

Regolatori PID

Gianmaria De Tommasi¹

¹Università degli Studi di Napoli Federico II
detommas@unina.it

Ottobre 2012

Corsi AnsaldoBreda

Outline

1 PID - Legge di controllo

2 Taratura dei PID

3 Problemi implementativi

- Limitazione dell'azione derivativa
- Desaturazione dell'azione integrale
- Commutazione bumpless

Regolatori standard

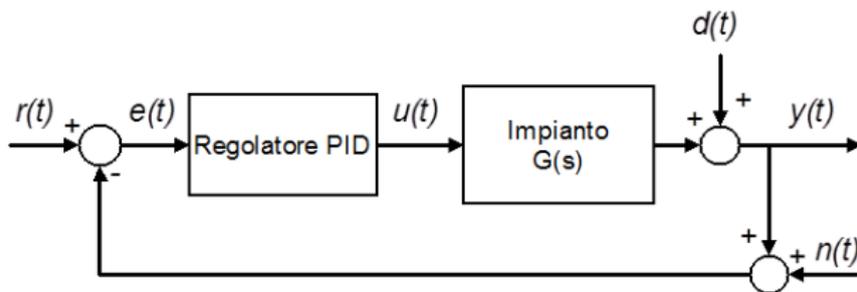
- In ambito industriale le caratteristiche dinamiche dei sistemi controllati possono variare fortemente in base alla particolare applicazione
- Risulta economicamente conveniente avere delle strutture standard per gli apparati di controllo da configurare in base all'applicazione
- I PID sono regolatori dalla struttura fissata per i quali bisogna effettuare solo la taratura di alcuni parametri

PID - Ragioni del loro successo

Il successo dei regolatori PID in ambito industriale è dovuto essenzialmente ai seguenti motivi

- capacità di **regolare efficientemente un'ampia gamma di processi industriali di diversa natura** (termici, meccanici, ecc.)
- possibilità di **realizzazione con diversi tipi di tecnologia** (pneumatica, elettronica, ecc.)
- **convenienza ed economicità di avere una struttura standard** (abbattimento dei costi di progetto, conduzione e manutenzione, benefici nella gestione dei magazzini)
- l'utilizzo dei PID **non necessita della conoscenza di un modello dettagliato del processo da controllare**

PID - Schema a blocchi di riferimento



- $r(t)$ - riferimento
- $e(t)$ - errore di controllo
- $u(t)$ - variabile di controllo

- $y(t)$ - grandezza da controllare
- $d(t)$ - disturbo additivo sull'uscita
- $n(t)$ - rumore di misura

Legge di controllo ideale - 1

In un regolatore PID la variabile di controllo $u(t)$ viene generata come somma di tre contributi

- il primo è **proporzionale** all'errore $e(t)$ tra il riferimento $r(t)$ e l'uscita da controllare $y(t)$

Legge di controllo ideale - 1

In un regolatore PID la variabile di controllo $u(t)$ viene generata come somma di tre contributi

- il primo è **proporzionale** all'errore $e(t)$ tra il riferimento $r(t)$ e l'uscita da controllare $y(t)$
- il secondo è **proporzionale all'integrale** dell'errore $e(t)$ (quindi proporzionale al suo valor medio)

Legge di controllo ideale - 1

In un regolatore PID la variabile di controllo $u(t)$ viene generata come somma di tre contributi

- il primo è **proporzionale** all'errore $e(t)$ tra il riferimento $r(t)$ e l'uscita da controllare $y(t)$
- il secondo è **proporzionale all'integrale** dell'errore $e(t)$ (quindi proporzionale al suo valor medio)
- il terzo è **proporzionale alla derivata** di $e(t)$

Legge di controllo ideale - 2

L'andamento della variabile di controllo $u(t)$ nel dominio del tempo è dato dalla seguente equazione

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

- K_P è il coefficiente dell'azione proporzionale o **guadagno proporzionale**
- K_I è il coefficiente dell'azione integrale o **guadagno integrale**
- K_D è il coefficiente dell'azione derivativa o **guadagno derivativo**

Legge di controllo ideale - 2

Una rappresentazione molto usata è

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right)$$

- $T_I = K_P/K_I$ è detto **tempo integrale** (o **tempo di reset**)
- $T_D = K_D/K_P$ è detto **tempo derivativo**

