

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Modulo di PRESTAZIONI

Docente : Ing. F. NICOLOSI

CAP. 7

**CALCOLO DELLA VELOCITA'
IN VOLO LIVELLATO**

7.1 PRESTAZIONI DI VOLO

Nel capitolo 5 abbiamo trattato le caratteristiche necessarie, cioè il calcolo della spinta o della potenza necessarie al volo livellato.

Nel capitolo 6 abbiamo invece trattato le caratteristiche disponibili, cioè la spinta e la potenza disponibili dall'impianto propulsivo.

Quando si hanno a disposizione i dati geometrici, di massa, aerodinamici e propulsivi di un velivolo possono essere valutate le sue prestazioni.

Dall'analisi effettuata già nel cap. 5, abbiamo visto che si possono scrivere delle equazioni generali del moto di un velivolo nel quale le forze agenti (aerodinamiche e propulsive), insieme alle forze di inerzia (accelerazioni) vanno a costituire un equilibrio istante per istante.

In generale le prestazioni di un velivolo possono essere suddivise in due gruppi : prestazioni in volo non accelerato (cioè senza che ci siano accelerazioni in gioco) e prestazioni in volo accelerato.

Le prestazioni in volo non accelerato (accelerazioni nulle nelle equazioni 5.5, 5.8, 5.11 del cap. 5) di un velivolo sono espresse solitamente dalle seguenti :

PRESTAZIONI IN VOLO NON ACCELERATO

- Velocità massima in volo livellato
- Velocità di crociera (ad un grado di ammissione <1 , ad es. 0.75) in volo livellato
- Velocità di stallo
- Rateo di salita
- Angolo di salita
- Quota di tangenza pratica e teorica
- Tempo di salita
- Volo librato
- Autonomia oraria e di distanza

Mentre quelle in presenza di accelerazioni sono :

PRESTAZIONI IN PRESENZA DI ACCELERAZIONI

- Prestazioni di decollo (corsa di decollo)
- Prestazioni di atterraggio
- Virata
- Manovra nel piano longitudinale (cabrata)

Nei cap. 7,8,9 tratteremo il primo gruppo.

7.2 VOLO LIVELLATO

Le prestazioni in volo livellato si basano sul considerare la condizione di equilibrio in volo $T=D$ ed $L=W$, cioè portanza uguale al peso e spinta uguale alla resistenza aerodinamica.

La fig. 7.1 ripropone quanto già detto nel cap. 5.

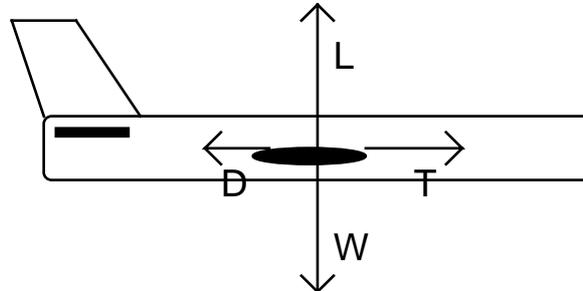


Fig. 7.1

Il calcolo delle prestazioni in volo livellato consiste nel calcolare la velocità alla quale si equilibra l'aereo in corrispondenza di un certo livello di spinta.

Questo corrisponde al fatto che il pilota, ad una certa quota, stabilisce il livello di spinta (o di potenza) dei motori ed il velivolo accelererà fino a stabilizzarsi ad una certa velocità di equilibrio in corrispondenza della quale $T=D$. Ovviamente, per volare in volo livellato la portanza dovrà eguagliare il peso e quindi, in corrispondenza di quella velocità di volo, il velivolo si troverà ad un assetto (angolo di attacco) tale che

$$L = C_L \cdot q \cdot S = W \quad [7.1]$$

quindi a velocità elevate dovranno corrispondere C_L bassi (assetti meno cabrati) e a velocità basse assetti elevati.

E' chiaro che quindi il problema della valutazione delle prestazioni in volo livellato (crociera o velocità massima) consisterà nel valutare a quale velocità di volo la spinta disponibile (nel caso del getto) o la potenza disponibile (nel caso dell'elica) eguagliano la spinta o la potenza necessaria al volo orizzontale.

