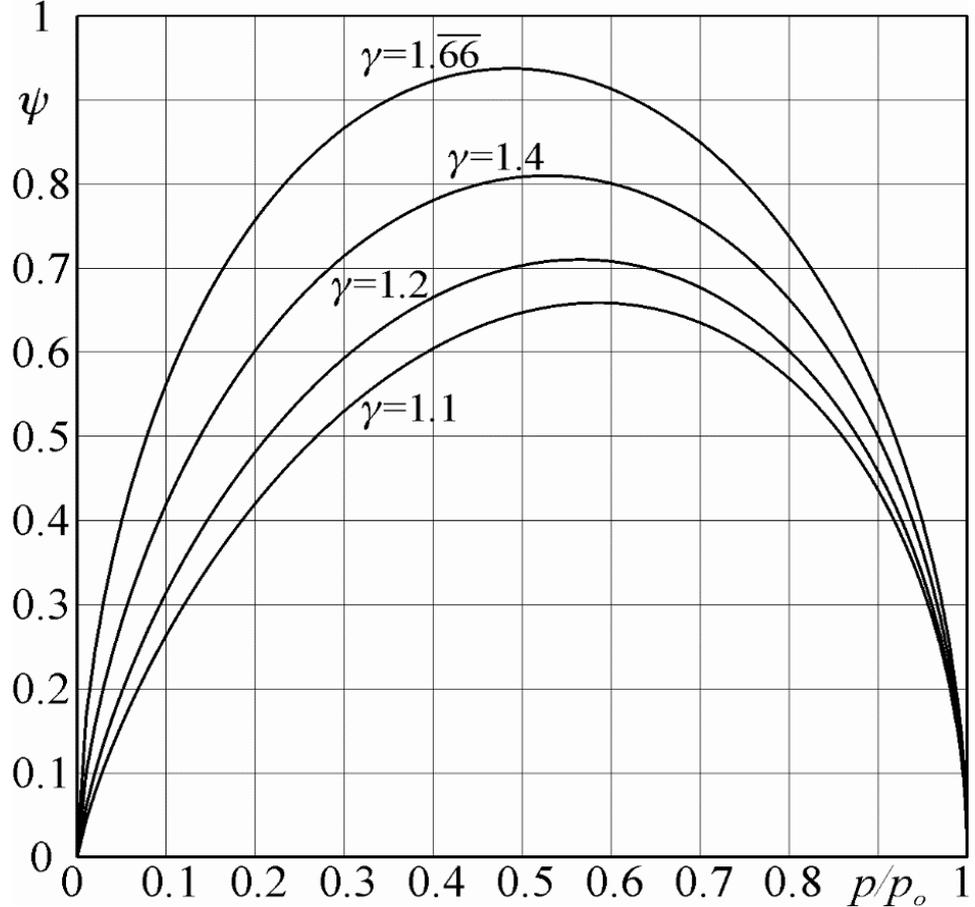
$$\frac{p}{p_t} = \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right)^{-\frac{1}{\gamma}}$$

Il rapporto fra le pressioni  $p/p_t$  è una funzione strettamente decrescente di  $M$ .

L'asse  $x$  può essere visto anche come un asse **inversamente proporzionale al numero di Mach**.

Il massimo di  $\Psi$  si ha per:

$$\frac{p}{p_t} = \frac{p^*}{p_t}$$



## Portata in un ugello convergente

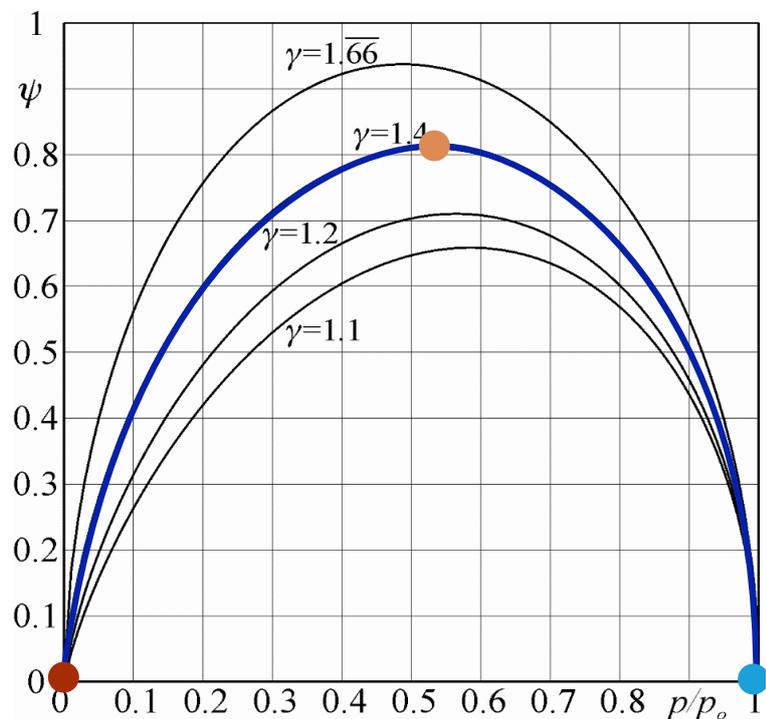
$$\Psi = \frac{\dot{m} a_o}{p_o A} = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma - 1} \left( \frac{p}{p_t} \right)^{\frac{2}{\gamma}} \left( 1 - \left( \frac{p}{p_t} \right)^\gamma \right)}$$

Il **fattore d'efflusso**  $\Psi$  è nullo per  $p/p_o$  uguale a **0** o a **1**.

Il valore **massimo** si ricava derivando  $\Psi$  rispetto a  $p/p_o$  ed uguagliando a zero:

$$\frac{p}{p_t} = \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = \frac{p^*}{p_t}$$

Il **massimo** di  $\Psi$  si raggiunge in condizioni **critiche** ed è quindi indicato con  $\Psi^*$ .



# Portata in un ugello convergente

$\Psi^*$  è una funzione solo di  $\gamma$ :

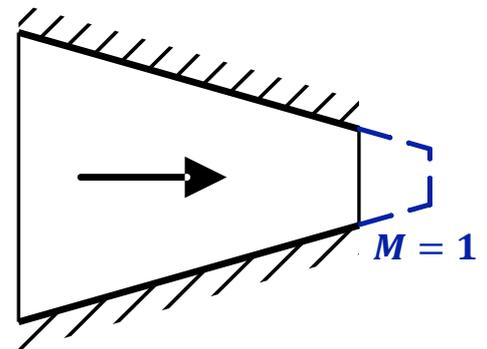
$$\Psi^* = \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = \gamma \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^K = (0.8102)$$

In **condizioni critiche** ( $M = 1$ ) si ha anche  $A = A^*$  e la portata può essere calcolata con:

$$\dot{m} = \frac{p_t A^* \Psi^*}{a_t}$$

Questa equazione può essere utilizzata anche se la **sezione critica non** è realmente **presente** nel condotto.