Legge di controllo ideale - Banda proporzionale

- Nella letteratura tecnica si preferisce specificare l'azione proporzionale in termini di **banda proporzionale PB** , piuttosto che in termini di K_P

Legge di controllo ideale - Banda proporzionale

- Nella letteratura tecnica si preferisce specificare l'azione proporzionale in termini di **banda proporzionale PB** , piuttosto che in termini di K_P
- La banda proporzionale rappresenta l'ampiezza dell'errore $e(t)$ (espressa in percentuale del suo valore di fondo scala) che manda l'uscita del PID a fondo scala

Legge di controllo ideale - Banda proporzionale

- Nella letteratura tecnica si preferisce specificare l'azione proporzionale in termini di **banda proporzionale BP** , piuttosto che in termini di K_P
- La banda proporzionale rappresenta l'ampiezza dell'errore $e(t)$ (espressa in percentuale del suo valore di fondo scala) che manda l'uscita del PID a fondo scala
- La relazione che c'è tra BP e K_P è

$$K_P = \frac{100}{BP}$$

Banda proporzionale - Esempio

$$BP = 40\%$$

quando l'errore $e(t) = 0.4e_{fs}$, si ha $u(t) = u_{fs}$

$$K_P = \frac{100}{40} = 2.5$$

$$K_P = \frac{u(t)/u_{fs}}{e(t)/e_{fs}}$$

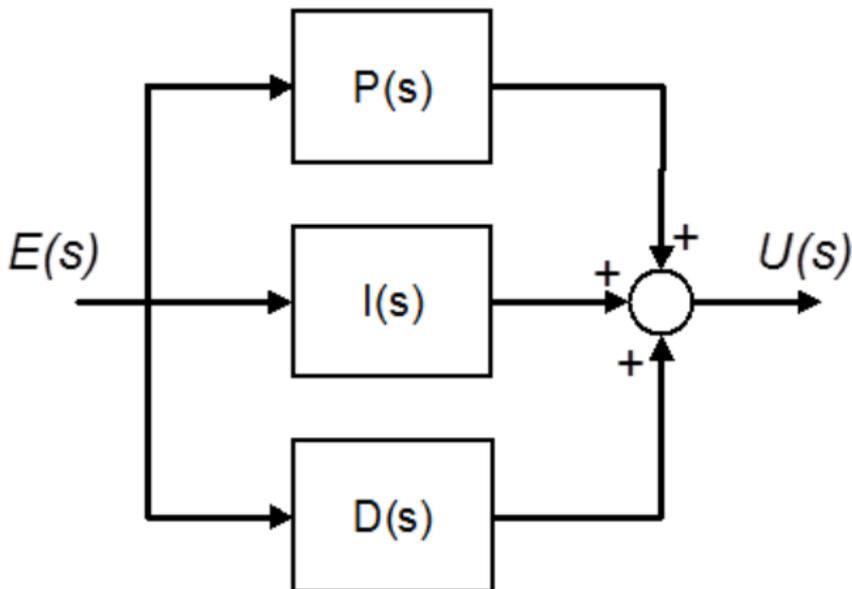
PID reale

La legge di controllo del **PID reale** si ottiene filtrando l'azione derivativa

$$U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{1 + s \frac{T_D}{N}} \right) E(s)$$

In questo modo si rende l'azione derivativa fisicamente realizzabile

PID - Schema a blocchi



Azione proporzionale

$$U_P(s) = K_P E(s)$$

- non introduce sfasamento
- non garantisce errore nullo a regime per riferimenti $r(t)$ e disturbi additivi $d(t)$ costanti
- per ottenere errori a regime piccoli sono necessari valori di K_P elevati che possono compromettere la stabilità del sistema e rendere il sistema troppo sensibile rumore di misura $n(t)$
- è possibile annullare l'errore a regime per un dato riferimento sommando un valore costante al termine proporzionale

$$U_P(s) = K_P E(s) + \bar{U}$$

Azione integrale

$$U_I(s) = \frac{K_P}{T_I s} E(s)$$

- assicura che l'errore a regime vada a zero per riferimenti $r(t)$ e disturbi additivi $d(t)$ costanti (*astatismo*)
- introduce uno sfasamento di 90° in ritardo (può creare problemi per la stabilità del sistema)
- può causare la saturazione dell'attuatore (problema del *wind-up* integrale)

