

# Hybrid Systems - Esercitazione finale

Ing. Gianmaria De Tommasi

European Master on Critical and Networked Systems  
Giugno 2007

# 1 Cambio automatico

In un modello semplificato del motore di un automobile si può assumere la seguente dipendenza tra la potenza del motore  $P$  e la velocità di rotazione dell'asse  $\omega$ :

$$P \leq \frac{1}{1250} (-\omega^3 + 700\omega^2 + 127500\omega).$$

Tenendo conto che la coppia fornita all'asse è  $T = P/\omega$  si ha:

$$T \leq \frac{1}{1250} (-\omega^2 + 700\omega + 127500).$$

La scatola del cambio *trasforma* la coppia disponibile e la velocità secondo le seguenti relazioni

$$T_d = pT \quad e \quad \omega_d = \frac{1}{p}\omega.$$

Dove  $p$  è una quantità che dipende dalla posizione del cambio:

$$p = \{p_1, p_2, p_3, p_4\},$$

con  $p_1 > p_2 > p_3 > p_4$ .

Se  $r$  è il raggio della ruota, allora la forza  $F$  che accelera l'auto e la sua velocità  $v$  sono date da:

$$F = \frac{T_d}{r} \quad e \quad v = r\omega_d.$$

La legge di Newton scritta per l'auto è:

$$M\dot{v} = F - F_l,$$

dove  $M$  è la massa dell'auto e  $F_l$  è la forza *resistente*, che può essere approssimata come:

$$F_l = kv^2 \text{sign}v + Mg \sin \alpha.$$

Combinando le relazioni precedenti si ottiene:

$$\dot{v} = \frac{p_r}{M} T_d - \frac{k}{m} v^2 \text{sign} v - g \sin \alpha \quad (1a)$$

$$\omega = p_r v \quad (1b)$$

dove  $p_r = p/r$  e  $p_r = \{p_{r1}, p_{r2}, p_{r3}, p_{r4}\}$

Il cambio automatico è progettato in maniera tale che la velocità di rotazione del motore sia compresa nell'intervallo  $[\omega_l, \omega_h]$ .

È possibile definire i valori di velocità ai quali effettuare il cambio di marcia come segue.

### In salita

$$S_{i,i+1} = \left\{ v \in \mathbb{R} \mid v = \frac{1}{p_{r_i}} \omega_h \right\},$$

con  $i = 1, 2, 3$ .

### In discesa

$$S_{i+1,i} = \left\{ v \in \mathbb{R} \mid v = \frac{1}{p_{r_i}} \omega_l \right\},$$

con  $i = 1, 2, 3$ .

Se è presente anche un sistema di controllo della velocità, il modello del sistema controllato cambia.

Il sistema di controllo della velocità è un PI con compensazione in avanti della non linearità presente in (1).

$$T_{contr} = K_r(v_{ref} - v) + \frac{K_r}{T_r} \int (v_{ref} - v) dt + \frac{k}{p_r} v^2 \text{sign} v .$$

Per assicurare buone prestazioni e stabilità ai vari regimi di funzionamento,  $K_r$  deve assumere valori diversi per diversi valori di  $p_r$ .

Combinando il modello (1) con il controllore di velocità, e ponendo  $x = \left[ v \quad \frac{K_{r_i}}{T_r} \int (v_{ref} - v) dt \right]^T$  e  $u = \left[ v_{ref} \quad \sin \alpha \right]^T$ , si ottiene:

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -\frac{p_{r_i} K_{r_i}}{M} & \frac{p_{r_i}}{M} \\ -\frac{K_{r_i}}{T_r} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \frac{p_{r_i} K_{r_i}}{M} & -g \\ \frac{K_{r_i}}{T_r} & 0 \end{pmatrix} u \quad (2a)$$

$$\omega = \begin{pmatrix} p_{r_i} & 0 \end{pmatrix} x \quad (2b)$$

Per garantire una transizione *senza salti* in velocità durante i cambi di marcia è necessario effettuare il reset dell'azione integrale in accordo con le seguenti relazioni.

### In salita

$$x_2(t^+) = \frac{p_{r_i}}{p_{r_{i+1}}} x_2(t^-),$$

con  $i = 1, 2, 3$ .

### In discesa

$$x_2(t^+) = \frac{p_{r_{i+1}}}{p_{r_i}} x_2(t^-),$$

con  $i = 1, 2, 3$ .

- $M = 1500 \text{ Kg}$
- $g = 9.8 \text{ m/s}^2$
- $p_{r1} = 50, p_{r2} = 32, p_{r3} = 20, p_{r4} = 14$
- $\omega_l = 230 \text{ rad/s}, \omega_h = 500 \text{ rad/s}$
- $T_r = 40$
- $K_{r1} = 3.75, K_{r2} = 5.86, K_{r3} = 9.37, K_{r4} = 13.39$