

Parte introduttiva

Possibili scelte per le terne di riferimento:

- Assi vento: solidali alla corrente;
- Assi corpo: solidali alla struttura del velivolo (asse x longitudinale o di rollio, retta di galleggiamento della fusoliera, ottenuta immergendo la fusoliera in acqua; asse y trasversale o di beccheggio; asse z verticale o di imbardata, ha una certa inclinazione rispetto alla verticale locale).

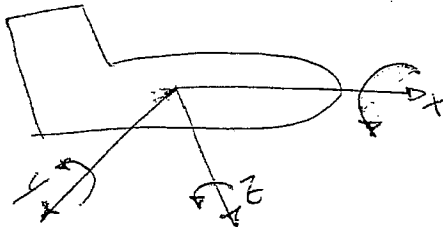
Per semplicità le terne sono centrate nel baricentro.

La rotazione di beccheggio è controllata dall'equilibratore ed è relativa alla stabilità longitudinale. L'equilibratore (elevator) è la parte mobile del piano orizzontale di coda, quella fissa è detta stabilizzatore. Se il piano di coda è completamente mobile si parla di stabilizzatore. Il velivolo cabara se ruota il muso verso l'alto (nose up) picchia se lo ruota verso il basso (nose down).

La rotazione intorno all'asse di rollio è positiva se tende ad abbassare la semiala destra, è controllata dagli alettoni ed è relativa alla stabilità laterale.

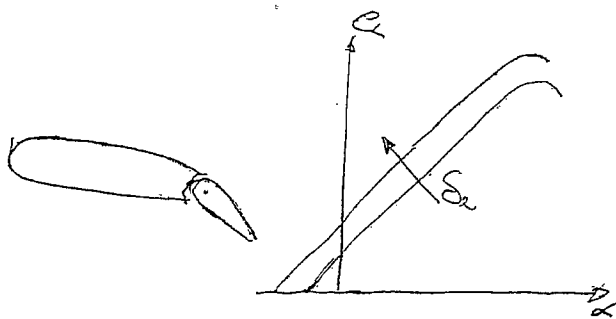
La rotazione intorno all'asse di imbardata (yaw) è controllata dal timone, è positiva se tende a ruotare il muso a destra ed è riferita alla stabilità direzionale.

Il moto laterodirezionale è connesso al rollio e all'imbardata, quello longitudinale al beccheggio.



Superfici di controllo

Le superfici di controllo agiscono variando la curvatura media del profilo, ovvero



cambiando la portanza agente su di esso. Cambiando la curvatura alteriamo le caratteristiche aerodinamiche e quindi l'angolo di portanza nulla. Tale angolo è negativo per profili a curvatura negativa ed aumenta in modulo se deflettiamo una superficie mobile in corrispondenza del bordo di uscita.

Qui di fianco è riportato un esempio di superficie di controllo.

Sono spesso superfici servoassistite idraulicamente per ridurre lo sforzo di barra.

Tra le superfici di controllo rientrano:

- Equilibratore sul piano orizzontale di coda;
- Alette canard sul muso del velivolo, che scaricano l'ala ma danno problemi di riduzione del margine statico e di flusso disturbato sull'ala, che comunque viene sgravata d parte del suo compito aerodinamico.
- Timone di coda (possiamo anche avere il ruddervator, ovvero piani di coda a V che danno componenti sia orizzontali che verticali delle forze). È comandato tramite la pedaliera, ed è incernierato alla parte fissa del piano verticale di coda, detta deriva.
- Alettoni, che hanno movimento differenziale (raddoppia l'effetto), e consentono il controllo della stabilità laterale. In realtà, così come le altre superfici di controllo, intervengono anche sulla stabilità direzionale. Gli alettoni di alta velocità sono più prossimi alla radice alare, quelli di bassa velocità alle estremità, questo perché il momento di rollio è proporzionale alla pressione dinamica, e se questa è bassa occorre un braccio più ampio per generare un momento rilevante.
- Spoilers, o freni aerodinamici, sporcano la configurazione aerodinamica aumentando la resistenza. Si tratta di lastre piane che si alzano fino a quasi 90°. Possono essere utilizzati anche per generare momenti di rollio o di imbardata, tenendo conto però che così facendo si perde anche quota a parità di condizioni perché diminuisce l'efficienza.
- Flaps, sul bordo d'uscita dell'ala in prossimità della radice. Sono detti ipersostentatori del bordo d'uscita perché consentono di incrementare la portanza generata aumentando la curvatura del profilo (coefficiente di portanza maggiore e conseguentemente maggiore resistenza indotta).
- Slats, posizionati sul bordo d'attacco, quando sono estesi incrementano l'angolo di stallo e la portanza generata.

Per ridurre la resistenza indotta possono essere presenti degli slots, ovvero dei canali che favoriscono il passaggio di aria dal dorso al ventre dell'ala.

Tabs

Sulle superfici mobili possiamo avere diversi tipi di alette alle estremità con compiti differenti:

- Le trim tabs, che sono distanti dal punto di cerniera, per cui possono fornire un grande momento. Siccome l'equilibratore ma mantenuto in posizione attraverso lo sforzo di barra, che deve contrastare il momento di cerniera, posso invece scegliere di muovere l'aletta in modo da generare un momento che equilibri quello di cerniera e mi annulli lo sforzo di barra. Il volo trimmato altro non è che la condizione di volo equilibrato in assenza di sforzo di barra. Si tiene conto della presenza dell'aletta modificando l'espressione del coefficiente di momento di cerniera.

$$C_{h_e} = C_{h_0} + C_{h_\alpha} \alpha + C_{h_{\delta_e}} \delta_e + C_{h_{\delta_t}} \delta_t$$

- Antiservotab, hanno il compito di far percepire un certo sforzo di barra. Se per esempio abbiamo uno stabilizzatore incernierato al 25%, il momento di cerniera non cambia con l'assetto, per cui il pilota non avverte sforzo di barra e la situazione è potenzialmente pericolosa. L'antiservotab è un'aletta che ha una rotazione proporzionale all'angolo d'attacco, per cui il pilota avverte uno sforzo proporzionale alla portanza generata.
- Il servotab funziona come il trim tab, ma subisce rotazione proporzionale, a quella dello stabilizzatore in modo da ridurre lo sforzo di barra proporzionalmente alla portanza generata.

Comandi

- Istintivi: l'aeromobile si muove nello stesso senso dei pedali (pedale sinistro dà rotazione a sinistra del timone e forza verso destra, per cui il muso ruota a sinistra).
- Proporzionali: il movimento è proporzionale all'escursione della superficie di comando.
- Sensitivi: il pilota deve avvertire sensazione di sforzo dipendente dall'ampiezza del movimento della superficie di comando e dalla velocità del velivolo. Serve ad evitare situazioni potenzialmente pericolose: lo sforzo di barra va ridotto ma non eliminato del tutto.

Si parla di volo trimmato quando il velivolo si muove di moto equilibrato e non è presente sforzo di barra. È possibile grazie all'utilizzo delle trim tabs, che fanno in modo che il momento di cerniera sia nullo. Le trim tabs sono comandate da un comando separato (in genere un pulsantino).

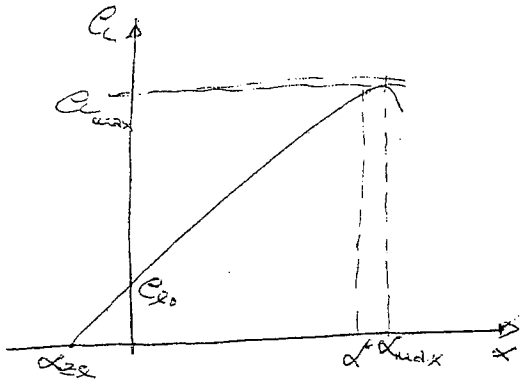
Simboli ricorrenti

- Nomi assi: roll, pitch, yaw.
- Velocità angolari: $\underline{\omega} = (p, q, r)$
- Velocità lineare: $\underline{V} = (u, v, w)$
- Momenti: $\underline{M} = (L, M, N)$
- Angolo di attacco α
- Angolo di derapata β

Profilo alare

Studieremo i profili NACA, per i quali valuteremo le caratteristiche in termini di coefficienti di portanza, resistenza e momento di beccheggio al variare dell'angolo di attacco.

Riportiamo la curva del coefficiente di portanza al variare dell'angolo di attacco, su cui individuiamo i seguenti punti:



- α_{z1} , ovvero di zero lift (negativo per profili a curvatura positiva).
- C_{l_0} , ovvero coefficiente di portanza ad angolo d'attacco nullo (vale zero per profili simmetrici).
- α^* , o angolo di fine linearità (il profilo non è ancora stallato, ma il C_l non ha più andamento lineare);
- α_{max} , ovvero l'angolo di stallo.

Nel tratto lineare: $C_l(\alpha) = C_{l_0} + C_{l_\alpha}(\alpha - \alpha_0)$

$\alpha - \alpha_0$ è detto anche angolo d'attacco assoluto (riferito alla direzione di portanza nulla).

La curva vede cambiamenti se varia il numero di Reynolds solo ad elevati angoli d'attacco: se aumenta Re crescono sia l'angolo di stallo che il massimo coefficiente di portanza.

La pendenza della retta di portanza è influenzata dal numero di Mach, e varia secondo la regola di Prandtl - Glauert:

$$C_{l_\alpha}(M) = \frac{C_{l_\alpha}(M=0)}{\sqrt{1-M^2}}$$

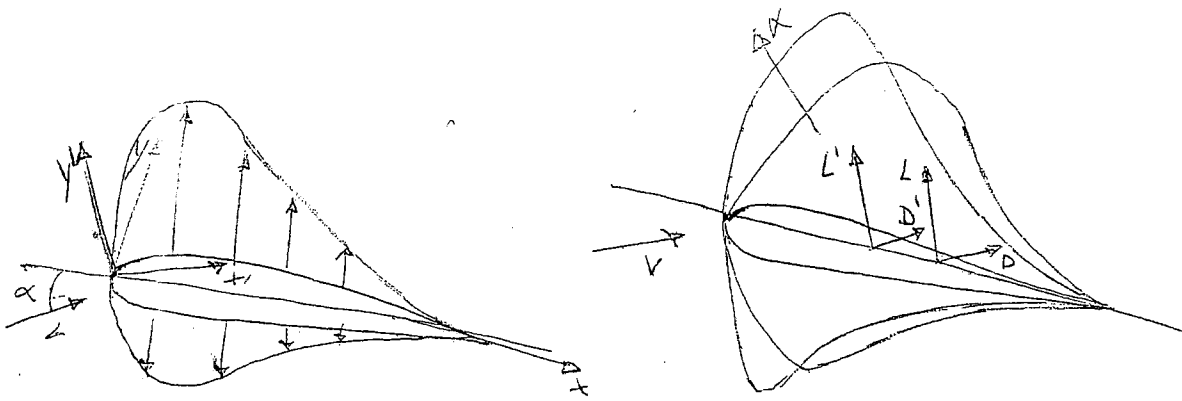
Tale dipendenza matematica è meno rispondente non appena si giunge in regime transonico.

In flusso supersonico: $C_{l_\alpha} = \frac{4}{\sqrt{M^2-1}}$

Sono disponibili curve semiempiriche in cui è possibile entrare con il valore dello spessore percentuale del profilo (ultime due cifre nei profili NACA), intersecare al curva di interesse e trovare il valore dell'angolo del bordo di uscita; con tale valore è possibile individuare la posizione del centro aerodinamico.

Su un profilo alare investito da una corrente si crea una distribuzione di pressione la cui risultante è applicata in un punto detto centro di pressione (non necessariamente appartenente alla corda). Posso scomporla secondo vari criteri:

- lungo la corda e perpendicolarmente ad essa, ottenendo forza assiale e forza normale;
- parallelamente e perpendicolarmente al vettore velocità asintotica, ottenendo resistenza e portanza



Se cresce l'angolo d'attacco le depressioni crescono e il carico si sposta verso il bordo d'attacco: il centro di pressione diventa più prossimo al bordo d'attacco, e portanza e resistenza aumentano in modulo (aumentano il coefficiente di portanza e la resistenza di scia e indotta).

Per la valutazione dei momenti, data la variabilità della posizione del centro di pressione, è fastidioso scegliere come poli bordo di attacco o di uscita. Posso scegliere un punto tale che il momento non cambi al variare dell'angolo d'attacco (esiste quasi sempre in condizioni di flusso attaccato), ovvero un punto tale che al variare dell'angolo d'attacco le componenti utili per il momento cambino in modo che il prodotto forza per braccio resti lo stesso. Tale punto deve necessariamente trovarsi davanti al centro di pressione (e aumenta α il c.p. si sposta verso il bordo di attacco, e N aumenta, per cui il braccio deve diminuire!) e per i profili NACA è posizionato intorno al 25% della corda.

Il vantaggio sta nel fatto che se posiziono il longherone per il c.a. non devo tabellare il momento flettente al variare di α .

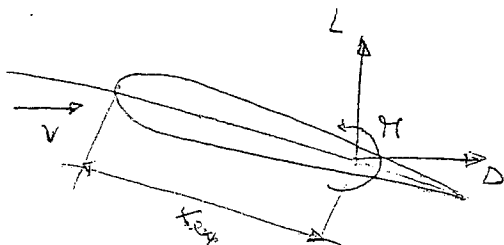
Se ho separazione del flusso non è detto che il c.a. esista, ed inoltre la sua posizione è fortemente influenzata dal numero di Re (cambia la distribuzione delle pressioni).

Il coefficiente di momento rispetto al c.a. viene anche indicato come C_{m_0} . Difatti quando la portanza generata dal profilo è nulla ho due sistemi su dorso e ventre con lo stesso risultante ma con diversa retta di applicazione: ho quindi una coppia, che mi dà luogo ad un coefficiente di momento (nullo nel caso di profilo simmetrico) che non cambia poi con l'angolo di attacco.

Riassumendo, è conveniente applicare il risultante nel c.a. aggiungendo un momento di trasporto costante al variare di α (negativo, ovvero picchiante, per profilo a curvatura positiva).

La posizione del c.a. dipende principalmente dallo spessore del profilo e dall'angolo del bordo di uscita (vedi tabelle). Non è detto che giaccia sulla corda, ma non commettiamo un grosso errore se assumiamo che ciò avvenga dato che i profili hanno in genere spessore percentuale piccolo. L'errore è più accentuato quanto maggiore è la curvatura del profilo.

Determinazione della posizione del centro di pressione



Supponiamo che nel punto indicato in figura sia presente una bilancia che misuri forze e momenti. La componente perpendicolare alla corda è $L \cos \alpha + D \sin \alpha$. Per piccoli angoli di attacco il secondo termine è trascurabile e il coseno vale circa 1, per cui l'unica componente utile è praticamente L .

$$M_{\text{exp}} = M_{ac} + L(x_{\text{exp}} - x_{ac}) \Rightarrow C_{M_{\text{exp}}} = C_{M_{ac}} + C_l(\bar{x}_{\text{exp}} - \bar{x}_{ac})$$

Abbiamo adimensionalizzato dividendo per la pressione dinamica, per una superficie e per una lunghezza di

riferimento (la corda).

Non conoscendo il coefficiente di momento focale e la posizione del fuoco, posso risolvere il problema derivando rispetto al coefficiente di portanza.

$$\frac{dC_{M_{\text{exp}}}}{dC_l} = \bar{x}_{\text{exp}} - \bar{x}_{ac} \Rightarrow \bar{x}_{ac} = \bar{x}_{\text{exp}} - \frac{dC_{M_{\text{exp}}}}{dC_l}$$

Se la derivata è costante (funzione lineare) il c.a. esiste ed è fisso; se la funzione è lineare a tratti il c.a. si sposta.

Va notato che la determinazione della posizione del c.a. attraverso una derivata comporta una notevole amplificazione degli errori.

Ipotizziamo che il centro di pressione sia alle spalle del punto in cui abbiamo posizionato la bilancia, facendo riferimento alla figura di cui sopra:

$$M_{cp} = 0 = M_{\text{exp}} + Lp \cos \alpha + Dp \sin \alpha \Leftrightarrow -C_{M_{\text{exp}}} = C_l \frac{p}{c} \cos \alpha + C_d \frac{p}{c} \sin \alpha$$

$$\bar{x}_{cp} = \bar{x}_{\text{exp}} - \frac{C_{M_{\text{exp}}}}{C_l \cos \alpha + C_d \sin \alpha} \cong \bar{x}_{\text{exp}} - \frac{C_{M_{\text{exp}}}}{C_l}$$

All'aumentare dell'assetto (e quindi del coefficiente di portanza) il c.p. avanza verso il bordo d'attacco. All'angolo di portanza nulla il c.p. diventa un punto all'infinito, poiché il sistema di forze è equivalente ad una coppia.

Procedura analoga può essere utilizzata per determinare la coordinata y .

Vedi curva sulla posizione del c.a. e sulla pendenza della retta di portanza (2.5).

Ala finita

Fattori geometrici di un'ala finita

- Apertura alare (b), ovvero distanza massima tra le due estremità alari.
- Distribuzione delle corde: c_r è la corda di radice, c_t è quella di estremità o tip (coincidono nel caso di ala rettangolare)
- Rapporto di rastremazione: $\lambda = \frac{c_t}{c_r}$ (taper ratio)
- Angolo di freccia, tra l'asse di beccheggio e la linea che congiunge i punti del profilo ad una generica stazione (per esempio il bordo d'attacco). Se l'ala è regolare (andamento lineare delle corde) posso determinare l'angolo di freccia di una certa stazione conoscendo quello rispetto al bordo d'attacco o ad un'altra stazione:

$$tg\Lambda_n = tg\Lambda_m - \frac{4}{AR} \left[(n-m) \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \right] \quad n, m \text{ stazioni espresse in percentuali di corda.}$$

Per ali trapezie può essere conveniente adottare come riferimento l'angolo di freccia rispetto al bordo d'uscita (trailing edge).

- Allungamento alare: $AR = \frac{b^2}{S}$ (aspect ratio)

Per ali regolari (c(y) lineare): $AR = \frac{2b}{c_r(1+\lambda)}$

- Corda media geometrica (aerodinamica): $\bar{c} = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} c^2 dy$

Si può anche estendere l'integrale alla semiala e moltiplicare per 2 nel caso in cui l'ala sia simmetrica (quasi sempre). Per ali regolari: $\bar{c} = \frac{2}{3} c_r \left(\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda} \right)$

La localizzazione del profilo avente corda pari a quella media aerodinamica avviene

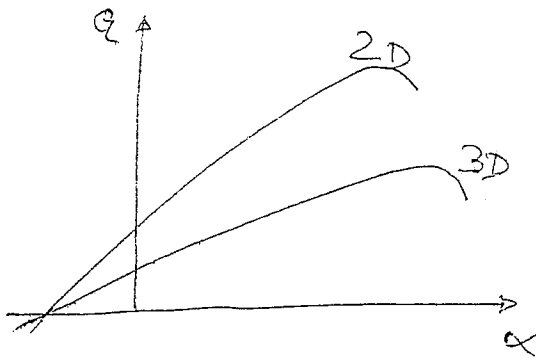
con l'integrale: $\bar{x}_c = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} x c dy$ $\bar{y}_c = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} y c dy$

- Superfici di controllo: per determinarne l'inizio e la fine si introduce il rapporto adimensionale $\eta = \frac{y}{\left(\frac{b}{2}\right)}$ i=inboard o=outboard

Va caratterizzata l'area di ala interessata dall'azione della superficie di controllo:

$$S_{\eta_f} = S \frac{\eta_o - \eta_i}{1+\lambda} [2 - (1-\lambda)(\eta_i + \eta_o)]$$

Pendenza della retta di portanza



Passando all'ala finita la pendenza della retta di portanza diminuisce, aumenta l'angolo di stallo mentre il $C_{l,max}$ subisce una diminuzione dell'ordine del 10%. Nel disegno abbiamo però supposto che α_{zi} sia lo stesso, e ciò vale sicuramente per ali che non presentano svergolamento. In realtà non è quello che accade sempre.

La pendenza della retta di portanza dipende da vari fattori:

- Rapporto di rastremazione;
- Angolo di freccia: la pendenza diminuisce all'aumentare della freccia. È un effetto molto meno notevole in regime supersonico; comunque la freccia mitiga l'effetto di M , e ciò è utile soprattutto in regime transonico.
- Pendenza della retta di portanza di ogni singolo profilo;
- Numero di Mach (secondo il parametro di Prandtl - Glauert);
- Allungamento alare (è il fattore principale); per flusso incomprimibile ed ali

regolari:
$$C_{L\alpha} = \frac{C_{l\alpha}}{1 + \frac{C_{l\alpha}}{e\pi AR}}$$
 (e=fattore di Oswaldt, vale 1 per la distribuzione

ellittica dei profili e dei carichi, è compreso tra 0 e 1 in tutti gli altri casi). La pendenza diminuisce se l'ala diventa più tozza, ovvero per piccoli AR. L'effetto di AR è molto più pronunciato di quello dell'angolo di freccia (vedi figura 2.7), che per ali a piccolo AR è quasi trascurabile.

Svergolamento alare

L'angolo di riferimento è sempre riferito rispetto alla corda di radice, ed è positivo se la corda del profilo è ruotata verso l'alto rispetto a quella di riferimento (washout). Va notato che la corda di radice può presentare un angolo di calettamento rispetto, per esempio, alla retta di costruzione della fusoliera, ma comunque il suo angolo di svergolamento risulta essere nullo.

Possiamo definire due tipi di svergolamento:

- Svergolamento geometrico: l'ala presenta una serie di calettamenti dei singoli profili tra radice ed estremità alare.
- Svergolamento aerodinamico: il profilo adottato cambia lungo l'apertura alare.

Per determinare l'angolo di portanza nulla dovrei ricorrere ad un metodo numerico, come per esempio la teoria del filetto portante di Prandtl. In genere si assegna lo svergolamento alle estremità alari e poi si assegna un andamento lineare lungo l'apertura.

È importante determinare tale angolo perché il carico agente può essere scomposto in due contributi:

- Carico basico: è il carico agente sezione per sezione con carico complessivo nullo, ovvero quello che agisce all'angolo di portanza nulla (non è detto che la portanza su ciascun profilo sia nulla, anzi tale condizione si verifica se e solo se l'ala non è svergolata; nel caso di ala svergolata alcuni profili porteranno e altri no);
- Carico addizionale: è il carico aggiunto se volo ad un angolo d'attacco diverso da quello di portanza nulla.

Va aggiunto che in genere all'estremità l'angolo di svergolamento è negativo poiché si vuole evitare che l'estremità stalli prima della radice.

L'angolo d'attacco alla radice per il quale ho portanza nulla per il generico profilo alla stazione y è: $\alpha_r|_{z=0} = \alpha_o(y) - \varepsilon(y)$

Si integra poi su tutta l'ala con il metodo delle strisce: $\alpha_{oL} = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} c(y) [\alpha_o(y) - \varepsilon_i(y)] dy$

Questa espressione vale solo per ali a freccia nulla; inoltre comporta un'approssimazione, ovvero che ciascun profilo agisca senza interferire con gli altri (andrebbe aggiunto l'angolo di incidenza indotta).

Se aggiungiamo la possibilità della deflessione di un flap (che può essere vista come una zona dell'ala con un particolare svergolamento aerodinamico dovuto ad incremento o diminuzione della curvatura del profilo):

$$\alpha_{oL} = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} c(y) [\alpha_o(y) - \varepsilon_i(y) + \Delta\alpha_o(y)] dy$$

Sfruttando la simmetria dell'ala e la sommabilità degli integrali:

$$\alpha_{oL} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{b}{2}} c(y) [\alpha_o(y) - \varepsilon_i(y)] dy + \frac{S_f}{S} \Delta\alpha_o$$

Va notato che $\Delta\alpha_o$ è positivo se il flap è deflesso verso ~~l'alto~~ (interviene uno svergolamento che fa aumentare l'angolo di portanza nulla). ~~l'alto~~

Determinazione del coefficiente di momento aerodinamico dell'ala

Profili a curvatura positiva hanno $C_{M_{\alpha}}$ negativo ovvero picchiante, ed è quello che ci aspettiamo avvenga anche per un'ala finita.

Il ragionamento è lo stesso fatto per il singolo profilo: se consideriamo l'ala all'angolo di portanza nulla, il carico complessivo è nullo ma c'è una certa distribuzione dei carichi. Congiungendo tutti i c.a. dei singoli profili ottengo la linea dei fuochi (supponendo che la loro posizione vari linearmente lungo l'apertura). Il c.a. dell'intera

ala giace sulla corda media aerodinamica, e supponiamo che la portanza totale agisca in quel punto. Ovviamente va aggiunto il momento di trasporto per passare dal c.p. al c.a. Se l'ala è svergolata, all'angolo di portanza nulla avremo profili che portano e altri che deportano, nonché contributi a cabrare e a picchiare per il momento focale. Tenendo conto (vedi fig. 2.12) che ogni c.a. è ad una certa distanza x dal c.a. dell'ala, otteniamo la seguente espressione:

$$C_{M_{ac}} = \frac{\int_{-b/2}^{+b/2} C_{m_{ac}}(y) c^2 dy + \pi \int_{-b/2}^{+b/2} [\alpha_{ol} + \varepsilon_i(y) - \alpha_{ol}(y)] c(y) X_1(y) dy}{S \bar{c}}$$

Il coefficiente di momento dei singoli profili è ottenuto in prima approssimazione conoscendo i valori assunti alle estremità e alla radice e supponendo andamento lineare.

Determinazione del c.a. dell'ala

Il metodo esatto prevede un integrale in cui sia presente il carico addizionale, ma il metodo più semplice ed immediato è quello grafico.

$\frac{x_{ac}}{c_r}$ è la posizione del centro aerodinamico rispetto alla corda di radice, e per ali rastremate assume valori pari a circa 0.6 / 0.7 (ben lontano dallo 0.25, che è il valore approssimativamente ottenuto per ala rettangolare).

Vorticità di un'ala finita

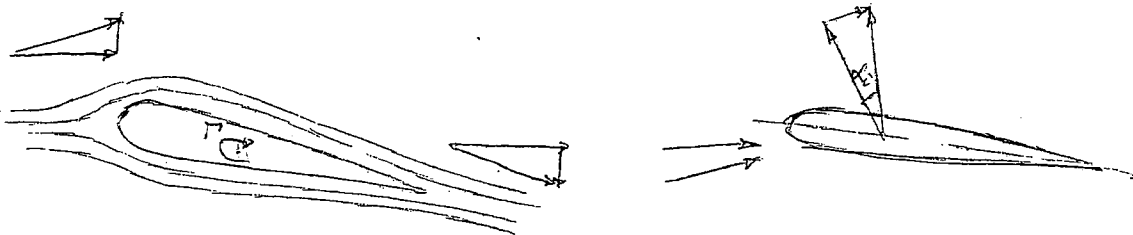
L'ala è una superficie vorticoso finita, per cui per compensare la finitezza si introducono dei vortici liberi che si staccano dal bordo d'uscita dell'ala.