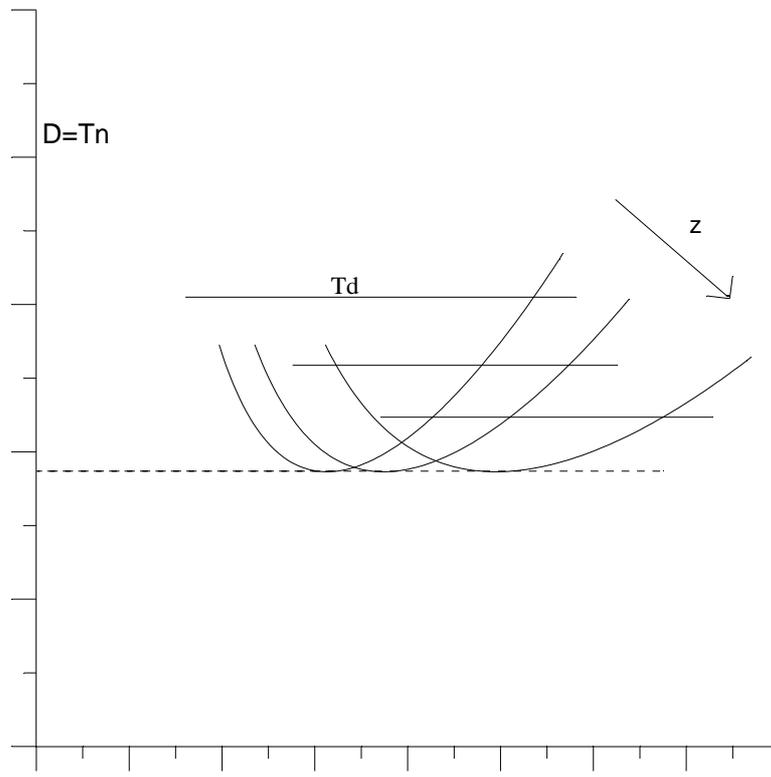
Abbiamo visto come i motori dei velivoli a getto forniscono una spinta, mentre nei velivoli propulsi ad elica la combinazione motore+elica fornisce una potenza propulsiva disponibile pari alla potenza all'albero per il rendimento dell'elica.

Sarà perciò naturale, per il calcolo delle velocità di equilibrio, considerare il diagramma della spinta in funzione della velocità nel caso del velivolo a getto ed il diagramma delle potenze nel caso del velivolo propulso ad elica.

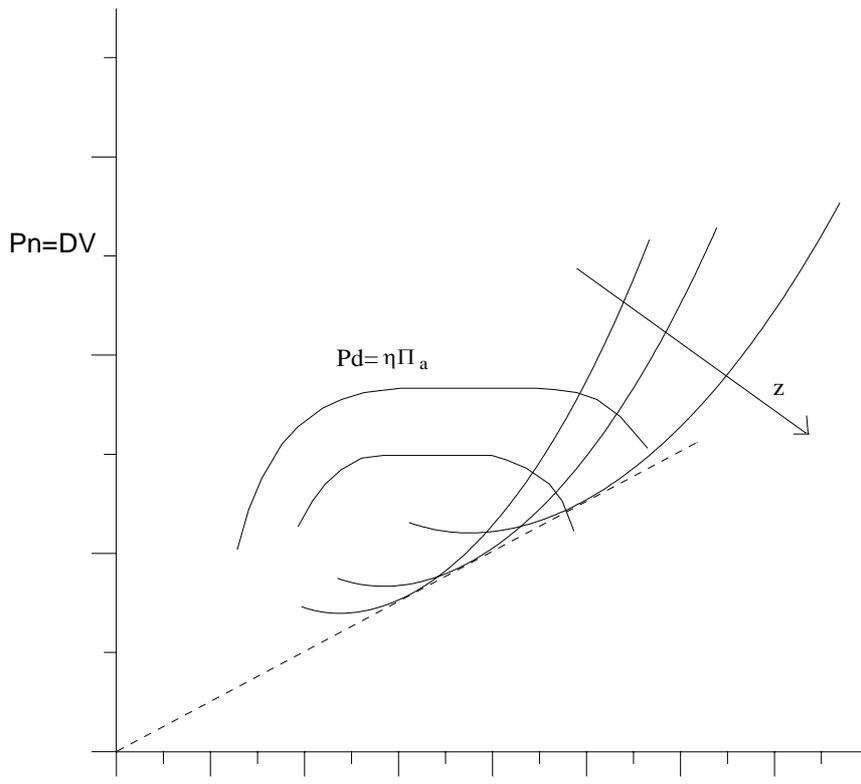
Nella fig. 7.2 è mostrata la curva della potenza disponibile e necessaria per un velivolo ad elica a due quote diverse, mentre in fig. 7.3 sono mostrate le stesse curve per un velivolo a getto.

Nella fig. 7.2 non si è considerato il caso di motore turboelica (vedi cap. 6) altrimenti la potenza sarebbe stata funzione della velocità di volo (effetto ram).

