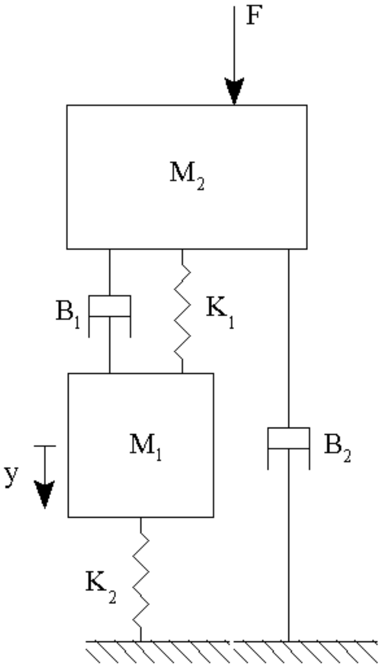
Fondamenti di Automatica – 16 Giugno 2011 – Traccia B

Studente:____ Matricola:________________



1) Per il sistema meccanico in figura, determinare una rappresentazione i.s.u., considerando come ingresso, *u*, la forza *F* e come uscita, *y*, lo spostamento della massa M_1.

2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema
$$F(s) = \frac{(10s + 200)}{(s^2 + 11s + 10)}$$
a fronte di un segnale di ingresso u(t)=sin(t)1(t).

3) Ricavare le f.d.t. dei seguenti sistemi e classificarli in base alla stabilità.

a) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} u$, $y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x$

b) $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1/2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$, $y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x + u$

c) $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & a \\ 2 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$, $y = \begin{pmatrix} 3 & 0 \end{pmatrix} x$

Per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro $a \in [-\infty \quad +\infty]$.

4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.
$$L(s) = \frac{(s^2 + 7s + 36)}{(s^2 + 30s)}$$

Tempo a disposizione: 2.5 ore

Esercizio 1)

Denotando con x_1 e x_3 lo spostamento verticale (positivo verso il basso) delle masse M_1 e M_2, rispettivamente, si ottiene la seguente rappresentazione i.s.u.

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{(k_1+k_2)}{M_1} & -\frac{B_1}{M_1} & \frac{k_1}{M_1} & \frac{B_1}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{M_2} & \frac{B_1}{M_2} & -\frac{k_1}{M_2} & -\frac{B_1+B_2}{M_2} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x$$

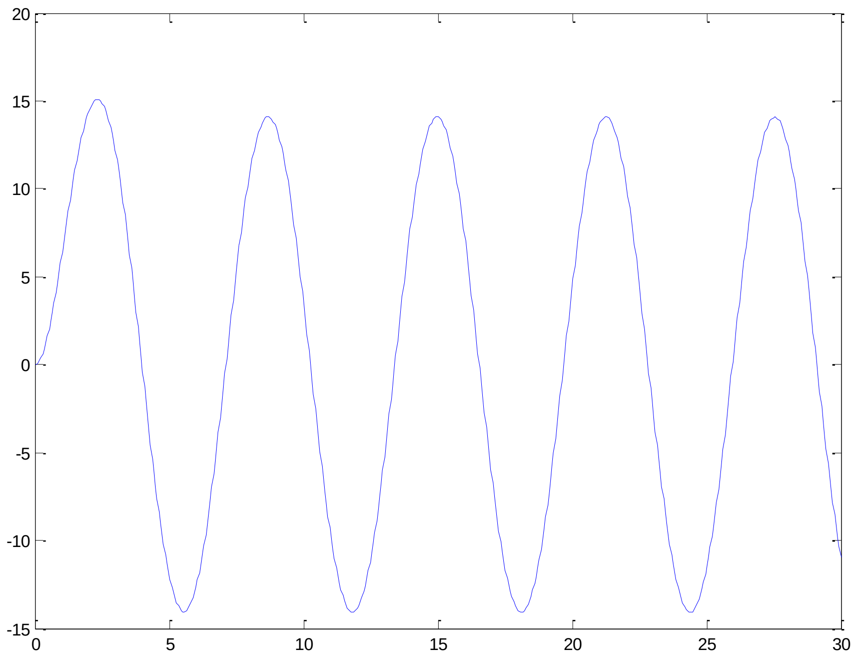
Per ottenere tale rappresentazione si sono considerati gli spostamenti rispetto al punto di equilibrio $\bar{x}$, raggiunto dal sistema sotto il solo influsso della forza di gravità. Considerando come condizione di equilibrio quella delle molle, il punto $\bar{x}$ è dato da

$$\bar{x}_1 = -\frac{M_1+M_2}{k_2} g, \quad \bar{x}_2 = 0$$

$$\bar{x}_3 = -\left[\frac{M_1+M_2}{k_2} + \frac{M_2}{k_1}\right] g, \quad \bar{x}_4 = 0$$

Esercizio 2)

$$\boldsymbol{y(t) = [10.6e^{-t} - 0.11e^{-10t} - 10.4\cos(t) + 9.46\sin(t)]1(t)}$$



Esercizio 3)

a) $F(s) = \frac{4s+12}{(s^2+s-6)} = \frac{4}{s-2}$, autov.: 2, -3 → instabile

b) $F(s) = \frac{2}{2s^2+s-5} + 1 = \frac{2s^2+s-3}{2s^2+s-5}$, autov.: -1.85, 1.35 → instabile

c) $F(s) = \frac{3a}{s^2+3s-2a+2}$, → per $a < 1$ il sistema è asint. stabile

Esercizio 4)