L'angolo di incidenza indotta varia di sezione in sezione (è costante solo per la distribuzione ellittica).

Due superfici si influenzano aerodinamicamente (interferenza). Nei casi che studieremo l'influenza dell'ala sul piano di coda è sicuramente più rilevante di quella del piano di coda sull'ala stessa. L'angolo d'attacco visto dal piano di coda è influenzato dall'effetto downwash, la cui entità dipende dalla vicinanza tra le due superfici, dall'allungamento alare e dal posizionamento verticale reciproco.

L'ala è schematizzabile come un vortice: se sto davanti all'ala ho upwash (angolo di upwash tendente a 90° se il corpo è assimilabile ad un punto, ovvero ad un vortice).

L'ala indice su se stessa un angolo di upwash: in particolare vede un angolo d'attacco maggiore, che determina un'inclinazione diversa del vettore risultante, ed un incremento della resistenza.



La presenza dei vortici liberi determina l'insorgere della resistenza indotta, tale che:

$$C_D = C_{D_0} + \frac{kC_L^2}{\pi AR}$$

Il primo termine è il coefficiente di resistenza quando la portanza generata è nulla. Gli effetti di resistenza indotta sono tanto più notevoli quanto più basso è l'allungamento alare.

Queste relazioni ci consentono di quantificare l'entità degli effetti di downwash ed upwash. Dalla teoria di Prandtl:

$$\varepsilon_\infty \cong 2\varepsilon_{\text{ala}}$$

ε_∞ è l'angolo di incidenza indotta all'infinito a valle dell'ala.

$$\varepsilon_{\text{ala}} = \frac{C_L}{\pi AR} \quad \varepsilon_\infty = 2 \frac{C_L}{\pi AR}$$

È possibile vedere graficamente che: $C_{Di} \cong C_L \alpha_i \cong \frac{C_L^2}{\pi AR} \Rightarrow \alpha_i \cong \frac{C_L}{\pi AR}$

Nel caso di distribuzioni non ellittiche si introduce il fattore di Ostwald al denominatore. Dalle precedenti relazioni:

$$\frac{d\varepsilon_\infty}{d\alpha} = \frac{2}{\pi AR} \frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{2C_{L\alpha}}{\pi AR}$$

L'angolo d'attacco visto dal piano di coda è: $\alpha_h = \alpha - \varepsilon_\infty = \alpha - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha = \alpha \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)$

Il termine in parentesi è in genere determinato sperimentalmente con prove in galleria del vento. È fortemente variabile se siamo prossimi all'ala, mentre resta praticamente costante all'aumentare della distanza.

Posso entrare nei grafici di figura 2.14 per determinare tale termine una volta noti:

- Distanza orizzontale tra ala e piano di coda (r);
- Distanza verticale tra ala e piano di coda (m);
- Allungamento alare;
- Rapporto di rastremazione.

Anche il piano di coda è finito, per cui l'angolo di downwash va ulteriormente corretto.

Possiamo valutare il valore dell'angolo di downwash: $\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha$

ε_0 è l'angolo di downwash ad angolo d'attacco nullo (sarebbe pari a zero se considerassimo l'angolo d'attacco assoluto, è in ogni caso piccolo).

In figura 2.16 è riportata la dipendenza con il numero di Mach.

Le cose si complicano se sono presenti flap solo su una parte dell'ala: la deflessione di un flap comporta una notevole variabilità dell'angolo di incidenza indotta sulla superficie del piano di coda.

Pressione dinamica

Il piano di coda è investito dalla scia vorticosa dell'ala; per la forte natura dissipativi dei vortici (tendenza alla minima energia) la pressione dinamica della corrente che investe il piano di coda è inferiore rispetto all'ala (oltre all'effetto "potenziale" dovuto al downwash c'è un effetto "viscoso").

Potremmo anche avere incrementi della pressione dinamica se il piano di coda è nella scia dell'elica o di un ugello (quest'ultimo caso non si verifica quasi mai perché provoca sollecitazioni termiche troppo elevate sul piano di coda).

Si definisce il rapporto: $\eta_h = \frac{q_h}{q_\infty}$

Determinazione coefficienti aerodinamici velivolo completo

Analizzeremo le zone di comportamento lineare del velivolo per semplicità; tuttavia non escluderemo le zone a comportamento non lineare ricorrendo ad un processo di linearizzazione: per piccole variazioni delle condizioni possiamo assumere comportamento lineare del velivolo (cosa che si verifica quasi sempre in condizioni di flusso attaccato). Introduciamo questi concetti nel caso semplice della determinazione del coefficiente di resistenza del velivolo completo.

Coefficiente di resistenza

$D = C_D q_\infty S$ La resistenza del velivolo dipende principalmente da:

- Superficie bagnata del velivolo
- Angolo di attacco
- Pressione dinamica
- Coefficiente di attrito medio
- Deflessione delle superfici di controllo
- Valori di M e Re

Compiamo due approssimazioni (valide quasi sempre in regime di flusso attaccato):

- Legame lineare tra cause ed effetti
- Indipendenza dei singoli effetti e relativa sommabilità (sovrapposizione degli effetti)

In queste ipotesi: $C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\delta_e}} \delta_e + C_{D_{i_H}} i_H$

C_{D_0} = coefficiente di resistenza ad angolo di attacco, deflessione equilibratore e incidenza del piano di coda nulli. Dipende principalmente da M e Re .

Le derivate che compaiono vengono dette in genere derivate di stabilità, anche se alcune di esse sono in realtà delle derivate aerodinamiche. Ciascuna di esse è ottenuta facendo variare il parametro in considerazione e valutando le variazioni del coefficiente di resistenza e tenendo costanti gli altri due. Posso sfruttare queste relazioni in regime di flusso attaccato (alte velocità, piccoli assetti) senza commettere grossi errori.

α è un parametro di volo, δ_e e i_H sono parametri di controllo.

Nella maggior parte dei casi: $C_{D_{\delta_e}} \approx C_{D_{i_H}} \approx 0$

Risulta inoltre: $C_{D_\alpha} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_D}{\partial C_L} C_{L_\alpha}$

Questa relazione è molto utile poiché la derivata possiamo valutarla conoscendo al polare. Nel caso di polare parabolica:

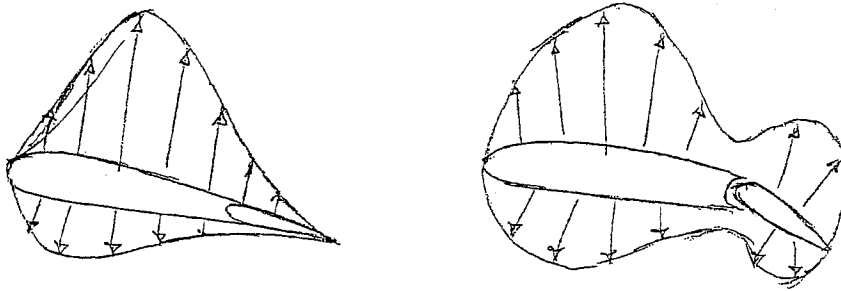
$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi e A R} \Rightarrow \frac{dC_D}{dC_L} = \frac{2C_L}{\pi e A R}$$

C_{D_0} può essere determinato in prima battuta con la seguente espressione: $C_{D_0} = \frac{f}{S}$

f = superficie parassita del velivolo, dipendente dal coefficiente di attrito medio e dalla superficie bagnata.

Efficacia delle superficie aerodinamiche

Prima di valutare gli effetti della deflessione dell'equilibratore, dobbiamo valutare l'efficacia di una superficie mobile incernierata con una superficie di controllo.



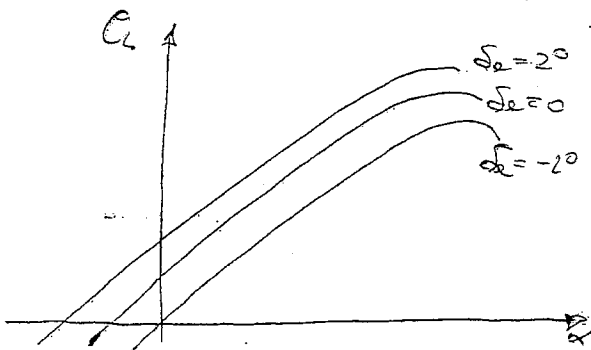
Sono riportate le distribuzioni di pressione per un profilo chiuso e per un profilo con parte mobile deflessa. In questo secondo caso ho una variazione di carico fortemente localizzata nella zona di deflessione. Aumentando semplicemente l'incidenza del profilo ho comunque un aumento di carico, ma il momento picchiante è sicuramente meno pronunciato; inoltre deflettendo l'alettone cambia la curvatura del profilo, e di conseguenza aumenta in valore assoluto l'angolo di zero lift.

δ_e è positivo quando la superficie di controllo è deflessa verso il basso. In tale caso ho valori maggiori del $C_{L_{max}}$ ma i fenomeni di stallo sopraggiungono prima.

Per valutare l'efficacia della superficie mobile devo valutare come varia la portanza a variare dell'angolo di deflessione dell'equilibratore.

$$\frac{\Delta C_L}{\Delta \delta_e} = \frac{C_{L_{flapdown}} - C_{L_{flapup}}}{\delta_{e_{flapdown}} - \delta_{e_{flapup}}}$$

Si può valutare graficamente valutando le curve orizzontali che tagliano le curve di portanza.

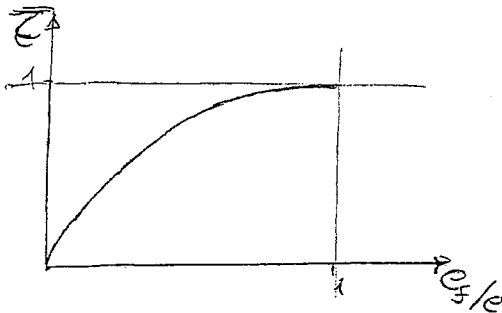


Dal punto di vista matematico dobbiamo valutare una derivata di controllo, dipendente da:

- Rapporto tra corda della superficie mobile e corda completa
 - Deflessione della superficie di controllo
 - Spessore relativo t/c
 - Numero di Mach
 - Angolo di freccia
 - Inizio e fine della superficie di controllo.
- (gli ultimi due sono riferiti ad un'ala finita).

$$C_{l_{\delta_e}} = \frac{dC_l}{d\delta_e} = \frac{dC_l}{d\alpha} \frac{d\alpha}{d\delta_e} = C_{l\alpha} \frac{d\alpha}{d\delta_e} = C_{l\alpha} \tau$$

L'efficacia τ si valuta analizzando i segmenti verticali nel grafico di cui sopra. Possiamo graficarla al variare del rapporto tra corda della superficie mobile e corda complessiva della superficie di controllo.



Se il rapporto tende a 1 l'efficacia è massima perché l'intera superficie è mobile, ed ho che $C_{l_{\delta_e}} \equiv C_{l\alpha}$.

Applicando la linearità e la sommabilità degli effetti, il coefficiente di portanza della superficie lappata si ottiene come:

$$C_l(\alpha, \delta_e) = C_{l_0} + C_{l\alpha} \alpha + C_{l_{\delta_e}} \delta_e$$

Coefficiente di portanza del velivolo completo

Come fatto in precedenza per il coefficiente di resistenza, linearizzando ed ipotizzando la sommabilità degli effetti:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + C_{L_{i_H}} i_H \quad L = L_{WB} + L_H$$

Le forze sono sempre sommabili, ma la sommabilità non è garantita per i coefficienti (bisogna tener conto dei diversi fattori di adimensionalizzazione):

$$\frac{L}{q_\infty S} = \frac{L_{WB}}{q_\infty S} + \frac{L_H}{q_\infty S} \Leftrightarrow \frac{L}{q_\infty S} = \frac{q_\infty S C_{L_{WB}}}{q_\infty S} + \frac{q_\infty S C_{L_H}}{q_\infty S} \Leftrightarrow C_L = C_{L_{WB}} + \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_H}$$

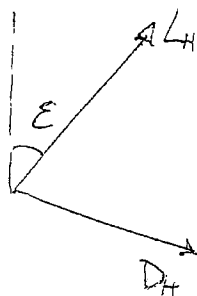
Faremo riferimento alla schematizzazione di figura 3.13.

Le corde relative alle superfici di controllo presentano un certo angolo di calettamento rispetto alla retta di costruzione della fusoliera (in genere i

calettamenti sono positivi per favorire la fase di decollo, in cui il velivolo si muove orizzontalmente).

La portanza è la componente della forza aerodinamica diretta ortogonalmente al vettore velocità relativa tra aereo e corrente. Se volessimo essere precisi dovremmo

tener conto dell'effetto downwash sul piano di coda, e non sommare direttamente la portanza generata dall'ala con quella generata sul piano di coda.



$$L = L_{WB} + L_H \cos \varepsilon - D_H \sin \varepsilon$$

In genere comunque D è minore di L , ed inoltre l'angolo di downwash è piccolo (coseno approssimabile ad 1, seno prossimo all'angolo), e le relazioni usate sopra sono valide con buona approssimazione.

Per valutare il coefficiente di portanza posso valutare i contributi di ogni singolo elemento del velivolo e sommarli.

Cominciamo dal velivolo parziale, per il quale ovviamente non abbiamo i contributi di equilibratore e piano di coda.

$$C_{L_{WB}} = C_{L_{0WB}} + C_{L_{\alpha_{WB}}} \alpha$$

Il primo termine è il valore del coefficiente di portanza del velivolo parziale quando è investito da una corrente parallela alla retta di galleggiamento della fusoliera.

Siccome la fusoliera non è in genere un corpo portante, risulta: $C_{L_{\alpha_{WB}}} \approx C_{L_{\alpha_W}}$ (per capire se l'approssimazione è lecita si può confrontare il diametro della fusoliera con l'apertura alare: più piccolo è il rapporto più è valida l'approssimazione).

$\alpha_W = \alpha_B + i_W$ è l'incidenza dell'ala tenendo conto del calettamento della corda media aerodinamica rispetto alla retta di galleggiamento della fusoliera. (fig. 3.13)

Non teniamo conto di eventuali deflessioni di flap, che in crociera non vengono utilizzati perché non necessari (le velocità sono elevate; usare i flap incrementa la resistenza indotta).

Per il piano di coda: $C_{L_H} = C_{L_{0H}} + C_{L_{\alpha_H}} \alpha_H + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + C_{L_{i_H}} i_H$ ($C_{L_{\delta_e}} = C_{L_{\alpha_H}} \tau$)

α_H non è un parametro di volo indipendente da α : deve infatti garantire l'equilibrio dei momenti e tener conto dell'effetto downwash.

$$\alpha_H = \alpha - \varepsilon \Rightarrow C_{L_H} = C_{L_{0H}} + C_{L_{\alpha_H}} (\alpha - \varepsilon) + C_{L_{\alpha_H}} \tau \delta_e + C_{L_{i_H}} i_H$$

$C_{L_{i_H}}$ coincide con $C_{L_{\alpha_H}}$ se il piano di coda è tutto mobile; supponendo che ciò accada:

$$C_{L_H} = C_{L_{0H}} + C_{L_{\alpha_H}} [\alpha - \varepsilon + \tau \delta_e + i_H]$$

Supponendo inoltre che il piano di coda sia simmetrico (e che quindi ad incidenza nulla e senza deflessione dell'equilibratore mi dia carico complessivo nullo), possiamo scrivere le seguenti relazioni:

$$C_{L_H} = C_{L_{\alpha_H}} + C_{L_{\alpha_H}} \left[\alpha \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) - \varepsilon_o + \tau \delta_e + i_H \right] \quad C_{L_{WB}} = C_{L_{\alpha_{WB}}} + C_{L_{\alpha_{WB}}} \alpha$$

$$C_L = C_{L_{WB}} + \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_H}$$

Ricorrendo a queste relazioni posso ricavare il seguente schema riassuntivo:

$$C_L = C_{L_o} + C_{L_{\alpha}} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + C_{L_{i_H}} i_H$$

$$C_{L_o} = C_{L_{\alpha_{WB}}} - C_{L_{\alpha_H}} \eta_H \frac{S_H}{S} \varepsilon_o$$

$$C_{L_{\alpha}} = C_{L_{\alpha_{WB}}} + C_{L_{\alpha_H}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta_H \frac{S_H}{S}$$

$$C_{L_{i_H}} = \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \quad C_{L_{\delta_e}} = \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \tau$$

Analizzare le figure 3.15, 3.16, 3.17, 3.18

La deflessione dell'equilibratore non incide molto sulla generazione di portanza (il suo effetto principale deve infatti essere quello legato al coefficiente di momento).

La variazione del Cl con M non può essere valutata con il parametro di Prandtl - Glauert poiché gli effetti di compressibilità modificano i fattori d interferenza tra le singole parti del velivolo.

Coefficiente di momento del velivolo completo

Ci interessa determinare il momento delle forze aerodinamiche rispetto al baricentro del velivolo. Proiettiamo allora la corda media aerodinamica sul piano della radice, ed individuiamo su di essa il c.a. e il baricentro, in modo da poter valutare il momento rispetto al baricentro (quello rispetto al c.a. non cambia).

Come sappiamo la posizione di c.a. dipende dalla distribuzione di pressione, per cui accostando l'ala al velivolo parziale cambia la posizione del c.a. (potrei anche avere fusoliere che vanificano la presenza del c.a.).

$M_{CG} = q_{\infty} S \bar{c} C_{M_{CG}}$ (è variabile con l'assetto perché il c.p. si sposta)

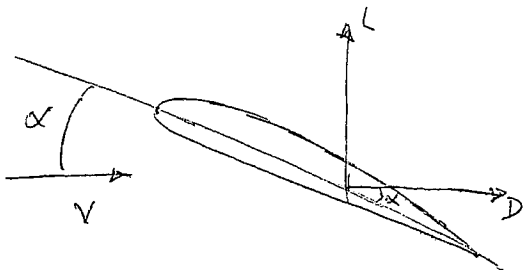
Ragionando analogamente a quanto fatto in precedenza:

$$C_m = C_{m_o} + C_{m_{\alpha}} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + C_{m_{i_H}} i_H$$

Portanza e resistenza sono riferite alla direzione della velocità; siccome baricentro e c.a. sono sulla corda, devo prendere le loro componenti riferite alla direzione della corda.

$$M_A = (L_{WB} \cos \alpha + D_{WB} \sin \alpha) (x_{cg} - x_{ac_{WB}}) + q_{\infty} S \bar{c} C_{M_{\alpha}} - L_H \cos(\alpha - \varepsilon) (x_{ac_H} - x_{cg})$$

Portanza e resistenza danno contributi cabranti; il momento focale è invece picchiante (il segno è contenuto nel coefficiente di momento). Il



contributo del piano di coda ha segno dipendente da L (se è portante il momento è picchiante altrimenti è cabrante). A rigori dovrei tener conto anche del fatto che il baricentro non sta sulla corda media aerodinamica, e dovrei valutare anche i termini dovuti alle componenti orizzontali di portanza e resistenza: $-L \sin \alpha z_{cg} + D \cos \alpha z_{cg}$

Sono contributi in genere di ordine inferiore; possono diventare non trascurabili nel caso di configurazione con ala alta o bassa.

Se $\alpha \ll 1$, il termine legato alla resistenza nell'espressione del momento può essere trascurato (questo è tanto più vero quanto maggiore è l'efficienza del velivolo) rispetto al termine con la portanza e il coseno. Possiamo semplificare l'espressione:

$$M_A = I_{WB} (x_{cg} - x_{ac_{WB}}) + q_\infty S \bar{c} C_{M_{ac}} - L_H (x_{ac_H} - x_{cg})$$

Adimensionalizzando:
$$\frac{M_A}{q_\infty S \bar{c}} = \frac{C_{L_{WB}} q_\infty S}{q_\infty S \bar{c}} (x_{cg} - x_{ac}) + \frac{q_\infty S \bar{c} C_{M_{ac}}}{q_\infty S \bar{c}} - \frac{C_{L_H} q_H S_H}{q_\infty S \bar{c}} (x_{ac_H} - x_{cg})$$

Ne ricaviamo:
$$C_{M_{cg}} = C_{L_{WB}} (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) + C_{M_{ac}} - \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_H} (x_{ac_H} - x_{cg})$$

Va notato che stiamo valutando solo i momenti dovuti alle forze aerodinamiche, trascurando di fatto i contributi dovuti alla spinta).

Sostituendo le espressioni note dal paragrafo precedente:

$$C_{M_{cg}} = (C_{L_0} + C_{L_{\alpha_{WB}}} \alpha) (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) + C_{M_{ac_{WB}}} - \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \left[\alpha - \left(\varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha \right) + i_H + \tau \delta_e \right] (\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg})$$

(abbiamo supposto che il piano di coda sia simmetrico, $C_{L_{0H}} = 0$)

Possiamo ricavare il C_{m_0} ponendo che $\alpha = \delta_e = i_H = 0$

$$C_{M_0} = C_{L_{0WB}} (\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) + C_{M_{ac_{WB}}} - \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \varepsilon_0 (\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg})$$

L'ultimo termine in genere è trascurabile poiché il rapporto tra superficie del piano di coda e quella alare è in genere minore di 1; ed inoltre l'angolo di downwash che si ottiene per angolo d'attacco nullo è generalmente piccolo.

Centro aerodinamico del velivolo parziale

Come detto prima, aggiungendo l'ala alla fusoliera la posizione del c.a. cambia, dato che la fusoliera introduce significative variazioni alla distribuzione di pressione. Possiamo valutare la variazione di posizione del c.a. con le seguenti relazioni:

$$\bar{x}_{ac_{WB}} = \bar{x}_{ac_F} + \Delta \bar{x}_{ac_B} \Rightarrow \Delta \bar{x}_{ac} \approx - \frac{C_{m_{\alpha_B}}}{C_{L_{\alpha_{WB}}}}$$

Rispetto al c.a. dell'ala il coefficiente di momento è costante; la fusoliera introduce una variazione, la cui pendenza va riscalata con la pendenza della retta di portanza per ottenere una variazione per unità di angolo d'attacco.

Se i segni sono positivi (la fusoliera tende ad accentuare le variazioni di angolo), il centro aerodinamico si sposta in avanti: ciò comporta un momento cabrante maggiore, dovuto proprio al contributo della fusoliera.

Altri contributi al coefficiente di momento

$$C_{m_a} = C_{L\alpha_{PB}}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) - \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L\alpha_H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) (\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg})$$

Definendo la quantità $x_{ac_H} - x_{cg} = l_h$ (distanza tra centro aerodinamico del piano orizzontale di coda e baricentro del velivolo), possiamo introdurre il rapporto volumetrico del piano di coda: $V_H = \frac{S_H l_H}{S c}$, caratteristico di velivoli della stessa categoria (si lavora sui fattori che ne determinano il valore, ovvero l o la superficie del p.o.c.).

Possiamo riscrivere la pendenza della retta di momento:

$$C_{m_a} = C_{L\alpha_{PB}}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) - \eta_H V_H C_{L\alpha_H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

La pendenza dipende solo da caratteristiche geometriche e non interviene l'assetto! Il primo termine è generalmente positivo (baricentro alle spalle del c.a.), il secondo è complessivamente negativo, ed in genere maggiore in valore assoluto (pendenza negativa).

Come vedremo si tratta di una derivata di stabilità (indice di stabilità statica). Questo perché se ho un incremento di angolo d'attacco (per esempio dovuto ad una raffica), se la pendenza è negativa come risposta ho una diminuzione del coefficiente di momento, che tende a riportarmi in condizione di equilibrio. Questo riduce la manovrabilità (è una soluzione non sempre adottata sui velivoli militari), ma evita il pericolo di incorrere nello stallo profondo. Questo è anche il motivo per cui il piano di coda è detto stabilizzatore: esso garantisce la stabilità longitudinale.

$$C_{m_{\delta_c}} = -\eta_H V_H C_{L\alpha_H} \quad C_{m_{\delta_e}} = -\eta_H V_H C_{L\alpha_H} \tau$$

Le due derivate appena indicate sono derivate di potenza di controllo.

$C_{m_{\delta_c}} < 0$: per deflessioni positive (equilibratore verso il basso) cresce la portanza sul piano di coda e il momento è picchiante. Ragionamento analogo vale per la deflessione dello stabilizzatore.

La potenza di controllo dello stabilizzatore può essere inferiore per velivoli che volano in supersonico: difatti si possono avere problemi dovuti al fatto che le onde d'urto del piano di coda si intersecano con quelle generate sul bordo d'uscita dell'ala.

Punto neutro

Per determinare il centro aerodinamico del velivolo basta individuare il punto per il quale $C_{m_a} = 0$. È il punto tale che se il baricentro coincide con esso ho variazione nulla del momento con l'angolo d'attacco.

$$C_{m_a} = 0 \Rightarrow \bar{x}_N = \bar{x}_{ac_{PB}} + \eta_H V_H \frac{C_{L\alpha_H}}{C_{L\alpha_{PB}}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

Posso portare tale punto lontano dal bordo d'attacco solo lavorando sul rapporto volumetrico del piano di coda. Tale punto può capitare avanti o dietro al baricentro; se il baricentro capita proprio in tale punto sono in condizioni di equilibrio indifferente. In realtà l'espressione del punto neutro è formalmente più complessa poiché l_H dipende dalla posizione del baricentro.

$$\bar{x}_N = \frac{\bar{x}_{acwb} + \frac{C_{L\alpha_H}}{C_{L\alpha_{wb}}} \eta_H \frac{S_H}{S} \bar{x}_{acH} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)}{1 + \frac{C_{L\alpha_H}}{C_{L\alpha_{wb}}} \eta_H \frac{S_H}{S} \bar{x}_{acH} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)}$$

Si può ricavare un'espressione per il punto neutro anche nel caso di configurazioni a 3 superfici portanti (canard, ala, p.o.c.)

Approfondimenti

Dalla figura 3.20 possiamo valutare i valori tipici assunti da C_{m_α} , e il fatto che l'influenza di M è molto piccola.

La pendenza della retta di momento è generalmente negativa e dipende dalla posizione del baricentro e da M (tale effetto è notevole soprattutto nel transonico, ed è particolarmente risentita per velivoli non progettati per volare in quel regime). La formazione di onde d'urto comporta una notevole compressione nella parte iniziale e l'avanzamento del c.p. notevole anche per piccole variazioni di assetto. In queste condizioni è molto probabile che il c.a. non esista.