Azione derivativa

$$U_D(s) = \frac{K_P T_D s}{1 + \frac{T_D}{N} s} E(s)$$

- amplifica il rumore $n(t)$ ad alta frequenza, quindi potrebbe danneggiare gli attuatori con valori elevati di $u(t)$
- per attenuare questa amplificazione si utilizza il filtraggio e si sceglie N in maniera tale che il polo in $-N/T_D$ sia fuori dalla banda del sistema a ciclo chiuso (i valori tipici di N sono compresi tra 1 e 5)
- introduce uno sfasamento di 90° in anticipo

PID in forma ISA

- Le implementazione commerciali del PID realizzano diverse variazioni della legge di controllo

PID in forma ISA

- Le implementazioni commerciali del PID realizzano diverse variazioni della legge di controllo
- L'implementazione più diffusa è quella del **PID ISA**, la cui legge di controllo è

$$U(s) = K_P \left(bR(s) - Y(s) + \frac{1}{sT_I} E(s) + \frac{sT_D}{1 + s\frac{T_D}{N}} (cR(s) - Y(s)) \right)$$

Regole di taratura

- Una delle ragioni del successo dei regolatori PID è che il loro utilizzo non necessita di un modello dettagliato del processo da controllare

Regole di taratura

- Una delle ragioni del successo dei regolatori PID è che il loro utilizzo non necessita di un modello dettagliato del processo da controllare
- Quando non si conosce il modello dell'impianto si devono utilizzare delle procedure di taratura, per poter scegliere i guadagni del controllore

Regole di taratura

- Una delle ragioni del successo dei regolatori PID è che il loro utilizzo non necessita di un modello dettagliato del processo da controllare
- Quando non si conosce il modello dell'impianto si devono utilizzare delle procedure di taratura, per poter scegliere i guadagni del controllore
- Queste procedure sono basate su semplici prove sperimentali da eseguire sull'impianto e sull'utilizzo di formule semi-empiriche che consentono di scegliere i valori dei parametri del controllore

Relazione tra i parametri di un PID e le specifiche di controllo

	Stabilità	e_{∞}	t_a	s%
$K_P \uparrow$	diminuisce	diminuisce	diminuisce	aumenta
$T_I \downarrow$	diminuisce	nullo se $T_I \neq \infty$	diminuisce	aumenta
$T_D \uparrow$	migliora se $T_D \neq 0$	non influente	non influente	diminuisce

Metodo di Ziegler e Nichols ad anello aperto - 1

- Si suppone che il modello semplificato dell'impianto sia un modello del primo ordine con ritardo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT} e^{-s\tau}, \quad \text{con } T > 0, \tau > 0$$

Metodo di Ziegler e Nichols ad anello aperto - 1

- Si suppone che il modello semplificato dell'impianto sia un modello del primo ordine con ritardo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT} e^{-s\tau}, \quad \text{con } T > 0, \tau > 0$$

- Dalla **risposta al gradino** è possibile stimare i parametri dell'impianto, utilizzando il **metodo della tangente**, oppure il **metodo delle aree**

Metodo di Ziegler e Nichols ad anello aperto - 1

- Si suppone che il modello semplificato dell'impianto sia un modello del primo ordine con ritardo

$$G(s) = \frac{\mu}{1 + sT} e^{-s\tau}, \quad \text{con } T > 0, \tau > 0$$

- Dalla [risposta al gradino](#) è possibile stimare i parametri dell'impianto, utilizzando il [metodo della tangente](#), oppure il [metodo delle aree](#)
- Per stimare i parametri del modello deve essere possibile effettuare una prova ad anello aperto sul processo (senza controllore)

Metodo di Ziegler e Nichols ad anello aperto - 2

Una volta stimati i parametri dell'impianto è possibile calcolare i valori dei guadagni del regolatore secondo le relazioni riportate in questa tabella

	K_P	T_I	T_D
P	$\frac{T}{\mu\tau}$		
PI	$0.9 \frac{T}{\mu\tau}$	3τ	
PID	$1.2 \frac{T}{\mu\tau}$	2τ	0.5τ

Metodi di taratura integrali sull'errore - 1

I metodi di taratura integrali sull'errore mirano a minimizzare i seguenti indici

