

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati  
Modulo A  
01/03/2001

**Tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti.**

1. Date le seguenti coppie di funzioni, dimostrare per esteso le relazioni asintotiche più restrittive possibili esistenti tra le funzioni di ciascuna coppia:

(i)	$(3/2)^n$	$(7/5)^n$
(ii)	$\frac{n^2}{\sqrt{\log n}}$	$n\sqrt{\log n}$
(iii)	$n \log^2 n$	$\log(4^n) \log(n^4)$
(iv)	$n^{(\log n)}$	$2^{\log^4 n}$

2. Sia data la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} k & \text{se } n = 1 \\ 2T(\sqrt{n}) + \log n & \text{se } n > 1 \end{cases}$$

dove  $k$  è una costante positiva. Trovare la stima asintotica più vicina possibile di  $T(n)$ , utilizzando il **metodo iterativo**. È ammesso l'uso di un albero di ricorrenza.

3. Sia dato un array di  $n$  elementi le cui chiavi possono assumere solo valore `vero`, `forse` o `falso`. Scrivere un algoritmo che in tempo  $O(n)$  riarrangi gli elementi dell'array in modo che tutte le chiavi con valore `falso` precedano tutte le chiavi con valore `forse`, e queste ultime precedano tutte le chiavi con valore `vero`.
4. Partendo dalla definizione di **albero AVL minimo**, dimostrare la seguente affermazione per induzione o argomentare la falsità, esibendo un controesempio:

in un **albero AVL minimo** di altezza  $h$ , l'**altezza minima** di un nodo foglia è esattamente  $\lceil h/2 \rceil$ .