La figura 3.19 rappresenta la curva di C_m al variare dell'angolo d'attacco ribaltata di 90° (il controllo viene effettuato tramite stabilizzatore). Il C_m cresce al diminuire dell'incidenza del p.o.c. Se lo stabilizzatore ha calettamento fisso, il termine relativo ad esso può essere portato nel C_{m_α} e le curve possono essere parametrizzate in base alla deflessione dell'equilibratore.

Per α elevati posso avere due possibili comportamenti:

- Caduta stabile allo stallo (il velivolo tende a picchiare);
- Caduta instabile allo stallo (il velivolo tende a cabrare e rischia lo stallo profondo).

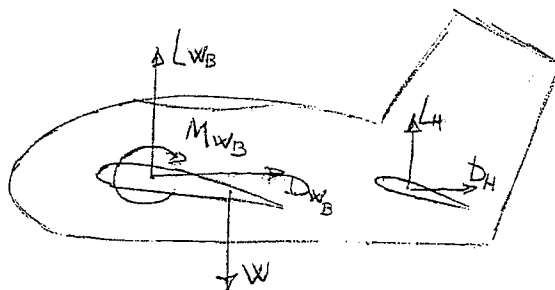
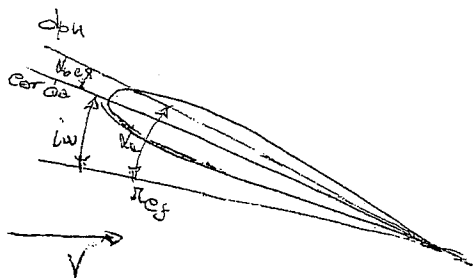
Stabilità longitudinale

La stabilità statica studia le caratteristiche della posizione di equilibrio, e non la maniera in cui torno alla posizione di equilibrio, che può essere più meno repentina, con oscillazioni, ecc.

Cominciamo a valutare la stabilità statica a comandi bloccati (deflessione delle superfici di controllo fissata).

Facciamo riferimento per comodità all'angolo d'attacco assoluto, ovvero riferito rispetto alla retta di portanza nulla.

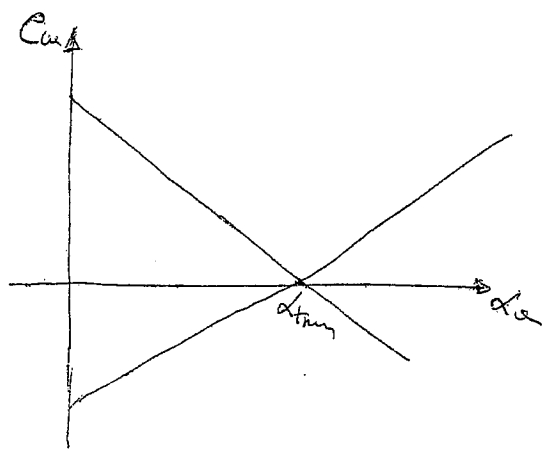
$$\alpha_a = \alpha + i_w - \alpha_{z1}$$



$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}(\alpha + i_w) = C_{L\alpha}\alpha_a$$

Ad angolo di attacco assoluto nullo la portanza non può equilibrare il peso, per cui occorre un coefficiente di momento cabrante che faccia aumentare l'incidenza in modo da incrementare la portanza generata.

$$\bar{C}_{m_0} > 0 \text{ (cond. di equilibrio).}$$



Definiamo come angolo assoluto di trim l'angolo d'attacco assoluto che garantisce moto rettilineo uniforme con equilibrio dei momenti di beccheggio.

Se la pendenza della retta di momento è positiva, per raffiche verso l'alto o disturbi che fanno aumentare l'angolo d'attacco, il momento che ottengo è cabrante e ho equilibrio instabile. La condizione per una stabilità statica corretta è $C_{m\alpha} < 0$

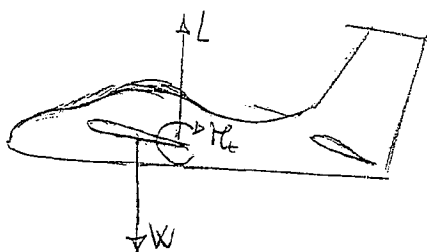
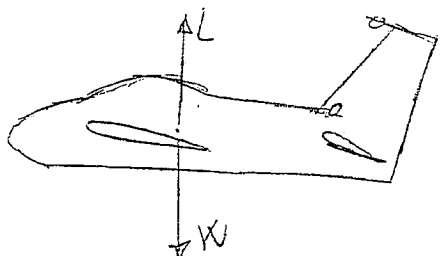
Si tratta quindi di una derivata di stabilità statica.

Va notato che se $\bar{C}_{m_0} < 0$ e $C_{m\alpha} < 0$ il velivolo è stabile staticamente ma non può raggiungere la condizione di equilibrio: dalla rappresentazione grafica si evince che posso avere equilibrio solo per angolo d'attacco assoluto negativo (è possibile al limite il volo in discesa).

Maggiore è in valore assoluto $C_{m\alpha}$ più è violento il ritorno nella condizione di equilibrio (non è detto che sia positivo, poiché può comportare oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio).

$$C_{m_{\alpha}} = C_{L\alpha_{NB}}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}) - \eta_H V_H C_{L\alpha_H} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) = C_{L\alpha}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_N)$$

Per modificare la stabilità statica posso lavorare sulla posizione del baricentro o sul rapporto volumetrico del p.o.c.



Per avere stabilità statica occorre avere quanto più possibile il baricentro avanzato rispetto al punto neutro. V_H consente di arretrare il punto neutro.

In volo equilibrato la risultante delle forze passa per il baricentro (non devono esserci momenti che squilibrano la configurazione del velivolo). Se applico la risultante nel punto neutro devo aggiungere un momento di trasporto, che non cambia la variabile dell'assetto.

Se il punto neutro è alle spalle del baricentro, tale momento è cabrante; se cresce α l'entità del momento non varia, ma ho un incremento di portanza nel punto neutro che mi riconduce alla condizione di equilibrio.

La stabilità statica a comandi bloccati comunque non è necessaria la volo poiché il comportamento instabile può essere corretto dal pilota o da sistemi di controllo automatico. È quello che accade per i velivoli militari, in cui va privilegiata prima di tutto la manovrabilità.

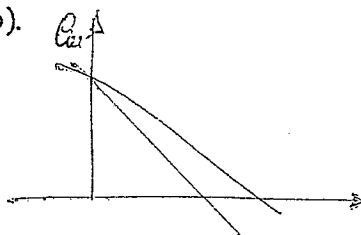
Canard e deltaplano

Il posizionamento in avanti del Canard determina uno spostamento in avanti del punto neutro, con ripercussioni sulla stabilità statica. La presenza del Canard tuttavia è utile perché affinché ci sia equilibrio alla rotazione intorno all'asse di beccheggio occorre che il canard sia portante, il che sgrava di fatto l'ala di parte del carico portante da generare.

Un'ala semplice (come un deltaplano) è un oggetto staticamente instabile, poiché il c.a. è posizionato intorno al 25% della corda, il baricentro approssimativamente al 50%. Per avere stabilità statica corretta e consentire cambi di velocità (e conseguentemente di assetto) il deltaplano utilizza due accorgimenti:

- Ala a freccia, con corda media aerodinamica tale da portare il ^{punto aerodinamico} baricentro quanto più indietro è possibile
- Spostamento del baricentro per modificare la pendenza della retta di momento: se sposto il baricentro ~~in avanti~~ ^{in avanti} riduco la pendenza e ottengo un angolo assoluto di trim più elevato (sto rallentando).

→ spostamento



In quest'ultimo caso sto lavorando a C_{m_0} costante, poiché non cambia la geometria dell'ala. Se invece defletto l'equilibratore, faccio traslare la retta di momento parallelamente a se stessa: introduco difatti un termine $C_{m\delta_e} \delta_e$, che è costante e viene portato nel C_{m_0} ; la pendenza non cambia invece perché le posizioni di punto neutro e baricentro non sono cambiate.

Deflettendo l'equilibratore verso il basso cresce L_H , ed ho un momento picchiante maggiore quando l'angolo d'attacco assoluto è nullo, ovvero C_{m_0} minore: la retta di momento trasla parallelamente a se stessa verso il basso, e riduco l'angolo di trim.

Coefficiente di momento della fusoliera

$$C_{m_{\alpha_f}} = \frac{k_2 - k_1}{36.5S\bar{c}} \int_0^{l_f} w_f^2 (\alpha_{or} + i_f) dx \approx \frac{k_2 - k_1}{36.5S\bar{c}} \sum_{i=0}^{l_f} w_{f_i}^2 (\alpha_{or} + i_{f_i}) \Delta x_i$$

$$C_{m_{\alpha_f}} = \frac{1}{36.5S\bar{c}} \int_0^{l_f} w_f^2 \frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} dx$$

i_f = incidenza della linea media della fusoliera rispetto alla direzione di riferimento

l_f = lunghezza della fusoliera (è esclusa la zona in cui sono presenti le ali)

w_f = larghezza in pianta della fusoliera

L'integrale viene risolto per via numerica: la fusoliera viene divisa in strisce, dopodiché fissiamo il centro della striscia come punto di controllo e valutiamo i termini della sommatoria.

$k_2 - k_1$ è funzione del rapporto $\frac{l_f}{D_{\max}}$, detto anche snellezza.

$\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$ è la variazione di angolo di incidenza indotta al variare dell'angolo d'attacco. Il

pedice u sta per upwash; per le strisce a valle dell'ala si tratterà ovviamente di un downwash. Per valutarlo, essendo noto l'angolo di downwash sul piano di coda, posso

risalire il velivolo ipotizzando un andamento lineare: $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = \frac{x_i}{l_H} \left[1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \Big|_{\omega} \right]$

Le curve sono differenti: per le strisce più prossime all'ala gli effetti di vorticità indotta sono più elevati e si ricorre ad una curva differente.

l_H è la distanza tra bordo d'uscita dell'ala e bordo d'attacco del piano di coda orizzontale.

Polare equilibrata

Possiamo utilizzare la retta di momento al variare della deflessione dell'equilibratore anche per valutare l'angolo di downwash.

Se volessi fare una misura diretta di ε dovrei introdurre un misuratore di angolo d'attacco in prossimità del piano di coda. Si tratta di una misura intrusiva, che

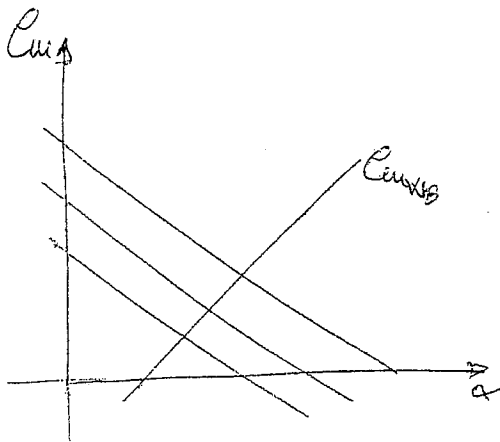
modifica il campo di moto; inoltre in base al posizionamento della banderuola misurerò un differente angolo d'attacco, per cui la misura non è univoca.

Possiamo invece bloccare la deflessione dell'~~alatore~~^{equilibratore} e andare a misurare C_m . Valutando il C_L al variare dell'angolo d'attacco ho un valore di equilibrio per ogni δ_e .

Posso costruire una curva dei $C_{L_{eq}}$, ovvero la curva degli assetti che garantiscono l'equilibrio dei momenti intorno all'asse di beccheggio.

La curva dei C_m equilibrati è ovviamente pari a zero qualunque sia l'assetto.

Noti gli assetti posso anche costruire una polare equilibrata (o degli assetti di equilibrio).



Per trovare l'angolo di downwash rimuovo il piano di coda. Il velivolo parziale è un oggetto instabile staticamente, e la retta dei coefficienti di momento ottenuta è unica poiché non ho differenti deflessioni dell'equilibratore, avendo rimosso il p.o.c.

Nei punti di intersezione $C_{m_{WB}} \equiv C_m$ in queste condizioni evidentemente la portanza generata dal p.o.c. è nulla, e dato che esso in genere è simmetrico risulta:

$$\alpha_H = 0 \Rightarrow \alpha_H = \alpha_{WB} - \varepsilon + i_H \Rightarrow \varepsilon = \alpha + i_H$$

Questo ragionamento posso farlo a vari valori

di α in modo da valutare le variazioni di ε e ricavare $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$.

La difficoltà sta nel fatto che le relazioni ottenute in galleria del vento non sono sempre spiccatamente lineari e ciò può comportare delle approssimazioni rilevanti.

Atterraggio

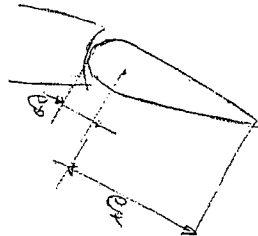
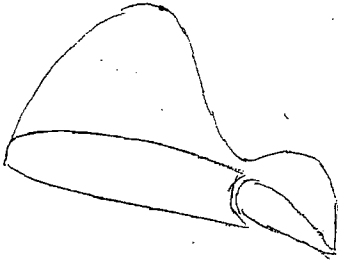
In fase di atterraggio devo ridurre la velocità, per cui la portanza necessaria per equilibrare il peso viene generata aumentando l'assetto. Si arriva ad assetti prossimi a quelli di stallo. Affinché lo stallo sia corretto occorre che, per aumenti di incidenza, si generi un momento picchiante che riporti il velivolo nella condizione di equilibrio; ciò si ottiene solo se il piano di coda è portante e non è stallato.

In condizione di atterraggio il piano di coda presenta equilibratore fortemente deflesso verso l'alto (occorre cabrare il velivolo), ma complessivamente portante perché posto a grandi incidenze.

Alle alte velocità prevale il momento picchiante applicato nel punto neutro, per cui il piano di coda deve essere deportante (condizione di crociera); ai grandi assetti il piano di coda deve invece essere portante.

Momento di cerniera

In entrambi i casi rappresentati ho una distribuzione di pressione sulla superficie mobile che determina un momento rispetto alla cerniera, che tende a far ruotare l'equilibratore verso l'alto.



Tale momento va contrastato dal pilota o con altri sistemi.

Ipotizziamo in prima battuta che non ci sia attrito nella cerniera né

tra le due superfici. Possiamo definire due corde per l'adimensionalizzazione: quella più utilizzata è la corda che va dalla cerniera fino al bordo d'uscita dell'equilibratore, ed è indicata con c_e , mentre la restante parte è indicata con c_b .

$$\text{Il momento di cerniera è } H = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_H^2 S_e c_e C_{h_e} \quad H = \text{hinge}$$

Assumendo le solite ipotesi di linearità e sovrapposibilità degli effetti:

$$C_{h_e} = C_{h_0} + C_{h_{\alpha}} \alpha + C_{h_{\delta_e}} \delta_e$$

Se il piano di coda è simmetrico risulta $C_{h_0} = 0$, inoltre valutando le derivate di stabilità ponendo angolo d'attacco nullo o deflessione dell'equilibratore nulla, ottengo che in entrambi i casi il momento di cerniera è tale da indurre nell'equilibratore deflessioni negative (verso l'alto), per cui $C_{h_{\alpha}} < 0$ e $C_{h_{\delta_e}} < 0$. Il primo dei due è maggiore in valore assoluto poiché la variazione di carico è più localizzata.

La stima numerica è molto complessa perché la zona di interesse è molto vicina al bordo d'uscita, ed in tale zona lo strato limite è spesso e posso avere fenomeni di separazione; inoltre il gap tra equilibratore e piano di coda può dar luogo all'insorgere di turbolenze.

Comando libero

Se il pilota non blocca il comando l'equilibratore ruota finché il momento di cerniera non è nullo. Supponendo che $C_{h_0} = C_{h_e} = 0$, possiamo ricavare la deflessione dell'equilibratore in condizione di comando libero.

$$\delta_{e_{free}} = -\frac{C_{h_{\alpha}}}{C_{h_{\delta_e}}} \alpha \quad \text{Come era lecito aspettarsi, per angoli d'attacco positivi}$$

l'equilibratore tende a ruotare verso l'alto.

$$\text{A comandi bloccati: } C_{L_H} = C_{L_{\alpha_H}} \alpha_H + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

A comandi liberi:

$$C'_{L_H} = C_{L\alpha_H} \alpha_H - C_{L\delta_e} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}} \alpha_H = C_{L\alpha_H} \alpha_H \left(1 - \frac{C_{L\delta_e} C_{h\alpha}}{C_{L\alpha_H} C_{h\delta_e}} \right) = C_{L\alpha_H} \alpha_H \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_e}} \right)$$

Il termine in parentesi è minore di 1, poiché $C_{L\delta_e} > 0$, $C_{L\alpha_H} > 0$, $C_{h\alpha} < 0$, $C_{h\delta_e} < 0$

Abbiamo quindi $C'_{L_H} < C_{L_H}$ secondo il fattore riduttivo F, in genere compreso tra 0.7 e 0.85. In queste condizioni il momento picchiante dovuto alla portanza generata dal piano orizzontale di coda è inferiore.

A comandi bloccati: $C_{m_{CG}} = C_{m_{ac_{WB}}} + C_{L_{WB}} (\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{ac_{WB}}) - \eta_H V_H C_{L_H}$

A comandi liberi: $C'_{m_o} = C_{m_{ac_{WB}}} + F \eta_H V_H C_{L\alpha_H} (\varepsilon_o - i_H)$

$$C'_{m\alpha} = -C_{L\alpha} (\bar{x}'_N - \bar{x}_{CG}) \quad \bar{x}'_N = \bar{x}_{ac_{WB}} + F \frac{C_{L\alpha_H}}{C_{L\alpha}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \eta_H V_H$$

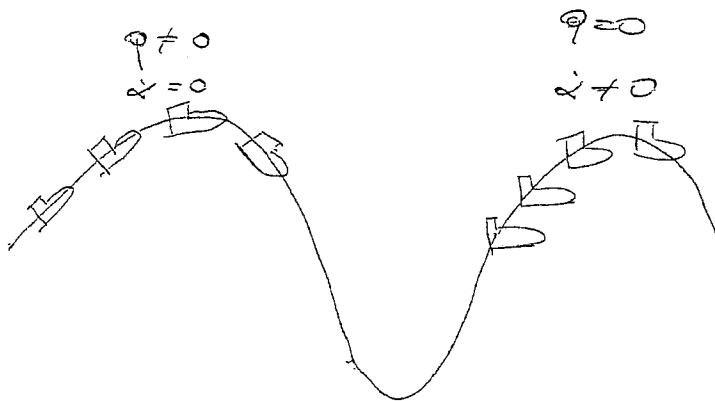
Il punto neutro avanza rispetto al caso di comandi bloccati, per cui il margine statico a comandi bloccati. ^{e' ridotto} L'angolo di equilibrio che ne viene fuori è più grande (assetto più cabrato) poiché la pendenza diminuisce in valore assoluto.

Il comportamento dinamico del velivolo è disturbato dal moto dell'equilibratore, per cui avremo oscillazioni intorno alla posizione di equilibrio che si smorzano in tempi più lunghi.

L'ipotesi di comando libero è un'approssimazione poiché bisogna tener conto dell'attrito nella cinematica del comando, ed inoltre non devono essere presenti servoattuatori e sistemi di controllo.

Derivate di stabilità instazionarie

Sia q la velocità angolare intorno all'asse di beccheggio ed $\dot{\alpha}$ la velocità di variazione di angolo d'attacco rispetto ad una direzione di riferimento.



Una traiettoria può essere seguita, nei due casi limite, facendo variare o solo l'assetto o solo ruotando intorno all'asse di beccheggio; in realtà la situazione reale sta nel mezzo. In ogni caso introduciamo un'instabilità nel moto, dovuta ad un'instazionarietà degli angoli di assetto e di beccheggio.

Le velocità angolari dimensionalmente sono l'inverso di un tempo; per adimensionalizzare ci occorre un tempo caratteristico, ottenuto come

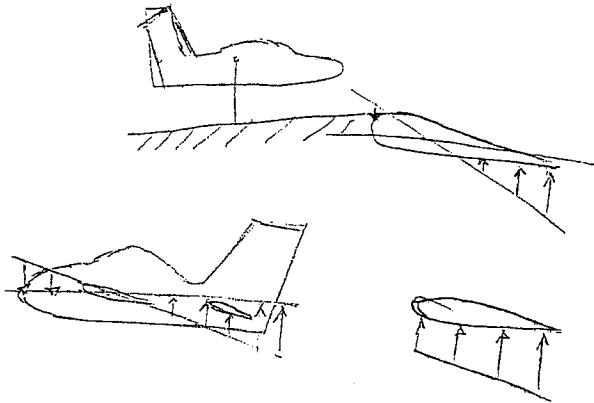
rapporto tra una lunghezza di riferimento (corda media aerodinamica) e la velocità del

velivolo. Comparirà un fattore 0.5 messo in conto per uniformarci con le notazione delle derivate laterodirezionali.

$$\bar{q} = \frac{q\bar{c}}{2V} \quad \bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2V}$$

Gli effetti sono comunque molto differenti: se varia l'assetto l'effetto è prettamente aerodinamico, se varia l'angolo di beccheggio l'effetto è di tipo meccanico.

Se il velivolo è vincolato nel baricentro, le rotazioni intorno all'asse di beccheggio coincidono con le variazioni di assetto. Una variazione di angolo d'attacco comporta una distribuzione di pressione differente su ala e piano di coda, e l'effetto è unicamente aerodinamico. Inoltre se le variazioni di assetto sono troppo rapide, il fluido non riesce ad adattarsi in tempo al nuovo angolo d'attacco e possono insorgere fenomeni di instazionarietà (come per esempio la formazione di vortici di Von Karman o il vortex shedding).



La variazione di θ è legata invece ad una rotazione rigida: un oggetto posto ad una distanza r dal centro di rotazione ha una velocità periferica pari a qr , per cui vede una velocità relativa differente. Il piano di coda orizzontale, per esempio, vede una distribuzione trapezoidale delle velocità.

Il problema si pone anche per l'ala. Che se ruota intorno al c.a. vede (per rotazioni positive, ovvero a cabrare) una diminuzione degli angoli d'attacco sulla parte prodiera e un incremento in prossimità del bordo d'uscita.

Ci fa comodo stimare i due effetti separatamente, ma in realtà essi sono inscindibili.

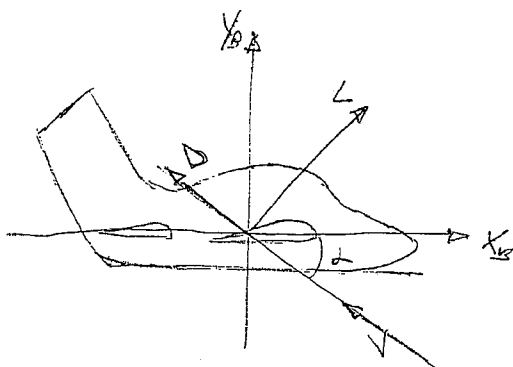
Forze e momenti per perturbazioni lungo V

Siamo interessati insomma a valutare

$$\frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2V} \right)}$$

Nella direzione longitudinale agisce principalmente la resistenza aerodinamica (per piccoli angoli d'attacco); il disturbo più rilevante è quindi una variazione della componente longitudinale della velocità.

Poniamo che sia 1 la condizione di equilibrio, e facciamo l'ipotesi di piccole perturbazioni.



$$U = U_1 + u$$

$$\frac{u}{U_1} \ll 1$$

La velocità perturbata si ottiene sommando vettorialmente $\vec{V}_1 = (U, V, W)$ e (u, v, w) . Per valutare le derivate di stabilità calcoliamole all'istante 1 e supponiamo siano costanti. Ciò ci consentirà delle semplificazioni notevoli.

In un campo di moto a simmetria longitudinale, otteniamo $V_p = U_1 + u$.

Scegliamo un sistema di riferimento comodo, ovvero solidale alla velocità all'istante iniziale. Ciò ci semplifica la vita poiché risulta $\alpha = 0$. Siccome si tratta in ogni caso di un sistema di assi corpo (si muovono solidalmente al velivolo), possiamo valutare direttamente gli effetti della perturbazione come se avessimo sottratto gli effetti delle grandezze all'istante iniziale. Il riferimento scelto è detto sistema di assi stabilità.

Nel moto longitudinale gli effetti principali sono dovuti a $u, \dot{\alpha}, q$ (le altre dipendenze vengono tabellate; alcune di esse sono trascurabili, altre troppo complicate da valutare).

$$F_x = c_x q S \quad c_x = \text{coefficiente di forza longitudinale}$$

Possiamo valutare la derivata:

$$\left. \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 = q S \left. \frac{\partial c_x}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 + c_x S \left. \frac{\partial q}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1$$

Ricordando che q è la pressione dinamica, sostituendo la sua espressione:

$$\left. \frac{\partial q}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 = U_1 \frac{\partial}{\partial u} \left[\frac{1}{2} \rho (U_1 + u)^2 + v^2 + w^2 \right] = \rho U_1 (U_1 + u) \Big|_1 = \rho U_1^2$$

Valutando le proiezioni di L e D sull'asse longitudinale, e facendo l'ipotesi di piccoli angoli d'attacco: $C_x = -C_D + C_L \alpha$. Ne ricaviamo:

$$\left. \frac{\partial C_x}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 = \left. \frac{\partial C_D}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 + \left. \frac{\partial C_L}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 \alpha = -C_{D_u} \quad (\text{all'istante iniziale } \alpha = 0)$$

Ricordando che $C_{x_1} = -C_{D_1}$:

$$\left. \frac{\partial F_{Ax}}{\partial \left(\frac{u}{U_1} \right)} \right|_1 = -C_{D_u} q_1 S - C_{D_1} S \rho U_1^2 = -(C_{D_u} + 2C_{D_1}) q_1 S \Rightarrow C_{x_u} = -(C_{D_u} + 2C_{D_1})$$

Il coefficiente di resistenza è legato principalmente a M e Re . Se u è piccola, Re non subisce variazioni apprezzabili e non ha effetti significativi; gli effetti più rilevanti li ottengo se varia M in prossimità del M di divergenza della resistenza (in basso subsonico invece non cambia quasi nulla).

$$C_{D_u} = \frac{\partial C_D}{\partial \left(\frac{u}{U_1}\right)} = \frac{U_1}{\alpha} \frac{\partial C_D}{\partial \left(\frac{u}{\alpha}\right)} = M_1 \frac{\partial C_D}{\partial M}$$

C_{D_u} è anche detta derivata di smorzamento alla velocità.