- $\int_0^{\infty} e^2(t) dt$, **Integral Square Error (ISE)**
- $\int_0^{\infty} |e(t)| dt$, **Integral Absolute Error (IAE)**
- $\int_0^{\infty} t|e(t)| dt$, **Integral Time Absolute Error (ITAE)**

Metodi di taratura integrali sull'errore - 2

- Azione proporzionale $K_P = Y/\mu$
- Azione integrale $T_I = T/Y$
- Azione derivativa $T_D = Y \cdot T$

Metodi di taratura integrali sull'errore - 2

- Azione proporzionale $K_P = Y/\mu$
- Azione integrale $T_I = T/Y$
- Azione derivativa $T_D = Y \cdot T$
- $Y = A \left(\frac{\tau}{T}\right)^B$

Metodi di taratura integrali sull'errore - 3

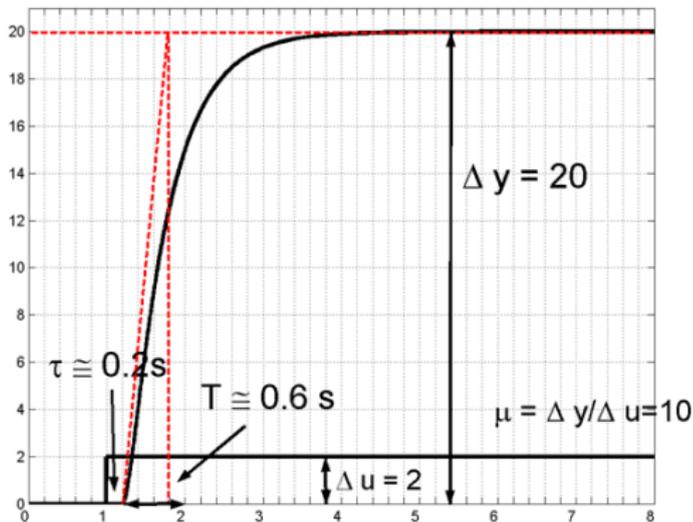
Criterio	Regolatore	Azione	<i>A</i>	<i>B</i>
IAE	P	P	0.902	-0.985
ISE	P	P	1.141	-0.917
ITAE	P	P	0.490	-1.084
IAE	PI	P	0.984	-0.986
IAE	PI	I	0.608	-0.707
ISE	PI	P	1.305	-0.959
ISE	PI	I	0.492	-0.739
ITAE	PI	P	0.859	-0.977
ITAE	PI	I	0.674	-0.680

Metodi di taratura integrali sull'errore - 4

Critério	Regolatore	Azione	<i>A</i>	<i>B</i>
IAE	PID	P	1.435	-0.921
IAE	PID	I	0.878	-0.749
IAE	PID	D	0.482	1.137
ISE	PID	P	1.495	-0.945
ISE	PID	I	1.101	-0.771
ISE	PID	D	0.560	1.006
ITAE	PID	P	1.357	-0.947
ITAE	PID	I	0.842	-0.738
ITAE	PID	D	0.381	0.995

Esempio taratura PID - 1

- Si supponga che la risposta dell'impianto ad un gradino di ampiezza 2 sia quella riportata in figura
- Una possibile stima dei parametri del modello dell'impianto è
 - $T \cong 0.6s$
 - $\tau \cong 0.2s$
 - $\mu = 10$



Esempio taratura PID - 2

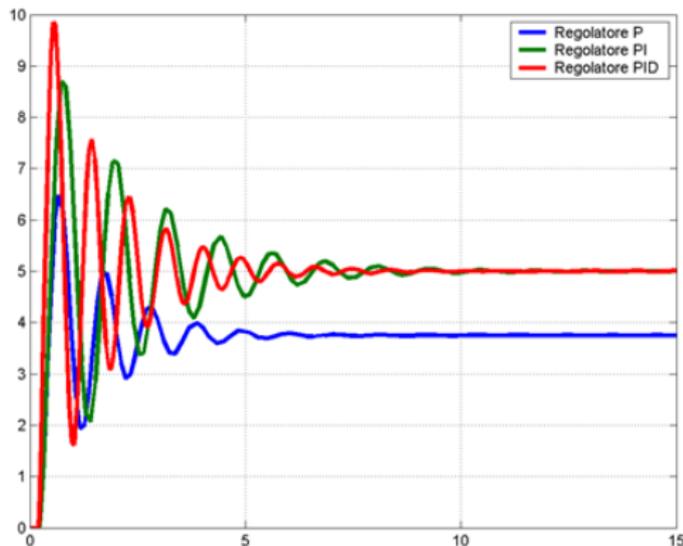
Dati i parametri dell'impianto stimati nella slide precedente, i guadagni per i tre tipi di regolatori P, PI e PID sono