E' chiaro come ad ogni quota, la velocità alla quale si ha l'equilibrio varia. Ovviamente, se la spinta (o la potenza) sono quelle in corrispondenza del massimo grado di ammissione avrà le velocità massime in volo livellato alle varie quote. Se invece il grado di ammissione è quello di crociera (ad es. 0.75) avrà le velocità di crociera alle varie quote.



V [Km/h]
Fig. 7.3



V [Km/h]
Fig. 7.4

7.3 VELOCITA' MASSIMA E DI CROCIERA – APPROCCIO GRAFICO

7.3.1 VELIVOLI A GETTO

Se riportiamo su di un diagramma la curva della spinta necessaria al volo livellato e quella massima disponibile dall'impianto propulsivo in volo potremo ottenere la velocità di equilibrio.

Ad esempio consideriamo il velivolo MD-80 , con i seguenti dati :

$$\begin{aligned} W=W_{TO} &= 63500 \text{ Kg} \quad \text{peso massimo al decollo} \\ S &= 118 \text{ m}^2 \quad b=33 \text{ m} \quad AR=9.23 \\ CD_0 &= 0.018 \quad e=0.80 \quad CL_{MAX}=1.5 \end{aligned}$$

Imp. propulsivo : 2 motori PW JT8D da 8400 Kg di spinta ciascuno, cioè $T_0=8400 \cdot 2=16800 \text{ Kg}$

Dai dati geometrici ed aerodinamici del velivolo ho :

$$E_{MAX}=17.95$$

Da cui la minima spinta necessaria al volo sarà :

$$D_{MIN} = \frac{W}{E_{MAX}} = 3538 \text{ Kg}$$

Anche se non è dimensionalmente corretto, esprimeremo le spinte in Kg, intendendo Kgforza (sistema tecnico) perché di più facile comprensione dei Newton.

Faremo l'approssimazione di considerare la spinta costante con la velocità e dipendente dalla quota tramite la relazione

$$T = T_0 \cdot 0.80 \cdot \sigma \cdot \phi \quad [7.2]$$

dove il valore 0.80 tiene conto della spinta massima utilizzabile in volo (T_0 è quella massima utilizzabile in decollo).

Ad esempio, a quota 0 (S/L) la spinta massima disponibile dai due motori sarebbe

$$T = 16800 \cdot 0.80 \cdot 1 \cdot 1 = 13440 \text{ Kg} \quad \text{ben al di sopra della spinta necessaria.}$$

Dai dati precedenti è possibile calcolare la curva della spinta necessaria a quota 0, ad una quota di 10000 ed anche alla quota di crociera di 35000 ft.

In fig. 7.5 sono riportate le tre curve in funzione della velocità di volo e in fig. 7.6 in funzione del Mach di volo.

Si vede come la spinta necessaria minima non varia al variare della quota e che la spinta disponibile è funzione della quota in dipendenza del rapporto delle densità.

Dall'intersezione delle curve è possibile ricavare la velocità massima (o il Mach di volo massimo) alle varie quote.

Tutte le curve della spinta necessaria ad ogni quota partono dalla corrispondente velocità minima o velocità di stallo

$$V_s = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{\frac{W}{S}} \sqrt{\frac{1}{CL_{MAX}}} \quad [7.3]$$