Analogamente $C_{L_u} = M_1 \frac{\partial C_L}{\partial M} = \frac{M_1^2}{1-M_1^2} C_{L_1}$, da cui $C_{z_u} = -(C_{L_u} + 2C_{L_1})$

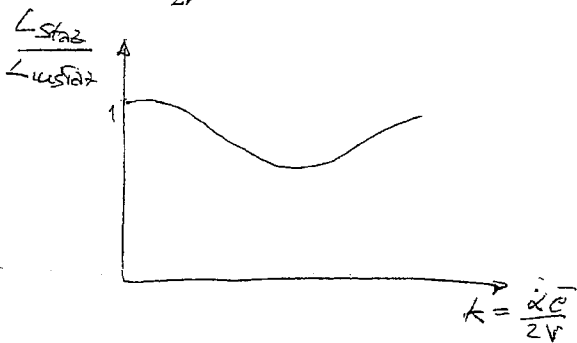
Nel caso del coefficiente di momento: $C_{m_u} = M_1 \frac{\partial C_m}{\partial M}$

Anche in questo caso le variazioni sono notevoli in regime transonico poiché la distribuzione di pressione si sposta notevolmente in avanti. Ne ricaviamo quindi $\frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial M} > 0$, e una tendenza a picchiare.

Effetti dovuti ad $\dot{\alpha}$

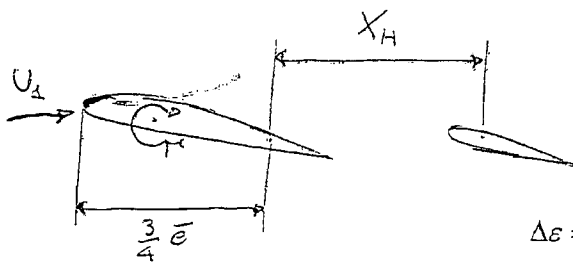
Al variare dell'assetto le superfici di controllo ha bisogno di tempo per accorgersi delle variazioni. Se avvengono lentamente il campo di moto è relativamente indipendente dalla storia precedente dovuta alle variazioni; se la frequenza è elevata bisogna tener conto dei fenomeni di instazionarietà.

$\bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} c}{2V}$ è detta frequenza ridotta (o numero di Strouhal).



Abbiamo graficato il rapporto tra portanza stazionaria ed in stazionaria per una lastra piana al variare della frequenza ridotta. Per piccoli valori della frequenza ridotta gli errori commessi sono piccoli, ed è valida l'ipotesi di quasi-stazionarietà (è l'ipotesi che faremo nello studio del nostro campo di moto).

L'effetto principale sul piano di coda è la variazione dell'angolo di downwash, che all'istante t è pari all'angolo di downwash dovuto all'assetto dell'ala all'istante $t-dt$ (la vorticità necessita di un certo tempo per raggiungere il piano di coda; lo sfasamento temporale dipende dalla velocità dell'aeroplano).



$$\Delta \varepsilon = -\frac{d\varepsilon}{d\alpha} \dot{\alpha} \Delta t = -\frac{d\varepsilon}{d\alpha} \dot{\alpha} \frac{x_H}{U_1}$$

X_H è la distanza del punto a $\frac{3}{4}\bar{c}$ (punto di controllo) dal centro aerodinamico del piano di coda. Stiamo inoltre supponendo per semplicità che gli effetti dell'instazionarietà siano sentiti solo dal piano di coda e non dall'ala stessa.

Se $\dot{\alpha} > 0$, il piano di coda vede un angolo d'attacco più grande di quello che dovrebbe in realtà vedere (all'aumentare dell'angolo d'attacco cresce l'effetto downwash).

$$\alpha_H = \alpha - \varepsilon \quad \Delta C_{L_H} = -C_{L_{\alpha_H}} \Delta \varepsilon = C_{L_{\alpha_H}} \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \dot{\alpha} \frac{X_H}{U_1}$$

Per renderlo confrontabile con il C_L del velivolo occorre introdurre $\eta_H \frac{S_H}{S}$.

Ne ricaviamo:
$$C_{L_{\dot{\alpha}}} = (C_{L_{\dot{\alpha}}})_{WB} + 2\eta_H \frac{S_H}{S} \bar{X}_H \frac{d\varepsilon}{d\alpha} C_{L_{\alpha_H}}$$

Possiamo sostituire l'ascissa del punto di controllo con quella del baricentro senza commettere un grosso errore.

Il coefficiente di portanza effettivo in volo in stazionario è:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_{\alpha}} \alpha + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + C_{L_{\dot{\alpha}}} \left(\frac{\dot{\alpha} \bar{c}}{2V} \right)$$

L'effetto più rilevante si ha comunque per il momento di beccheggio:

$$C_{m_{\dot{\alpha}}} = \frac{\partial C_m}{\partial \left(\frac{\dot{\alpha} \bar{c}}{2V} \right)} = -2C_{L_{\alpha}} \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \eta_H V_H \frac{X_H}{c} \quad (\text{derivata di smorzamento al beccheggio})$$

Se ho variazioni di assetto positive, il piano di coda porta più di quanto dovrebbe effettivamente portare, ed ho complessivamente un momento picchiante.

Effetti legati a q

L'effetto è di tipo meccanico, poiché riguarda la rotazione rigida di un corpo. Se $q > 0$ (rotazione a cabrare), l'angolo d'attacco aumenta per i punti posti alle spalle del baricentro. La fusoliera non ha elevata pendenza della retta di portanza, per cui l'effetto più rilevante è quello sentito sul piano orizzontale di coda: in particolare la portanza aumenta ed ho una tendenza a picchiare.

L'effetto è difficile da valutare per l'ala per vari motivi: i punti dell'ala sono vicini al centro di rotazione; l'ala (senza canard) vede velocità dall'alto verso il basso nella parte prodiera, alle spalle del baricentro succede il contrario. Sul piano di coda ho invece una distribuzione trapezoidale delle velocità, ed essendo lontani dal baricentro ho effetti notevoli per il controllo.

Per calcolare gli effetti dovrei utilizzare un metodo numerico per tener conto dell'andamento lineare della velocità sul piano di coda; per semplicità si valuta invece la

v in corrispondenza del c.a. del p.o.c. e si ricorre a quella per valutare: $\Delta \alpha \approx \frac{v}{U_1} = \frac{l_H q}{U_1}$.

Otteniamo
$$\Delta C_{L_H} = C_{L_{\alpha_H}} \frac{l_H q}{U_1} \Rightarrow \Delta C_L = \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \frac{l_H q}{U_1} = \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{\alpha_H}} \frac{2}{\bar{c}} q l_H$$

Il risultato finale è
$$C_{L_q} = 2\eta_H V_H C_{L_{\alpha_H}} \quad C_{m_q} = -2\eta_H V_H \frac{l_H}{\bar{c}} C_{L_{\alpha_H}}$$

Notiamo che complessivamente l'effetto di $C_{m\dot{\alpha}}$ è minore di C_{mq} , dato che nel primo compare $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, che è una quantità minore di 1.

Si tratta comunque di due derivate di smorzamento fisicamente inscindibili.

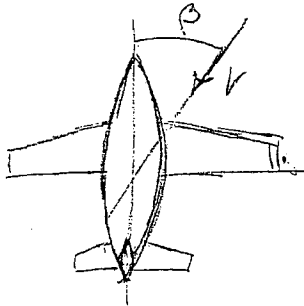
I valori ottenuti sono più elevati per i velivoli commerciali anziché per quelli militari poiché $\bar{q} = \frac{q\bar{c}}{2V}$, e i valori più alti si hanno per alte velocità angolari e basse velocità.

Forze e momenti nel piano latero – direzionale

Nel moto longitudinale la traiettoria giace nel piano di simmetria del velivolo (consentite traslazioni orizzontali, verticali e rotazioni intorno all'asse di beccheggio).

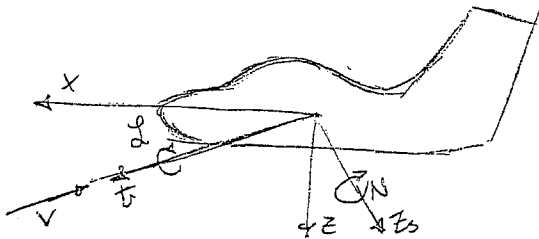
Nel piano laterodirezionale sono invece consentiti:

- Traslazione secondo l'asse y (diretto lungo l'ala, positivo verso la destra del pilota)
- Rotazione intorno all'asse x_s (di rollio)
- Rotazione intorno all'asse z_s (di imbardata).



Il moto direzionale è connesso alla direzione del moto del velivolo; nel moto laterale la velocità non è più contenuta nel piano di simmetria, ma ha una componente che investe lateralmente il velivolo, dando luogo a momenti di rollio e di imbardata, e ad una forza laterale. Proiettando il velivolo in pianta, ciò che andremo a valutare è l'angolo di derapata. (angolo formato tra V e il piano di simmetria) è una situazione che può verificarsi, per esempio, in caso di:

- Raffica laterale (la velocità del velivolo si compone con quella della corrente);
- Nel corso di una manovra



Sia Y il momento di rollio, N il momento di imbardata, Y la forza laterale.

Gli assi a cui faremo riferimento sono gli assi stabilità, facendo però attenzione al fatto che x_s non è diretto come il vettore velocità, bensì come la sua componente longitudinale. Si preferisce fare riferimento agli assi stabilità poiché si tratta di momenti aerodinamici, ovvero definiti a partire dalla velocità.

Il momento di rollio è positivo quando tende ad abbassare l'ala destra.

Il momento di imbardata è positivo quando tende a far ruotare la prua del velivolo verso destra.

L'angolo di derapata è positivo se il vento relativo batte alla destra del pilota.

I parametri stazionari sono β (di volo), δ_a (deflessione alettoni, parametro di controllo), δ_r (deflessione del timone, parametro di controllo).

I parametri in stazionari sono $\dot{\beta}$, r (velocità angolare di rollio) e p (velocità angolare di imbardata).

Momento di rollio

$$l = \frac{1}{2} \rho V_{\infty}^2 S b C_l$$

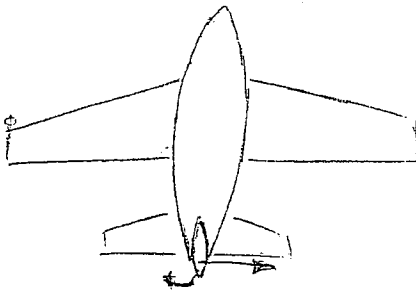
C_l è il coefficiente di momento di rollio

Nel moto laterodirezionale le grandezze sono adimensionalizzate rispetto all'apertura alare (nel moto longitudinale si ricorreva alla corda media aerodinamica).

Al rollio contribuiscono la presenza di angoli di derapata e le eventuali deflessioni di alettoni e timone di direzione.

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_{\beta}} \beta + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r$$

Dobbiamo valutare quando le deflessioni di alettoni e timone di coda sono positive.



Se defletto il timone a sinistra, ho un incremento della forza a destra, ed un momento di imbardata negativo. In questo verso $\delta_r > 0$ (proprio come nel moto longitudinale, in cui deflessioni positive dell'equilibratore danno luogo ad un momento picchiante).

Nel caso della deflessione degli alettoni si utilizzano due convenzioni opposte; per uniformarci alle precedenti, consideriamo positiva la deflessione tale che venga generato un momento di rollio negativo, ovvero che alzi l'ala destra (deflessione verso il basso a destra e verso l'alto a sinistra).

Il valore della deflessione, supponendo che le due deflessioni possano essere

differenti: $\delta_a = \frac{\delta_{ar} + \delta_{al}}{2}$

Se $\beta = \delta_a = \delta_r = 0$, risulta $C_l = C_{l_0}$. In tal caso siamo in condizioni di volo longitudinale simmetrico e (in condizioni di flusso attaccato e per velivolo simmetrico) vale 0.

Fanno eccezione i velivoli militari con punta a cono in regime supersonico ad $\alpha \neq 0$. In questo caso ho liberazione di vortici (scie di Von Karman) che provocano la perdita della simmetria.

$C_{l_{\beta}}$ è detto effetto diedro ed è una derivata di stabilità.

$C_{l_{\delta_a}}$ è una derivata di controllo (intervengo su di essa per controllare il momento di rollio).

$C_{l_{\delta_r}}$ è una derivata incrociata (intervengo su di essa per fornire un momento di imbardata, ed ottengo come effetto indesiderato un momento rollio).

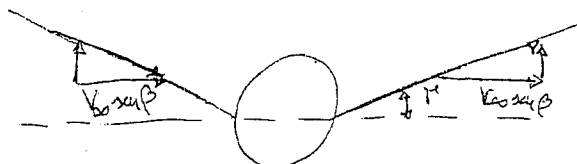
Effetto diedro

Supponendo sempre la linearità e la sovrapponibilità degli effetti, l'effetto diedro può essere visto come somma di vari contributi:

- Posizionamento dell'ala rispetto alla fusoliera;
- Angolo diedro;

- Angolo di freccia

L'angolo diedro è l'angolo formato dalle semiali rispetto al piano ortogonale a quello di simmetria e passante per il baricentro del velivolo. È positivo se le semiali sono ruotate verso l'alto (vedi figura 3.28).



la velocità ha due componenti:

- $V_\infty \cos \beta$ nel piano longitudinale;
- $V_\infty \sin \beta$ nel piano laterale.

La seconda è relativamente piccola rispetto alla prima, sia in raffica che in manovra (velocità laterale piccola rispetto a quella di avanzamento), per cui $V_\infty \sin \beta \approx V_\infty \beta$

Se scomponiamo $V_\infty \beta$ lungo l'ala, ho due componenti:

- $V_\infty \beta \cos \Gamma$ diretta trasversalmente all'ala,

che determina un cross-flow e sposta lo strato limite, ma non influenza il carico;

- $V_\infty \beta \Gamma$ (nell'ipotesi di angolo diedro piccolo), che interviene modificando il carico.

La composizione della seconda con la velocità di avanzamento determina un aumento del carico sull'ala sopravvento, ed una diminuzione di esso per l'ala sottovento.

$$\Delta \alpha_r \equiv \frac{V_\infty \Gamma \beta}{V_\infty} = \Gamma \beta \quad \Delta \alpha_l \equiv -\frac{V_\infty \Gamma \beta}{V_\infty} = -\Gamma \beta$$

Se l'angolo di derapata è positivo (vento dalla destra del pilota) ho un incremento di portanza sull'ala destra, ed insorge un momento di rollio che fa alzare l'ala destra, ovvero negativo. $C_{l_p} \Big|_\Gamma < 0$

Tale effetto comporta anche un'inclinazione del vettore portanza tale da determinare una forza laterale nella direzione negativa, che fa traslare il velivolo verso destra annullando la componente laterale della velocità, che torna ad essere longitudinale. Ciò comporta che avere un coefficiente di momento di rollio negativo rende stabile la configurazione.

Per valutare quantitativamente l'effetto diedro ricorriamo al metodo delle strisce.

Per ogni striscia ho un cambiamento del carico dovuto a $C_{l_{\alpha_i}} \Delta \alpha_i$, per cui vale:

$$l_i = y_i C_{l_{\alpha_i}} \Gamma \beta q_\infty c_i dy \Rightarrow C_{l_i} = \frac{l_i}{q_\infty S b} = \frac{y_i C_{l_{\alpha_i}} \Gamma \beta c_i dy}{S b}$$

Derivando rispetto a β :

$$C_{l_p} \Big|_\Gamma = -\frac{2\Gamma}{bS} C_{l_{\alpha_i}} \int_0^{b/2} c y dy$$

Il 2 compare poiché integro per una sola semiala e poi moltiplico per ottenere il momento complessivo. Per quanto riguarda il coefficiente di portanza, lo porto fuori dall'integrale e inserisco quello dell'ala finita per tenere conto in prima battuta degli

effetti di interferenza e di ala finita anziché valutare il coefficiente su ciascun profilo.

Posso trovare un'espressione più compatta se la scrivo in termini adimensionali:

$$C_{L_p} \Big|_R = -\frac{2\Gamma}{bS} \cdot \frac{b^3}{8} C_{L_\alpha} \int_0^{b/2} \frac{c}{b/2} \frac{y}{b/2} \frac{dy}{b/2} = -\frac{3\Gamma AR}{4} C_{L_\alpha} \int_0^1 \bar{c} \bar{\eta} d\bar{\eta}$$

Tale valore dipende quindi dalla geometria dell'ala, dalla pendenza della retta di portanza, dall'entità dell'angolo diedro (più è grande maggiore è l'effetto stabilizzante). Non dipende dall'assetto del velivolo.

Posizionamento dell'ala (figura 3.29)

Supponiamo che la fusoliera si comporti come un cilindro investito da una corrente a potenziale (in realtà ho il distacco dello strato limite). Come si evince dalla fig. 3.29, ho zone in cui è presente un upwash, ed altre in cui è presente un downwash.

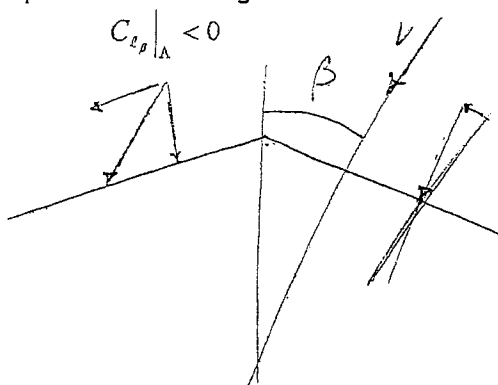
Supponendo che la figura rappresenti un velivolo visto da dietro, e che quindi la raffica venga da destra (angolo di derapata positivo), nel caso di ala alta ho upwash sull'ala destra e downwash su quella sinistra: l'incremento di portanza sull'ala destra dà luogo ad un momento di rollio negativo.

L'ala alta è quindi intrinsecamente più stabile e necessita quindi di angolo diedro meno pronunciato.

Ala a freccia

Facciamo riferimento alla figura 3.30. in un'ala a freccia il carico è determinato dalla componente della velocità diretta longitudinalmente all'ala. Se è presente un angolo di derapata è spezzata la simmetria ed è presente un angolo di rollio.

Per angoli di derapata positivi, l'ala destra vede una componente della velocità proporzionale a $\cos(\Lambda - \beta)$, sull'ala sinistra una proporzionale a $\cos(\Lambda + \beta)$. Sull'ala destra ho quindi una componente della velocità più elevata, e quindi una maggiore portanza. Ne segue un momento di rollio che fa alzare l'ala destra (e quindi negativo).



Per effettuare una stima del coefficiente di momento di rollio partiamo valutando il carico sulla *i*-ma striscia.

$$\Delta L_i = C_{L_i} q_i S_i = C_{L_i} \frac{1}{2} \rho V_{m_i}^2 S$$

$$\text{Sull'ala destra: } V_{m_i} = V \cos(\Lambda - \beta)$$

$$\text{Sull'ala sinistra: } V_{m_i} = V \cos(\Lambda + \beta)$$

Tenendo conto del braccio, il momento di rollio che otteniamo è:

$$\Delta \ell_i = -y_i C_{L_i} \frac{1}{2} \rho V^2 c_i [\cos^2(\Lambda - \beta) - \cos^2(\Lambda + \beta)] dy$$

Facendo le debite approssimazioni nell'ipotesi di piccoli angoli:

$$\Delta \ell_i = -y_i C_{L_i} \frac{1}{2} \rho V^2 c_i dy \cdot 2\beta \sin(2\Lambda)$$

Ovviamente il momento di rollio è ottenuto estendendo l'integrale all'intera apertura alare, in cui tutto è costante tranne il braccio, la corda ed eventualmente il coefficiente di portanza (in genere per tener conto della tridimensionalità dell'ala si suppone pendenza della retta di portanza costante e pari a quella dell'ala finita). In ogni caso l'effetto della freccia è notevole già per piccoli angoli; inoltre il momento di rollio ottenuto è proporzionale all'assetto, ed è notevole in fase di atterraggio (questo spiega le oscillazioni notevoli in tale fase intorno all'asse di rollio).

Adimensionalizzando e derivando rispetto a β otteniamo:

$$C_{L_\beta} \Big|_\Lambda = -\frac{2 \sin(2\Lambda)}{Sb} \int_0^{b/2} C_L c y dy = -\frac{\sin(2\Lambda) AR}{4} \int_0^1 C_L \bar{c} \eta d\eta$$

Riassumendo, il coefficiente di rollio potremmo esprimerlo come somma di un contributo proporzionale a Γ (angolo diedro) ed uno proporzionale all'assetto e dipendente dall'angolo di freccia.

Effetto del piano orizzontale di coda

Anche il piano orizzontale di coda è investito da una corrente laterale, per cui agisce in maniera analoga all'ala. Tenendo conto dei debiti coefficienti di adimensionalizzazione:

$$\Delta \ell_H = C_{L_{\beta_H}} q S_H b_H \beta \Rightarrow \Delta C_{L_{\beta_H}} = \frac{\Delta \ell_H}{q_\infty S b} \Rightarrow C_{L_{\beta}} \Big|_H = C_{L_{\beta_H}} \eta_H \frac{S_H}{S} \frac{b_H}{b}$$

Effetto del piano verticale di coda

Anche se il p.v.c. è simmetrico, se investito da una corrente laterale si comporta come una superficie portante (β diventa un vero e proprio angolo d'attacco). Insorge una certa distribuzione di pressione che determina una forza prevalentemente laterale. Se l'angolo di derapata è positivo, la forza è verso sinistra e l'aeroplano tende ad alzare l'ala destra, er cui il momento di rollio generato è negativo.

La presenza della fusoliera tende però a deviare i filetti fluidi (tendenza a raddrizzare il flusso), e non arriva l'angolo β puro: è presente un angolo di sidewash.

$$\text{Supponendo che dipenda linearmente da } \beta: \sigma = \frac{d\sigma}{d\beta} \beta \Rightarrow \beta_v = \beta - \sigma = \beta \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right)$$

La variazione di carico che vede il piano di coda verticale è:

$$C_{L_v} = C_{L_{\beta_v}} \beta_v = C_{L_{\alpha_v}} \beta_v = C_{L_{\alpha_v}} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \beta$$

L'effetto sidewash è più complesso da stimare poiché non dipende da un effetto potenziale del campo di moto, bensì da aspetti geometrici. Si ricorre a formule semiempiriche.

Facendo riferimento alla figura 3.31, ci accorgiamo che il momento di rollio dipende dalla "portanza" generata sul p.v.c. e dal braccio rispetto all'asse stabilità di rollio. Al

variare dell'assetto tale asse di volta in volta si sposta poiché è solidale alla direzione di V: ciò comporta una variazione del braccio, che diminuisce all'aumentare dell'assetto (per forti angoli di assetto può anche essere negativo).

$$\Delta l_v = -z_{vs} C_{L\alpha} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \beta q_v S_v \Rightarrow \Delta C_{l_{\beta v}} = \frac{\Delta l_v}{q_{\infty} S b}$$

Derivando rispetto a β :
$$C_{l_{\beta v}} = -C_{L\alpha} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v \frac{S_v z_{vs}}{S b}$$

Il contributo è in genere poco rilevante per i velivoli convenzionali; non è detto che sia così per i velivoli militari, in cui per motivi di manovrabilità il p.v.c. può avere superficie paragonabile a quella alare.

Complessivamente $C_{l_{\beta}}$ è dell'ordine di 0.20 / 0.30 per radiante, ovvero più piccolo della pendenza della retta di portanza poiché l'adimensionalizzazione viene effettuata rispetto all'apertura alare anziché rispetto alla corda media aerodinamica. Risulta essere poco influenzato da M (tranne che nel transonico) e presenta una dipendenza dall'assetto, dovuta al contributo della freccia.

Controllo laterale del velivolo

Faremo riferimento alla figura 3.33, in cui è indicata una deflessione degli alettoni che determina un momento di rollio positivo: l'incremento di portanza sull'ala sinistra e la diminuzione di carico sull'ala destra comporta un moto di rollio tale da abbassare l'ala destra. Nella nostra convenzione la deflessione è negativa.

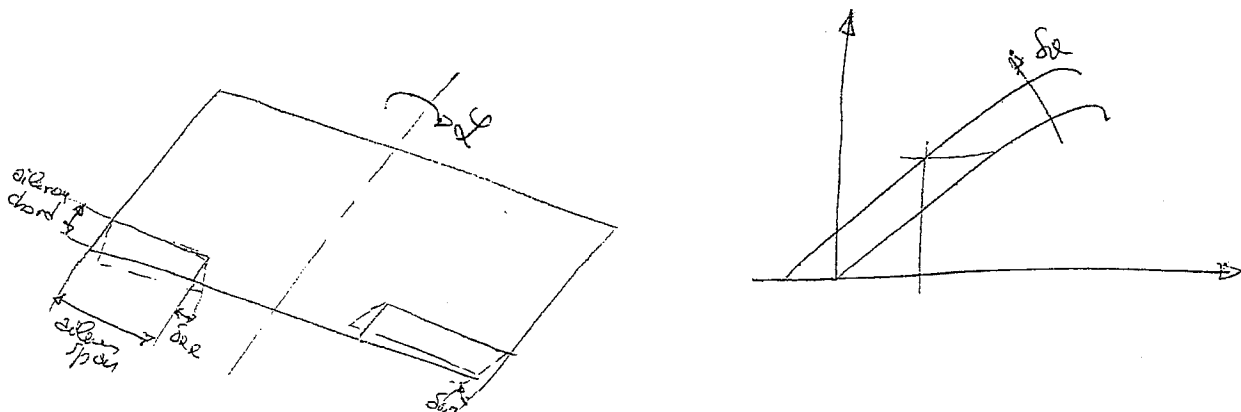
Ricordando la definizione di $\tau = \frac{d\alpha}{d\delta_a}$, possiamo valutare la variazione di portanza mediante l'integrale:

$$\Delta L = 2 \int_0^{b/2} q_{\infty} c dy C_{L\alpha} \left(\frac{d\alpha}{d\delta_a}\right) \delta_a$$

$\left(\frac{d\alpha}{d\delta_a}\right) \delta_a$ è la variazione di angolo d'attacco dovuta alla deflessione dell'alettone.

Difatti posso ottenere lo stesso incremento di carico aumentando l'angolo d'attacco anziché deflettendo l'alettone.

Il momento di rollio è dovuto ad una distribuzione asimmetrica del carico rispetto al piano di simmetria del velivolo.



Nell'integrale stiamo supponendo che gli alettoni siano deflessi dello stesso angolo; in realtà l'integrale andrebbe esteso all'intera superficie alare, ed in particolare nella zona d'ala interessata all'azionamento dell'alettone.

$$\Delta \ell = 2 \int_0^{b/2} q_\infty c y dy C_{L\alpha} \left(\frac{d\alpha}{d\delta_e} \right) \delta_a$$

Adimensionalizzando:
$$\frac{\Delta \ell}{q_\infty S b} = \frac{2}{S b} C_{L\alpha_w} \tau \delta_a \int_{y_i}^{y_f} c y dy$$

Abbiamo portato la pendenza della retta di portanza fuori dal segno di integrale supponendola costante e pari a quella dell'ala finita per tener conto degli effetti di tridimensionalità.