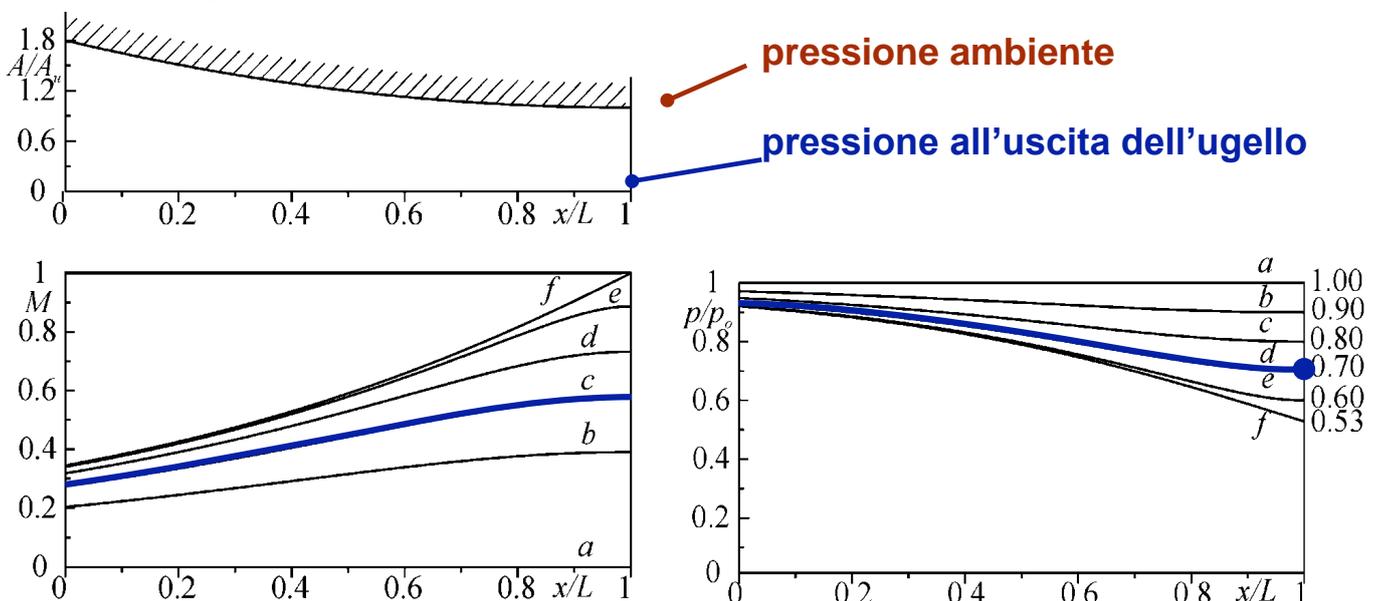
Infatti si può immaginare di **prolungare fittiziamente** l'ugello con un condotto convergente sino a raggiungere le condizioni soniche.



## Moto quasi unidimensionale

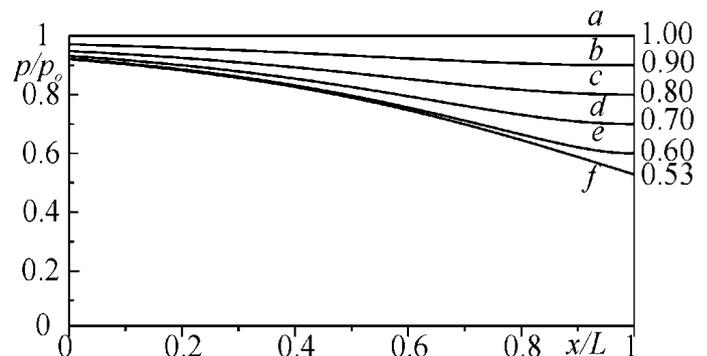
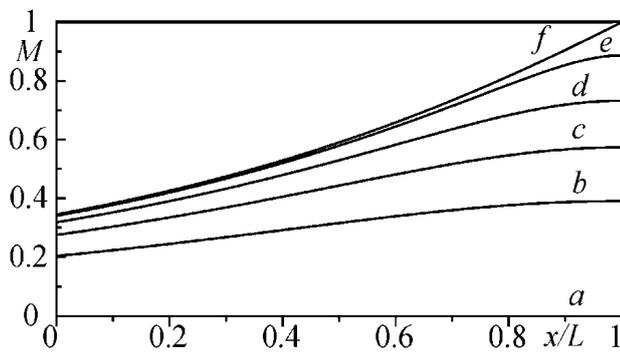
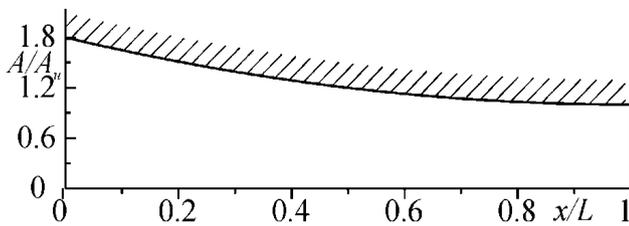
Le **curve di funzionamento** in un ugello convergente sono mostrate in figura. Si hanno **due** tipi di funzionamento:

1. Per rapporti di pressione  $\pi_a = p_a/p_t$  compresi tra  $\pi = p/p_t = p^*/p_t$  e 1 la pressione del fluido all'uscita dell'ugello deve necessariamente essere **uguale** a quella **ambiente**, cioè deve rispettare la cosiddetta **condizione di Kutta** (pressione ambiente = pressione all'uscita).



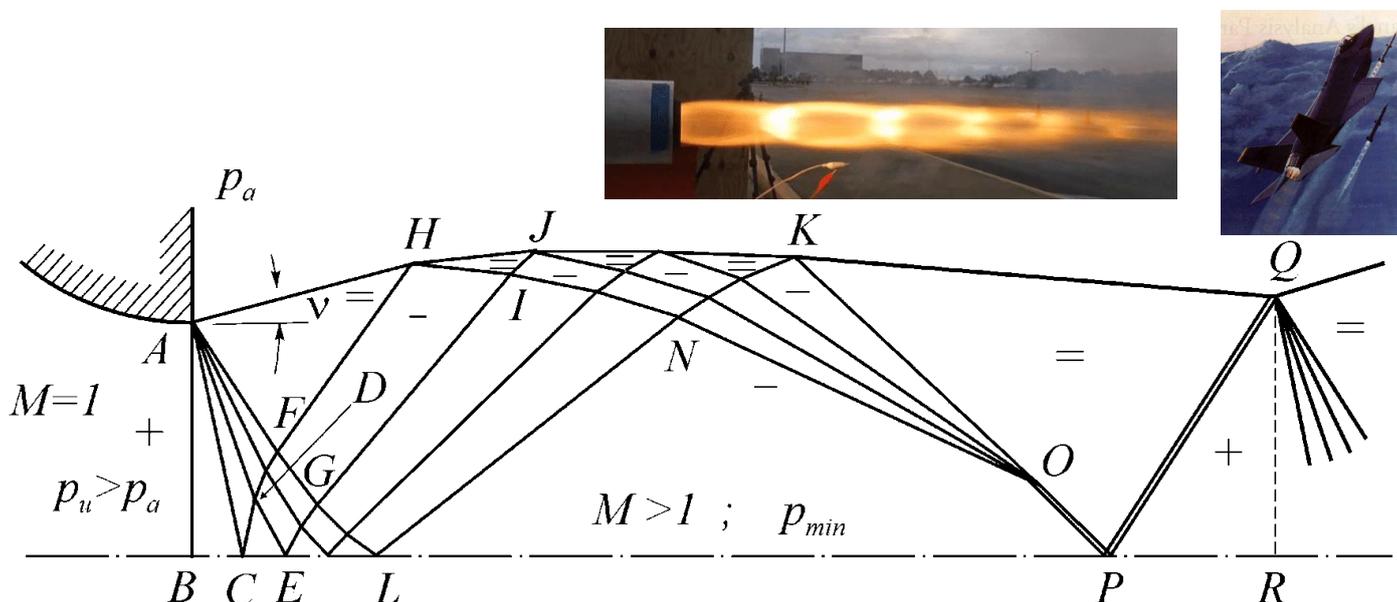
## Moto quasi unidimensionale

2. Per rapporti di pressione inferiori a  $p^*/p_t$  il moto si dice **strozzato** o **sottoespanso**: la corrente non riesce a **completare** nell'ugello stesso la sua espansione fino alla **pressione ambiente**. L'aggettivo strozzato è utilizzato per indicare che, se la pressione di ristagno è costante, la **portata di massa** effluente dall'ugello resta **costante** al diminuire della **pressione ambiente** dal valore  $p^*$  sino al vuoto più assoluto.

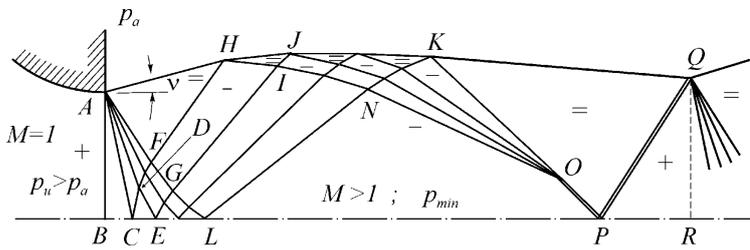


## Moto quasi unidimensionale

2. Per rapporti di pressione inferiori a  $p^*/p_t$  il moto si dice **strozzato** o **sottoespanso**: la corrente non riesce a **completare** nell'ugello stesso la sua espansione fino alla **pressione ambiente**. L'aggettivo strozzato è utilizzato per indicare che, se la pressione di ristagno è costante, la **portata di massa** effluente dall'ugello resta **costante** al diminuire della **pressione ambiente** dal valore  $p^*$  sino al vuoto più assoluto.