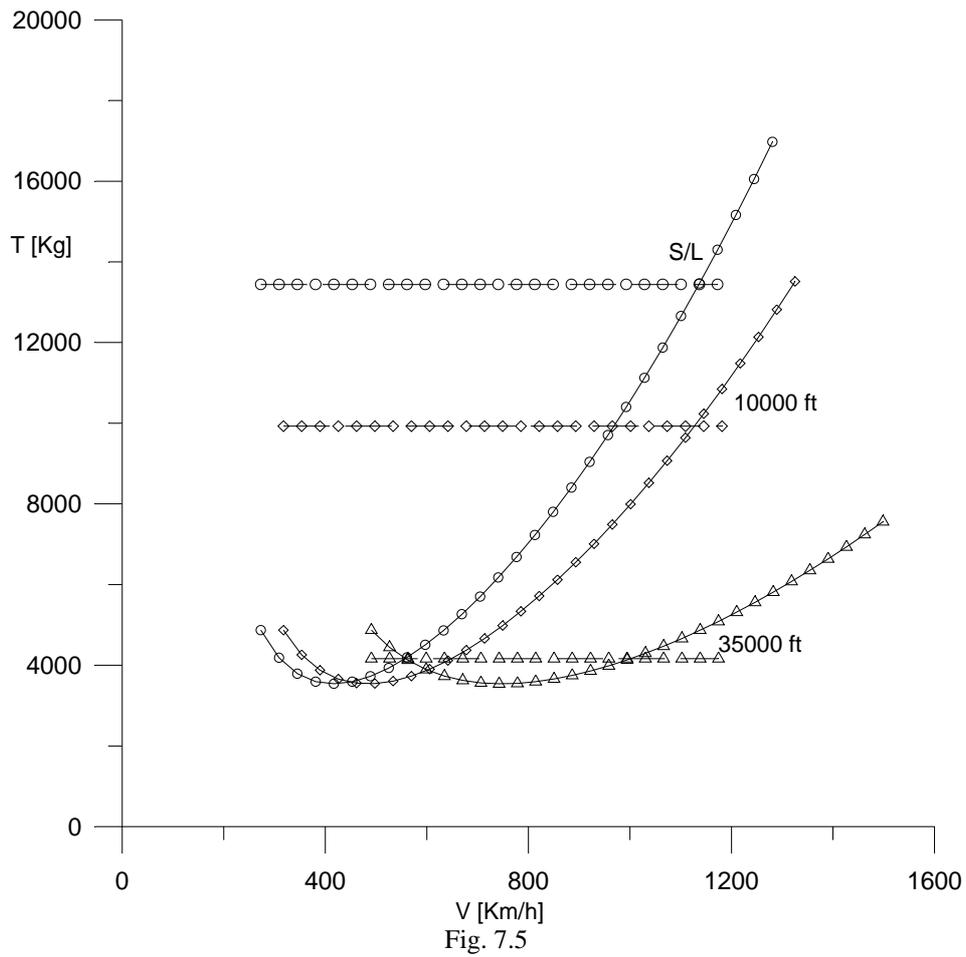


Fig. 7.5

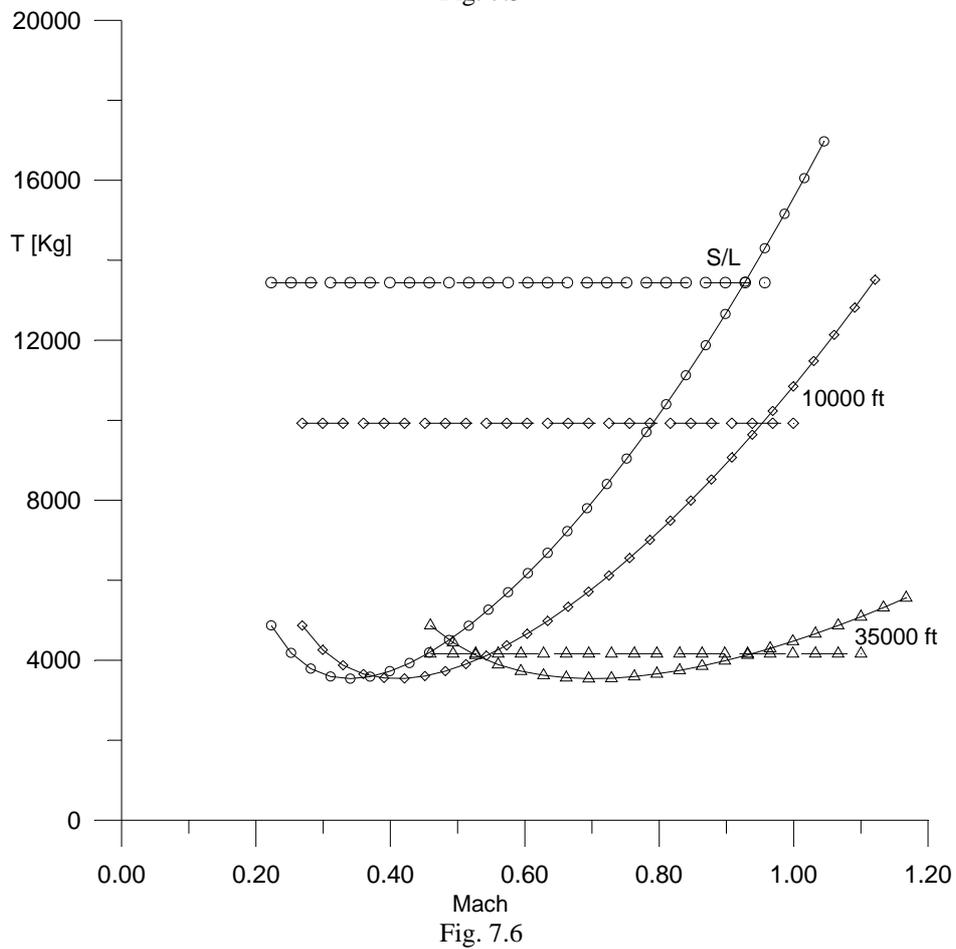


Fig. 7.6

Dalle curve notiamo anche che a quote elevate le intersezioni tra le curve diventano due. Infatti alla quota di 35000 ft (quote di crociera di velivoli di questo tipo) la curva della spinta massima disponibile (retta orizzontale) interseca sia a sinistra che a destra la curva della spinta necessaria al volo livellato.

