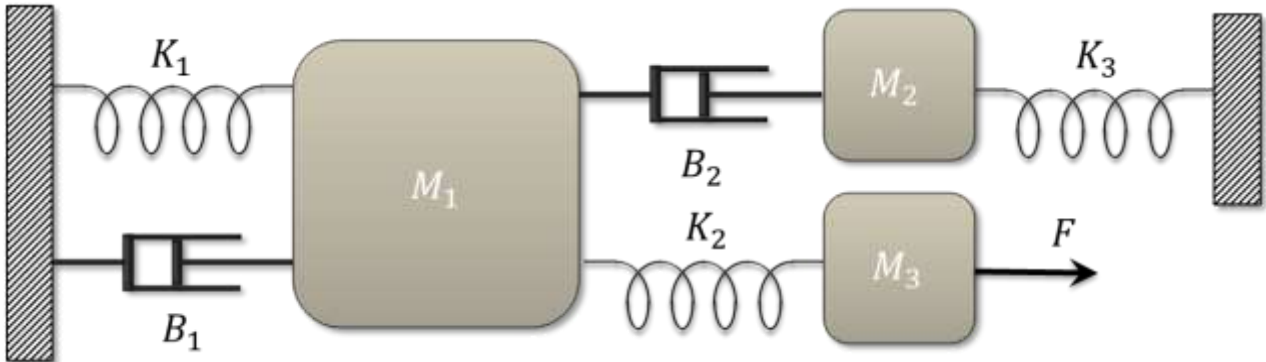


Fondamenti di Automatica – 24 Giugno 2014 - B

Studente: _____ Matricola: _____



- 1) Calcolare una rappresentazione i.s.u. del sistema in figura, considerando come ingresso, u , la forza applicata alla massa M_3 e come uscita, y , la posizione della massa M_2 .
- 2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta indiciale del sistema

$$F(s) = \frac{5s + 80}{(s + 30)(0.25s^2 + 0.5s + 1)}$$

- 3) Classificare i seguenti sistemi secondo la proprietà di stabilità, motivando brevemente la scelta effettuata. Inoltre, calcolare per ciascun sistema la f.d.t.

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} u &
 \text{b) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} u &
 \text{c) } \dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3a & 4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u \\
 y = (1 \ 0)x + u &
 y = (0 \ 1)x &
 y = (2 \ 2)x
 \end{array}$$

per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

- 4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = \frac{-50s}{(s^2 - 5s + 25)(0.3 - s)}$$

Tempo a disposizione: 2.5 ore

Esercizio 1)

Scegliendo le variabili di stato $x_1 = s_1, x_2 = \dot{s}_1, x_3 = s_2, x_4 = \dot{s}_2, x_5 = s_3, x_6 = \dot{s}_3$, si ottiene

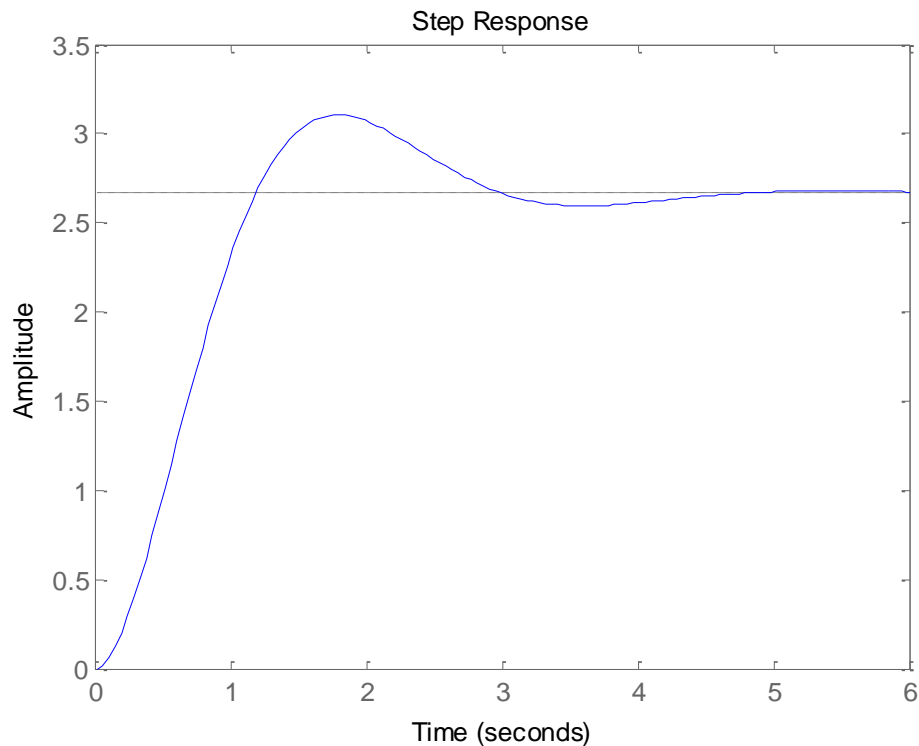
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1 + k_2}{M_1} & -\frac{B_1 + B_2}{M_1} & 0 & \frac{B_2}{M_1} & \frac{K_2}{M_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{B_2}{M_2} & -\frac{K_3}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{K_2}{M_3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_2}{M_3} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_3} \end{pmatrix} u$$

$$y = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)x$$

Esercizio 2)

$$y(t) = \left[\frac{8}{3} + \frac{7}{633} e^{-30t} - \frac{565}{211} e^{-t} \cos(\sqrt{3} t) - \frac{565 \ 33\sqrt{3}}{113 \ 211} e^{-t} \sin(\sqrt{3} t) \right] 1(t)$$

$$= [2.667 + 0.0111e^{-30t} - 2.678e^{-t} \cos(\sqrt{3} t) - 1.354e^{-t} \sin(\sqrt{3} t)]1(t)$$



Esercizio 3)

a) $F(s) = \frac{s^2 - 4s - 5}{s^2 - 5s - 11}$ $\lambda_{1/2} = -1.65, 6.65 \rightarrow$ instabile

b) $F(s) = \frac{s+14}{s^2-3s+6}$ $\lambda_{1/2} = 1.5 \pm 1.94i \rightarrow$ instabile

c) $F(s) = \frac{4s+(6a-14)}{s^2-6s+(3a+8)}$ \rightarrow instabile $\forall a \in \mathbb{R}$

Esercizio 4)

