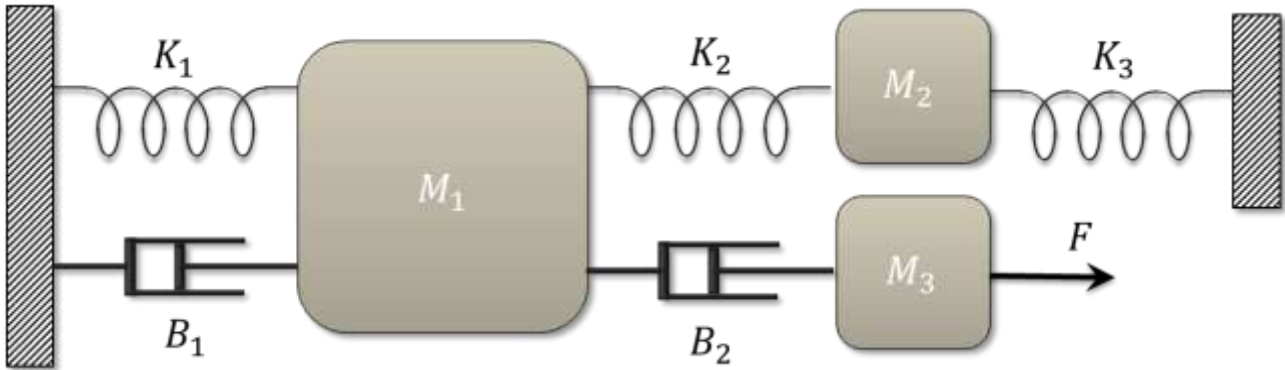


Fondamenti di Automatica – 24 Giugno 2014 - A

Studente: _____ Matricola: _____



- 1) Calcolare una rappresentazione i.s.u. del sistema in figura, considerando come ingresso, u , la forza applicata alla massa M_3 e come uscita, y , la posizione della massa M_2 .
- 2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta indiciale del sistema

$$F(s) = \frac{10s + 100}{(0.1s + 2)(s^2 + s + 1)}$$

- 3) Classificare i seguenti sistemi secondo la proprietà di stabilità, motivando brevemente la scelta effettuata. Inoltre, calcolare per ciascun sistema la f.d.t.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u & \text{b) } \dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u & \text{c) } \dot{x} = \begin{pmatrix} a & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u \\ y = (1 \ 0)x + u & y = (0 \ 1)x & y = (3 \ 0)x \end{array}$$

per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

- 4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = \frac{400(0.5 - s)}{(s^3 - 20s^2 + 400s)}$$

Tempo a disposizione: 2.5 ore

Esercizio 1)

Scegliendo le variabili di stato $x_1 = s_1, x_2 = \dot{s}_1, x_3 = s_2, x_4 = \dot{s}_2, x_5 = s_3, x_6 = \dot{s}_3$, si ottiene

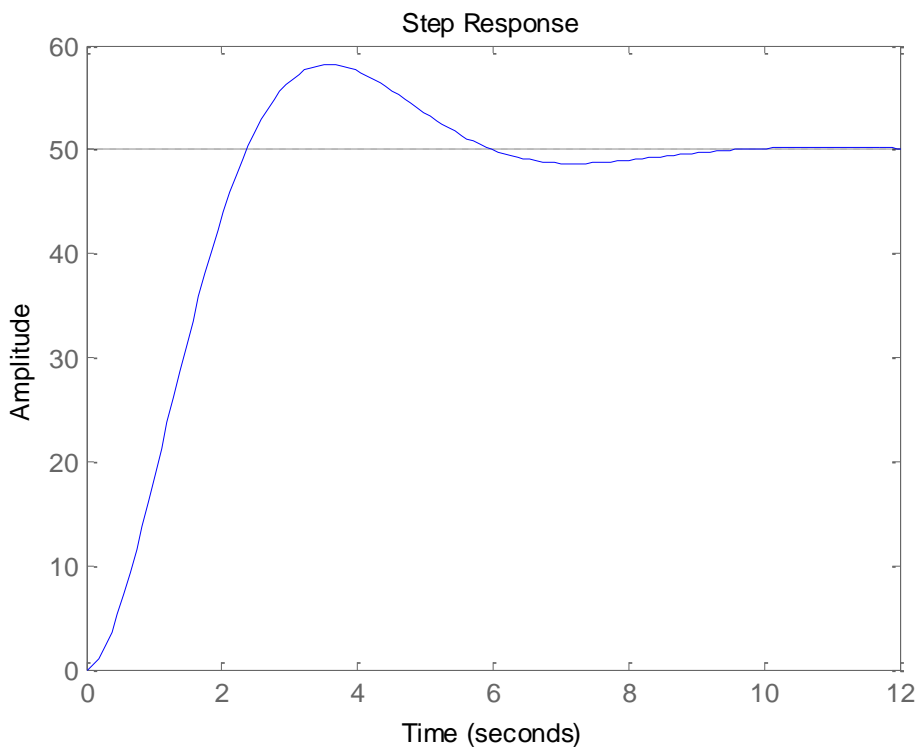
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1 + k_2}{M_1} & -\frac{B_1 + B_2}{M_1} & \frac{K_2}{M_1} & 0 & 0 & \frac{B_2}{M_1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{K_2}{M_2} & 0 & -\frac{K_2 + K_3}{M_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{B_2}{M_3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_2}{M_3} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_3} \end{pmatrix} u$$

$$y = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)x$$

Esercizio 2)

$$y(t) = \left[50 + \frac{50}{381} e^{-20t} - \frac{19100}{381} e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t\right) - \frac{19100 \cdot 57\sqrt{3}}{191 \cdot 381} e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t\right) \right] 1(t)$$

$$= \left[50 + 0.1312 e^{-20t} - 50.131 e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t\right) - 25.913 e^{-\frac{t}{2}} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2} t\right) \right] 1(t)$$



Esercizio 3)

a) $F(s) = \frac{s^2+3s-7}{s^2+2s-5}$ $\lambda_{1/2} = 1.45, -3.45 \rightarrow$ instabile

b) $F(s) = \frac{s-1}{s^2+2s+17}$ $\lambda_{1/2} = -1 \pm 4i \rightarrow$ asintoticamente stabile

c) $F(s) = \frac{3(s+1)}{s^2+(3-a)s+(6-3a)}$ \rightarrow asintoticamente stabile per $a < 2$

Esercizio 4)

