

REGOLATORI PID

Modello dei regolatori PID

Metodi di taratura automatica

MODELLO DEI REGOLATORI PID

- Larga diffusione in ambito industriale
 - ★ controllo soddisfacente di un'ampia gamma di processi
 - ★ semplici regole di taratura automatica
 - ★ realizzazione con tecnologie varie (meccaniche, pneumatiche, idrauliche, elettroniche analogiche e digitali)

- Variabile di controllo u generata come somma di tre contributi:
 - ★ proporzionale all'errore $e = w - y$
 - ★ proporzionale all'integrale di e (valor medio): errore nullo asintoticamente per segnali di riferimento o disturbi additivi costanti
 - ★ proporzionale alla derivata di e : previsione dell'andamento dell'errore
- Struttura ideale (sistema dinamico SISO lineare stazionario a tempo continuo, improprio)

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

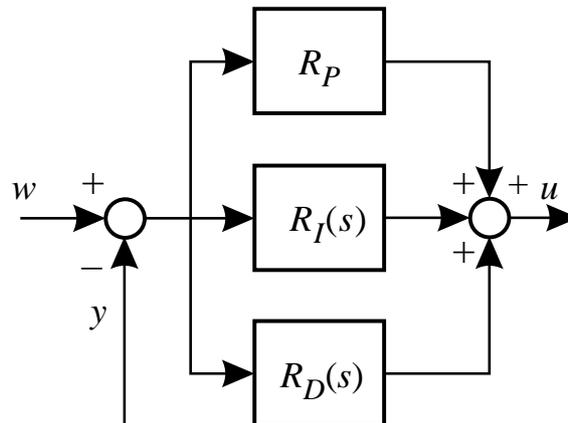
- ★ $K_P \geq 0$: coefficiente dell'azione proporzionale (banda proporzionale $PB = 100/K_P$)
- ★ $K_I \geq 0$: coefficiente dell'azione integrale
- ★ $K_D \geq 0$: coefficiente dell'azione derivativa

- Trasformazione di Laplace ($t_0 = 0$)

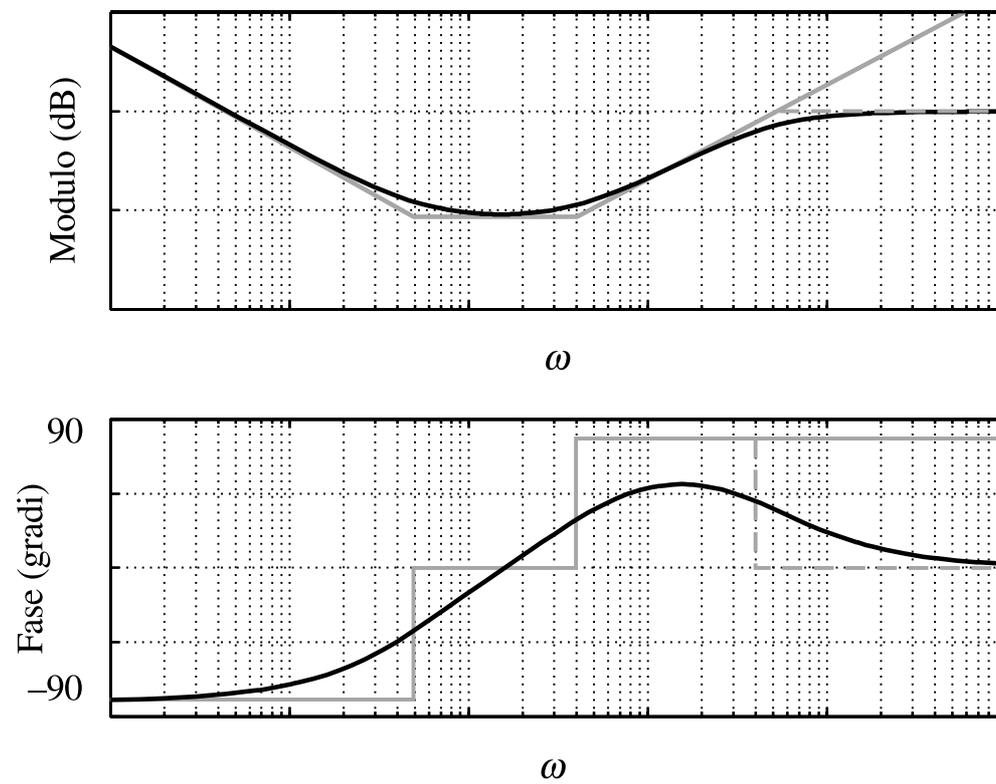
$$\begin{aligned}
 R_{PID} &= R_P + R_D(s) + R_I(s) \\
 &= K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s} \\
 &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}
 \end{aligned}$$

★ $T_I = K_P/K_I$: tempo integrale (o di *reset*)

★ $T_D = K_D/K_P$: tempo derivativo



- Diagrammi di Bode (due zeri a $\text{Re} < 0$ e un polo nell'origine)



- Azione derivativa realizzabile

$$R_D^a(s) = \frac{K_P T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} = \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{K_P N} s}$$