Derivando rispetto a δ_a ottengo la potenza di controllo dell'alettone, che posso anche riscrivere in forma più compatta mediante adimensionalizzazione.

$$C_{l_{\beta \delta_a}} = \frac{2}{S b} C_{L\alpha_w} \tau \int_{y_i}^{y_f} c y dy = \frac{zAR}{4} C_{L\alpha_w} \int_{\eta_i}^{\eta_f} \bar{c} \eta d\eta$$

Spoilers e stabilatori

Facciamo riferimento alle figure 3.34 e 3.35.

Se su una semiala alzo uno spoiler, non solo aumenta la resistenza aerodinamica, ma cade anche la portanza poiché alle spalle dello spoiler ho distacco della vena fluida e perdo contributo portante. L'ala su cui ho alzato lo spoiler tende quindi ad abbassarsi: ho momento di rollio positivo se alzo lo spoiler sull'ala destra.

Va tenuto conto che tale procedura sporca il flusso aerodinamico e comporta, a parità di tutte le altre condizioni, una perdita di quota (diminuisce l'efficienza)

Sui velivoli militari si può fare ricorso anche allo stabilatore differenziale, che riesce ad avere effetti rilevanti nonostante il piccolo braccio rispetto all'asse di rollio nel caso la sua superficie sia paragonabile a quella alare.

La corrispondente derivata di controllo è $C_{l_{\delta_r}}$.

Rollio indotto dal movimento del timone

Il timone interviene principalmente per il controllo direzionale nel velivolo, per cui il momento di rollio generato è legato ad una derivata incrociata.

La forza laterale generata sul p.v.c. ha un certo braccio rispetto all'asse di rollio dipendente dall'assetto; una deflessione del timone comporta l'insorgere di un momento di rollio.

$$F_{Ay} Z_{vs} = q_v S_v C_{L\alpha_v} \tau \delta_r z_{vs} \Rightarrow C_{l_v} |_{\delta_r} = \frac{\ell_v}{q_\infty S b} \Rightarrow C_{l_{\delta_r}} = \eta_v \frac{S_v z_{vs}}{S b} C_{L\alpha_v} \tau$$

Il problema principale è che se deflettiamo il timone per andare a sinistra (deflessione verso sinistra, positiva) l'aeroplano rolla a destra (tende ad alzare l'ala

sinistra). È comunque un effetto notevole solo a piccoli angoli d'attacco, per cui è fortemente variabile tra crociera e atterraggio.

Fai riferimento alla figura 3.38

Forza laterale

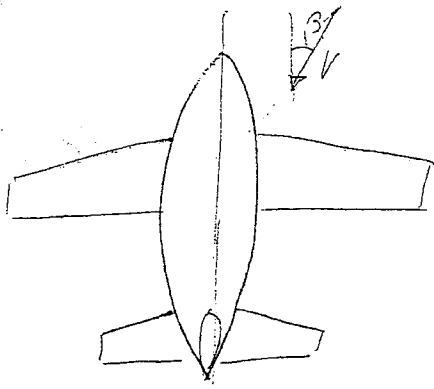
La forza laterale generata dal piano verticale di coda o dalle interazioni aerodinamiche del velivolo se insorge un angolo di derapata provoca una traslazione del velivolo.

Il coefficiente di forza laterale può essere espresso come:

$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta} \beta + C_{y_{\delta_a}} \delta_a + C_{y_{\delta_r}} \delta_r$$

Ovviamente il primo termine è generalmente nullo poiché si evita di costruire velivolo che presentino delle asimmetrie considerevoli.

Presenza di un angolo di derapata



Il C_{y_β} può essere scomposto come somma di due contributi, uno dovuto al velivolo parziale e l'altro dovuto al p.v.c.

$$C_{y_\beta} = C_{y_{\beta_{WB}}} + C_{y_{\beta_v}}$$

Per quanto riguarda il velivolo parziale, il contributo maggiore è quello della forza resistente agente sulla fusoliera (prevalentemente resistenza di scia).

Il vento laterale, come già visto per il momento di rollio, reagisce come una superficie portante al vento laterale, per cui:

$$C_{y_v} = -C_{L\alpha} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \beta$$

Siccome la forza laterale per angoli di derapata positivi è diretta verso sinistra, il coefficiente relativo deve essere negativo. Va inoltre poi riscalato con i corretti fattori di adimensionalizzazione.

$$Y = q_\infty S C_y \quad Y_v = q_v S_v C_{y_v} \quad C_y = \eta_v \frac{S_v}{S} C_{y_v}$$

$$C_{y_\beta}|_v = -C_{L\alpha} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \eta_v \frac{S_v}{S}$$

Tale coefficiente è più piccolo della pendenza della retta di portanza, ed ha scarsa dipendenza da Mach, eccetto che nel regime transonico.

Il contributo della deriva è sicuramente più rilevante se ragioniamo in termini di "forza portante", poiché la fusoliera è un corpo tozzo, e che quindi reagisce con forza legata soprattutto alla resistenza.

Deflessione del timone

Se defletto il timone nella direzione positiva ho un momento di imbardata negativo poiché insorge una forza nella direzione positiva. L'entità di tale forza dipende come al solito dalla deflessione e dall'efficacia della superficie mobile.

$$C_y|_{\delta_r} = \frac{dC_L}{d\delta_r} \delta_r = \frac{dC_L}{d\alpha} \frac{d\alpha}{d\delta_r} \delta_r = C_{L\alpha} \tau \delta_r$$

Anche in questo caso occorre riscaldare tramite gli opportuni coefficienti di adimensionalizzazione e derivare rispetto a δ_r . $C_{y_{\delta_r}} = \eta_v \frac{S_y}{S} C_{L\alpha} \tau$

Deflessione degli alettoni

L'effetto degli alettoni è quasi sempre trascurabile rispetto alla forza laterale. Ci sono tuttavia particolari configurazioni in cui l'alettone è talmente prossimo all'estremità da essere soggetto ai vortici di estremità che riportano i flussi fluidi dal ventre al dorso.

Sull'ala che presenta l'alettone abbassato l'effetto è molto più consistente rispetto a quella con alettone alzato, dove la depressione è meno consistente. Se l'estremità alare è, per esempio, cilindrica, il fenomeno può essere notevolmente amplificata.

Altri scompensi possono essere provocati da stabilizzatore differenziale (vedi figura 3.41) poiché la differenza di pressione tra le due superfici si esplica come forza laterale sulla superficie del piano verticale di coda: il fenomeno sui velivoli militari può avere grande rilevanza, e può dar luogo anche ad un momento di rollio aggiuntivo, oltre che di imbardata.

Momento di imbardata

$$N = q_\infty S b C_N(\beta, \delta_a, \delta_r)$$

$$C_N = C_{N_\beta} \beta + C_{N_{\delta_a}} \delta_a + C_{N_{\delta_r}} \delta_r$$

Angolo di derapata

Possiamo scinderlo in tre contributi principali, dovuti rispettivamente a fusoliera, piano alare e piano di coda.

Nel caso della fusoliera, se è presente un angolo di derapata, la parte prodiera tende ad incrementarlo, ovvero il muso tende a ruotare verso sinistra ed ho un momento di imbardata negativo, dipendente dalla posizione del baricentro e dalla forma della

fusoliera: $C_{N_{\beta\beta}} = -57.3 K_n K_{R\beta} \frac{S_f l_f}{S b}$

S_f = superficie laterale della fusoliera

K_n = è una costante dipendente dalla snellezza della fusoliera

K_{Re} = costante dipendente dal numero di Re, valutato secondo la lunghezza della fusoliera (per cui ha un ordine di grandezza maggiore rispetto a quello a cui è sottoposta l'ala).

$$Re = \frac{\rho V l_f}{\mu}$$

Il contributo dell'ala è molto piccolo, ed è dovuta all'incremento di resistenza indotta sull'ala in cui si verifica un aumento di carico. Per angoli di derapata positivi ho un incremento di carico sulla semiala destra e un conseguente momento di imbardata dovuta all'aumento di resistenza indotta, positivo perché ruota il muso verso destra (tende a riportare il muso nella corrente).

Il contributo del piano verticale di coda è quello più rilevante poiché rispetto al volo laterale si comporta come una superficie portante, ed il braccio è notevole). La deriva dà un contributo positivo per angoli di derapata positivi, e questo ci fa piacere perché è stabilizzante, dato che riporta il muso nel letto della corrente. Si tratta insomma di una vera e propria derivata di stabilità relativa alla stabilità direzionale ($C_{N_p} > 0$): si parla di weathercock stability.

L'espressione è analoga a quella della forza laterale, con l'aggiunta di un opportuno braccio adimensionalizzato.

$$C_{N_p}|_v = +C_{L\alpha_v} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v \frac{S_v l_v}{S b} = +C_{L\alpha_v} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \eta_v V_v$$

Per garantire la stabilità longitudinale il p.v.c. deve fornire un C_{N_p} tale da equilibrare il contributo instabilizzante della fusoliera e fornire il necessario margine per la stabilità. Non bisogna eccedere poiché il velivolo rischia di riportarsi troppo violentemente nella condizione di equilibrio.

V_v è detto rapporto volumetrico del piano verticale di coda.

Deflessione del timone

Per definizione una deflessione positiva dà luogo ad un coefficiente di momento di imbardata negativo. L'espressione è del tutto analoga a quella del coefficiente di forza laterale, tenendo conto della presenza di un braccio opportunamente adimensionalizzato.

$$C_{N_\delta} = -\eta_v \frac{S_v}{S} C_{L\alpha_v} \tau \frac{l_v}{b} = -\eta_v C_{L\alpha_v} \tau V_v$$

Si ricorre al timone per fornire un momento di imbardata in virata, oppure per contrastare l'effetto stabilizzante del p.v.c. in fasi come l'atterraggio, in cui vogliamo che le ali siano parallele alla pista.

Tuttavia l'aereo tende anche a rollare, per cui devo agire sugli alettoni per contrastare tale effetto. Inoltre si fa ricorso ad essi anche perché l'inclinazione del vettore portanza consente di equilibrare la forza laterale ed evitare la traslazione nel piano orizzontale.

Deflessione degli alettoni

Poniamo di voler rollare a destra: abbasso l'alettone sinistro e alzo quello destro. L'incremento di carico sull'ala ^{sinistra} ~~destra~~ fa aumentare la resistenza indotta, per cui il muso tende a ruotare a sinistra (momento di imbardata inversa). È un effetto presente comunque solo nella fase iniziale della manovra, finché l'ala sopravvento non si inclina determinando l'inclinazione del vettore portanza tale da riportare il muso a destra e compiere, per esempio, la virata.

È un effetto indesiderato, a cui posso far fronte in due modi:

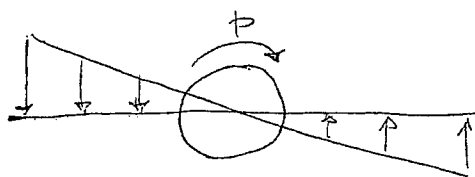
- deflessione differenti degli alettoni;
- Alettoni frise, ovvero alettoni che profilano quando vengono alzati, generando un incremento di resistenza che va a far fronte all'aumento di resistenza indotta sull'altra ala. Tale soluzione è poco pulita aerodinamicamente e necessita di un alettone più ingombrante. Un alettone di questo tipo riduce comunque lo sforzo di barra.

Il momento di imbardata inversa può creare problemi strutturali sui velivoli militari, dato che su parte della struttura molto sottile come l'alettone agisce un forte momento picchiante. Se la struttura si deforma elasticamente può essere annullato o addirittura invertito l'effetto degli alettoni.



Velocità angolare di rollio

Le manovre non sono istantanee; supponiamo comunque di voler andare a valutare cosa accade una volta superato il transitorio se il velivolo presenta un moto angolare di rollio.



La distribuzione delle velocità sulle ali è triangolare, e il massimo valore è assunto alle estremità. In figura è riportato il velivolo visto da dietro (velocità di rollio positiva, tende ad abbassare l'ala destra): l'ala destra vede un incremento di angolo d'attacco e quindi di carico.

Tale variazione di incidenza viene fuori dalla composizione della velocità periferica con quella di avanzamento, per cui:

$$\Delta\alpha_r = \arctan \frac{pY}{V} \cong \frac{pY}{V} \quad \Delta\alpha_l = -\frac{pY}{V}$$

L'ala che si abbassa vede un aumento di carico che si oppone al moto di rollio: la derivata $\frac{\partial C_l}{\partial p}$ è una derivata smorzante, ed è negativa. È utile che sia così, poiché se fosse positiva tenderebbe ad incrementare ulteriormente la velocità angolare di rollio.

Per ricavarne una stima analitica ricorriamo al metodo delle strisce.

Tenendo conto dell'incremento di carico sulla generica striscia, e del braccio rispetto all'asse di rollio, la variazione di momento di rollio è pari a:

$$\Delta \ell = -2 \int_0^{b/2} q_\infty C_{l\alpha} c y \frac{p y}{V} dy = -2 q_\infty C_{l\alpha} \frac{p}{V} \int_0^{b/2} c y^2 dy$$

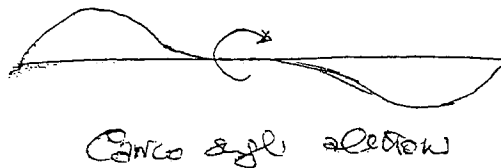
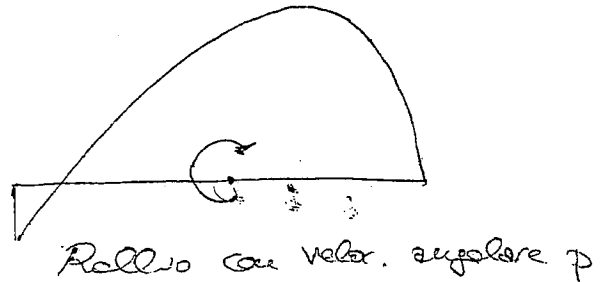
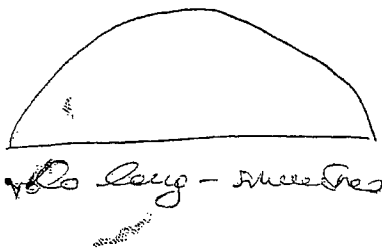
Adimensionalizziamo la velocità di rollio moltiplicandola per un tempo: $\bar{p} = \frac{p b}{2V}$ (la lunghezza per l'adimensionalizzazione è metà della apertura alare):

$$\Delta \ell = -\frac{4}{b} q_\infty C_{l\alpha} \bar{p} \int_0^{b/2} c y^2 dy \Rightarrow C_l = \frac{\Delta \ell}{q_\infty S b} = -\frac{4}{S b^2} C_{l\alpha} \bar{p} \int_0^{b/2} c y^2 dy = -\frac{AR}{4} C_{l\alpha} \bar{p} \int_0^1 \bar{c} \eta^2 d\eta$$

Derivando rispetto alla velocità di rollio adimensionalizzata otteniamo la derivata di smorzamento al rollio.

$$C_{l_p} = -\frac{4}{S b^2} C_{l\alpha} \int_0^{b/2} c y^2 dy = -\frac{AR}{4} C_{l\alpha} \int_0^1 \bar{c} \eta^2 d\eta$$

Valutiamo le distribuzioni di pressione sull'ala in moto longitudinal-simmetrico e in caso di rollio con velocità angolare p .



Alla distribuzione rappresentata al centro andrebbe sovrapposta quella dovuta alla deflessione degli alettoni (a destra), che dà il contributo più rilevante nel moto di rollio. Da tale distribuzione capiamo perché ho notevoli variazioni di sollecitazione a flessione: i contributi dell'alettone vanno a sovrapporsi a quelli del moto angolare di rollio, scaricando di fatto le estremità alari.

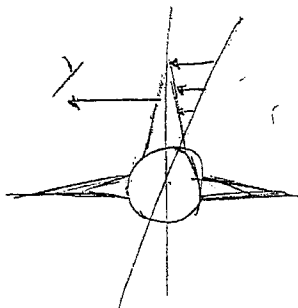
Le due forze tuttavia hanno natura molto diversa: la variazione di carico fa cambiare la forza nel c.a. del profilo, mentre nel caso dell'alettone il cambiamento del carico è fortemente localizzato. Ciò comporta un notevole sforzo torcente, che è dimensionante per gli alettoni.

Momento di imbardata

Se $p > 0$, la semiala destra è più carica; ciò comporta una maggiore resistenza indotta, e di conseguenza un momento di imbardata positivo (tende a ruotare il muso a destra). L'espressione è analoga a quella trovata precedentemente per il coefficiente di momento di rollio, tenendo conto però che qui il momento dipende dall'incremento di resistenza (si può ricavare anch'esso con il metodo delle strisce):

$$C_{N_p} = + \frac{4}{Sb^2} C_{D\alpha} \int_0^{b/2} cy^2 dy = - \frac{AR}{4} C_{D\alpha} \int_0^1 \bar{c} \eta^2 d\eta$$

Piano verticale di coda



Al solito guardiamo il velivolo da dietro. Anche il p.v.c. presenta una distribuzione delle velocità (stavolta trapezoidale, vedi fig. 3.62), che comporta una variazione di β : $\Delta\beta = \frac{z_v p}{V}$

Complessivamente insorge una forza che agisce nel c.a. del p.v.c.; per $p > 0$ ho una forza laterale verso sinistra, ed un momento di rollio negativo: anche il p.v.c. è smorzante come il piano alare. Effetto

analogo ha il p.o.c., anche se con effetti molto meno notevoli rispetto alle ali; siccome però lavora in flusso disturbato, si riscalda il suo contributo con un fattore 0.5, oltre che con i relativi fattori di adimensionalizzazione.

La forza laterale determina anche un momento di imbardata positivo $C_{N_p} > 0$

Proviamo a fare una stima del valore assunto da C_{N_p}

Per avere un valore costante della variazione di β si fa ricorso alla distanza tra c.a. del p.v.c. e l'asse stabilità di rollio. $\Delta\beta = \frac{h_v p}{V}$

Non dobbiamo dimenticare della presenza dell'angolo di sidewash, dovuto in questo caso principalmente al fatto che le estremità alari rilasciano una scia vorticosa con

una certa velocità angolare che investe il p.v.c. L'angolo di sidewash sarà quindi proporzionale in prima battuta alla velocità angolare di rollio.

$$\sigma|_v = \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}} \frac{pb}{2V}$$

Ne ricaviamo:

$$\beta_v = \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \beta + \left(\frac{2h_v}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}}\right) \frac{pb}{2V}$$

In prima approssimazione ala e piano verticale di coda danno contributi positivi al momento di imbardata; ciò è positivo poiché se abbasso l'ala destra voglio compiere una virata a destra, per cui voglio che il muso ruoti verso destra!

Nell'ala però non è detto che a rigori sia proprio così, dato che devo tenere conto di un altro contributo, dovuto all'inclinazione del vettore portanza (vedi fig. 3.66): l'ala che si abbassa vede incrementare il carico e ruotare il vettore portanza in avanti, quella che si alza vede diminuire il carico e ruotare il vettore portanza indietro. Ne nasce un momento di imbardata negativo. $C_{N_{pr}} < 0$

Tale effetto va a sovrapporsi a quello dovuto alla resistenza indotta; bisogna andare poi a valutare quale dei due è predominante.

Velocità di aspirazione

Facciamo riferimento alla fig. 3.67. L'asimmetria del carico sulle due semiali genera un altro effetto, non sempre trascurabile in particolari configurazioni (estremità alari arrotondate, serbatoi di estremità). Se $p > 0$, sulla semiala destra ci sono zone di forte depressione tra dorso e ventre dell'ala, che possono determinare fenomeni di scorrimento dell'aria molto più notevoli rispetto all'altra semiala. Ne viene fuori una forza laterale positiva sulla semiala destra molto più intensa di quella che agisce sulla semiala sinistra e di segno negativo, per cui complessivamente $C_{y_{pr}} > 0$.

La fusoliera, avendo anche le estremità poco distanti dall'asse di rollio, non dà contributo notevole.

Espressioni finali dei coefficienti

$$C_{Y_p} = (C_{Y_p})_W - \eta_v \frac{S_v}{S} \left(2 \frac{h_v}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}}\right) C_{L\alpha}$$

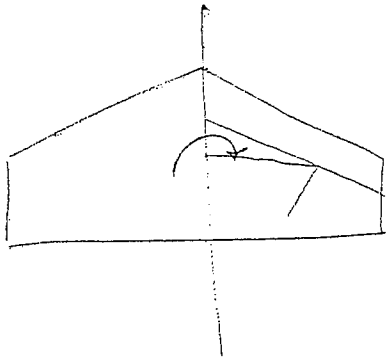
$$C_{L_p} = (C_{L_p})_W + 0.5 \eta_H \frac{S_H}{S} \left(\frac{b_H}{b}\right)^2 C_{L_{pH}} - \eta_v \frac{S_v}{S} \frac{h_v}{b} \left(2 \frac{h_v}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}}\right) C_{L\alpha}$$

$$C_{N_p} = (C_{N_p})_W + \eta_v V_v \left(2 \frac{h_v}{b} - \frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}}\right) C_{L\alpha}$$

Un'espressione approssimata per calcolare l'effetto sidewash è $\frac{\partial \sigma}{\partial \bar{p}} \cong \frac{2h_{vw}}{b}$

Il termine al numeratore è la distanza tra c.a. del p.o.c e la retta di portanza nulla del velivolo parziale (non varia molto nel velivolo completo).

Velocità angolare di imbardata



Nel moto di imbardata una semiala avanza e l'altra arretra, per cui ho variazioni della velocità asintotica. Se la velocità angolare di imbardata è positiva (il muso ruota a destra) l'ala destra arretra ed ho una diminuzione di portanza, che invece cresce sull'ala sinistra. $C_{l_w} > 0$

Si potrebbe valutare questo contributo con il metodo delle strisce; in realtà insorgono però delle complicazioni geometriche, dovute al fatto che il c.a. di ciascun profilo durante la rotazione si muove lungo la perpendicolare alla congiungente al baricentro, per cui la velocità che si compone con quella di avanzamento è diretta lungo tale direzione. Tuttavia la velocità che otteniamo non è quella efficace, ovvero quella vista dal bordo d'attacco.

L'ala più carica (quella che avanza) in ogni caso ha una resistenza indotta maggiore, che comporta un momento di imbardata smorzante. $C_{N_w} < 0$.

Valutiamo gli altri contributi:

- La fusoliera, se fatta ruotare intorno al baricentro, fa insorgere forze che si oppongono al moto di imbardata, per cui anch'essa dà luogo ad un coefficiente di imbardata negativo. È da preferire la sezione ellittica o rettangolare per avere smorzamento elevato, cosa è che utilissima, per esempio, quando si entra in vite.
- L'ala, come detto, contribuisce al momento di rollio tramite la variazione di carico, difficile da esprimere in termini degli angoli per complicazioni geometriche.

$$C_{l_w} = -\frac{1}{q_\infty S b} \int_{-b/2}^{+b/2} (q_w - q_{w_i}) C_{Lc} y dy$$

Il contributo in genere è piccolo, ma può diventare notevole per ali a forte freccia. È un effetto la cui intensità è inoltre legata all'assetto, per cui è maggiormente sentito in fasi come il decollo e l'atterraggio.

- Il piano di coda verticale reagisce come una superficie portante che vede variazioni di angolo d'attacco; per velocità di imbardata positiva, il p.v.c. vede una componente della velocità verso destra, e quindi un incremento di carico: ho una forza nella direzione positiva, che determina un momento di imbardata negativo ed un momento di rollio positivo.

$$C_{Y_w} = \eta_v \frac{S_v}{S} \left(2 \frac{l_v}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right) C_{L\alpha_v}$$

$$C_{l_{rv}} = \eta_v \frac{S_v}{S} \frac{h_v}{b} \left(2 \frac{l_v}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right) C_{L\alpha_v}$$

$$C_{N_w} = -\eta_v V_v \left(2 \frac{l_v}{b} + \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right) C_{L\alpha_v}$$

Considerazioni aggiuntive

Finora abbiamo fatto alcune ipotesi fondamentali:

- Linearità e sovrapponibilità degli effetti
- Trascurabilità degli effetti dovuti alla spinta
- Moto longitudinale influenzato solo dai parametri longitudinali (α, i_H, δ_e), e moto latero-direzionale influenzato solo dai parametri latero-direzionali ($\beta, \delta_a, \delta_r$).

Per quanto riguarda l'ultima ipotesi, a rigori ovviamente non è verificata e dovremmo tener conto anche degli effetti incrociati: per esempio la presenza di un angolo di derapata positivo su un'ala a freccia fa avanzare il centro di pressione sulla semiala destra, mentre sulla semiala sinistra succede l'esatto contrario; ne ricaviamo un momento di beccheggio positivo (resta tale anche quando l'angolo di derapata è negativo!).

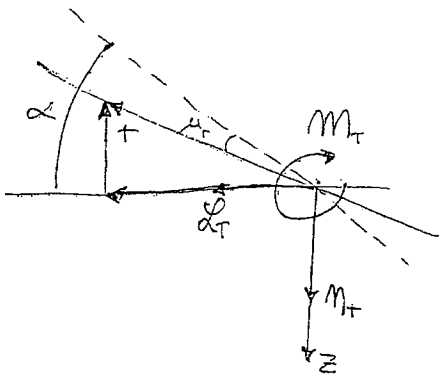
Possiamo, per esempio, avere un aereo da caccia con muso a cono a che vola ad elevata incidenza; in tal caso i vortici si staccano alternativamente dal muso del velivolo, dando luogo a momenti di rollio e di imbardata.

Si preferisce allora una notazione matriciale in cui siano contenute tutte le dipendenze tra coefficienti e parametri di controllo (qualora siano trascurabili o la loro stima sia difficoltosa si inseriscono degli zeri nella matrice). Le varie derivate di controllo, di volo, di stabilità vanno effettuate fissando chiaramente i vari raggruppamenti adimensionali, primo fra tutti M . (vedi tabella 3.8).

Contributo della spinta

Può accadere che l'asse di spinta non sia baricentrale e possa essere presente un effetto della spinta sul momento di beccheggio (raramente ci sono contributi al rollio o all'imbardata data la simmetria del velivolo). Tuttavia la spinta può contribuire anche nel caso in cui sia baricentrale con altri tipi di fenomenologie. Abbiamo due differenti tipi di effetti:

- Effetti diretti, dovuti direttamente alla direzione della spinta
- Effetti indiretti, connessi alla scia delle eliche, dei getti, ecc.