Questo significherebbe che ci possono essere due possibili velocità di volo, una alta ed una molto bassa. Questo aspetto è già stato introdotto nel cap.5 e si è chiarito che la velocità di equilibrio del ramo sinistro della curva è una velocità di equilibrio instabile.

In ogni caso noi saremo interessati principalmente alla velocità massima (intersezione ramo destro della curva). E' altresì evidente che l'intersezione sul ramo sinistro delimita la velocità minima di equilibrio, cioè la velocità minima possibile in volo livellato.

Questo a significare che alle quote basse (dove le curve sono distanti sul lato sinistro) la velocità minima è la velocità di stallo data dalla 7.3, ma alle alte la velocità minima di volo livellato corrisponde al secondo punto di equilibrio. Difatti in corrispondenza della velocità di stallo il volo livellato non sarebbe possibile in quanto la spinta richiesta (necessaria) è maggiore di quella disponibile.

Le velocità minime e massime in volo livellato ricavabili dalle figure sopra sono :

S/L	$V_s=273$ Km/h	$V_{MAX}=1130$ Km/h	= M=0.93
10000 ft	$V_s=316$ Km/h	$V_{MAX}=1120$ Km/h	= M=0.95
35000 ft	$V_s=490$ Km/h	$V_{MAX}=994$ Km/h	= M=0.93

Si può osservare come la velocità massima in volo livellato non è molto diversa tra le basse e le alte quote.

Ovviamente, se si considera un altro grado di ammissione (ad esempio $\phi = 0.75$; 75% della spinta, tipiche condizioni di crociera) si ricavano allo stesso modo le velocità di crociera alle varie quote.

Al posto della fig. 7.5 possiamo considerare la fig. 7.7, considerando solo il 75% della spinta disponibile in volo, cioè il 75% di quella riportata nella 7.5 stessa.

Come si vede le velocità di equilibrio (questa volta corrispondenti alla velocità di crociera) alle varie quote sono ridotte. In particolare per la quota di 35000 ft non ci può essere equilibrio, ciò significa che alla quota di crociera il velivolo potrà volare solo utilizzando una spinta almeno pari al 85-90% della spinta massima.

Ad esempio al livello del mare la velocità di crociera è di 970 Km/h ed a 10000 ft sarebbe di 960 Km/h.

C'è da fare un'altra considerazione importante.

Nell'analisi precedente abbiamo assunto la legge approssimata per la spinta disponibile senza variazione della spinta con la velocità di volo. Come evidenziato dal cap.6, i motori turbofan come il JT8D sono caratterizzati da una variazione della spinta con la velocità alle quote basse.

In ogni caso, anche a quote elevate, anche la variazione con la quota espressa dalla relazione 7.2, cioè una variazione proporzionale a σ , non è esattamente quella che invece sembra essere la descrizione migliore del comportamento di un motore turbofan descritta dalle relazioni del cap. 6.

Se si utilizzano le leggi della spinta disponibile di motori turbofan del cap. 6 (fig. 6.20) con variazione della spinta con la velocità, si ottengono delle altre curve di spinta disponibile.

Le curve, insieme a quelle approssimate date dalla relazione 7.2 sono riportate nella fig. 7.8.

Si vede come le velocità massime, a quota 0 e 10000 ft sono alquanto diverse da prima.

La velocità massima a quota 0 risulta pari a M=0.67 e a quota 10000 ft M=0.73.

Alla quota di crociera di 35000 ft, invece le due relazioni forniscono risultati abbastanza simili.

Come già osservato nel cap. 6, infatti non costituisce una grossa approssimazione il fatto di considerare la spinta di un turbofan costante con la velocità alle quote elevate.

