

Tema d'esame di Algoritmi e Strutture Dati

Modulo A

22/01/2001

Tempo a disposizione: 3 ore.

1. Ordinare in modo crescente secondo il tasso di crescita asintotico le seguenti funzioni, esplicitando e dimostrando per esteso le relazioni asintotiche ($o(\cdot)$, $\omega(\cdot)$, oppure $\Theta(\cdot)$) esistenti tra le funzioni adiacenti nell'ordinamento risultante:

$$\begin{array}{ll} n^{1/a} & \log(\log n^a) \\ 2^{\log(2e^{ln n})} & n^a \\ \log(\log n) & n + 2 \end{array}$$

Nota: a è da considerarsi una costante arbitraria che soddisfa come **unico vincolo** quello di essere **maggiore di 0**.

2. Sia data la seguente equazione di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} 5 & \text{se } n = 2 \\ 2\sqrt{n}T(\sqrt{n}) + n & \text{se } n > 2 \end{cases}$$

- (a) Trovare la stima asintotica più vicina possibile a $T(n)$, utilizzando il **metodo iterativo**.
 - (b) Risolvere l'esercizio utilizzando il **metodo di sostituzione**, utilizzando come ipotesi di soluzione i risultati calcolati per il punto (a)
3. Considerate l'algoritmo di ordinamento Quicksort.

- (a) Illustrare dettagliatamente i passi eseguiti dall'algoritmo sulla seguente sequenza di numeri interi in input:

$$\langle 95, 90, 76, 45, 20, 25, 34, 38 \rangle$$

- (b) Mostrare una permutazione degli 8 numeri della sequenza al punto (a) che costituisce il **caso migliore** per tale algoritmo di ordinamento per sequenze di 8 elementi, e motivare la scelta della sequenza.

4. Sia dato un albero binario di ricerca T qualsiasi con N nodi. Ciascun nodo n contiene un campo `colore[n]` che può assumere valori rosso o nero. Si assuma che T sia stato colorato assegnando a ciascun nodo n un valore per il campo `colore[n]`. Scrivere un algoritmo che decide se T è un albero Red-Black oppure no. In caso affermativo, l'algoritmo deve ritornare l'altezza nera; in caso negativo, deve ritornare il primo sottoalbero che viola la condizione e segnalare il motivo per cui l'albero non è un albero Red-Black.