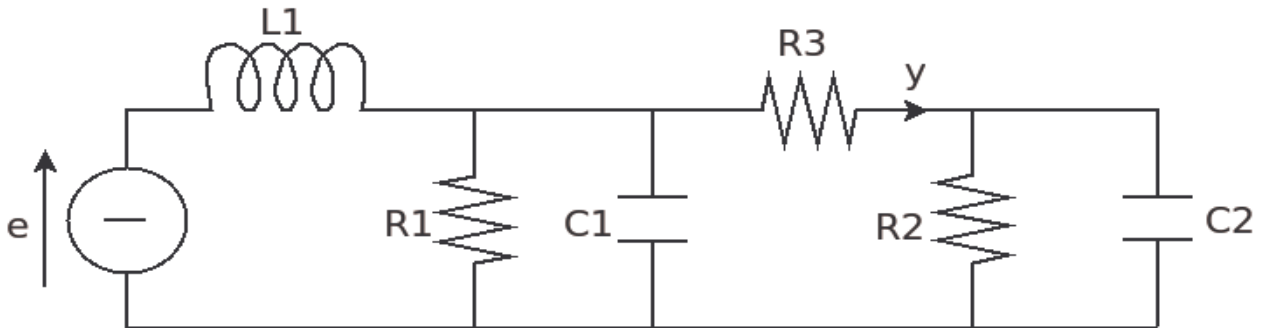


**Fondamenti di Automatica – 24 Febbraio 2010 – Traccia A**

Studente: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_



- 1) Calcolare una rappresentazione i-s-u del sistema in figura, considerando come ingresso,  $u$ , la tensione del generatore  $E$  e come uscita,  $y$ , la corrente nel resistore  $R_3$ .
- 2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema

$$F(s) = \frac{(s + 30)}{(2s^2 + 4s + 20)}$$

a fronte di un segnale di ingresso  $u(t)=1(t)$ .

- 3) Ricavare le f.d.t. dei seguenti sistemi e classificarli in base alla stabilità.

a)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u$   
 $y = (1 \ 1)x$

b)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1/3 & 1 \\ 1/2 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$   
 $y = (1 \ 0)x + u$

c)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} -8 & 4a \\ 1 & -2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$   
 $y = (1 \ 0)x$

Per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro  $a \in [-\infty \ +\infty]$ .

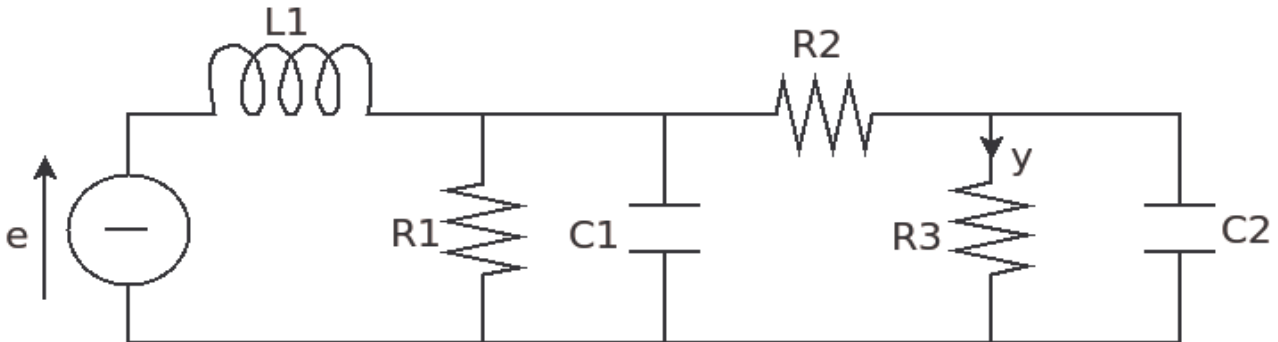
- 4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = \frac{s(s+10)}{(s^2 + 6s + 16)(s-6)}$$

**Tempo a disposizione: 2.5 ore**

**Fondamenti di Automatica – 24 Febbraio 2010 – Traccia B**

Studente: \_\_\_\_\_ Matricola: \_\_\_\_\_



5) Calcolare una rappresentazione i-s-u del sistema in figura, considerando come ingresso,  $u$ , la tensione del generatore  $E$  e come uscita,  $y$ , la corrente nel resistore  $R_3$ .

6) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema

$$F(s) = \frac{(s+20)}{(3s^2+6s+24)}$$

a fronte di un segnale di ingresso  $u(t)=1(t)$ .

7) Ricavare le f.d.t. dei seguenti sistemi e classificarli in base alla stabilità.

a)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} u$   
 $y = (1 \ 1)x$

b)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} -1/2 & -1 \\ 1/3 & 2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$   
 $y = (1 \ 0)x + u$

c)  $\dot{x} = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2a & -4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$   
 $y = (2 \ 0)x$

Per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro  $a \in [-\infty \ +\infty]$ .

8) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = \frac{(s^2+4s+36)(s-8)}{s(s+20)}$$

**Tempo a disposizione: 2.5 ore**

## Fondamenti di Automatica – 24 Febbraio 2010

### Esercizio 1 – traccia A e C

$x_1$ =corrente induttore;  $x_2$ =tensione C1;  $x_3$ =tensione C2;

$$\dot{x}_1 = -\frac{x_2}{L} + \frac{u}{L}$$

$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{C_1} - \frac{x_2}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) + \frac{x_3}{C_1 R_3}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{x_2}{C_2 R_3} - \frac{x_3}{C_2} \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$y = \frac{x_2 - x_3}{R_3}$$

### Esercizio 1 – traccia B e D

$x_1$ =corrente induttore;  $x_2$ =tensione C1;  $x_3$ =tensione C2;

$$\dot{x}_1 = -\frac{x_2}{L} + \frac{u}{L}$$

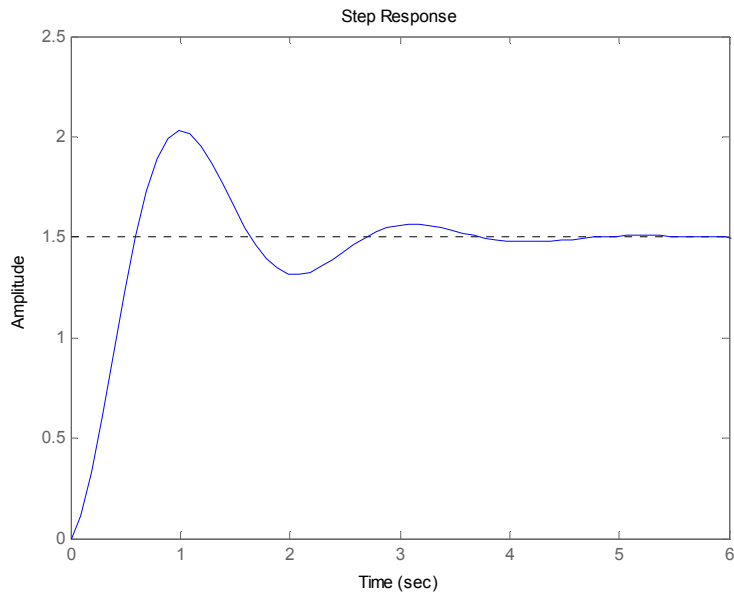
$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{C_1} - \frac{x_2}{C_1} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{x_3}{C_1 R_2}$$

$$\dot{x}_3 = \frac{x_2}{C_2 R_2} - \frac{x_3}{C_2} \left( \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$y = \frac{x_3}{R_3}$$

**Esercizio 2 – traccia A e C**

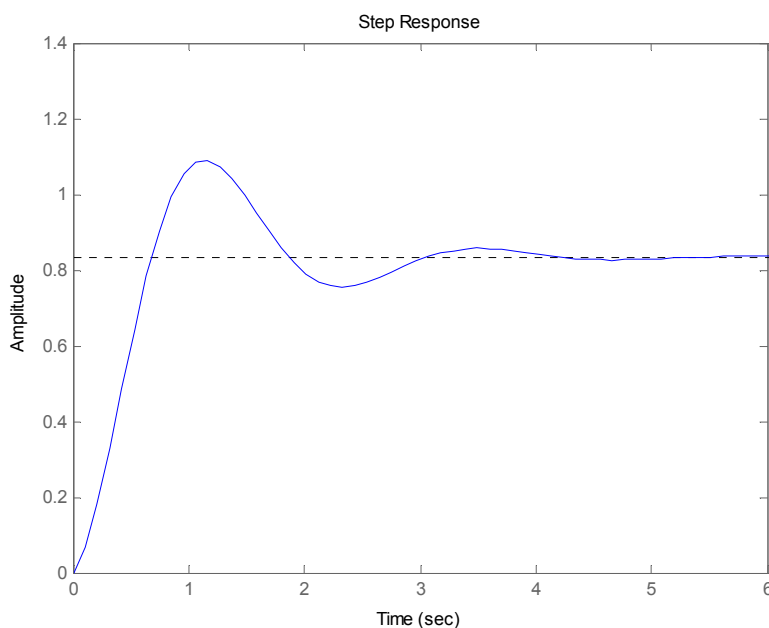
$\zeta=0.32$        $\omega_n=3.16 \text{ rad/s}$        $T_{a1}= 4.6 \text{ s}$        $T_{max}= 1.05$   
 $S\%= 35\%$        $y_{inf}= 1.5$        $y'(0)= \frac{1}{2}$        $y_{max}= 2.02$   
 $y(t)=\frac{3}{2} - \frac{(3*\cos(3*t) + (2*\sin(3*t)))/3}{(2*\exp(t))}$   
 $= 1.5 - \frac{3}{2} e^{-t} \cos(3 t) - \frac{1}{3} e^{-t} \sin(3 t)$