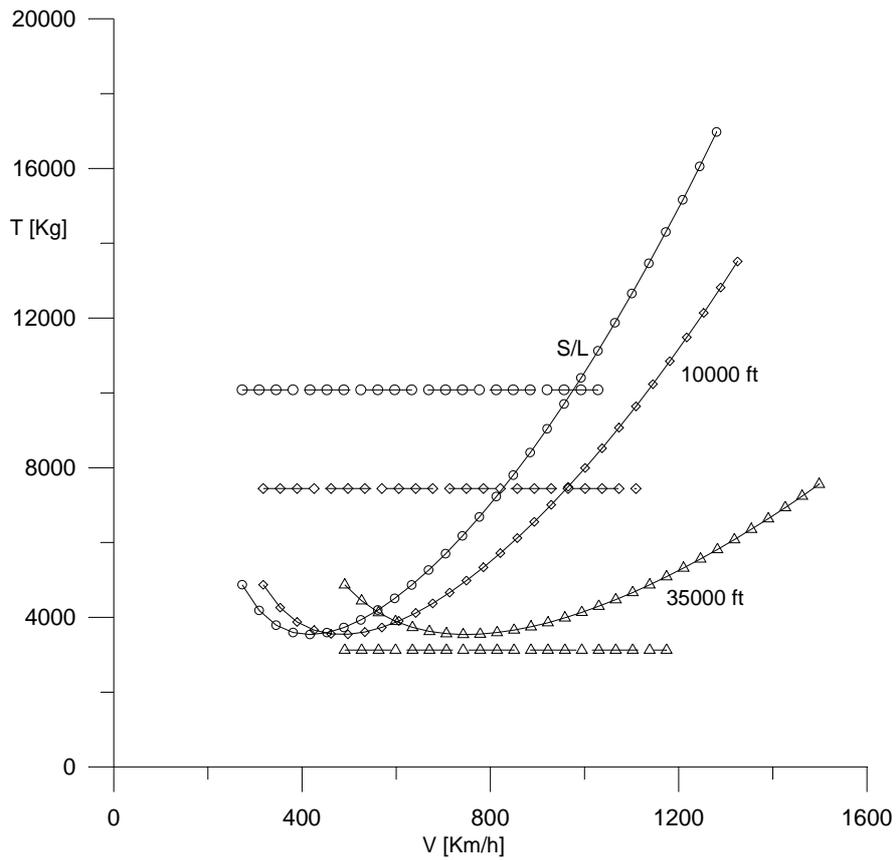


Fig. 7.7 : condizioni di crociera (ammissione =0.75)

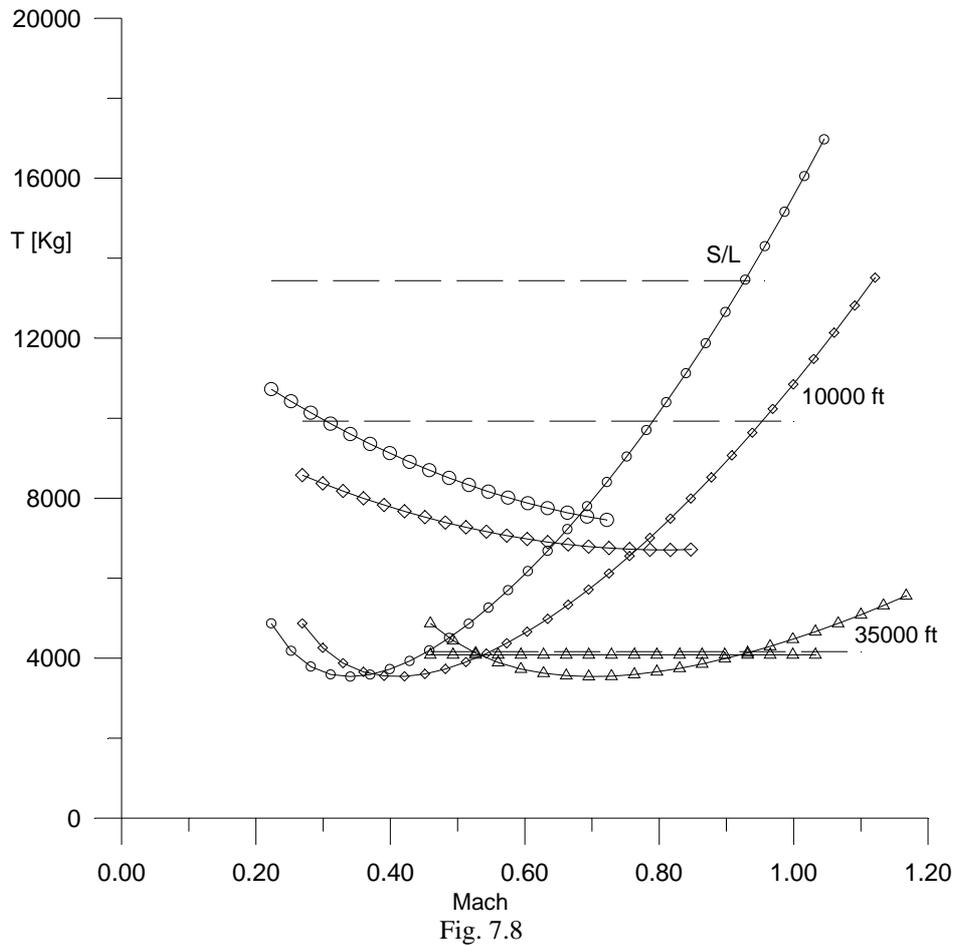


Fig. 7.8

In altri termini considerare la relazione semplice 7.2 anziché le curve rappresentative di un motore turbofan (fig. 6.20) non è un errore alle quote elevate.

