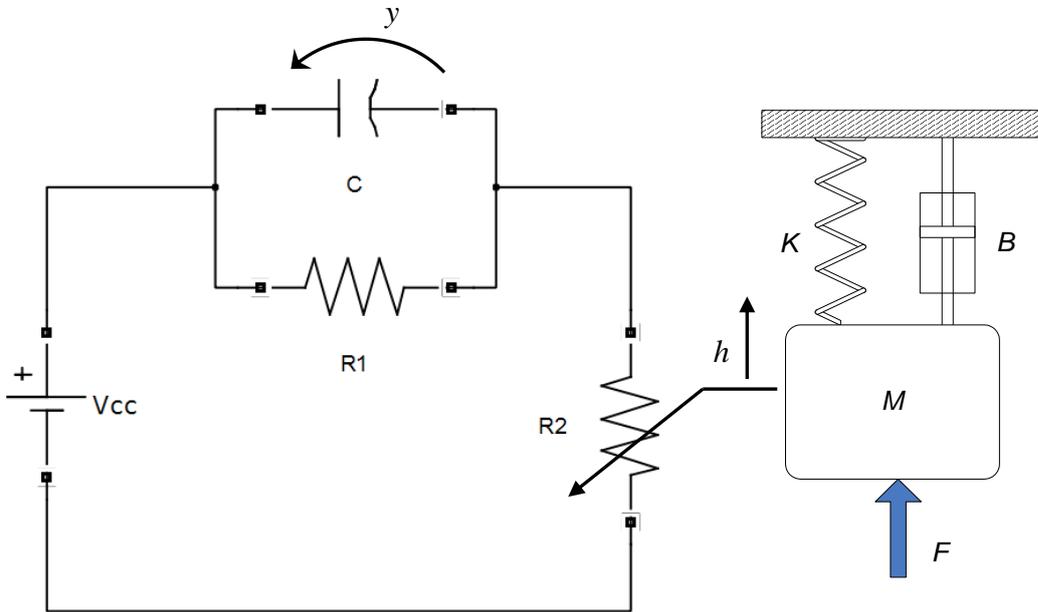


Fondamenti di Automatica – 27 Febbraio 2012 - A

Studente: _____ Matricola: _____



- 1) Calcolare una rappresentazione i.s.u. del sistema in figura, considerando come ingresso, u , la forza F e come uscita, y , la tensione sul condensatore C . La resistenza variabile (potenziometro) R_2 dipende linearmente dallo spostamento h secondo la legge:

$$R_2(h) = a \cdot h + b.$$

- 2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta indiciiale del sistema

$$F(s) = \frac{(s^2 + 10s)}{(s^2 + 5.5s + 2.5)}$$

- 3) Classificare i seguenti sistemi secondo la proprietà di stabilità, motivando brevemente la scelta effettuata. Inoltre, calcolare per ciascun sistema la f.d.t.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u & \text{b) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 5 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u & \text{c) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -3a & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y = (1 \ 0)x & y = (0 \ 1)x + 2u & y = (0 \ 1)x + u \end{array}$$

per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

- 4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = -10 \cdot \frac{(s^2 + 1.5s - 1)}{(s + 0.1)(s^2 + 10s + 100)}$$

Esercizio 1)

Denotando con x_1 e x_2 , rispettivamente, lo spostamento verticale (h , positivo verso l'alto) e la velocità (\dot{h}) della massa M e con x_3 la tensione sul condensatore C , si ottiene la seguente rappresentazione (non lineare) del sistema:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{M}u - \frac{K}{M}x_1 - \frac{B}{M}x_2 - g$$

$$\dot{x}_3 = \frac{V_{CC}}{C(ax_1 + b)} - \frac{R_1 + (ax_1 + b)}{R_1C(ax_1 + b)}$$

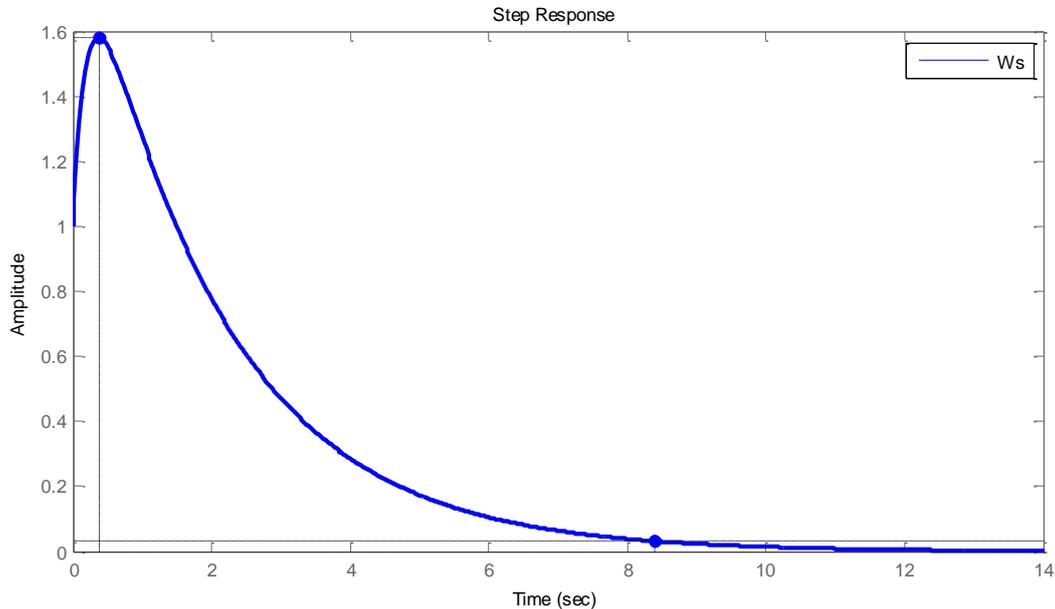
$$y = x_3$$

dove g è l'accelerazione di gravità.

Per trovare la forma I.S.U., è necessario effettuare un cambio di variabili, prendendo come riferimento la condizione di equilibrio sotto la forza peso e con ingresso nullo.

Esercizio 2)

$$y(t) = \left[\frac{1}{9}(-10e^{-5t} + 19e^{-0.5t}) \right] \cdot 1(t)$$



Esercizio 3)

$$F(s) = \frac{s + 3}{s^2 + 4s + 11}$$

Autov. $-2.00 \pm j2.65 \Rightarrow$ asintoticamente stabile

$$F(s) = \frac{2s^2 - 6s - 15}{s^2 - 3s - 5}$$

Autov. $\begin{cases} 4.19 \\ -1.19 \end{cases} \Rightarrow$ instabile

$$F(s) = \frac{s^2 + (2 + 3a)s + 6a}{s^2 + (2 + 3a)s + 2(3a - 1)}$$

Autov. per $a > 1/3 \Rightarrow$ il sistema è asint. stabile

Esercizio 4)