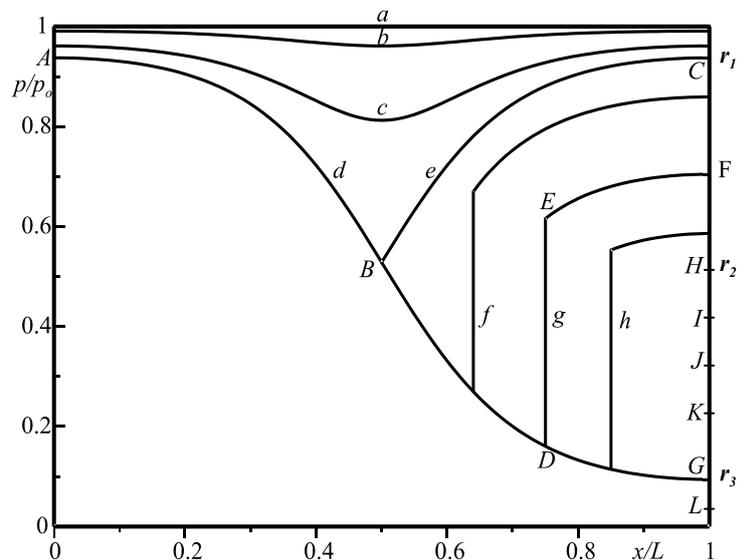
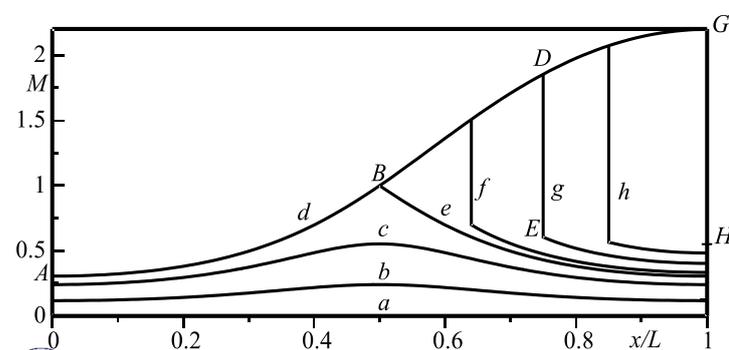
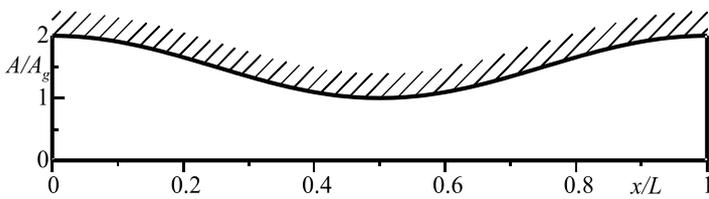


# Moto quasi unidimensionale



# Moto quasi unidimensionale

Le **curve di funzionamento** in un ugello convergente divergente sono mostrate in figura. Si possono **definire tre rapporti di pressione caratteristici  $r_1, r_2$  e  $r_3$**  e si hanno **quattro** tipi di funzionamento diversi al variare della pressione ambiente.



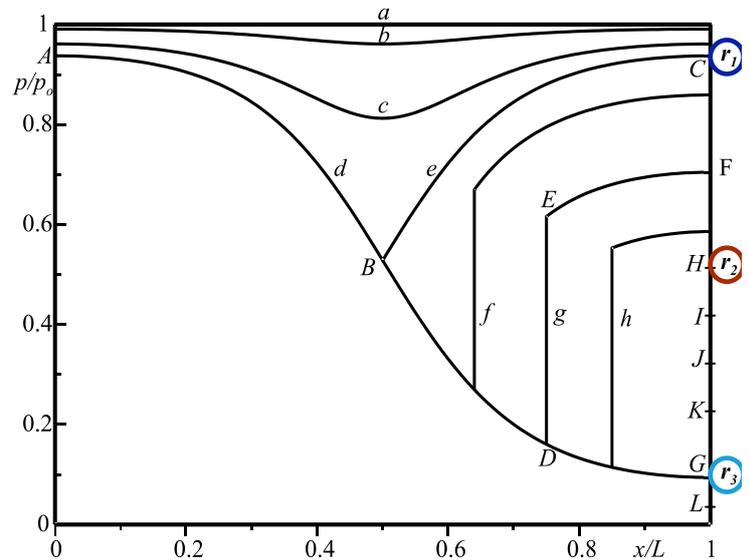
# Funzionamento di un ugello convergente divergente

I **tre rapporti caratteristici di pressione** sono funzione di  $\gamma$  e del rapporto tra l'area di uscita dell'ugello e quella di gola ( $A_u/A_g$ ).

Essi sono relativi a funzionamenti dell'ugello per il **moto è sonico in gola**. Essi sono relativi rispettivamente:

- $r_1$  a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **subsoniche**
- $r_2$  al funzionamento in con **un'onda d'urto normale** nella sezione di uscita dell'ugello;
- $r_3$  a condizioni nella sezione di uscita dell'ugello **supersoniche**.

I tre punti C, H e G si chiamano **punti caratteristici** e, nel seguito, talvolta si farà un **abuso di simbologia** utilizzando i simboli  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  (al posto di C, H e G) anche per i **punti caratteristici**.

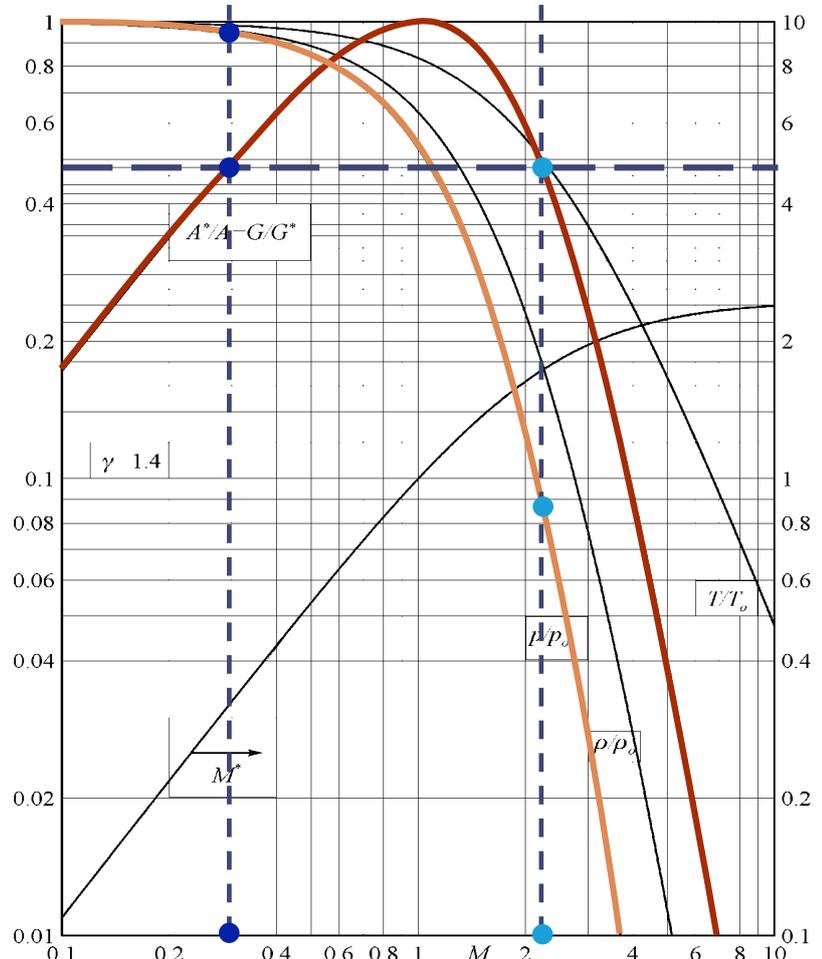


# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Supponendo che la sezione di **gola** sia **critica** si ha  $A_g = A^*$  e i due rapporti  $r_1$  e  $r_3$  si **leggono** sull'asse delle **ordinate** della figura (o nelle **tabelle**) entrando con  $A^*/A_u = A_g/A_u$ .

$r_1$  risulta sempre **maggiore** di  $p^*/p_t$  e  $r_3$  **minore**.