Si deve anche osservare che in effetti non si è interessati alle velocità massime alle quote basse.

Un velivolo da trasporto a getto solitamente opera a quote elevate (massima autonomia e migliori velocità di volo) e dopo il decollo continua ad acquistare velocità e nello stesso tempo sale. In definitiva non si trova a transitare a quote basse a velocità elevate (dell'ordine di $M=0.70$). Quindi non si è assolutamente interessati alla valutazione delle prestazioni di velocità massima o di crociera a quota 0.

In relazione a quanto detto, assumere la relazione 7.2 (spinta costante) rappresenta una buona assunzione quando si è interessati al calcolo delle prestazioni di volo (velocità massima o di crociera) in crociera dei velivoli da trasporto.

Si deve però fare una osservazione importante.

Anche se si fa riferimento alla sola velocità massima alla quota di crociera di 35000 ft, si vede come il valore di tale velocità massima fornisce un valore di Mach pari a 0.93.

Quindi il Mach massimo di volo, secondo i nostri calcoli sarebbe di 0.93.

In effetti siamo in un regime di numeri di Mach (prossimi al valore sonico di 1.0) per i quali le onde d'urto iniziano a diventare molto intense e la resistenza d'onda cresce di molto.

In effetti per ogni velivolo da trasporto a getto esiste un valore del Mach di volo, detto Mach di divergenza della resistenza M_{DD} (compreso tra 0.83 e 0.87 e dipendente dal velivolo, dall'angolo di freccia e dal profilo alare) in corrispondenza del quale la resistenza inizia a crescere vertiginosamente, in relazione ad un incremento notevole della resistenza parassita associata alla resistenza d'onda.

E' quindi evidente che la velocità massima a 35000 ft di 0.93 per il velivolo MD-80 non è accurata, in quanto è valutata dai grafici di pag. 6 considerando il CDo del velivolo costante e pari a 0.018.

Ciò non è corretto, in quanto per valori del Mach maggiori del M_{DD} (che per il velivolo MD-80 è di circa 0.83) il Cdo non è più 0.018 in quanto la resistenza d'onda risulta crescere sensibilmente.

E' quindi chiaro che la curva della spinta necessaria di fig. 7.5 e 7.6 sarà valida sino a $M=M_{DD}=0.83$ (per il velivolo MD-80).

Non esiste un modo rapido ed efficace per calcolare la curva di resistenza per Mach maggiori, ma si può utilizzare una relazione che statisticamente risulta una descrizione valida per la resistenza a $M>M_{DD}$.

La relazione approssimata consiste nel considerare, per $M>M_{DD}$, un incremento della resistenza pari a 1.4 volte la resistenza a M_{DD} , chiamiamola D_{DD} , per ogni 0.1 di incremento di Mach da M_{DD} .

In altri termini si considera un andamento lineare della resistenza con il Mach per $M>M_{DD}$.

Se indichiamo con D_{DD} la resistenza (relativa alla polare parabolica) in corrispondenza di M_{DD} , si può utilizzare la relazione :

$$\boxed{T_{no} = D = D_{DD} + D_{DD} \cdot 14 \cdot (M - M_{DD})} \quad [7.4]$$

per $M>M_{DD}$

Come si vede la relazione 7.4 fornisce un incremento di 1.4 volte di D_{DD} in corrispondenza di un incremento $(M-M_{DD})=0.10$.

Nel caso del velivolo MD-80, in corrispondenza di $M=M_{DD}=0.83$, a quota di 35000 ft la resistenza è:

$$D_{DD} = 3746 \text{ Kg.}$$

A Mach di volo di 0.93 la resistenza , secondo la relazione 7.4 sarebbe pari a :

$$D (M=0.93) = 3746 + 3746 + 3746 \cdot 14 \cdot (0.93 - 0.83) = 8990 \text{ Kg}$$

Come si vede questo valore di resistenza non può essere compatibile con la spinta totale disponibile massima, che alla quota di 35000 ft risulta pari a 4162 Kg.

E' chiaro quindi che la relazione 7.4 (e la retta che ne deriva) fornirà un'altra velocità massima a quota di 35000 ft, diversa (e minore) del valore 0.93 di pag. 6.