Sia μ_T l'angolo tra la direzione della spinta e l'asse di riferimento delle incidenze.

$$T_x = T \cos(\alpha - \mu_T)$$

$$T_y = 0$$

$$T_z = -T \sin(\alpha - \mu_T)$$

Fissato il grado di ammissione, la spinta dipende dalla quota di volo e dalla velocità.

Teoria dell'elica

L'elica presenta alcune caratteristiche costruttive:

- Variazione della corda lungo l'apertura (piccola alla radice, cresce nella parte centrale per poi tornare a diminuire verso l'estremità);
- Spessore maggiore alla radice rispetto alle estremità;
- Distribuzione di angoli di calettamento (alla radice ho angoli maggiori rispetto al piano di rotazione, all'estremità è quasi nullo); ciò avviene perché ciascun profilo vede una velocità periferica differente; se voglio lo stesso angolo d'attacco devo avere calettamenti differenti)
- Possibilità di forme geometriche differenti per i profili.

Dal punto di vista del comportamento aerodinamico l'elica non è altro che un'ala svergolata.

La parte centrale è detta mozzo, e non contribuisce alla spinta. Il raggio dell'elica è la distanza tra estremità e radice (non si considera quindi il mozzo, ma solo la parte utile per la generazione di spinta). La variabile indipendente per individuare le grandezze è quindi la distanza r dall'asse di rotazione.

Ogni singolo profilo produce una forza: $l(r) = C_p(r) c d r \cdot \frac{1}{2} \rho (\Omega r)^2$

Va evitata una velocità periferica troppo elevata poiché devo impedire che le estremità alari lavorino in transonico, con formazione di onde d'urto e conseguente incremento del rumore e dei consumi, nonché delle vibrazioni.

La forza generata è ortogonale al vettore velocità (stiamo considerando la componente "portante"), per cui al punto fisso contribuisce completamente alla spinta. Devo comunque tener conto del fatto che ho anche una distribuzione di resistenza distribuita, la quale va moltiplicata per il braccio in modo da ottenere la coppia resistente, da contrastare con la coppia motrice.

Se non avessi coppia resistente, avrei i soli attriti interni del motore (che, com'è logico, vanno ridotti al minimo), e il motore continuerebbe ad accelerare fino ad arrivare ad un fuori giri. $\Pi = Q\Omega = \text{potenza erogata dal motore}$

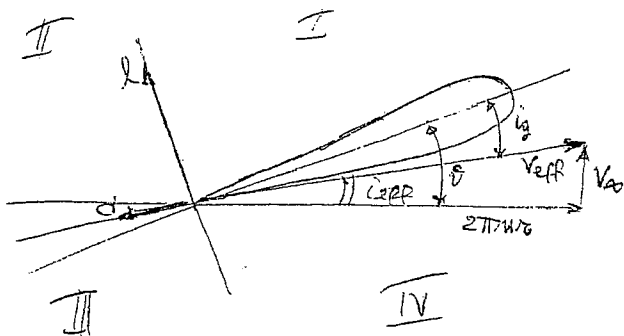
Ricorda: $ICV = \frac{1W}{746}$

Il motore va dimensionato in modo ad fornire allo stesso numero di giri dell'elica una coppia motrice pari a quella resistente. Se ho un esubero di coppia motrice l'elica accelera in modo da aumentare la coppia resistente (la resistenza aumenta in relazione alla velocità periferica) fino a raggiungere una nuova condizione di equilibrio.

Funzionamento dell'elica in condizioni di progetto

Per le ragioni addotte in precedenza, abbiamo visto che alla radice è presente un forte angolo di calettamento; ciò fa sì che tale regione lavori male al punto fisso perché stallata. Ho una coppia resistente molto elevata, pur presentando il vantaggio di avere portanza diretta tutta lungo la direzione della spinta: avendo parte dell'elica stallata ho generazione di portanza inferiore rispetto alle condizioni di progetto.

Vogliamo che l'elica lavori all'efficienza massima, ovvero ciascun profilo deve vedere la corrente con angolo di attacco pari all'assetto di efficienza massima sulla polare. Nota insomma la velocità di avanzamento in crociera e il numero di giri di progetto, dobbiamo determinare la distribuzione dei calettamenti in modo che ciascun profilo veda un angolo pari a $\alpha_{F_{max}}$.



Consideriamo uno dei profili prossimo alla radice, con calettamento abbastanza pronunciato.

$$V_{eff} = \sqrt{(2\pi nr)^2 + V_{\infty}^2}$$

L'incidenza geometrica del profilo è:

$$i_g = \vartheta - \frac{V_{\infty}}{2\pi nr}$$

Abbiamo fatto l'ipotesi di piccoli angoli poiché in genere la velocità periferica è grande rispetto a quella di avanzamento.

Avendo all'estremità una velocità periferica più elevata, per mantenere la stessa incidenza ho bisogno di angoli di calettamento più piccoli.

Si definisce passo geometrico l'avanzamento apparente dell'elica come filetto della madre vite; nella realtà l'elica slitta in avanti, per cui non percorre tutto il passo.

Il passo è l'avanzo per giro, ed è dipendente dal calettamento; per definirlo si sceglie il punto a $\frac{3}{4}$ del raggio. A parità di diametro posso avere soluzioni differenti:

- Passo piccolo, ovvero elica può ruotata nel piano: in tal caso ho angoli di calettamento più piccoli e ho la massima efficienza a basse velocità, ovvero nelle salite e nelle discese;
- Passo grande, ovvero elica con angoli di calettamento più elevati: in tal caso ho la massima efficienza a velocità più elevate. È una situazione ottimale in crociera, ma sicuramente svantaggiosa in fase di decollo.

Nelle eliche a passo variabile le pale sono collegate al mozzo tramite un meccanismo in grado di ruotare in modo da calibrare il passo per migliorare le prestazioni.

Per quanto riguarda la spinta ho contributo positivo dato solo da una parte della portanza, mentre la resistenza fornisce un contributo negativo. Per quanto riguarda la coppia resistente, ho contributo negativo sia dalla portanza che dalla resistenza.

$$Q(r) = r(l \sin i_{eff} + d \cos i_{eff})$$

Al variare dell'angolo tra la velocità risultante e il piano di rotazione ho variazioni non solo in modulo ma anche in direzione di l e d . Possiamo suddividere il campo di moto in quadranti per ottenere le varie condizioni. Per esempio nel terzo quadrante ho T negativa (elica frenante).

Formule di Renard

Per valutare la spinta elementare ho bisogno di:

- Una pressione dinamica di riferimento (in genere si ricorre alla velocità periferica perché definibile anche al punto fisso);
- Un coefficiente di spinta
- Una superficie elementare di riferimento

$$dT = C_T \frac{1}{2} \rho (2\pi r)^2 c dr \quad dQ = C_q \frac{1}{2} \rho (2\pi r)^2 r c dr$$

La spinta e la coppia posso ottenerle tramite integrazione, tenendo conto che devo moltiplicare per il numero di pale:

$$T = N \int_0^{D/2} dT = C_T \rho n^2 D^4 \quad Q = N \int_0^{D/2} dQ = C_q \rho n^2 D^5$$

Per valutare le condizioni di funzionamento non ci serve tanto conoscere i valori della velocità di avanzamento e di quella periferica, bensì il loro rapporto, poiché può essere messo in relazione con l'incidenza geometrica del profilo.

Introduciamo il rapporto di avanzamento: $J = \frac{V_\infty}{nD}$

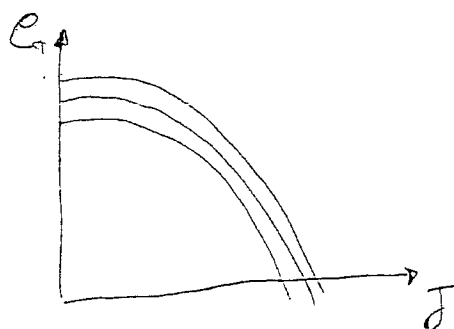
I coefficienti di Renard dipendono da M , Re , J e dal rapporto tra passo e diametro (si sceglie come riferimento il passo a $\frac{3}{4}$ del raggio).

Per la caratterizzazione geometrica di un'elica si fa ricorso ad un grafico come quello di fig. 6.11, in cui:

- Sulle ascisse ricorro ad un'ascissa adimensionale che vara tra 0 e 1;
- b/D è il rapporto corda/diametro;
- h/b è lo spessore adimensionale, massimo alla radice (dove ho un elevato momento flettente per la distribuzione triangolare del carico) e decrescente verso l'estremità
- P/D è praticamente costante, eccetto la zona di radice in cui modifico sensibilmente il calettamento per migliorare il funzionamento al punto fisso (angoli di calettamento troppo elevati danno luogo a stallo al punto fisso).

Va notato che comunque nonostante le sollecitazioni notevoli a flessione, le pale possono anche essere molto sottili per la presenza delle forze centrifughe, che hanno un notevole effetto di irrigidimento.

Funzionamento dell'elica al variare di J



Al punto fisso ho il massimo coefficiente di spinta, poiché L è diretta tutta lungo l'asse dell'elica.

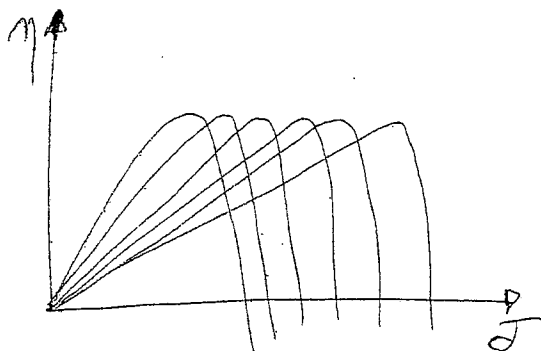
Le curve riportate in figura 6.12 sono ottenute al variare del passo. In tale grafico notiamo che il primo tratto (dove le curve sono molto ravvicinate) è tratteggiato poiché se il calettamento è grande l'elica funziona quasi completamente stallata.

Se il passo è piccolo (ovvero ala progettata per velocità inferiori) ho meno problemi al punto fisso e il

tratto tratteggiato è più breve.

Al crescere della velocità il coefficiente di spinta diminuisce poiché ruota il vettore forza aerodinamica risultante.

In figura 6.13 è rappresentato direttamente il coefficiente di potenza, ovvero $C_p = C_T J$. Tale coefficiente è massimo al punto fisso, in cui ho maggiori difficoltà a far avanzare la pala. Le curve tratteggiate sono quelle con lo stesso coefficiente di spinta.



Le curve di rendimento traslano al variare di passo, portando il valore del massimo rendimento a rapporti di avanzamento maggiori al crescere del passo (se il passo è grande le eliche sono progettate per funzionare bene a valori elevati del rapporto di avanzamento).

Se l'elica è a passo variabile posso ottenere le condizioni di massimo rendimento in un ampio range di rapporti di avanzamento. Posso quindi sfruttare il passo regolabile per far

funzionare il motore al numero di giri di omologazione per ottenere il miglior rendimento e ridurre i consumi.

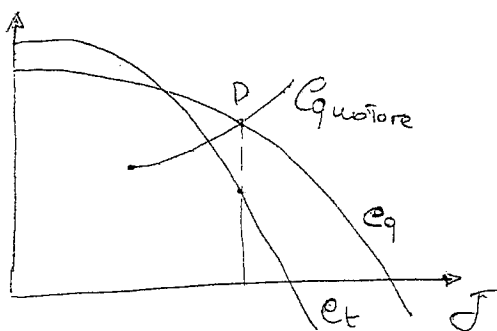
$$\eta = (\text{potenza elica}) / \text{potenza albero} = \frac{TV}{Q\Omega}$$

Per determinare il punto di funzionamento dell'elica, dobbiamo trovare le condizioni per le quali abbiamo equilibrio tra coppia resistente e coppia motrice. Se ho esubero di coppia motrice l'elica continua ad accelerare fin quando non si raggiunge un nuovo equilibrio.

Il procedimento da seguire è il seguente.

- Fissiamo quota di volo e velocità di avanzamento;

- Calcoliamo il coefficiente di coppia $C_Q = \frac{\Pi}{2\pi\rho n^3 D^5}$, in modo da ottenere una curva di potenza del motore;
- Calcoliamo il rapporto di avanzamento $J = \frac{V}{nD}$;
- Riportiamo la curva ottenuta su un grafico con le curve di C_T e C_Q dell'elica.



Ottengo un punto di intersezione, che individua il punto di funzionamento. Se cambio la potenza erogata, la curva si sposta e ho un nuovo punto di funzionamento. Il valore di J ottenuto mi consente di ricavare il coefficiente di spinta dell'elica e quindi di conoscere la spinta ottenuta per quel determinato regime.

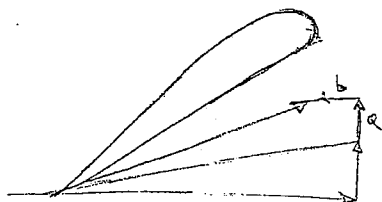
Se cresce la potenza ho una curva che trasla verso l'alto, incontrando valori del coefficiente di coppia resistente più elevati: ho un funzionamento equilibrato, che mi consente

entro certi limiti di evitare di andare fuori giri.

Quando il coefficiente di spinta si annulla (vedi pag.53), l'elica continua ad assorbire coppia; per portarmi ad avere coppia assorbita nulla devo portarmi ad un rapporto di funzionamento più elevato (a cui corrisponde un coefficiente di spinta negativo, elica frenante). In tal caso la potenza assorbita e quella erogata sono nulle e si parla di regime di autorotazione.

Vedi curva di potenza dei motori alternativi.

Fattori di interferenza



L'angolo d'attacco visto dal generico profilo dell'elica non è quello di incidenza geometrica, poiché interviene una riduzione dovuta ad un angolo d'incidenza indotta, tra l'altro variabile sull'elica (salvo il caso di distribuzione ellittica del carico).

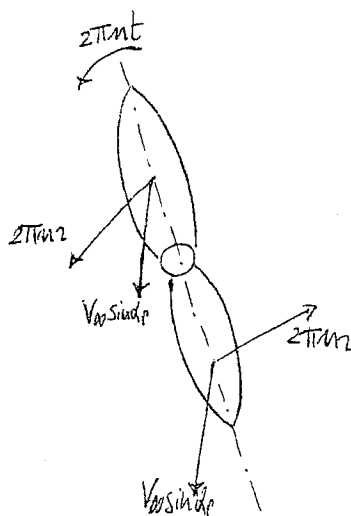
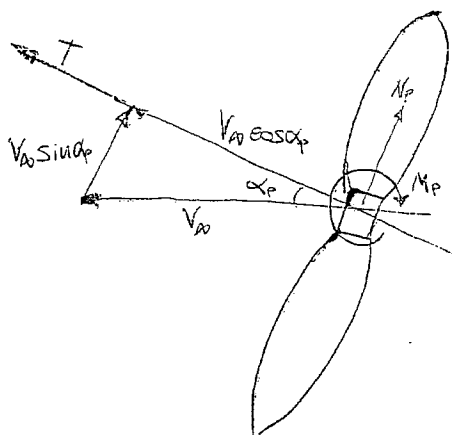
Intervengono dei fattori di interferenza radiale e assiale; in più le forze centrifughe tendono a far scorrere l'aria lungo la pala.

Flusso non assiale

Se l'elica avanza con un certo angolo d'attacco (flusso non assiale), noto come α_p (p=propeller), la velocità ha una componente nel piano del disco pari a $V_\infty \sin \alpha_p$, ed una componente assiale pari a $V_\infty \cos \alpha_p$: tali componenti vanno poi sovrapposte alle velocità periferiche delle pale, di intensità pari a $2\pi r$.

Se l'angolo spazzato al tempo t è $2\pi nt$, la velocità complessiva è:

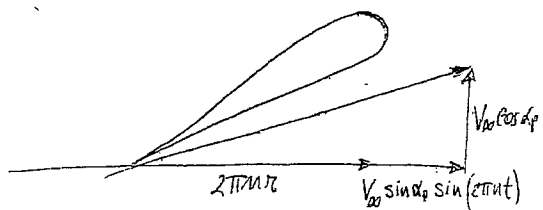
$$V_p = 2\pi nr + V \sin \alpha_p \sin(2\pi nt)$$



Essa è modulata da un termine dipendente dal tempo e che ci fornisce la direzione della velocità periferica, dando luogo ad un carico non uniforme sull'ala; la scia complessiva non risulta essere più allineata con l'asse dell'elica, per cui i fattori di interferenza risultano essere variabili e vanno corretti.

L'effetto complessivo è una forza N_p nel piano dell'elica diretta verso l'alto e un momento cabrante da tenere debitamente in conto nell'equilibrio del momento di beccheggio.

C'è infine un fattore di influenza sul momento di imbardata, poiché dalla proiezione frontale vediamo che il carico sull'ala che si abbassa è maggiore rispetto a quello dell'ala che si alza, ed il momento imbarcante è positivo per elica sinistrorsa, ovvero se ruota verso sinistra da un osservatore che la guarda frontalmente.



Gli effetti dipendono comunque dalla combinazione di J e dell'angolo α_p , e non

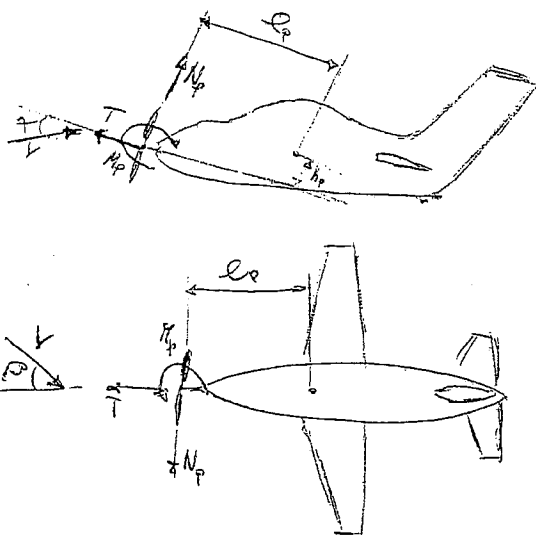
sempre sono rilevanti. Si può definire sperimentalmente una curva che ci dice per quali valori del rapporto di avanzamento e dell'angolo d'attacco dell'elica gli effetti vanno tenuti in conto o meno. Per poterla tracciare si effettua una scelta per il valore limite, per esempio il 5%. Se non sono trascurabili dobbiamo valutare i relativi coefficienti e le derivate aerodinamiche conseguenti.

Effetti dell'elica su forze e momenti

In termini di forze, prima di tutto valutiamo l'effetto della presenza di un corpo alle spalle dell'elica (per esempio la fusoliera). L'oggetto alle spalle dell'elica viene investito da una velocità maggiore di quella asintotica, per cui sarà interessato da una resistenza maggiore. Tuttavia se mettiamo, per esempio, un disco alle spalle dell'elica, abbiamo anche una spinta maggiore in avanti poiché l'aria incontra un impedimento al suo avanzamento.

Nella maggior parte dei casi i due effetti sono dello stesso ordine di grandezza, per cui tendono ad elidersi a vicenda.

Vogliamo valutare gli effetti dell'elica principalmente sui momenti di rollio, di imbardata e di beccheggio.



$$C_{mCG} = C_{mCG}|_{\text{aerodinamico}} + C_{mCGT}$$

Proiettando in pianta, un angolo di derapata viene visto come un angolo d'attacco e il flusso non è assiale. In questa proiezione il baricentro giace sicuramente sull'asse della spinta (è difficile che si progetti una spinta che presenti un momento di imbardata rispetto al baricentro).

La spinta può dar luogo a due tipi di effetti:

- Diretti, legati direttamente alle forze;
- Indiretti, connessi alla scia dell'elica, che modifica lo stato aerodinamico delle superfici di controllo.

La fusoliera tenderebbe a ruotare concordemente con l'elica, per cui dobbiamo tenere in considerazione un momento di rollio intrinsecamente connesso alla presenza di una coppia motrice.

$$C_{t_r} q_\infty S b = C_q \rho n^2 D^5 \Rightarrow C_{t_r} = \mp \frac{\rho n^2 D^4}{q_\infty S} \frac{D}{b} C_q$$

Tale contributo è negativo se l'elica è destrorsa (ruota a destra se vista frontalmente), poiché tende ad abbassare l'ala sinistra; va compensato dal pilota principalmente con gli alettoni. Può essere eliminato ricorrendo ad eliche controrotanti, che tra l'altro annullano anche gli effetti giroscopici.

Il momento di beccheggio è invece legato soprattutto alla distanza tra la retta d'azione della spinta e il baricentro, nonché all'effetto di N_p .

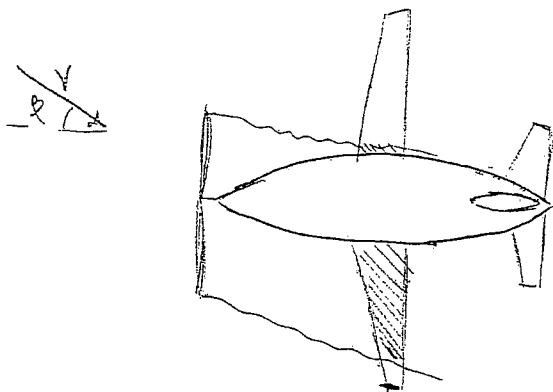
Tenendo conto che l'angolo visto dall'ala ^{di} non è proprio l'angolo d'attacco, poiché anche su di essa è indotto un upwash (rilevante per eliche vicino all'ala), e che ho il contributo $N_p l_p$, adimensionalizzando tutto coerentemente con quanto fatto nel moto

longitudinale, ottengo il coefficiente di momento di beccheggio dovuto agli effetti diretti della spinta: $C_{m_r} = \frac{\rho n^2 D^4}{q_\infty S} \left[\frac{h_p}{\bar{c}} C_T + \left(\frac{l_p}{\bar{c}} \frac{\partial C_{M_p}}{\partial \alpha} + \frac{D}{\bar{c}} \frac{\partial C_{M_p}}{\partial \alpha} \right) \left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \alpha \right]$

Espressione analoga vogliamo ricavarla per il momento di imbardata che si ottiene quando è presente un angolo di derapata. Non avendo il problema dell'upwash l'espressione è notevolmente semplificata.

$$C_{N_r} = -\frac{\rho n^2 D^4}{q_\infty S} \left[\frac{l_p}{b} \frac{\partial C_{N_p}}{\partial \alpha} + \left(\frac{D}{b} \frac{\partial C_{M_p}}{\partial \alpha} \right) \right] \beta$$

Per angolo di derapata positivo il momento di imbardata è negativo, ovvero ho un effetto instabilizzante sul momento di imbardata.



Alcune zone dell'ala vengono investite dalla scia dell'elica e vedono una pressione dinamica maggiore, e quindi un aumento della portanza generata. Se $\beta > 0$ la semiala destra è interessata in un'area più ristretta, per cui ottengo anche un momento di rollio proporzionale alla pressione dinamica e all'assetto (più intenso ai grandi assetti, ed è positivo perché tende ad abbassare la semiala destra).

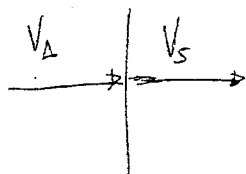
La scia investe anche i piani di coda, con due effetti differenti:

- La velocità è più elevata di quella di volo, per cui η_H e η_v sono maggiori di 1;
- La scia è rotazionale, per cui vengono alterati gli angoli d'attacco sulle superfici d.p.o.c. e p.v.c.

Si ricorre alle seguenti espressioni semiempiriche:

$$\Delta \eta_H = \left(\frac{V_s}{V} - 1 \right) \left(\frac{V_s}{V} - 1 + 2\sqrt{\eta_H} \right) \quad \Delta \eta_v = \left(\frac{V_s}{V} - 1 \right) \left(\frac{V_s}{V} - 1 + 2\sqrt{\eta_v} \right)$$

Il rapporto tra la velocità di scia e quella asintotica può essere ottenuto sfruttando la teoria del disco attuatore: la massa d'aria attraversa il disco rotante subendo un'accelerazione e un brusco salto di pressione.



Siano $\dot{V} = VA =$ portata volumetrica e $\dot{m} = \rho VA =$ portata massica.

Supponendo che in corrispondenza del disco la velocità sia la media aritmetica di quella a monte e a valle:

$$\dot{m} = \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{V + V_s}{2}$$

La potenza sfruttata dall'elica è pari alla variazione di

energia cinetica del fluido nell'unità di tempo.

$$T\left(\frac{V_s + V}{2}\right) = \frac{1}{2} \frac{\rho \pi D^2}{4} \left(\frac{V + V_s}{2}\right) (V_s^2 - V^2)$$

Facendo le opportune semplificazioni, introducendo le formule di Renard si ottiene:

$$\frac{V_s}{V} = \sqrt{1 + \frac{8 C_T}{\pi J^2}}$$

Come c'era da aspettarsi la velocità a valle del disco attuatore è maggiore di quella a monte; una superficie di controllo investita dalla scia dell'elica vede aumentare la propria efficienza notevolmente; tuttavia in fase di dimensionamento non devo tenere conto di questo effetto poiché il velivolo deve essere in gradoni funzionare anche a motore spento.

Effetti della scia rotatoria su ε e σ

Se il flusso non è assiale ho una scia rotatoria che fa variare il campo di moto e conseguentemente gli angoli di downwash e sidewash. Essendo l'elica assialsimmetrica le due variazioni sono del tutto equivalenti.

$$\Delta \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = A + B \left(\frac{\partial C_{N_p}}{\partial \alpha} \right)_{C_T=0} \quad A \text{ e } B \text{ sono determinati da curve semiempiriche.}$$

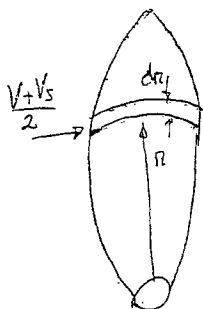
Ho un effetto connesso alla rotazione della scia a velocità angolare ω_s ; sul p.v.c. insore una forza aerodinamica, che moltiplicata per il braccio e adimensionalizzata opportunamente mi dà: $\Delta C_L = \pm (\eta_V + \Delta \eta_V) \frac{S_v h_v}{S_b} \frac{\omega_s h_v}{V_\infty} C_{L\alpha}$.

h_v è la distanza del c.a. del piano verticale di coda dall'asse di spinta; $\omega_s h_v$ è la velocità periferica.

Il fattore di adimensionalizzazione è $q_\infty S_b$ per garantire la sommabilità con gli altri coefficienti trovati per il moto latero-direzionale.