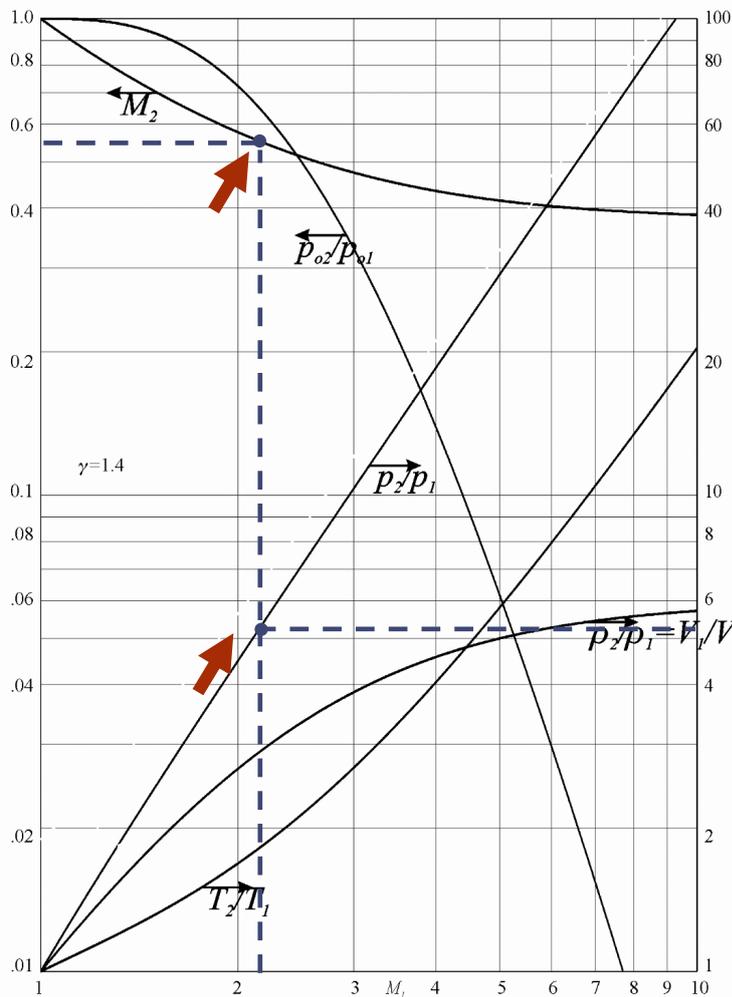
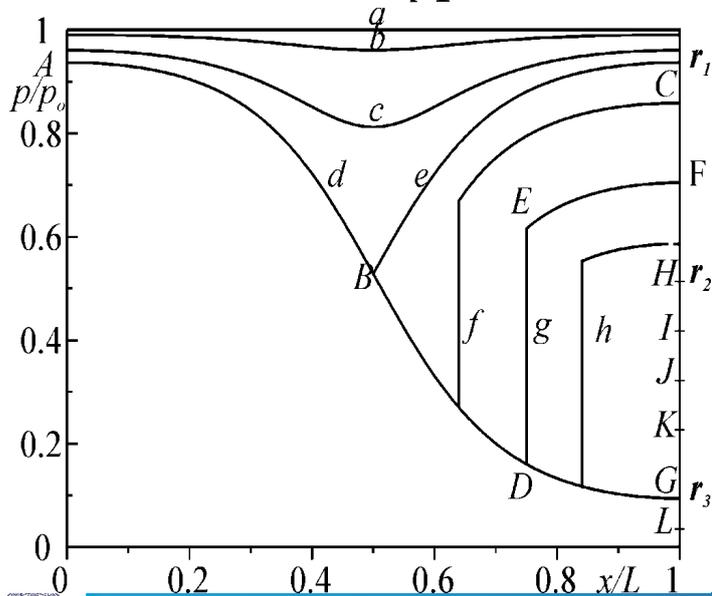
A questo valore del rapporto delle aree corrisponderà a due valori del numero di Mach, uno in regime **subsonico** ed uno in regime **supersonico**.



# Moto quasi unidimensionale

Per calcolare il **valore di  $r_2$**  occorre entrare nel grafico delle onde d'urto con il valore di  $M_{r_3}$  e leggere il rapporto  $p_2/p_1$ . Si ha:

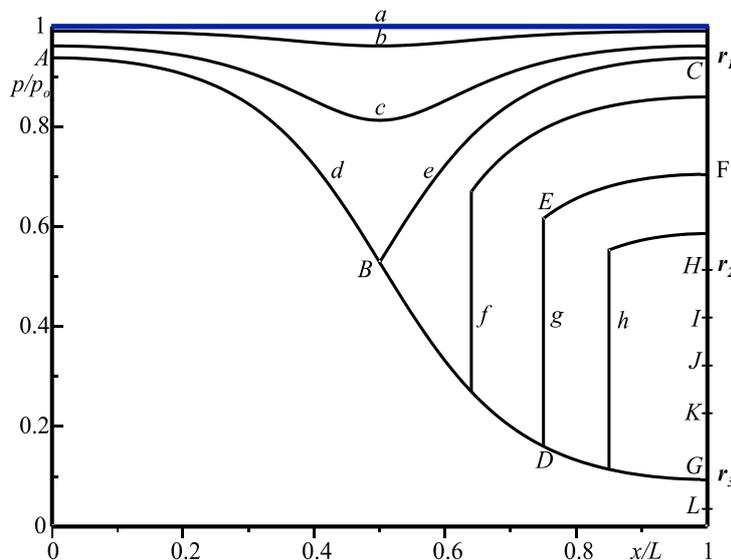
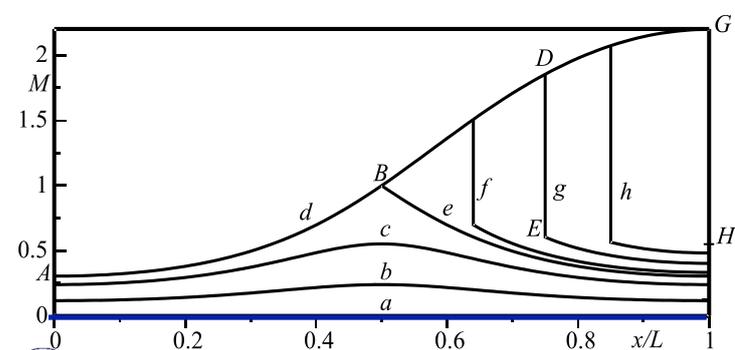
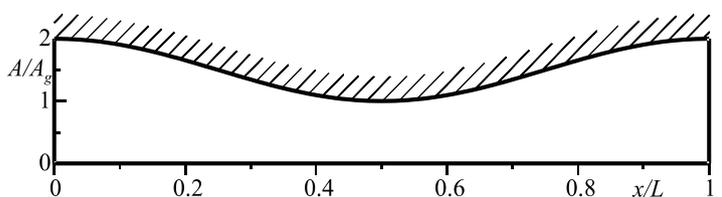
$$r_2 = r_3 \frac{p_2}{p_1}$$



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Come nel caso dell'ugello semplicemente convergente si supporrà che la **pressione** nel serbatoio (uguale a quella di ristagno) sia **fissata** a 1 bar e che la pressione **ambiente** possa **variare** da 1 bar fino a 0.

La **curva a** ( $p = p_u = p_a = p_o = 1 \text{ bar}$ ) è relativa al caso per il quale la **pressione è costante** lungo l'ugello e, quindi, **velocità** e numero di **Mach** sono ovunque **nulli**. Chiaramente anche la **portata** è nulla.