- ★ $N > 0$: il polo $s = -N/T_D$ all'esterno della banda di frequenza di interesse nel controllo ($N = 5 \div 20$)

- PID in forma reale

$$\begin{aligned} R_{PID} &= K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D}{1 + \frac{T_D}{N} s} s \right) \\ &= K_P + \frac{K_I}{s} + \frac{K_D s}{1 + \frac{K_D}{K_P N} s} \end{aligned}$$

- ★ zeri praticamente inalterati (per N sufficientemente grande)
- ★ diagrammi di Bode asintotici (linea grigia a tratti precedente)

- Combinazione delle varie azioni tranne:
 - ★ sola azione derivativa (zero nell'origine!)
 - ★ azione integrale e derivativa (buco in frequenza!)
- Regolatori P ($K_I = K_D = 0$ o $T_I \rightarrow \infty, T_D = 0$)

$$R_P = K_P$$

- ★ controllo di processi asintoticamente (o semplicemente) stabili
 - ★ prestazioni statiche non richiedono l'inserimento di un'azione integrale
- Regolatori I ($K_P = K_D = 0$)

$$R_I(s) = \frac{K_I}{s}$$

- ★ rete ritardatrice con polo nell'origine e zero all'infinito (restringimento della banda passante per compensare il contributo di fase negativo)
- ★ requisito stringente sulle prestazioni statiche, ma non sulle prestazioni dinamiche

- Regolatori PI ($K_D = 0$ o $T_D = 0$)

$$R_{PI}(s) = \frac{K_P s + K_I}{s} = K_P \frac{1 + T_I s}{T_I s}$$

- ★ rete ritardatrice con polo nell'origine e zero in $s = -1/T_I$
- ★ azione integrale per prestazioni statiche, con banda passante più ampia grazie alla presenza dello zero
- ★ molto diffusi nel controllo di processi industriali, descrivibili come la serie di una funzione di trasferimento del primo ordine e di un eventuale ritardo (la presenza di un ulteriore zero di un PID completo porterebbe a un allargamento eccessivo della banda passante, nonché a difficoltà di taratura)

- Regolatori PD ($K_I = 0$)

$$R_{PD}(s) = K_P + K_D s = K_P(1 + T_D s)$$

- ★ rete anticipatrice con zero in $s = -K_P/K_D = -1/T_D$ e polo all'infinito (polo aggiuntivo in alta frequenza per la realizzabilità)
- ★ non vi sono problemi di stabilità o di prestazioni statiche
- ★ necessario ottenere la banda passante più ampia possibile

- Regolatori PID

- ★ polo nell'origine e due zeri in

$$s = \frac{-T_I \pm \sqrt{T_I(T_I - 4T_D)}}{2T_I T_D}$$

(polo aggiuntivo in alta frequenza: zeri praticamente invariati)

- ★ zeri: reali per $T_I \geq 4T_D$, coincidenti in $s = -1/2T_D$ per $T_I = 4T_D$ (per semplificare la taratura)
- ★ rete a sella
- ★ controllo per vaste classi di sistemi

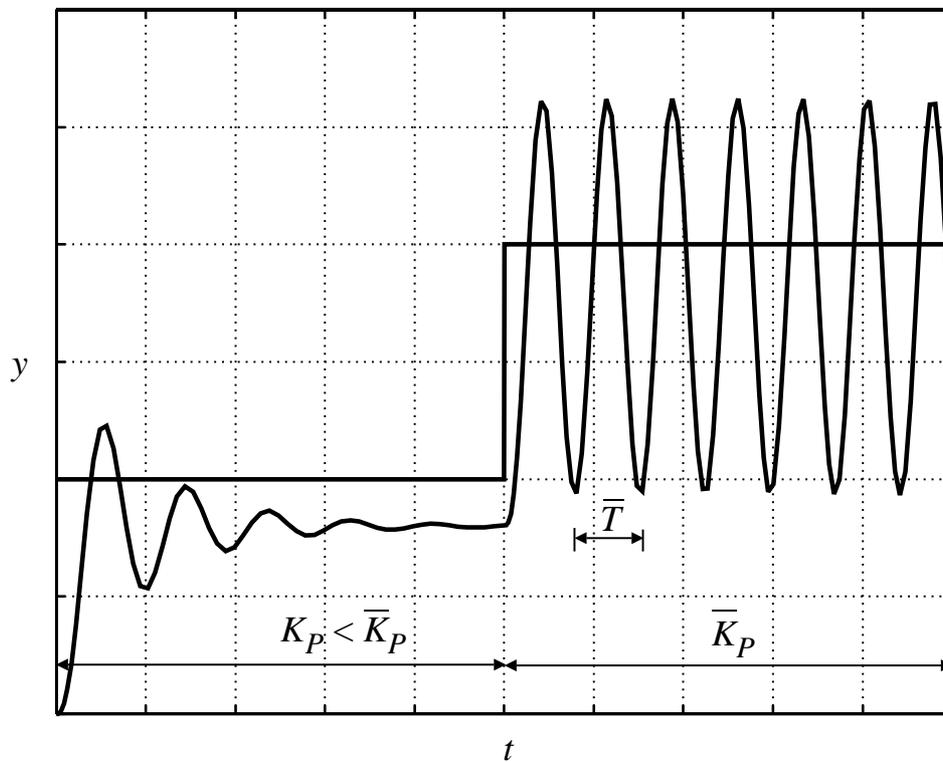
METODI DI TARATURA AUTOMATICA

- Funzione di trasferimento del sistema controllato nota
 - ★ parametri del PID tarati per mezzo di tecniche di sintesi