	K_P	T_I	T_D
P	0.3		
PI	0.27	0.6	
PID	0.36	0.4	0.1

Esempio taratura PID - 3

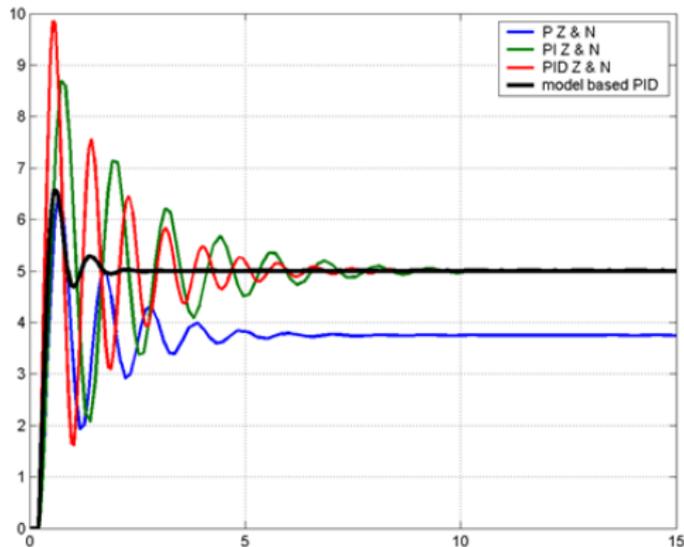
È possibile osservare che

- nel caso di regolatore puramente proporzionale l'errore a regime è diverso da zero
- per i regolatori PI e PID l'errore a regime è zero
- il regolatore PID va a regime più velocemente ma con una sovraelongazione maggiore



Esempio taratura PID - 4

- La regole di taratura si basano sulla stima sperimentale dei parametri del modello
- Con un modello dettagliato dell'impianto è possibile ottenere prestazioni migliori utilizzando un PID
- La traccia nera in figura mostra la risposta di un PID progettato partendo dal modello dettagliato dell'impianto



Limitazione dell'azione derivativa - 1

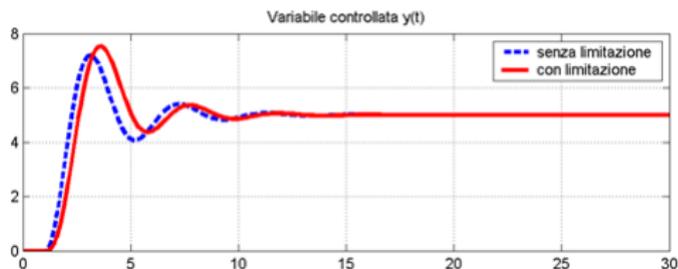
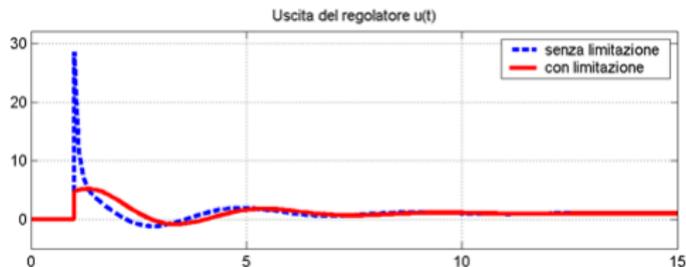
- Nello schema classico di un PID l'azione derivativa viene effettuata sulla variabile d'errore

Limitazione dell'azione derivativa - 1

- Nello schema classico di un PID l'azione derivativa viene effettuata sulla variabile d'errore
- In presenza di un **gradino nel segnale di riferimento** $r(t)$, l'uscita del derivatore, e quindi la variabile di controllo $u(t)$, avrebbe un **andamento di tipo impulsivo**
- Questa brusca variazione può provocare la saturazione dell'attuatore e, **al limite, il suo danneggiamento**
- Inoltre il sistema si potrebbe allontanare dalla condizione di linearità con riferimento alla quale si è progettato il sistema di controllo