**Esercizio 2 – traccia B e D**

$\zeta=0.35$        $\omega_n=2.83 \text{ rad/s}$        $T_{a1}= 4.6 \text{ s}$        $T_{max}= 1.2 \text{ s}$   
 $S\% = 30\%$        $y_{inf}= 0.833$        $y_{max}=1.091$        $y'(0) = \frac{1}{3}$

$y(t)= \frac{5}{6} - \frac{(5*\cos(7^{(1/2)}*t) + (3*7^{(1/2)}*\sin(7^{(1/2)}*t)))/7}{(6*\exp(t))}$   
 $=\frac{5}{6}-\frac{5}{6} e^{-t} \cos(7^{(1/2)} t)+ \frac{3*7^{(1/2)}}{7*6} e^{-t} \sin(7^{(1/2)} t)$   
 $=0.833 - 0.833 e^{-t} \cos(2.646 t) - 0.189 e^{-t} \sin(2.646 t)$



**Esercizio 3 - traccia A e C**

a.  $W(s) = \frac{(2s+2)}{(s^2-2s-3)}$ ,  $p_1 = -1$ ,  $p_2 = 3$ ; b.  $W(s) = \frac{s^2 - \frac{8}{3}s - \frac{1}{2}}{s^2 - \frac{8}{3}s - \frac{3}{2}}$ ,  $p_1 = -0.48$ ,  $p_2 = 3.14$ ;

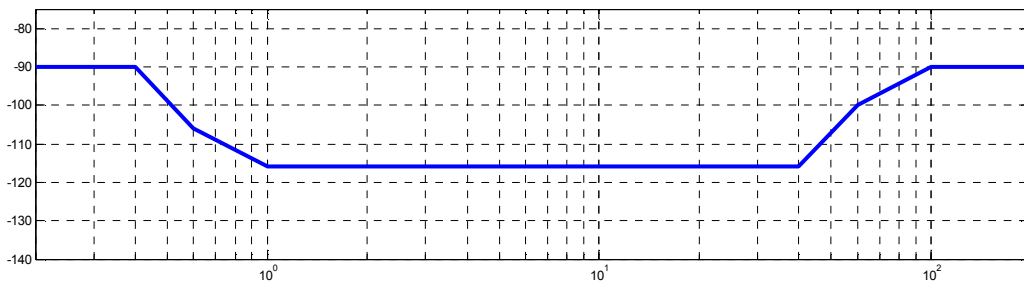
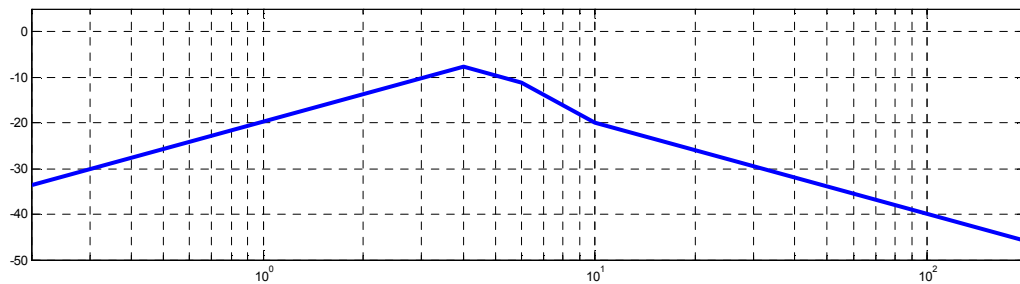
c.  $W(s) = \frac{4a}{(s^2 + 10s + 16 - 4a)}$  → criterio di Routh: sist. Asint. Stab. se  $a < 4$

**Esercizio 3 - traccia B e D**

a.  $W(s) = \frac{(2s+4)}{(s^2-2s-8)}$ ,  $p_1 = -2$ ,  $p_2 = 4$ ; b.  $W(s) = \frac{s^2 - \frac{3}{2}s - \frac{5}{3}}{s^2 - \frac{3}{2}s - \frac{3}{2}}$ ,  $p_1 = -0.36$ ,  $p_2 = 1.86$ ;

c.  $W(s) = \frac{4}{(s^2 + 10s + 24 - 4a)}$  → criterio di Routh: sist. Asint. Stab. se  $a < 6$

**Esercizio 4 – traccia A e C**



**Esercizio 4 Traccia B e D**

