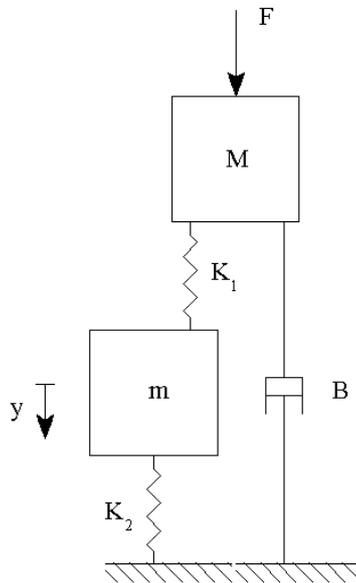


Fondamenti di Automatica – 10 Marzo 2009 – Traccia B

Studente: _____ Matricola: _____



- 1) Per il sistema meccanico in figura, determinare una rappresentazione i.s.u., considerando come ingresso, u , la forza F e come uscita, y , lo spostamento della massa m .
- 2) Calcolare l'espressione analitica e tracciare l'andamento qualitativo della risposta del sistema

$$F(s) = \frac{(20s + 200)}{(20s^2 + 9s + 1)}$$

a fronte di un segnale di ingresso $u(t)=1(t)$.

- 3) Ricavare le f.d.t. dei seguenti sistemi e classificarli in base alla stabilità.

a) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u$
 $y = (1 \ 1)x$

b) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$
 $y = (1 \ 0)x + u$

c) $\dot{x} = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ a & -7 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$
 $y = (1 \ 0)x$

Per il sistema al punto c) discutere la stabilità al variare del parametro $a \in [-\infty \ +\infty]$.

- 4) Tracciare i diagrammi di Bode della f.d.t.

$$L(s) = \frac{(s^2 + 6s + 9)}{(4s + 1)(s + 2)(s - 10)}$$

Tempo a disposizione: 2.5 ore

Esercizio 1)

Supponiamo che il sistema sia all'equilibrio sotto la forza peso, quindi indichiamo con s_1, s_2 , gli spostamenti rispetto a tale condizione di equilibrio.

Le equazioni di governo del sistema sono

$$M\ddot{s}_1 = -B\dot{s}_1 - k_1(s_1 - s_2) + u$$

$$m\ddot{s}_2 = k_1(s_1 - s_2) - k_2s_2$$

Da cui ricaviamo la forma i.s.u. ponendo

$$y = s_1 = x_1, \quad \dot{s}_1 = x_2, \quad s_2 = x_3, \quad \dot{s}_2 = x_4, \quad u = F,$$

ossia

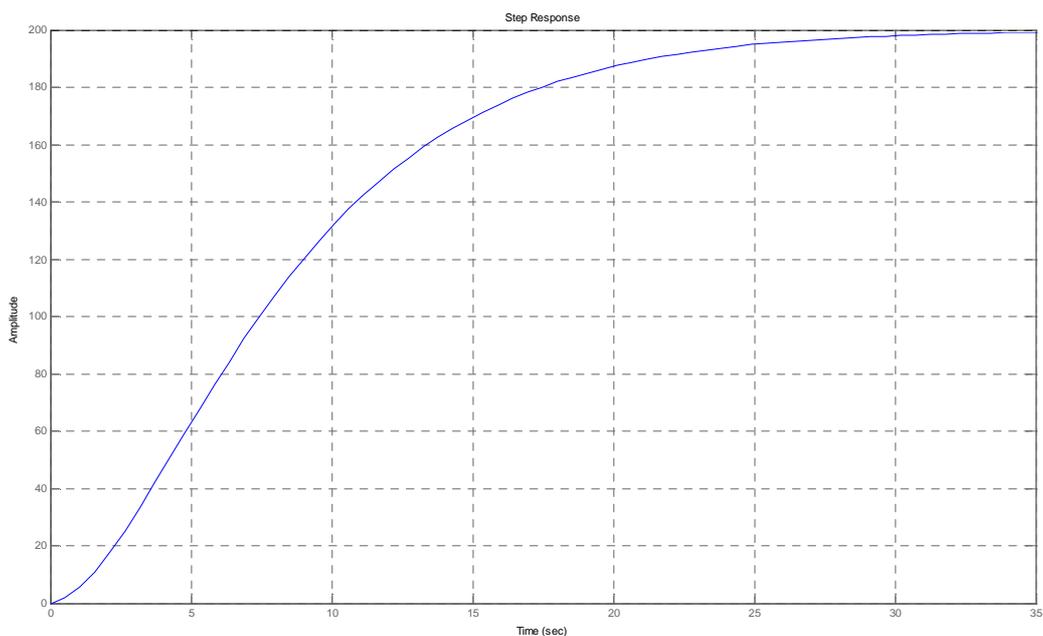
$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{M} & -\frac{B}{M} & \frac{k_1}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_1}{m} & 0 & -\frac{(k_1+k_2)}{m} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = (0 \ 0 \ 1 \ 0)x$$

Esercizio 2)

Risposta analitica:

$$y(t) = \left[200 - 980e^{-\frac{1}{5}t} + 780e^{-\frac{1}{4}t} \right] 1(t)$$

Risposta qualitativa:



Val. iniziale = 0, Val. finale = 200, Val deriv. Iniziale = 1, $Ta1 \approx 23$.

Esercizio 3)

$$\text{a) } \dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = (1 \quad 1)x$$

poli: -2.4, 5.4 \rightarrow instabile

$$F(s) = \frac{3s+9}{s^2-3s-13}$$

$$\text{b) } \dot{x} = \begin{pmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = (1 \quad 0)x + u$$

poli: -1, 10 \rightarrow instabile

$$F(s) = \frac{s^2-8s-8}{s^2-9s-10}$$

$$\text{c) } \dot{x} = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ a & -7 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = (1 \quad 0)x$$

poli: $-5 \pm \sqrt{4+5a} \rightarrow$ asintoticamente stabile per $a < 21/5 = 4.2$

$$F(s) = \frac{5}{s^2+10s+21-5a}$$

Esercizio 4)