- Determinazione onerosa del modello rispetto all'esigenza di progettare un regolatore in grado di fornire prestazioni accettabili
 - ★ metodi automatici di taratura che consentono di pervenire direttamente alla sintesi del regolatore a partire da specifiche prove effettuate sul processo
 - ★ sistema controllato assunto asintoticamente stabile e con guadagno positivo

Metodi in anello chiuso

- Metodo di Ziegler e Nichols in anello chiuso
 - ★ all'inizio: sola azione proporzionale, innalzando K_P sino a portare il sistema retroazionato al limite di stabilità (y in oscillazione permanente di periodo \bar{T} a fronte di variazioni a scalino imposte a w): guadagno critico \bar{K}_P

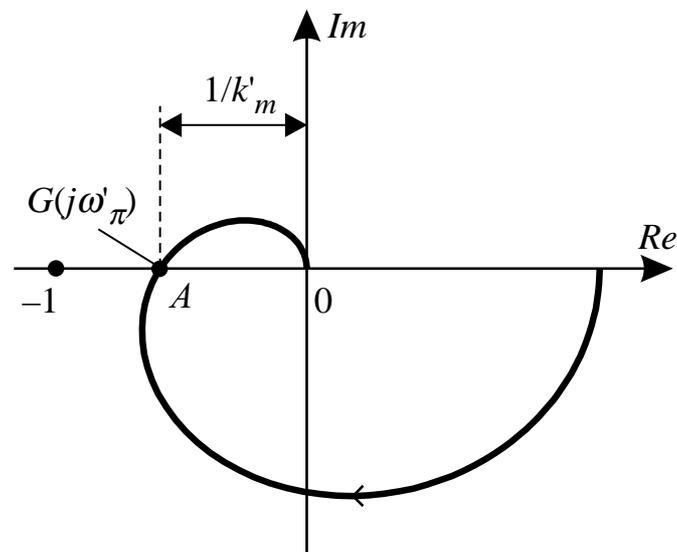


- Regole di taratura

	K_P	T_I	T_D
P	$0.5\bar{K}_P$		
PI	$0.45\bar{K}_P$	$0.8\bar{T}$	
PID	$0.6\bar{K}_P$	$0.5\bar{T}$	$0.125\bar{T}$

- Interpretazioni

- ★ $\bar{K}_P = k'_m$ di $G(s)$ (margine di guadagno finito)
- ★ $\bar{T} = 2\pi/\omega'_\pi$



- Esempio

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)^3}$$

- ★ $\omega'_\pi = \sqrt{3}, k'_m = 8 \Rightarrow \bar{K}_P = 8, \bar{T} \simeq 3.63$
- ★ PI: $K_P = 3.6, T_I = 2.9 \Rightarrow \varphi_m \simeq 14^\circ, \omega_c \simeq 1.2, k_m \simeq 1.5$
(prestazioni poco soddisfacenti)
- ★ PID ($N = 10$): $K_P = 4.8, T_I = 1.815, T_D = 0.454 \Rightarrow$
 $\varphi_m \simeq 29^\circ, \omega_c \simeq 1.4, k_m \simeq 9$ (prestazioni migliori, zeri
del PID coincidenti in $s = -1.1$ e prossimi ai poli di $G(s)$)

Metodi in anello aperto

- Metodo di Ziegler e Nichols in anello aperto
 - ★ modello approssimato del sistema da controllare

$$G_a(s) = \frac{\mu}{1 + Ts} e^{-\tau s}$$

- Regole di taratura

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{T}{\mu\tau}$		
PI	$\frac{0.9T}{\mu\tau}$	3τ	
PID	$\frac{1.2T}{\mu\tau}$	2τ	0.5τ

- ★ regolatore PI, $\tau/T \in [0.1, 1]$

$$\varphi_m = 77.8^\circ \frac{\tau}{T} + 14.95^\circ$$

$$k_m = 0.87 \frac{\tau}{T} + 1.47$$

- Esempio (precedente)

- ★ modello approssimato: $\mu = 1, T = 1.83, \tau = 1.17$

- ★ regolatore PI: $K_P = 1.41, T_I = 3.51 \Rightarrow \varphi_m \simeq 63^\circ, \omega_c \simeq 0.59, k_m \simeq 4.15$

- ★ regolatore PID: $K_P = 1.87, T_I = 2.34, T_D = 0.59, N = 10 \Rightarrow \varphi_m \simeq 62.5^\circ, \omega_c \simeq 0.74, k_m \simeq 21.3$