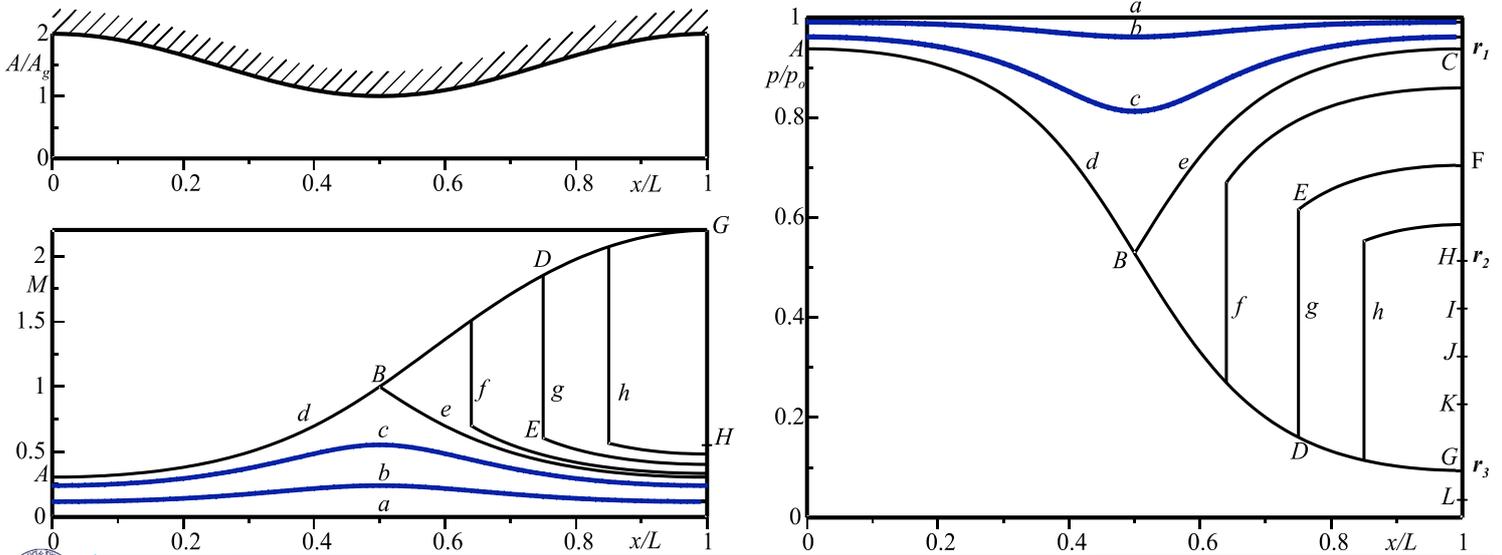


# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Al **diminuire** di  $p_a$  l'ugello funziona secondo curve del tipo *b* e *c* la condizione di Kutta deve essere rispettata.

Il moto è **subsonico** lungo tutto l'ugello con un valore **minimo** della pressione (valore **massimo** del numero di **Mach**) nella sezione di **gola**.

Questo è il **regime alla Venturi**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

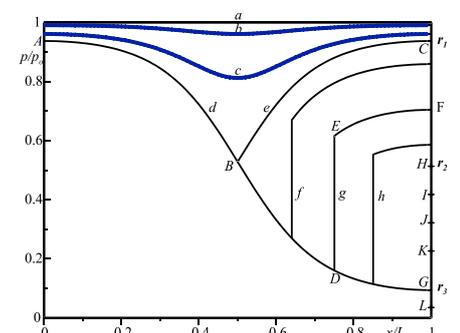
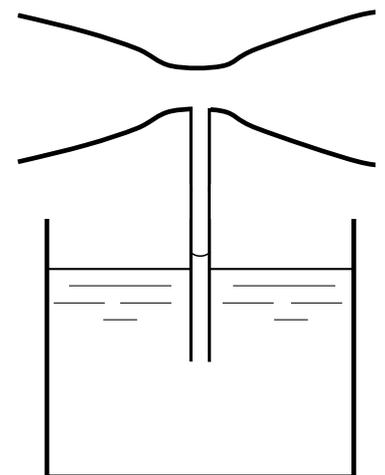
Il **regime alla Venturi** è utilizzato nei carburatori dei motori alternativi. In questo caso, la pressione di ristagno del comburente (aria aspirata dall'ambiente) è la **pressione atmosferica**.

La **depressione** che si crea nella **gola** del Venturi, per l'accelerazione del fluido, serve ad **aspirare** il combustibile (benzina).

Un funzionamento **analogo** si ha anche negli **aerografi** e negli **spruzzaprofumi**.

Un ugello alla Venturi può essere utilizzato anche come **misuratore di portata**.

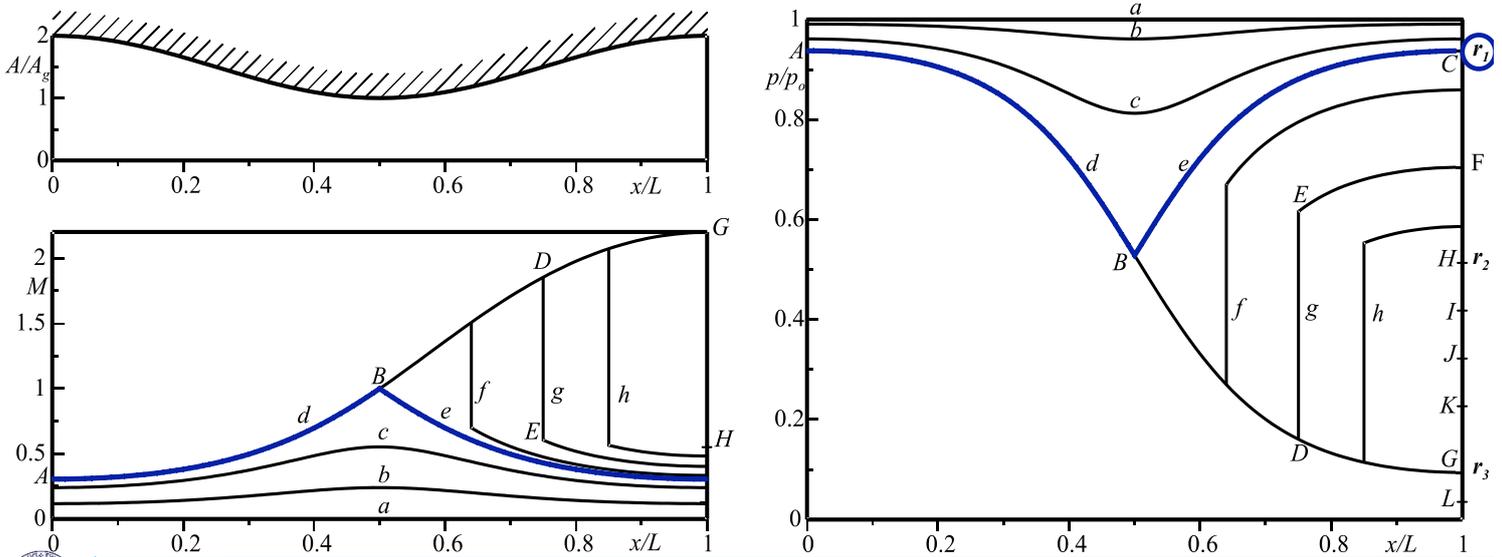
Se non si sfrutta il **minimo di pressione** in gola, **non conviene** utilizzare un ugello alla **Venturi** perché il **gradiente di pressione avverso** nel **divergente** può causare fenomeni di separazione ed un aumento delle **perdite di carico**.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a = r_1$ , il fluido raggiunge per la prima volta condizioni **critiche** nella sezione di **gola**, seguendo la curva **d-e**.