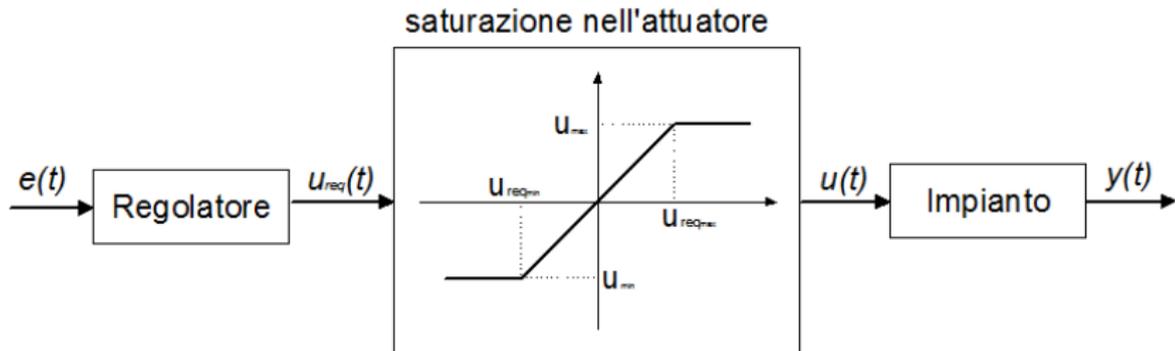
Limitazione dell'azione derivativa - 2

- Si preferisce esercitare l'azione derivativa sulla sola variabile controllata $y(t)$
- Nei PID ISA questo comportamento si ottiene ponendo il coefficiente c pari a 0



Saturazione dell'azione integrale - 1

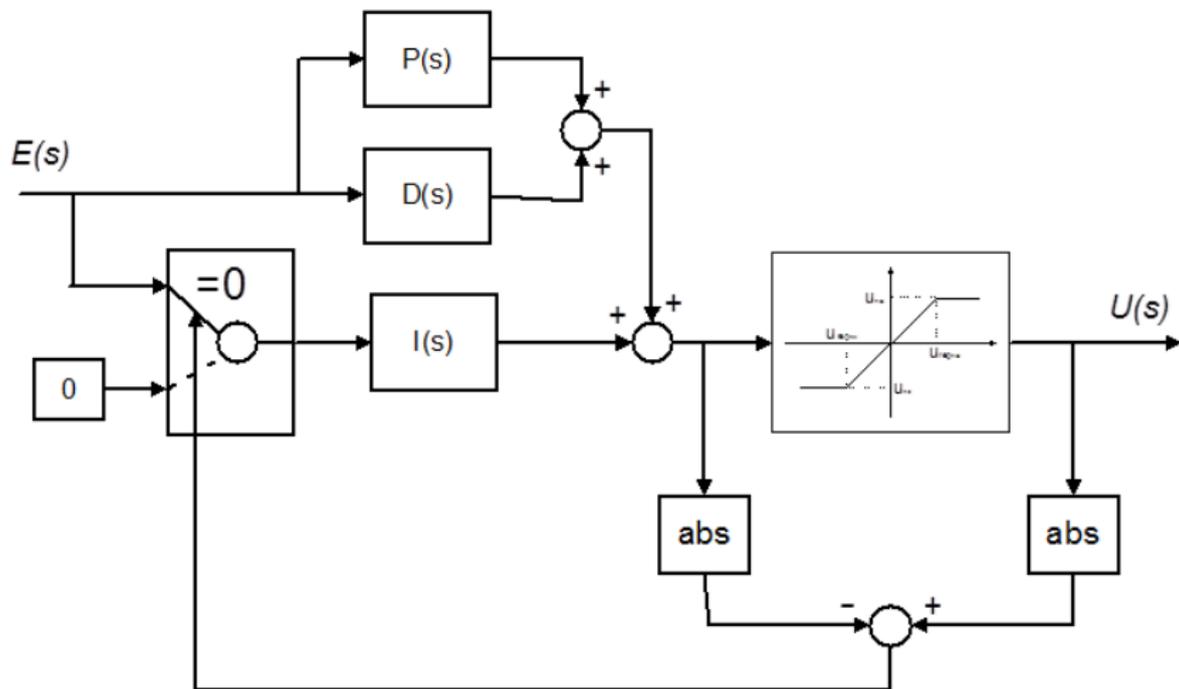
- Uno schema realistico di un sistema di controllo prevede sempre la presenza di una saturazione nell'attuatore
- Se il sistema di controllo è ben progettato, **a regime** la variabile di controllo $u(t)$ dovrebbe essere lontana dai livelli di saturazione