Analogamente si ottengono:

$$\Delta C_N = \mp (\eta_V + \Delta \eta_V) \frac{S_v h_v}{S_b} \frac{\omega_s h_v}{V_\infty} C_{L\alpha} \quad \Delta C_L = \pm (\eta_H + \Delta \eta_H) \frac{S_H y_H}{S_b} \frac{\omega_s y_H}{V_\infty} C_{L\alpha_H}$$



Per determinare la velocità angolare, partiamo ricavando l'area elementare $dA = 2\pi r dr$. La portata massica che interessa tale area è: $dm = \rho \frac{V_s + V}{2} dA$

(abbiamo applicato la teoria del disco attuatore).

Il momento della quantità di moto è:

$dm r \omega_s r$, dove $r \omega_s$ è la velocità periferica, e r è il braccio.

Integrando sull'intera pala:

$$\int_0^{D/2} \omega_s r^2 \rho \frac{V_s + V}{2} 2\pi r dr = \int_0^{D/2} dQ \Leftrightarrow \pi \omega_s \rho (V_s + V) \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^{D/2} = C_q \rho n^2 D^5 \text{ da cui } \omega_s = \frac{64 C_q}{\pi J} \frac{n}{\frac{V_s}{V} + 1}$$

Velivoli propulsi a getto

Faremo riferimento alle figure a pag. 219, in cui D_i la resistenza di imbocco delle prese d'aria, mentre F_j è la componente della spinta nella direzione dell'asse di spinta (la spinta vera e propria è ottenuta tenendo conto del calettamento).

La resistenza di imbocco forma un angolo α_i rispetto al riferimento delle incidenze, ed è proporzionale ad una portata massica e ad una velocità: $D_i = W_a V$

Va tenuto debitamente in conto anche il possibile effetto downwash che può influenzare l'angolo visto dalle prese d'aria.

Supponendo che D_i agisca tutta lungo l'asse x , risulta:

$$T_x \cong F_j \cos(\alpha - \mu_j) - W_a V \quad T_z \cong -F_j \sin(\alpha - \mu_j)$$

La spinta ottenuta può dare contributo anche in termini di momenti di imbardata (vedi figura) dovuti alla possibile presenza di un angolo di derapata, che fa variare la direzione di D_i .

Valutando tutti i possibili contributi ottengo:

$$C_{m_r} = \frac{1}{q_\infty S} \left\{ W_a V \left[\left(1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) \alpha - \mu_i \right] \frac{l_i}{c} + F_j \frac{h_j}{c} \right\}$$

$$C_{N_r} = -\frac{1}{q_\infty S} W_a V \frac{l_i}{b} \beta$$

In base a quanto sappiamo dalla stabilità statica, il contributo al momento di imbardata è instabilizzante (tende ad allontanare il muso dalla corrente). Inoltre ho un coefficiente di momento di beccheggio non nullo anche quando il velivolo complessivamente non porta grazie alla presenza delle prese d'aria.

Per i velivoli a getto in genere gli effetti indiretti sono trascurati, poiché data l'alta temperatura del getto si preferisce evitare che questo incontri il p.o.c. sottoponendolo ad elevati stress termici. Può accadere tuttavia che sia disposto in modo tale da essere lambito da una corrente d'aria secondaria accelerata dall'azione del getto. In tal caso il getto si comporta come una superficie solida e il p.o.c. lavora come se fosse sottoposto ad effetto suolo. Questo fenomeno raddrizza i filetti fluidi riducendo il downwash e incrementando l'efficacia della superficie mobile. È un effetto notevole in termini di momento di beccheggio ma è complesso da valutare.

Manovre

Per studiare una manovra posso ricorrere a due differenti metodologie:

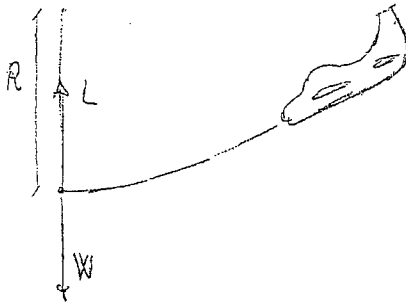
- Risoluzione delle equazioni differenziali del moto istantaneamente; in tal caso, essendo il velivolo a 6 gradi di libertà, dovrò scrivere 6 equazioni differenziali in 6 incognite.
- Ipotesi di volo uniforme: in ogni istante della manovra il velivolo è in equilibrio, ovvero non presenta accelerazioni rilevanti.

Richiamata e loop

La richiamata viene effettuata dal pilota tirando a sé la barra. In tal caso:

$$F_R = L - W = W(n-1) = \frac{W V_\infty^2}{g R} \quad R = \frac{V_\infty^2}{g(n-1)}$$

Come accade anche nella virata corretta, ho un incremento di peso apparente; se il pilota non ha il riferimento dell'orizzonte non può sapere quale manovra sta effettuando.



Nel caso della richiamata inversa, detta anche imbarcata, L e W sono nello stesso verso, per cui ho uno sgravio di L grazie a W; mentre nella parte bassa della traiettoria la portanza deve equilibrare il peso e fornire la forza centripeta per tenersi su una traiettoria curva, in questo caso il "peso" aiuta la portanza. Otteniamo:

$$R = \frac{V_\infty^2}{g(n+1)} \quad \omega = \frac{g(n+1)}{V_\infty}$$

La manovra effettuata per compiere un cerchio completo viene detta loop. Ricordando l'espressione della portanza, possiamo scrivere:

$$R = \frac{2L}{\rho_\infty S C_L g \left(\frac{L}{W}\right)} = \frac{2}{\rho_\infty C_L g} \left(\frac{W}{S}\right)$$

R è inversamente proporzionale al coefficiente di portanza e direttamente proporzionale al carico; inoltre cresce con la quota poiché diminuisce la densità.

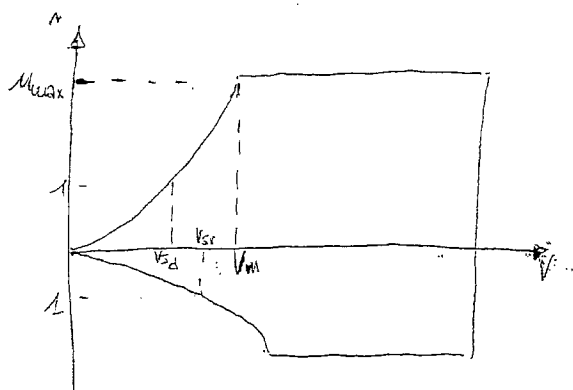
Un velivolo molto leggero ha piccolo R rispetto ad un caccia che ha elevato carico alare; il caccia tuttavia recupera in termini di R tenendo conto che ha una velocità molto più elevata dato l'elevato rapporto spinta/peso.

Per quanto riguarda la velocità angolare:

$$\omega = \frac{gn}{\sqrt{\frac{2L}{\rho_\infty S C_L}}} = g \sqrt{\frac{\rho_\infty C_L}{2(W/S)}}$$

Diagramma di manovra

Il diagramma di manovra riporta le condizioni di carico a cui può essere sottoposto un velivolo al variare della velocità. Si sfrutta la velocità equivalente per svincolarci dalle dipendenze dalla quota.



$$n = \frac{\rho_{\infty} V_{\infty}^2 S C_L}{2W}$$

Nel caso di $n=1$ la minima velocità che posso sostenere per avere moto rettilineo uniforme è la velocità di stallo. Se sto volando a $n>1$ ho bisogno di maggiore portanza, per cui conseguentemente la velocità di stallo sarà più elevata. Se volo ad una velocità compresa tra V_s e V_c non posso superare un certo fattore di carico poiché raggiungerei la

condizione di velivolo stallato (limite aerodinamico). Alcune manovre non possono dunque essere effettuate; cioè è una delle maggiori cause di incidenti aerei.

In corrispondenza del punto A raggio per la prima volta il valore massimo del fattore di carico, definito in base al limite strutturale del velivolo. La velocità relativa in tale condizione è detta velocità di manovra, ed A è detto punto corner.

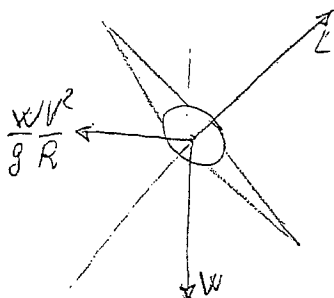
Un altro limite è imposto dalla massima velocità sostenibile (in genere in picchiata).

$$V_m = \sqrt{\frac{2n_{max}}{\rho_{\infty} C_{L_{max}}} \left(\frac{W}{S} \right)}$$

Il diagramma di manovra trasla verso sinistra quando aziono i flap poiché cresce il valore massimo del coefficiente di portanza (diminuiscono velocità di manovra e di stallo).

Il diagramma di manovra viene graficato anche per il volo rovescio, tenendo però conto del fatto che il massimo valore del coefficiente di portanza è inferiore (profili generalmente a curvatura positiva), e si ottiene per angoli d'attacco più piccoli. Ciò comporta una velocità di stallo per il volo rovescio maggiore di quella per il volo dritto.

Virata corretta



La virata è una manovra a cui faccio ricorso per cambiare la direzione del volo. Posso effettuarla anche semplicemente con un moto di imbardata: in tal caso si parla di virata piatta, in cui la forza centripeta è fornita dalla sola forza laterale prodotta dal timone.

Più comunemente la virata viene effettuata tramite deflessione degli alettoni ed inclinando le ali, in modo da avere una componente della portanza diretta verso il

centro della traiettoria (se non è in grado di equilibrare la forza centrifuga ho una traiettoria a spirale).

Si parla di virata corretta quando la manovra avviene a quota costante.

$$W = L \cos \phi \quad \phi = \text{angolo di bank}$$

A parità di peso del velivolo più lo inclino e più portanza mi serve per sustentare il velivolo. Posso provvedere a ciò incrementando la velocità di volo o l'assetto.

I 2 parametri che definiscono la virata sono:

- Raggio di virata;
- Velocità angolare di virata: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ (in caso di traiettoria circolare ha $\omega R = V$)

Introduciamo il fattore di carico: $n = \frac{L}{W}$; il suo valore massimo è detto fattore di carico massimo o di contingenza, ed è fissato in fase di progettazione per limiti aerodinamici, strutturali o di resistenza fisica del pilota e dei passeggeri.

$$L = nW \Rightarrow C_L = \frac{nW}{\frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S}$$

Nel caso della virata, al variare del fattore di carico cambia la forza centrifuga.

$$\frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \phi} = n$$

Al crescere di ϕ ho fattore di carico più elevato, e mi occorre più portanza per equilibrare il peso e la forza centripeta.

La forza centripeta vale: $F_R = W \sqrt{n^2 - 1}$

n a volte viene espresso come numero di g : bisogna tener conto che questa relazione vale solo in modulo, ma non in termini vettoriali! Per esempio per $n=3$ ho forze sul velivolo pari a 3 volte il suo peso.

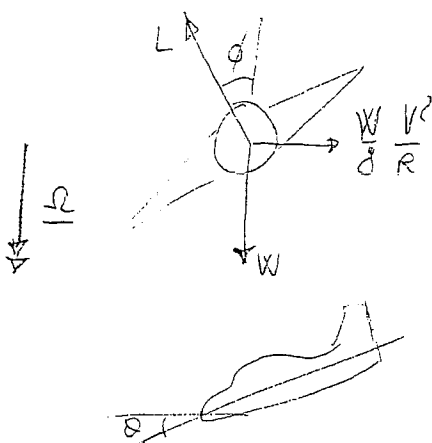
Determiniamo il valore del raggio di virata.

$$F_R = m \frac{V_\infty^2}{R} = \frac{W V_\infty^2}{g R} \Rightarrow R = \frac{W V_\infty^2}{g F_R} = \frac{W V_\infty^2}{g W \sqrt{n^2 - 1}} = \frac{V_\infty^2}{g \sqrt{n^2 - 1}}$$

Per avere il raggio di virata minimo devo ridurre la velocità di volo ed incrementare il fattore di carico fino al massimo valore possibile. Nelle stesse condizioni del raggio minimo di virata ottengo la massima velocità angolare:

$$\omega = \frac{V_\infty}{R} = \frac{g \sqrt{n^2 - 1}}{V_\infty}$$

Se la virata è corretta (la componente orizzontale della portanza fornisce la dovuta forza centripeta, e quella verticale equilibra il peso), la risultante delle forze d'inerzia giace nel piano di simmetria del velivolo.



Ci possiamo accorgere di questo utilizzando un virosbandometro (per esempio un pendolo o un bicchiere d'acqua); se la virata è corretta avverto solo una forza testa - piedi, ovvero un peso apparente maggiore di quello reale (in proporzione al fattore di carico). Nella virata corretta in aria calma ho il muso sempre nella direzione della corrente; se è presente un angolo di derapata va equilibrato con il timone.

Da semplici relazioni geometriche: $\operatorname{tg} \phi = \frac{V^2}{gR}$ (raggio di

virata e angolo di bank sono legati tra loro ma sono indipendenti dal peso del velivolo!).

Dato che la portanza dipende dal quadrato della velocità, in virata inoltre la velocità di stallo è più elevata secondo una dipendenza dalla radice del fattore di carico.

$$V_s = \sqrt{n} V_{s_0} = \sqrt{n} \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{\max}}}}$$

Nel moto di virata l'ala esterna ha velocità periferica maggiore di quella interna (ipotesi di velivolo rigido) per cui genera più portanza e dà luogo ad un momento di rollio che tende a squilibrare la virata facendo aumentare l'angolo di bank.

Raggiunto quindi il valore dell'angolo di virata necessario devo dare alettone leggermente contrario per contrastare l'effetto (holding bank, tenere la virata).

Se la virata è compiuta in discesa, oltre alla velocità periferica devo sommare una velocità verso l'alto, che fa aumentare l'angolo d'attacco: l'effetto è più sentito sull'ala più interna (velocità periferica inferiore) determinando un incremento di portanza che tende a bilanciare l'effetto di cui sopra (potrei non aver bisogno di avere alettone contrario, o addirittura dovrei dare alettone a favore).

In salita la situazione è chiaramente opposta e devo dare alettone contrario maggiormente.

La velocità angolare di virata può essere scomposta secondo i tre assi di riferimento del velivolo:

$$\begin{aligned} p &= \Omega \sin \vartheta \\ q &= \Omega \cos \vartheta \sin \phi \\ r &= \Omega \cos \phi \cos \vartheta \end{aligned}$$

ϑ è l'angolo di pitch valutato rispetto all'orizzontale. Notiamo che la velocità angolare di rollio non dipende dall'angolo di bank.

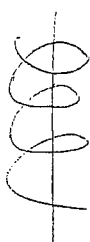
Virata a coltello

La virata a coltello è una virata con angolo di bank pari a 90° . Presenta un'inconsistenza matematica dovuta al fatto che il fattore di carico diventa infinito,

poiché L è contenuta tutta nel piano orizzontale; tuttavia in talune condizioni è possibile effettuarla se si ha a disposizione un p.v.c. molto esteso e di una velocità relativa verso l'alto consistente. È una manovra che quindi può essere effettuata prevalentemente in volo in discesa.

La vite

In tale manovra il velivolo percorre una traiettoria a spirale con perdita di quota ed assetto elevato, praticamente di stallo. Ciò comporta una difficoltà di controllare il velivolo, data anche dall'inefficacia di alettoni e flap.

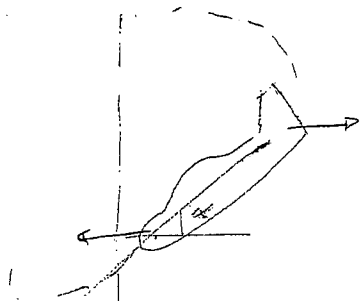


In tale moto a spirale le forze aerodinamiche e quelle d'inerzia sono in equilibrio stabile, ed è difficile uscirne.

Nella virata corretta per stare in equilibrio devo dare alettone contrario, poiché l'ala esterna genera portanza maggiore di quella interna, ed ho un momento di rollio non nullo. Se però le due ali sono stallate, non riesco a smorzare tale moto. La rising wing vede un angolo d'attacco inferiore ma ha una maggiore portanza se le ali sono stallate (vedi

grafico del coefficiente di portanza). Ciò fa sì che il moto di rollio non venga arrestato, ma anzi ulteriormente amplificato.

La forza centrifuga fornisce ^{una coppia} una coppia che tende ad irrigidire il moto. Discretizziamo l'effetto con due masse poste alle due estremità del velivolo.



La coppia centrifuga tende ad incrementare l'angolo d'attacco, e tale effetto va a sovrapporsi a quello dovuto al moto in discesa. Se il pilota tira la barra a sé, come sarebbe naturale per riprendere a cabrare, peggiora ulteriormente la situazione. Deve dare inizialmente barra a picchiare, in modo tale da recuperare il funzionamento del piano di coda e riprendere manovrabilità. La vite diventa instabile e

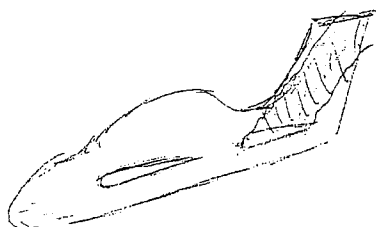
il disturbo tende a divergere!

Nei velivoli militari la situazione è ancora più problematica, poiché la maggior parte delle masse è dovuta al carico utile presente in fusoliera, e ciò determina forti accelerazioni centrifughe. In tal caso la prua scende piatta, e l'angolo d'attacco visto dal velivolo è quasi di 90° , per cui il p.o.c. non risponde.

La vite presenta due fasi:

- Vite incipiente (rallento fino allo stallo ed entro in vite se lo stallo non è simmetrico, per esempio per effetto delle eliche o per impiego di alettoni)
- Vite stabilizzata: equilibrio tra forze centrifughe e di inerzia.

Vite ripida e vite piatta



(ripida)

Tale vite presenta angolo sulla traiettoria minore di 45° . Ha velocità sulla traiettoria bassa e velocità di discesa elevata

Se α_{spn} è molto alto, dato che l'energia in gioco è sempre la stessa, la velocità di discesa è inferiore rispetto al caso di vite ripida.

Nel caso di vite piatta risulta $D=W$ e $L = \frac{W}{g} \Omega V$

Al diminuire di V aumenta la velocità angolare.

In manovre di questo tipo il fattore di carico non è eccessivo, ma il problema maggiore è il

disorientamento del pilota.

Nel caso di vite piatta inoltre il p.o.c. può mettere in ombra con la sua scia (fortemente vorticosa perché stallato) il p.v.c., ed anche il timone può diventare inefficace. Il timone è anch'esso fondamentale per uscire dalla vite: se sto ruotando verso destra devo dare tutto pedale a sinistra per deflettere il timone a sinistra, ottenere una forza laterale verso destra e quindi un momento di imbardata ~~positivo~~ ^{negativo}.

Si procede prima con la manovra sul timone e poi con la barra a picchiare, poiché la deflessione dell'equilibratore incrementa i fenomeni di scia sul p.v.c. e rende inefficace il timone.

È una manovra che per essere effettuata comunque ha bisogno di quota a disposizione.

Accorgimenti per evitare la vite

Un p.o.c. alto (piano di coda a T) annulla la possibilità che il timone venga messo in ombra dalla scia del p.o.c., per cui riesco ad uscire dalla vite.

Il ragionamento può essere fatto specularmente per la vite rovescia, tenendo però conto del fatto che in tal caso la configurazione a T del p.o.c.

Si può anche lavorare sulla forma della fusoliera, costruita in modo da opporsi al moto di r (ovvero tale da dare un contributo negativo al moto di imbardata).

Per valutare il comportamento in vite si può ricorrere a prove in galleria del vento, che comunque sono molto difficoltose: questo perché il modello non va costruito in scala geometrica, ma dinamica (stessi momenti di inerzia, riscaldati opportunamente, tenendo conto che il momento di inerzia è proporzionale alla massa e al quadrato della lunghezza, e che se la lunghezza è piccola devo incrementare molto la massa). Il modello viene poi fatto volare o messo in galleria del vento verticale.

ESERCIZIO

Determinare l'angolo di deflessione dell'equilibratore α_{eq} e la posizione del punto neutro \bar{x}_n del velivolo completo esistente; seguenti dati:

$W = 5300 \text{ kg}$ $\bar{x}_{CG} = 0.32$ (adimensionato rispetto al \bar{x})

ALA A FRECCIA: $l = 10 \text{ m}$ $c_z = 2.9 \text{ m}$ $\lambda = 0.5$

$C_{m_{\alpha_{3D}}} = -0.1$ $C_{m_{\alpha_{2D}}} = 0.105/\text{grado}$

$\bar{x}_{CGW} = 25\% \bar{c}$ $\alpha_{\alpha_{3D}} = -2.5^\circ$

$i_w = 3^\circ$ $E_{br} = -2^\circ$

(l'ala è svergata geometricamente ma non aerodinamicamente)

ALETONI: $\eta_i = 0.7$ $\eta_r = 1$ $\tau_{aletoni} = 0.4$

$M = 5^\circ$ $e = .9$

FUSOLIERA: $C_{m_{\alpha}} = -0.02$ $C_{m_{\alpha_{\beta}}} = .001/\text{grado}$

PIANO ORIZZONTALE DI CODA: $l_H = 5 \text{ m}$ $c_z = 1.4 \text{ m}$ $c_l = 0.7 \text{ m}$ $l_H = 7.5 \text{ m}$

$C_{m_{\alpha_{2D}}} = 6/\text{rad}$ $e = 0.9$ $\eta_H = 1$

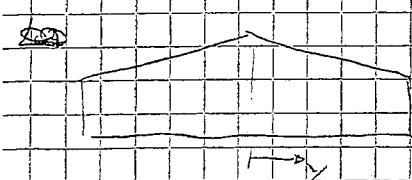
$\tau_{eq} = .4$ $i_H = -2^\circ$

La velocità di volo è $V = 185 \text{ km/h}$. Supponiamo che α alla portanza corrisponda solo e' ala (equazioni di equilibrio differenziale)

Prima di tutto determiniamo la superficie S pianta dell'ala. Per definizione di rapporto di rastrellamento, $c_E = \lambda c_z = 1.45 \text{ m}$

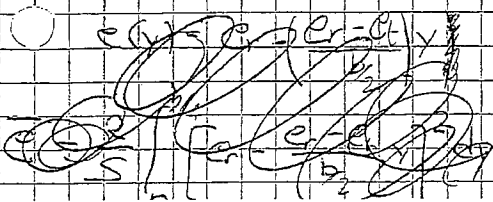
Si come nel nostro caso l'ala è regolare, vale la formula:

$$\bar{c} = \frac{2}{3} c_E \frac{1 + \lambda + \lambda^2}{1 + \lambda} = 2.26 \text{ m}$$



La superficie alare è $S = \frac{(c_E + c_T) \cdot b}{2} = 23 \text{ m}^2$

Per trovare determiniamo accuratamente la corda media aerodinamica con l'integrale, ipotizzando un andamento ~~logaritmico~~ ~~lineare~~ ~~parabolico~~ per le corde (per esempio profilo allungato).



C'è noto α_{eq} , vogliamo determinare $\alpha_{eq_{3D}}$. Sicuramente non consideriamo focher o le svergature geometriche.

~~Calcolo di α_{LW}~~ ~~per il profilo~~ ~~ricorriamo a:~~

Allungamento alare: $AR = \frac{b^2}{S} = 4.55$

$C_{LW} = \frac{C_{L2D}}{1 + \frac{C_{L2D}}{\pi e AR}} = 4.11 / \text{rad}$ (è minore di quello del singolo profilo) (attenuazione alla curvatura dimensionale)

$\alpha_{LW} = \frac{2}{S} \int_0^{b/2} [\alpha_{2D} - E(y)] c(y) dy$

α_{2D} non è funzione di y perché non c'è svergolio aerodinamico, ma solo geometrico!

Ipotizziamo un andamento lineare per $c(y)$ ed $E(y)$.

$c(y) = ay + b \Rightarrow \begin{cases} C_r = b \\ C_t = \frac{1}{2} ab + C_r \end{cases} \Rightarrow c(y) = \frac{C_t - C_r}{b/2} y + C_r = \frac{-2.9y + 2.9}{2}$

$E(y) = ay + b \Rightarrow \begin{cases} E_r = 0 = d \\ E_t = \frac{e}{2} \end{cases} \Rightarrow E(y) = \frac{2E_t}{2} y = -0.4y$

Sostituendo nell'integrale:

$\alpha_{LW} = \frac{2}{22} \int_0^5 [-2.5 + 0.4y] [-0.29y + 2.9] dy = 0.09 \int_0^5 [-116y^2 + 1.885y + 7.25] dy =$

~~$\frac{2}{22} \int_0^5 [-116y^2 + 1.885y + 7.25] dy$~~ $= 0.09 \left[-0.387y^3 + 0.943y^2 - 7.25y \right]_0^5 = -1.6$

Il valore è ammissibile, dato lo svergolio dell'ala; essendo $E < 0$ c'è un aumento dell'incidenza per aver portanza complessiva nulla (E < 0 significa che il profilo all'estremità vede un angolo d'attacco minore, per cui $\alpha = \alpha_{2D}$ e l'ala deposterrebbe!)

Per trovare S impastiamo le 2 equazioni:

$\begin{cases} L = W \\ M_{ca} = 0 \end{cases}$ In queste equazioni posso cancellare tutto tranne S e α . Ipotizziamo che la portanza sia generata tutta dall'ala, le 2 equazioni sono disaccoppiate!

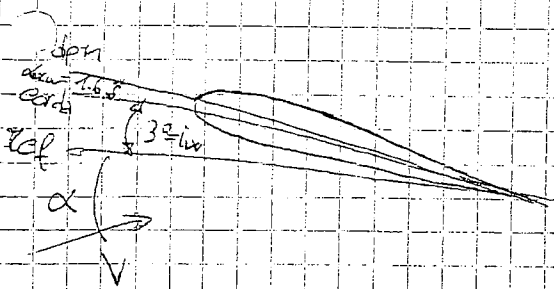
$L = W \Leftrightarrow W = C_L q_{\infty} S = q_{\infty} S C_{L\alpha} (\alpha - \alpha_{0LW})$

Ricorriamo alla pressione dinamica:

$q_{\infty} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} V_{\infty}^2 = 0.5 * 1.22 * (514)^2 = 16116 \text{ N/m}^2$ (circa 160 mm di acqua)

$C_L = \frac{W}{\rho_{\infty} S} = \frac{5800 * 9.81}{16116 * 22} = 1.6$

Il C_L determinato è molto alto, prossimo allo stallò (siamo probabilmente in fase di attenuaggio).



$$C_L = C_{L_{0w}} + C_{L_{\alpha}} \alpha$$

$C_{L_{0w}}$ è il valore del C_L quando $\alpha = 0$, ovvero quando l'ala vede un'incidenza pari a $i_w = \alpha_{0w}$

$$C_{L_{0w}} = C_{L_{\alpha}} (i_w - \alpha_{0w}) = 4.11 \left(\frac{3 + 1.6}{57.3} \right) = 0.328$$

Possiamo ricavare il valore dell'angolo d'attacco:

$$\alpha = \frac{C_L - C_{L_{0w}}}{C_{L_{\alpha}}} = 17.98$$

(α è molto grande, rischiamo che non valgano le nostre ipotesi di linearità a causa di fenomeni di separazione della corrente).