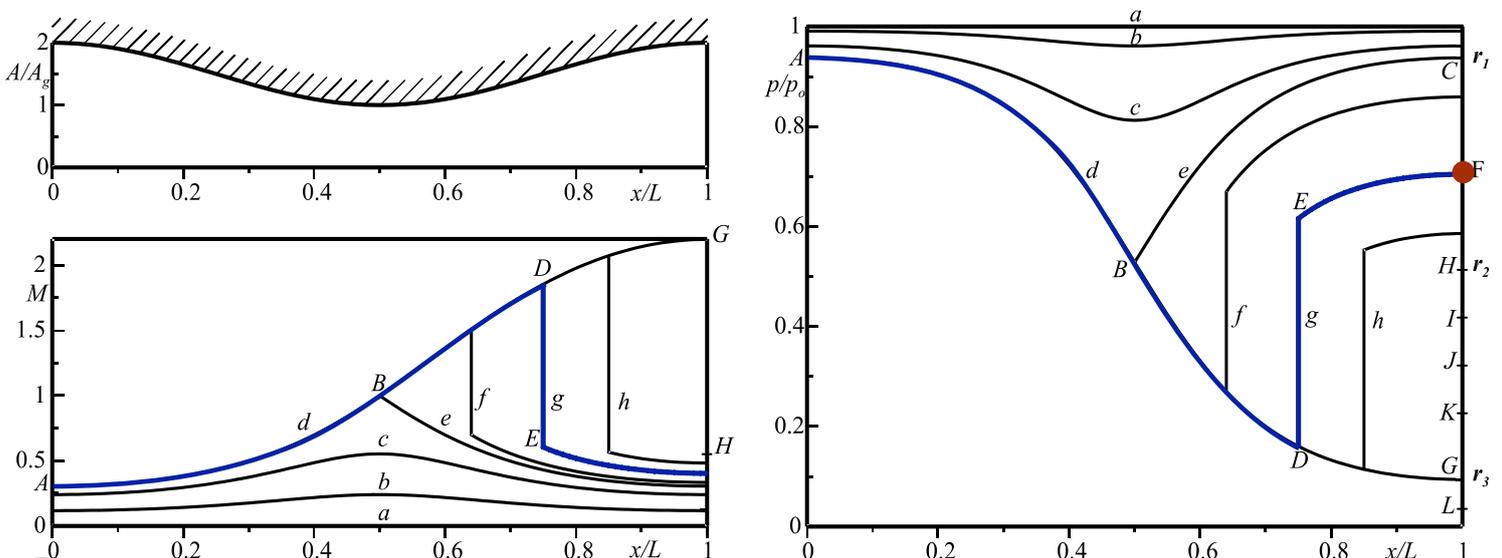
In queste condizioni l'ugello **strozza**. Ulteriori **diminuzioni** della **pressione ambiente** non cambiano lo stato della corrente nella parte **convergente** dell'ugello (curva **d**). Le condizioni in **gola** sono **critiche** e, per pressione di ristagno costante, **non cambia** la **portata**.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $p_a = p_F$ , la corrente nel convergente segue la curva **d**, sino a raggiungere le condizioni soniche in gola, poi imbocca il divergente in regime **supersonico** (tratto **BD**) fino al **punto D** dove un'onda d'urto **normale** porta il fluido in regime subsonico nel **punto E**.

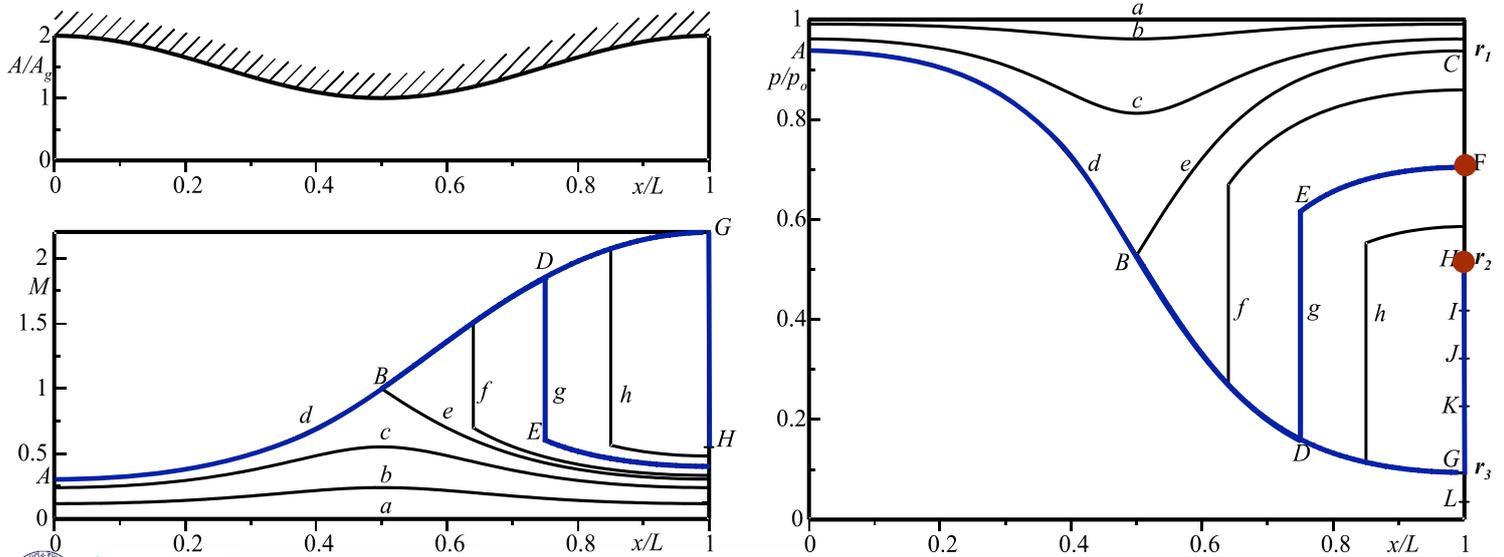
A valle si ha una **compressione isentropica** del fluido sino alle condizioni di uscita definite dal **punto F**.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_2 < \pi_a < r_1$  il **moto** all'**uscita** dell'ugello è **subsonico** e deve essere soddisfatta la condizione di Kutta. Una **diminuzione** (risp. **aumento**) di  $p_a$  fa spostare l'onda in **avanti** (**indietro**).

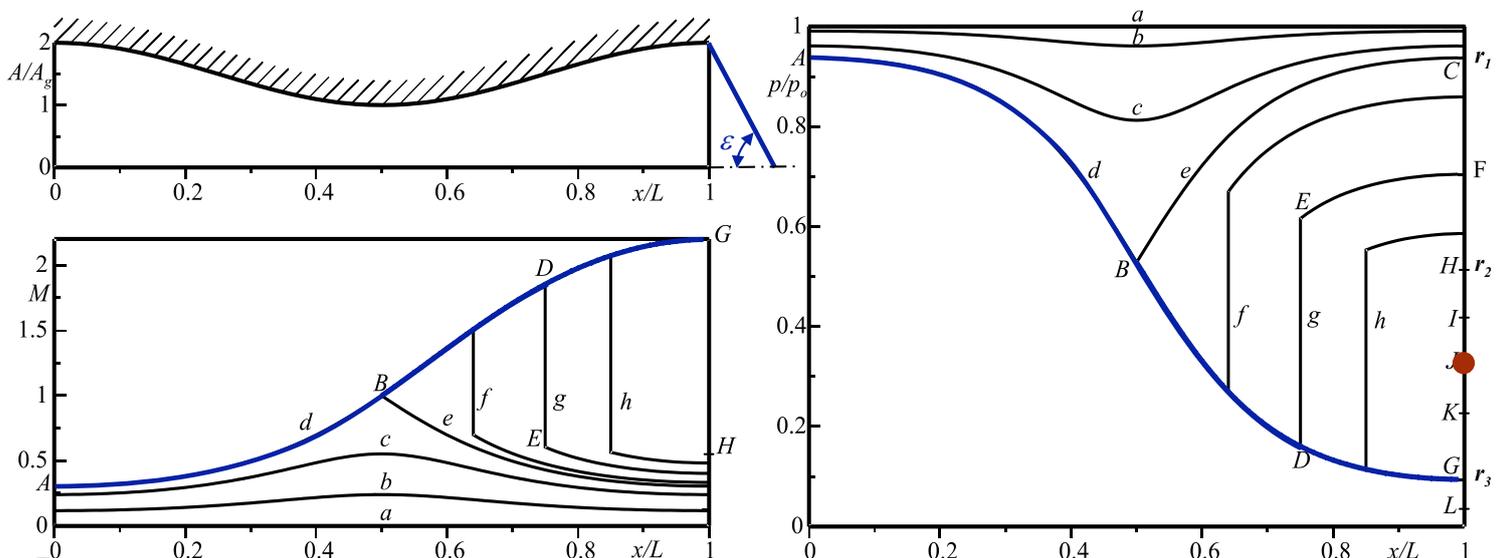
Quando  $\pi_a = r_2$  l'onda si porta nella sezione d'uscita dell'ugello.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_3 < \pi_a < r_2$  l'onda d'urto normale darebbe una compressione troppo **forte** ed è sostituita da una onda **d'urto obliqua esterna** all'ugello.