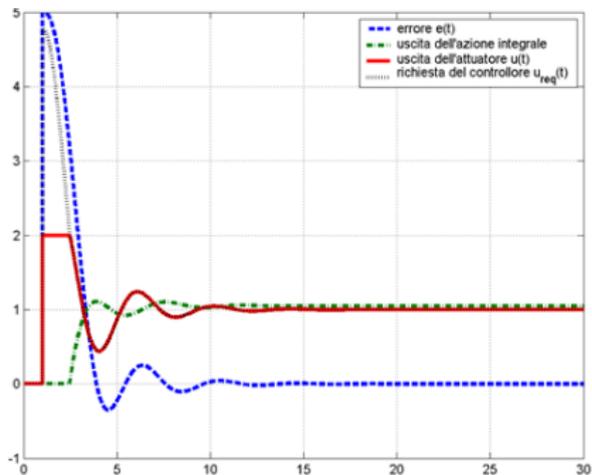
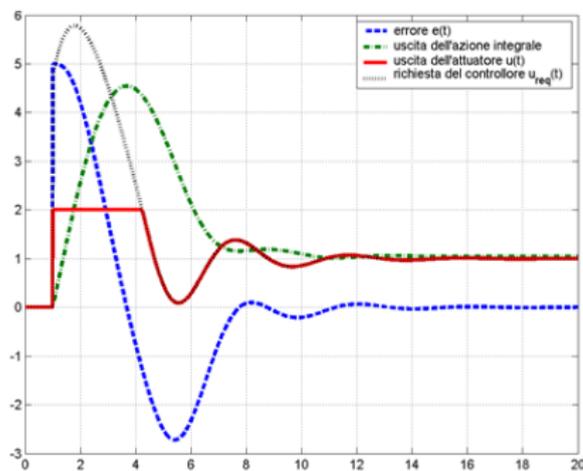
Saturazione dell'azione integrale - 2

- Durante i transitori può capitare che $u(t)$ superi i livelli di saturazione
- Quando $u(t)$ satura il processo evolve con ingresso costante come se fosse a ciclo aperto e quindi non controllato
- Quando l'uscita del controllore $u(t)$ è saturata l'azione integrale continua ad integrare l'errore e quindi la richiesta di controllo $u_{req}(t)$ continua a crescere, casuando il fenomeno chiamato saturazione o wind-up dell'azione integrale