Valutiamo ora l'equazione $M_{CG} = 0$ per trovare δ

$$C_{M_{CG}} = C_{M_0} + C_{M_{\alpha}} \alpha + C_{M_{\delta}} \delta + C_{M_{i_w}} i_w \quad (\text{L'unica incognita è } i_w!)$$

$$C_{M_0} = C_{M_{0w}} + C_{M_{0B}} + C_{L_{0w}} (\bar{x}_{ca} - \bar{x}_{cew}) - \eta_H \frac{S_H}{S} \frac{l_H}{c} C_{L_{\alpha H}} E_0$$

$$C_{M_{\alpha}} = C_{M_{\alpha e}} + C_{L_{\alpha w}} (\bar{x}_{ca} - \bar{x}_{cew}) - \eta_H \frac{S_H}{S} \frac{l_H}{c} C_{L_{\alpha H}} \left(1 - \frac{dE}{d\alpha}\right)$$

$$C_{M_{\delta}} = -\eta_H \frac{S_H}{S} \frac{q_H}{c} C_{L_{\alpha H}} \tau \quad C_{M_{i_w}} = -\eta_H \frac{S_H}{S} \frac{q_H}{c} C_{L_{\alpha H}}$$

Per il piano momentale di coda procediamo come fatto per l'ala.

$$1 = \frac{C_L}{C_H} = 0.5 \quad S_H = \frac{(C_H + C_L) \cdot \frac{l_H}{2}}{\tau} = 5.25 \text{ m}^2$$

$$AR_H = \frac{b_H^2}{S_H} = 4.76 \Rightarrow C_{L_{\alpha H}} = \frac{C_{L_{\alpha 20}}}{1 + \frac{C_{L_{\alpha 20}}}{\pi e AR_H}} = 4.15 / \text{rad}$$

Non Ricaviamo i_w come:

$$E_0 = \frac{2C_{L_0}}{\pi AR_e} = 0.52 \text{ rad} = 2.92$$

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{2C_{L_{\alpha w}}}{\pi AR_e} = 64$$

È tutto fatto ora per calcolare il valore di C_{M_0} : $C_{M_0} = 0.66$

$$C_{M_{\alpha}} = -8.17 / \text{rad}$$

$$C_{M_{\delta}} = -1.28 / \text{rad}$$

$$C_{M_{i_w}} = -3.20 / \text{rad}$$

Da $C_{m_{ca}} = 0$ posso ricavare $S_e = \frac{-C_{m_0} - C_{m_{\alpha}} \alpha - C_{m_{iH}} i_H}{C_{m_{\dot{\alpha}}}} = -3.4$

Va notato che ora ho una L sul piano di coda e quindi $L_{ref} \neq W$.

ci resta da trovare la posizione del punto neutro:

$$\bar{X}_N = \bar{X}_{ac_{wb}} + \eta_H \frac{S_H}{S} \frac{C_{L_H}}{C} \frac{C_{L_H}}{C_{L_{\dot{\alpha}}}} \left(1 - \frac{dE}{d\alpha}\right)$$

$$\bar{X}_{ac_{wb}} = \bar{X}_{ac_w} - \frac{C_{m_{\dot{\alpha}}}}{C_{L_{\dot{\alpha}}}} = 0.236 \quad (\text{l'effetto instabilizzante della fusoliera fa avanzare il centro aerodinamico})$$

$$\bar{X}_N = 0.236 + 0.283 = 0.52$$

Potrei ricavare \bar{X}_N anche da quest'espressione:

$$C_{m_{\alpha}} = C_{L_{\alpha}} (\bar{X}_{ac} - \bar{X}_N) \quad , \quad \text{con} \quad C_{L_{\alpha}} = C_{L_{\dot{\alpha}}} + \eta_H \frac{S_H}{S} C_{L_{H}} \left(1 - \frac{dE}{d\alpha}\right) = 4.47/\text{rad}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$-0.817 = 4.47 (\bar{X}_{ac} - \bar{X}_N) \Rightarrow \bar{X}_N = 0.503$$

Infine il margine statico a comando alado è $MS = |\bar{X}_{ac} - \bar{X}_N| = 0.183$

ESEMPIO DI PROVA D'ESAME

1) DATI DEL VELIVOLO

$W = 500 \text{ Kg}$

FUSOLIERA: $C_{m0} = -0.5$ $C_{mq} = -2/\text{rad}$ $C_{m\dot{\alpha}} = -35 \cdot 10^{-3}/\text{s}$

ALA: $b = 11 \text{ m}$ $C_{l\alpha} = 1.6 \text{ m}$ $\Lambda_{le} = 10^\circ$

$C_{l\dot{\alpha}} = 11/\text{s}$ $\bar{X}_{ac} = 0.25 \bar{c}$ $\alpha_{le, 20\%} = -15^\circ$

$\alpha_{le, 20\%} = -25^\circ$ $C_{m\dot{\alpha}} = -0.08$ $C_{m\alpha_{20\%}} = -1$

$\bar{X}_{ac_e} = 0.23 \bar{c}$ $\bar{X}_{ac_t} = 0.26 \bar{c}$ $\epsilon_t = -3^\circ$

$n_w = 2^\circ$ $l_w = 0.9$ $\eta_i = 7$ $\eta_H = 1$

$\tau_{accet} = 4$ $M = 2^\circ$

P.O.C.: $l_H = 2.8 \text{ m}$ $S_H = 2 \text{ m}^2$ $\bar{X}_{ac_H} = 4.3 \text{ m}$

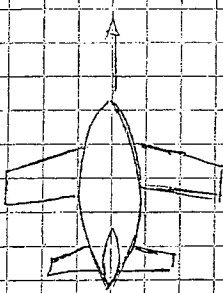
$M = 2^\circ$ $e = 0.9$ $\eta_H = 1$ $C_{l\dot{\alpha}_H} = 6/\text{rad}$

P.V.C.: $S = 1.2 \text{ m}^2$ $l_v = 4.5 \text{ m}$ $C_{l\dot{\alpha}_D} = 3/\text{rad}$

$\eta_v = 1$ $h_v = 6 \text{ m}$ $C_{l\dot{\alpha}_{max}} = 0.5$ $\frac{d\sigma}{d\beta} = 1$

- Supponendo che il velivolo sia in fase di atterraggio ($C_{l_{max}} = 2.5$), con comportamento lineare fino allo stallo, e che l'angolo d'attacco massimo dello stabilizzatore sia compreso tra -12° e $+12^\circ$, determinare la posizione più avanzata del baricentro senza incorrere nello stallo. Calcolare il margine statico e commentare i risultati.
- Nelle stesse condizioni si supponga che ci sia un vento proveniente da destra del pilota, con intensità di 15 km/h .

Determinare la deflessione del timone di coda e degli alettoni per volare con lo ala livellata (non sono imposte condizioni sulla traslazione orizzontale).

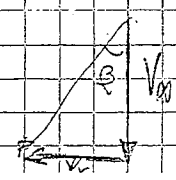


Supporre per semplicità che la deflessione del generata solo dall'ala (trascurando il contributo del p.o.c. nell'equilibrio alla traslazione verticale).

Risolveremo solo la seconda parte del problema.

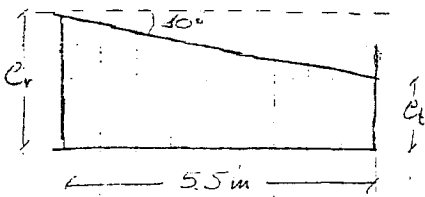
$V_i = \text{velocità del vento}$ $V_a = \text{velocità di avanzamento}$

Il velivolo vola all'assetto di $C_{l_{max}}$, per cui la V_a coincide con quella di stallo.



$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{L_{max}}}}$$

Per conoscere la superficie alare abbiamo in disegno in pianta dell'ala



Da semplici considerazioni geometriche possiamo ricavare c_r , λ , AR e S , nonché la distribuzione delle corde.

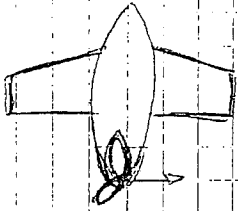
$$c_r = 63 \text{ cm} \quad \lambda = .39 \quad S = 12.3 \text{ m}^2$$

$$AR = 9.84$$

(per sapere se AR è verosimile lo si può calcolare in prima approssimazione per un'ala rettangolare)

$$V_{\infty} = 16.3 \text{ m/s} = 59.1 \text{ km/h} \quad \Rightarrow \quad \beta = 11.5^\circ$$

Il velivolo tenderebbe a mettere il muso nella corrente (weathercock stability $C_{N_0} > 0$) per la stabilità direzionale, inoltre tende a rollare verso sinistra per la stabilità laterale. Inoltre insorge una forza laterale (principalmente sulla deriva) che tende a far traslare il velivolo verso sinistra. Non avendo condiz. sulla traslazione laterale, dobbiamo imporre $L = 0$



Ci aspettiamo di deflettere il timone verso sinistra (deflessione positiva $C_n < 0$)

Per il rollio i contributi principali sono quelli dell'effetto diedro e dell'effetto freccia (preponderante perché siamo ad elevata assetto).

Discome un aereo rollio a sinistra, il risultato che otterremo sarà alabrone sinistro verso le basi e alabrone destro verso l'alto.

Il segno della deflessione dipende dalla scelta di C_{N_0} . Poniamo che sia $S_0 > 0$ quando $C_{N_0} > 0$

$$\begin{cases} L = 0 \\ N = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_L = 0 = C_{L_0} + C_{L_\beta} \beta + C_{L_{S_0}} S_0 + C_{L_{\delta_n}} \delta_n \\ C_N = 0 = C_{N_0} + C_{N_\beta} \beta + C_{N_{S_0}} S_0 + C_{N_{\delta_n}} \delta_n \end{cases} \quad (1)$$

Essendo β noto, le due incognite sono S_0 e δ_n .

Ricaviamo i coefficienti e le varie derivate dalle caratteristiche del velivolo.

C_{L_0} e C_{N_0} sono nulli, poiché il piano longitudinale è piano di simmetria.

$$C_{L_0} = C_{L_{FW}} + C_{L_{BP}} + C_{L_{H}} + C_{L_{BV}}$$

Il contributo della fusoliera è di genere poco rilevante; stesso ragionamento

vale per il p.o.c. che ha superficie

inferiore all'ala e con momento delle forze

aerodinamiche inferiore rispetto all'asse di rollio (piccolo braccio)

$C_{L_{FW}}$ è somma di 2 contributi, uno dovuto all'effetto freccia e l'altro all'effetto diedro

$$\text{Effetto diedro: } C_{L_{\beta}} = -\frac{AR}{4} C_{\alpha_{max}} \int_0^1 \tilde{c}_y dy \quad c(y) = 1.6 - 1.8y$$

$$C_{L_{\beta}} = -0.469 / \text{rad} = -0.0081^\circ$$

$$C_{L_{\beta}} = -\frac{AR}{4} \sin(2\Lambda_0) C_{\alpha_{max}} \int_0^1 \tilde{c}_y dy = -1.8 / \text{rad} = -0.031^\circ$$

$$C_{L_{\beta}} = -C_{L_{\alpha}} \frac{S_r}{S} \frac{h_v}{l} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) = -0.0201/\text{rad} = -0.003/\rho$$

$$C_{N_{\beta}} = C_{N_{\beta W}} + C_{N_{\beta F}} + C_{N_{\beta H}} + C_{N_{\beta R}} \quad (\text{Ala e d.o.c. danno contributi relativamente piccoli al momento di imbarcazione})$$

$$C_{N_{\beta W}} = C_{N_{\alpha W}} \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \frac{S_r}{S} \frac{h_v}{b} = 0.08/\text{rad} = 0.010/\rho$$

$C_{N_{\beta W}}$ è analogo a $C_{L_{\beta W}}$, ma è di una ordine di grandezza superiore perché al posto di h_v utilizziamo h .

$C_{N_{\beta F}}$ è dato, ed è un contributo stabilizzante.

Per quanto riguarda gli altri contributi nello (1) = relativi all'arricchimento degli alitoni:

$$C_{N_{\beta a}} = \frac{2 C_{L_{\alpha}} \tau_a}{S b} \int_{x_i}^{x_f} e y dy = \quad (\text{è in forma dimensionale})$$

$$= 0.215/\text{rad} = 0.028/\rho \quad (\text{ricordiamo che } S_0 = \frac{S_{0x} + S_{0y}}{2})$$

$C_{N_{\beta a}}$ è il contributo detto "momento di imbarcazione inversa" lo trascuriamo, anche perché non abbiamo notizie della perdita di efficacia dell'aletrone.

Infine valuteremo i contributi del timone:

$C_{L_{\beta r}}$ è analogo al $C_{L_{\beta W}}$ (basta introdurre l'effetto sidewash)

$$C_{L_{\beta r}} = C_{L_{\alpha r}} \tau_r \frac{S_r}{S} \frac{h_r}{b} = 0.08/\text{rad} = 0.008/\rho$$

$$C_{N_{\beta r}} = -\tau_r \frac{S_r}{S} \frac{h_r}{b} = -0.06/\text{rad} = -0.006/\rho$$

Dall'equazione $C_{N_{\beta}} = 0$ posso ricavare la deflessione del timone; sostituendo nell'equazione $C_{L_{\beta}} = 0$ determino poi la deflessione degli alitoni.

$$\delta_r \approx 21^\circ \quad \delta_a \approx 16^\circ$$

Non abbiamo posto condizioni sulla traslazione orizzontale, che andrebbe verificata; qualora non ci fosse equilibrio, occorre introdurre un'inclinazione del velivolo per equilibrare la forza laterale.

TRACCE DI ESAME: Manovre in Volo e Dimensionamento

TRACCIA 1)

Parte A)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$$W=850 \text{ Kg}$$

$$S_w=14 \text{ m}^2$$

$$C_{L_{crociera}}=2$$

$$C_{L_{MAX}}=2.2$$

$$M_{max} = 6.5$$

Determinare:

- 1) Massimo angolo di rollio in virata
- 2) Velocita' di stallo e raggio di virata nelle condizioni del punto 1)
- 3) L'angolo di rollio necessario a virare con una velocita' angolare di 180 gradi/minuto

Se lo stesso aeroplano sta effettuando un loop di 100 metri di raggio, si determini la velocita' che l'aeroplano deve tenere alla sommita' del loop affinche' il carico sull'aeroplano sia quello pari al volo orizzontale.

Parte B)

Si supponga che un aeroplano sia dotato di stabilizzatore con angolo di calettamento indicato con i_s , considerato positivo per stabilizzatore deflesso verso l'alto. Si supponga che l'ala sia calettata con $i_w=1^\circ$ rispetto alla retta di riferimento delle incidenze (asse fusoliera). Se le caratteristiche di momento di tale aeroplano sono:

$$C_{m0}=0.05$$

$$C_{m\alpha}=-0.0125/\text{deg}$$

$$(C_{m0})_{wb}=-0.0094$$

$$(C_{m\alpha})_{wb}=0.0047/\text{deg}$$

$$C_{m\dot{\alpha}}=-1.43/\text{rad}$$

determinare i valori di ε considerando un'escursione dello stabilizzatore compresa tra -3° e 3°

nonche' ε_0 e $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$

TRACCIA 2)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$W=1215 \text{ Kg}$ $X_{cg}=35\%$ della corda alare media

Ala:

$b=10 \text{ m}$ $S=16.5 \text{ m}^2$ $C_{media}=1.65 \text{ m}$ $C_r=2.12 \text{ m}$ $\lambda=.5$ $\Lambda_{c/4}=20 \text{ gradi}$

$C_{l\alpha 3D}=.0775/\text{grado}$ $X_{acw}=25\% C_{media}$ $\alpha_{0L3D}=-1. \text{ grado}$ $i_w=2 \text{ gradi}$

e (Fattore di Oswald) = .9 $C_{L\delta a}=-.003/\text{grado}$ (δa positivo se momento di rollio negativo)

$\tau_{alettoni}=.45$

Piano orizzontale di coda:

$b_H=3.6 \text{ m}$ $S_H=3.3 \text{ m}^2$ $l_H=4.3 \text{ m}$ $i_H=2 \text{ gradi verso l'alto}$ $C_{l\alpha 2DH}=6 \text{ rad}^{-1}$ (profilo simmetrico) e (Fattore di Oswald) = .9 $\eta_H=1$ $\tau_{equilib}=.4$ forma in pianta rettangolare

Piano verticale di coda:

$S_V=1.1 \text{ m}^2$ $l_v=4.5 \text{ m}$ $C_{l\alpha 3DV}=3.4 \text{ rad}^{-1}$ $\eta_v=1$ $h_v=1 \text{ m}$ $\tau_{timone}=.56;$

$$\frac{d\sigma}{d\beta}=.1$$

h_v e' la distanza verticale tra il centro aerodinamico del piano di coda ed il baricentro del velivolo.

Si supponga che la condizione di volo sia quella orizzontale a $V=50 \text{ m/s}$ e che l'angolo di attacco rispetto alla retta di fusoliera sia di 2 gradi.

- 1) Determinare l'angolo di deflessione dell'equilibratore che garantisca l'equilibrio verticale
- 2) Volendo un $C_{L\beta}$ di tutto l'aeroplano pari a $-.05$, si determini l'angolo diedro dell'ala
- ? 3) Determinare la deflessione del timone di coda per volare con un angolo di derapata pari a 10 gradi (si consideri la sola imbardata)
- ? 4) Determinare la deflessione degli alettoni per contrastare il momento di rollio risultante dall'angolo di derapata di 10 gradi

L'allievo riporti le espressioni usate e giustifichi le eventuali approssimazioni.

TRACCIA 3)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$$W=350 \text{ Kg} \quad X_{cg}=30\% \text{ della corda alare media}$$

Ala:

$$i_w=3^\circ \quad b=15 \text{ m} \quad S=13 \text{ m}^2 \quad \text{rettangolare}$$

$$C_{l\alpha 2D}=6. \text{ rad}^{-1} \quad X_{acw}=26\% \text{ c media} \quad C_{Macw}=-.065 \quad \alpha_{0LW}=-2.$$

$$e(\text{Fattore di Oswald}) = .94$$

Piano orizzontale di coda:

$$b_H=3 \text{ m} \quad S_H=1.6 \text{ m}^2 \quad l_H=3 \text{ m} \quad C_{l\alpha 3DH}=5.3 \text{ rad}^{-1}$$

$$\text{Equilibratore:} \quad S_e=.64 \text{ m}^2 \quad c_e=.21 \text{ m (corda media)}$$

Si supponga che la fusoliera contribuisca con un $C_{M0B}=-.043$ ed un $C_{M\alpha B}=.2 \text{ rad}^{-1}$ e che non abbia effetto sul coefficiente di portanza e sul gradiente di questo rispetto all'angolo di attacco.

Si consideri inoltre $\eta_H=1.$, si trascurino gli effetti di interferenza con la fusoliera e si supponga che tutta la portanza viene fornita dall'ala.

Se l'aeroplano viaggia a 200 Km/h con l'angolo dell'equilibratore δ_e pari a -1 grado, si determini l'angolo di calettamento del piano di coda necessario per effettuare il volo livellato orizzontale.

Si determini la posizione del centro aerodinamico del velivolo parziale

TRACCIA 4)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$W=2800 \text{ Kg}$ $X_{cg}=30\%$ della corda alare media

Ala:

$i_w=2^\circ$ $S=21.3 \text{ m}^2$ $c_r=2.75 \text{ m}$ $c_t=1.34 \text{ m}$ $b=10.4 \text{ m}$ $\Lambda=0^\circ$ $\Gamma=5^\circ$

$C_{l\alpha 2D}=6.0 \text{ rad}^{-1}$ $X_{ac_w}=25\% \text{ C.m.a.}$ $C_{M0 2D}=-.08$

? $\alpha_{0l 2D}=-2$ e (Fattore di Oswald) = .95

Posizione alettoni: $\eta_{1ai}=3.4 \text{ m}$ $\eta_{2ai}=4.8 \text{ m}$ $c_{ai}/c.m.a.=25\%$ $\tau=.4$

Piano orizzontale di coda:

$i_H=2^\circ$ (verso il basso) $b_H=4 \text{ m}$ $S_H=4 \text{ m}^2$ $l_H=5. \text{ m}$ $C_{l\alpha 2D}=6.24 \text{ rad}^{-1}$

Si supponga che la fusoliera contribuisca con un $\Delta C_{M0B}=-.04$ ed un $\langle \frac{dC_M}{d\alpha} \rangle_B = .46 \text{ rad}^{-1}$ e che non abbia effetto sul coefficiente di portanza e sul gradiente di questo rispetto all'angolo di attacco.

Si consideri inoltre $\eta_H=1$. e si trascurino gli effetti di interferenza con la fusoliera.

Supponendo la posizione del punto neutro al 40% c.m.a., si determini:

1. L'angolo di attacco (rispetto alla fusoliera) necessario ad equilibrare il velivolo ai momenti (con $\delta_e=0^\circ$)
2. $C_{L\beta w}$, $C_{L\delta aw}$, C_{Lpw} .
3. Supponendo $p=60^\circ/\text{sec}$ calcolare il momento di rollio smorzante dell'ala ad una velocità di 200 km/h

TRACCIA 5)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$W=1200 \text{ Kg}$

Fusoliera:

$C_{m0f} = -.05$ $C_{macf} = .2 \text{ rad}^{-1}$ $C_{n0f} = .25 \cdot 10^{-3} / \text{grado}$

Ala Trapezia:

$b=9 \text{ m}$ $C_I=2. \text{ m}$ $\lambda=.6$ $\Lambda=0 \text{ gradi}$ $C_{L\alpha 2D} = .108 / \text{grado}$ $X_{acw} = 24\% C_{media}$ $\alpha_{0L2D} = -1.5 \text{ grado}$ $C_{m02d} = -.08$ $\epsilon_{tip} = 3 \text{ gradi}$

$i_w = 2 \text{ gradi}$ rispetto alla retta di costruzione fusoliera

e (Fattore di Oswald) = .9 Γ (Angolo diedro) = 5 gradi

alettoni: $\eta_i = .7$ $\eta_f = 1.$ $\tau_{alettoni} = .4$

Piano orizzontale di coda: Stabilizzatore

$b_H = 3. \text{ m}$ $S_H = 3.3 \text{ m}^2$ $l_H = 4.57 \text{ m}$ $C_{L\alpha 2DH} = 6 \text{ rad}^{-1}$ (profilo simmetrico)
e (Fattore di Oswald) = .85 $\eta_H = 1$ forma in pianta rettangolare

Piano verticale di coda:

$S_V = 2.1 \text{ m}^2$ $l_V = 4.5 \text{ m}$ $C_{L\alpha 3DV} = 4.0 \text{ rad}^{-1}$ $\eta_V = 1$ $h_V = 1.2 \text{ m}$ $\tau_{timone} = .45;$
 $\frac{d\sigma}{d\beta} = .11$?

h_V e' la distanza verticale media tra il centro aerodinamico del piano di coda e la direzione della velocita'.

- 5) Determinare gli angoli dello stabilizzatore ed il carico agente su di esso (espresso in Kg) per il quale il velivolo e' equilibrato al momento di beccheggio a $V=140 \text{ km/h}$ con il baricentro posto al 20% della c.ma. ed al 33% della c.m.a. Ai fini dell'equilibrio verticale, si supponga la portanza generata dalla sola ala.
- 6) Determinare la posizione del punto neutro e riportare la derivazione della sua espressione.
- 7) Determinare la deflessione del timone di coda e degli alettoni per volare con un angolo di derapata β pari a 10 gradi con le ali livellate

L'allievo riporti le espressioni usate e giustifichi le eventuali approssimazioni.

TRACCIA 6)

Siano date le seguenti caratteristiche di un velivolo:

$W=4500$ Kg $X_{cg}=30\%$ della corda alare media

Ala bassa a freccia:

$b=12$ m $C_r=2.6$ m $\lambda=6$ $\Lambda_{\text{leading, edge}}=15$ gradi $\Lambda_{\text{trailing, edge}}=0$ gradi $C_{m03D}=.08$

$C_{\alpha 2D}=.108/\text{grado}$ $X_{acw}=25\%$ C_{media} $\alpha_{0L2D}=-2$ gradi $i_w=3$ gradi $\epsilon_{\text{tip}}=3$ gradi

alettoni: $(y/b/2)=\eta_i=.7$ $\eta_f=1$ $\tau_{\text{alettoni}}=.3$ $\Gamma=5$ gradi

e (Fattore di Oswald) = .9

Fusoliera: $C_{m0f}=.015$ $C_{M\alpha f}=.0025/\text{grado}$ $C_{n\beta f}=.4*10^{-3}/\text{grado}$

Piano orizzontale di coda :

$b_H=4.5$ m $C_H=1.2$ m $l_H=5.73$ m $i_H=-1$ grado (leading edge verso il basso)
 $C_{\alpha 2DH}=5.73 \text{ rad}^{-1}$ (profilo simmetrico) e (Fattore di Oswald) = .9 $\eta_H=1$ $\tau_{\text{equilib}}=.4$

Piano verticale di coda:

$S_V=5.2 \text{ m}^2$ $l_v=5$ m $C_{\alpha 3DV}=4. \text{ rad}^{-1}$ $\eta_V=1$ $h_V=2$ m $\tau_{\text{timone}}=.45; \frac{d\sigma}{d\beta}=.11$

h_V e' la distanza verticale tra il centro aerodinamico del piano di coda e la direzione media della velocita'

Si supponga che la condizione di volo sia quella orizzontale a $V=250$ km/h e che la portanza totale sia generata dalla sola ala.

- 8) Determinare l'angolo di deflessione dell'equilibratore ed il carico agente sul piano orizzontale di coda che garantisca l'equilibrio al momento di beccheggio supponendo
 - a. Velocita' angolare $q=0$ gradi/sec
 - b. Velocita' angolare $q=20$ gradi/sec
- 9) Determinare la posizione del punto neutro
- 10) Ricavare in modo esplicito e completo l'espressione del $C_{L\beta}$ dell'ala
- 11) Determinare il momento di rollio totale dell'aeroplano supposto nelle condizioni del punto 1 ed ipotizzando una deflessione degli alettoni pari a 10 gradi ed una velocita' angolare di rollio pari a -40 gradi/sec

L'allievo riporti le espressioni usate e giustifichi le eventuali approssimazioni.