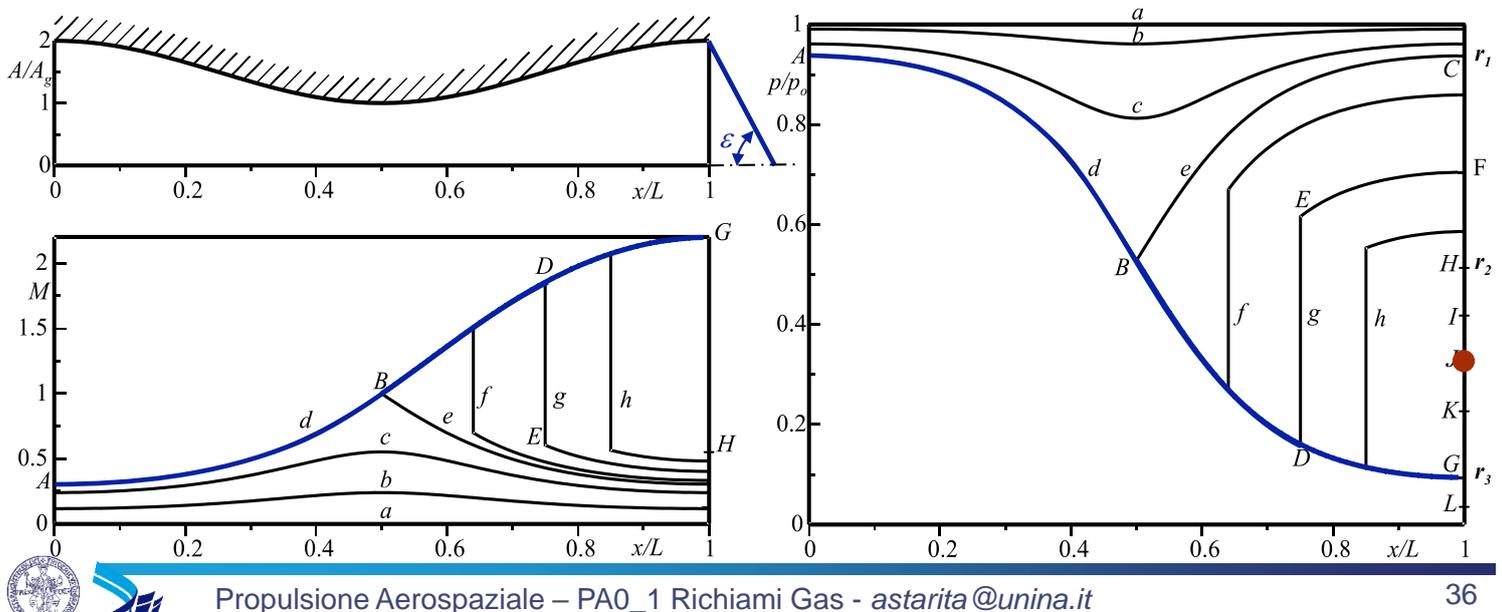
Ad una **diminuzione** (risp. **aumento**) di  $p_a$  corrisponde una diminuzione (**aumento**) dell'angolo d'urto  $\epsilon$  e ad un'onda **meno** (**più**) forte.



## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $r_3 < \pi_a < r_2$  l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto  $r_3$  e successivamente all'**esterno** dell'ugello un'onda d'urto obliqua, **comprime** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

**Non** è rispettata la **condizione** di **Kutta** e l'ugello si dice **sovraespanso**.

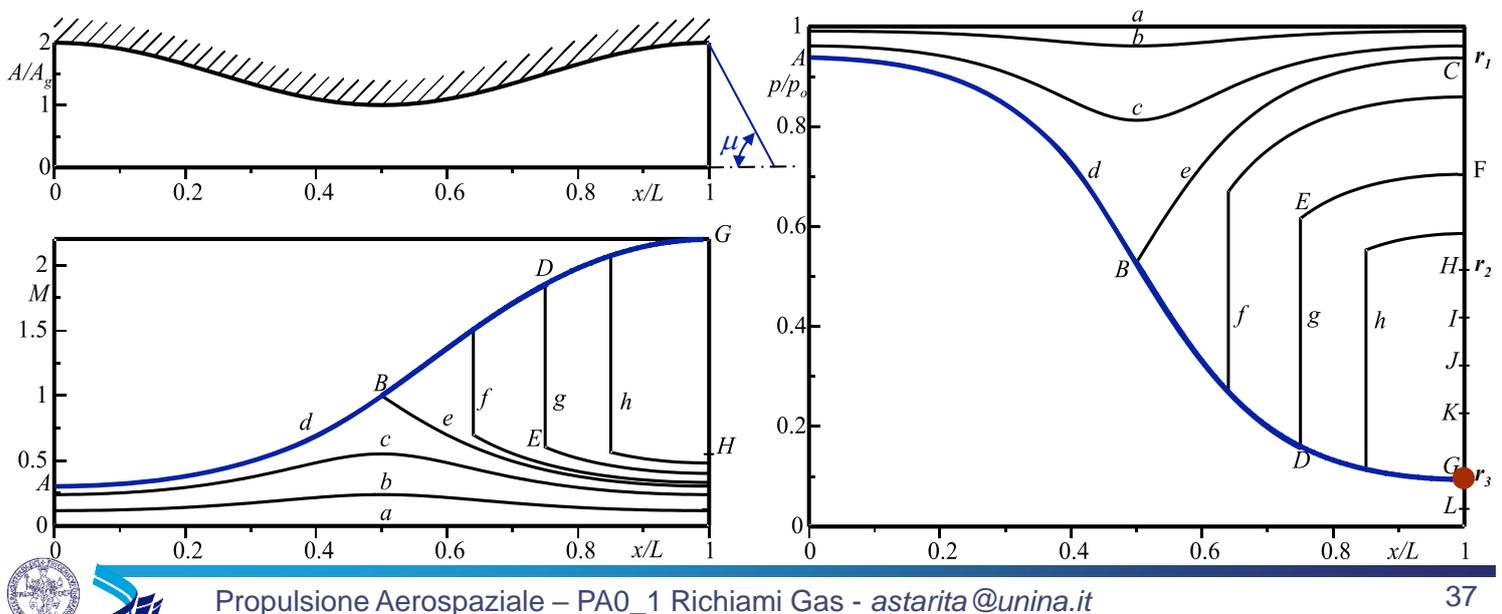


## Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a = r_3$  l'onda obliqua diventa un'onda di **Mach** e  $\epsilon = \mu = \arcsin 1/M_{r_3}$ .

In questo punto particolare è di nuovo rispettata la **condizione** di **Kutta** ed il funzionamento dell'ugello si dice **corretto**.

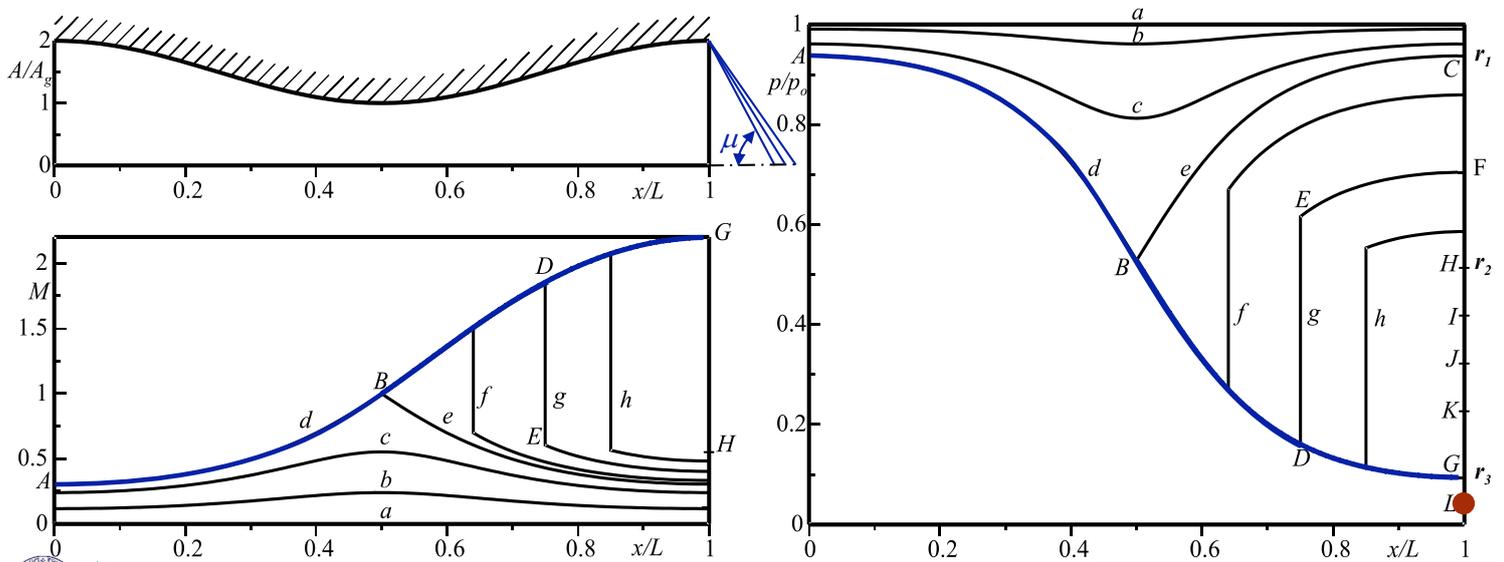
Il funzionamento con espansione **corretta** dell'ugello è quello che produce la **massima spinta propulsiva**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente

Per  $\pi_a < r_3$  l'ugello segue la **curva caratteristica** fino al punto  $r_3$  e successivamente all'**esterno** dell'ugello un **ventaglio d'espansione** fa **espandere** la corrente portandola alla **pressione ambiente**.