Saturazione dell'azione integrale - 3



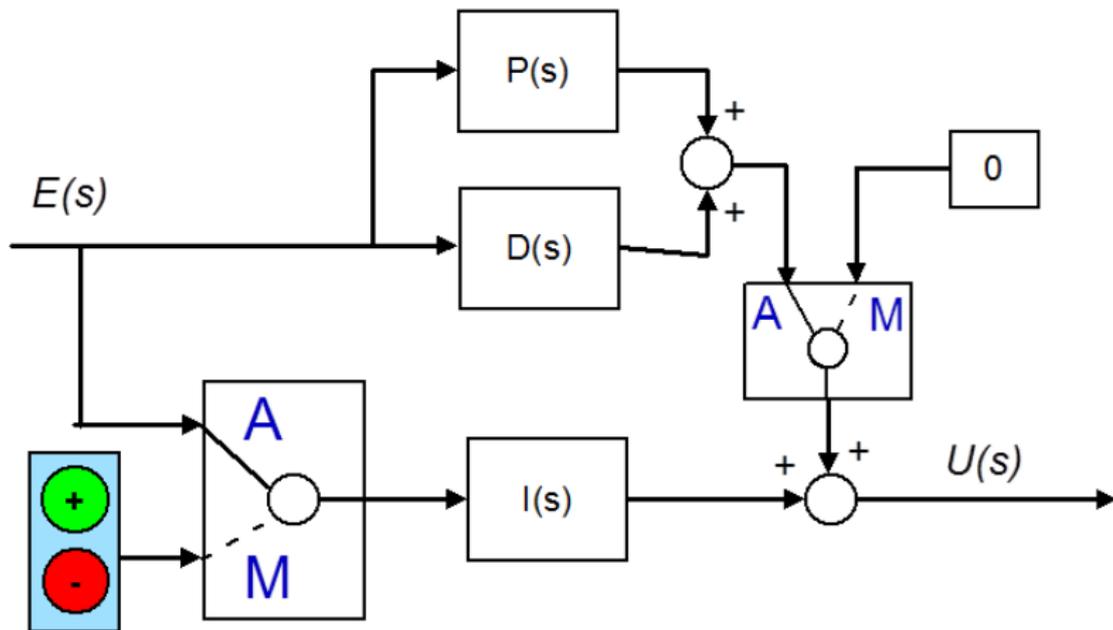
Saturazione dell'azione integrale - 4



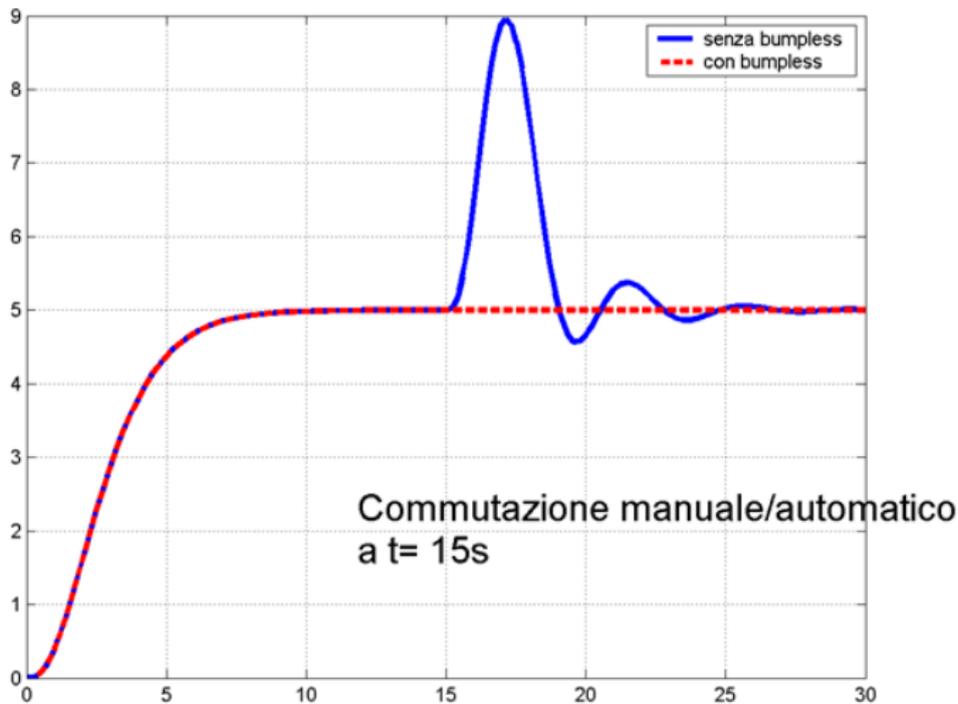
Commutazione bumpless - 1

- Un regolatore può essere messo in modalità di funzionamento manuale, nella quale è un operatore umano a selezionare manualmente la variabile di controllo
- In qualsiasi momento è possibile effettuare la commutazione dalla modalità manuale a quella automatica e viceversa
- Queste commutazioni devono avvenire senza brusche variazioni della variabile di controllo (**commutazioni bumpless**).
- **Le commutazioni bumpless evitano transitori indesiderati e possibili danni agli attuatori**

Commutazione bumpless - 2



Commutazione bumpless - 3



Bibliografia

-  P. Bolzern, R. Scattolini and N. Schiavoni
Fondamenti di Controlli Automatici
McGraw-Hill, 2008
-  G. Magnani, G. Ferretti and P. Rocco
Tecnologie dei Sistemi di Controllo
McGraw-Hill, 2007