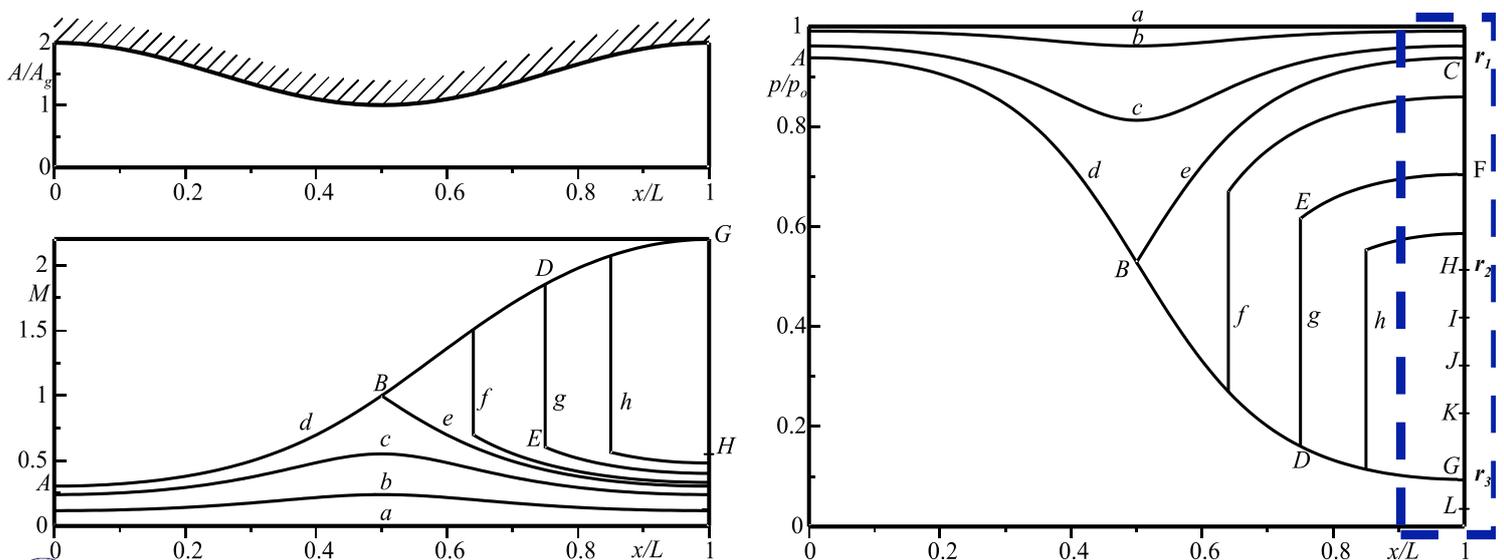
**Non** è rispettata la **condizione** di **Kutta** e l'ugello si dice **sottoespanso**.



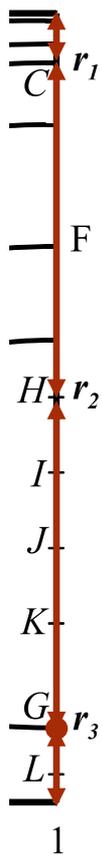
# Funzionamento di un ugello convergente divergente

In **conclusione** si ha per:

- $\pi_a < r_1$  l'ugello è sempre **strozzato** in gola.
- $\pi_a < r_2$  la curva di funzionamento si **blocca**; la distribuzione del numero di Mach e pressione **non** sono **funzione** di  $p_a$ . L'**adattamento** della corrente alla pressione ambiente avviene all'**esterno** dell'ugello. Normalmente **non** è verificata la **condizione** di **Kutta**.



# Funzionamento di un ugello convergente divergente



- $r_1 \leq \pi_a < 1$  - **regime alla Venturi**; la corrente è ovunque **subsonica** nell'ugello con un **minimo** della **pressione** (massimo della velocità e del numero di Mach) nella sezione di **gola**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_2 < \pi_a < r_1$  - **regime con onda d'urto nel divergente**; la corrente raggiunge  $M = 1$  nella sezione di **gola**; in un tratto del **divergente** il flusso è **supersonico** ma a valle dell'**onda d'urto** diventa **subsonico**; **è valida la condizione di Kutta**.
- $r_3 < \pi_a < r_2$  - **ugello sovraespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **minore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un'**onda d'urto obliqua**; **non è valida la condizione di Kutta**.
- $\pi_a = r_3$  - **funzionamento corretto** il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **uguale a** quella **ambiente**; **è valida la condizione di Kutta**. Si ha **massima spinta propulsiva**.
- $\pi_a < r_3$  - **ugello sottoespanso**; il flusso è **supersonico**, la **pressione** all'uscita dell'ugello è **maggiore** di quella **ambiente** e la corrente si adatta fuori dell'ugello mediante un **ventaglio d'espansione**; **non è valida la condizione di Kutta**.



## Moto quasi unidimensionale

### Esempio Farokhi 2.12

Consider a diffusing duct of the following geometrical and flow characteristics:

$A_1$  is the inlet area

$M_1 = 0.7$

Total pressure loss in the diffuser is 1% of the inlet total pressure, i.e.,  $p_{t2}/p_{t1} = 0.99$

The exit area is  $A_2 = 1.237 A_1$

Assume that the flow in the diffuser is adiabatic and unseparated and the exit flow is uniform, calculate

- the exit Mach number  $M_2$
- the static pressure recovery in the diffuser  $C_{PR}$
- the force acting on the diffuser inner wall, i.e.,  $F_{x,wall}$ , nondimensionalized by the inlet static pressure and area, i.e.,  $p_1 A_1$



## Esempio Farokhi 2.13

Consider a convergent–divergent nozzle as shown in Figure 2.57. The flow conditions are

- (a) inlet Mach number  $M_1 = 0.5$
- (b) inlet nozzle total pressure is  $p_{t1} = 10 p_0$ , where  $p_0$  is the ambient pressure
- (c) total pressure loss in the convergent section of the nozzle is 1%, i.e.  $(p_{t1} - p_{t,th})/p_{t1} = 0.01$
- (d) total pressure loss in the divergent section of the nozzle is 2%, i.e.  $(p_{t,th} - p_{t2})/p_{t,th} = 0.02$
- (e) nozzle area expansion ratio is  $A_2/A_{th} = 2.0$

Calculate

- (a) the exit Mach number  $M_2$
- (b) the exit static pressure in terms of ambient pressure  $p_2/p_0$
- (c) the nondimensional axial force acting on the convergent nozzle  $F_{x, \text{con.} - \text{wall}}/A_{th} p_{t1}$

In addition, we assume that the gas is perfect and its properties remain unchanged throughout the nozzle. The gas is characterized by

- (a)  $\gamma = 1.4$
- (b)  $R = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

The flow in the nozzle is assumed to be steady and adiabatic, therefore the total enthalpy remains constant, i.e.,

(a)  $h_{t2} = h_{t1}$

- (d) the nondimensional axial force acting on the divergent nozzle  $F_{x, \text{div.} - \text{wall}}/A_{th} p_{t1}$
- (e) the total (nondimensional) axial force acting on the nozzle  $F_{x, \text{nozzle}}/A_{th} p_{t1}$