Quanto detto è descritto dalla fig. 7.9 dove sono riportate, alla quota di 35000 ft, la curva della spinta disponibile (costante e pari a 4162 Kg) e le due curve della spinta necessaria (della resistenza). La curva tratteggiata corrisponde alla polare parabolica anche per $M > M_{DD}$ (il che significa ignorare l'incremento di resistenza d'onda) , la curva continua invece tiene conto della relazione 7.4 e quindi dell'incremento notevole di resistenza d'onda per $M > M_{DD}$.

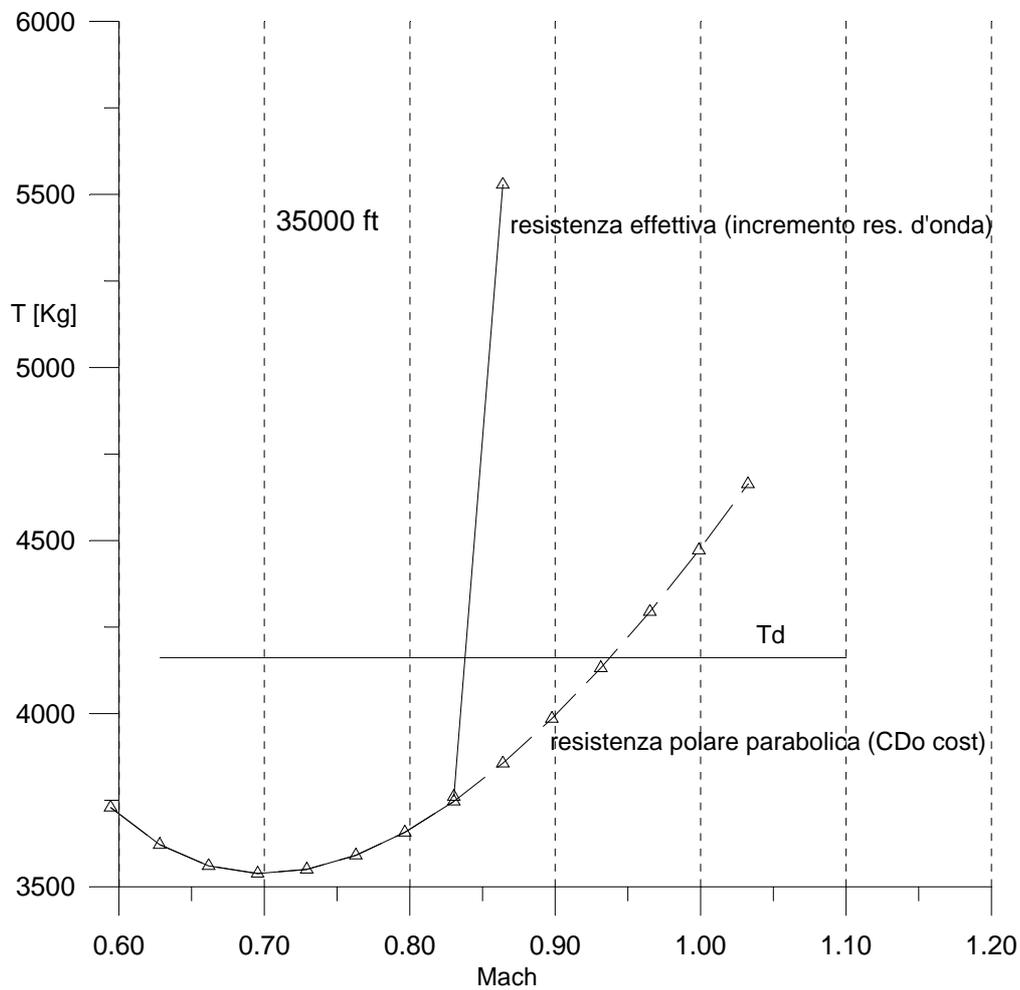


Fig. 7.9

Come si può vedere la velocità di volo massima a quota 35000 ft risulta pari a Mach 0.84 circa, con la nuova curva di resistenza (quella corretta). Questo è un Mach di volo plausibile per un velivolo come l'MD-80, al contrario di Mach=0.94 che è impossibile da raggiungere da tale velivolo.

E' anche evidente come, anche per il velivolo a getto possano essere riportate anche le curve delle potenze necessarie e disponibili al posto delle spinte e che in corrispondenza dei punti di intersezione si abbiano le stesse velocità ricavate dalle curve delle spinte.
 Si noti come la potenza disponibile sia linearmente variabile con il Mach di volo.

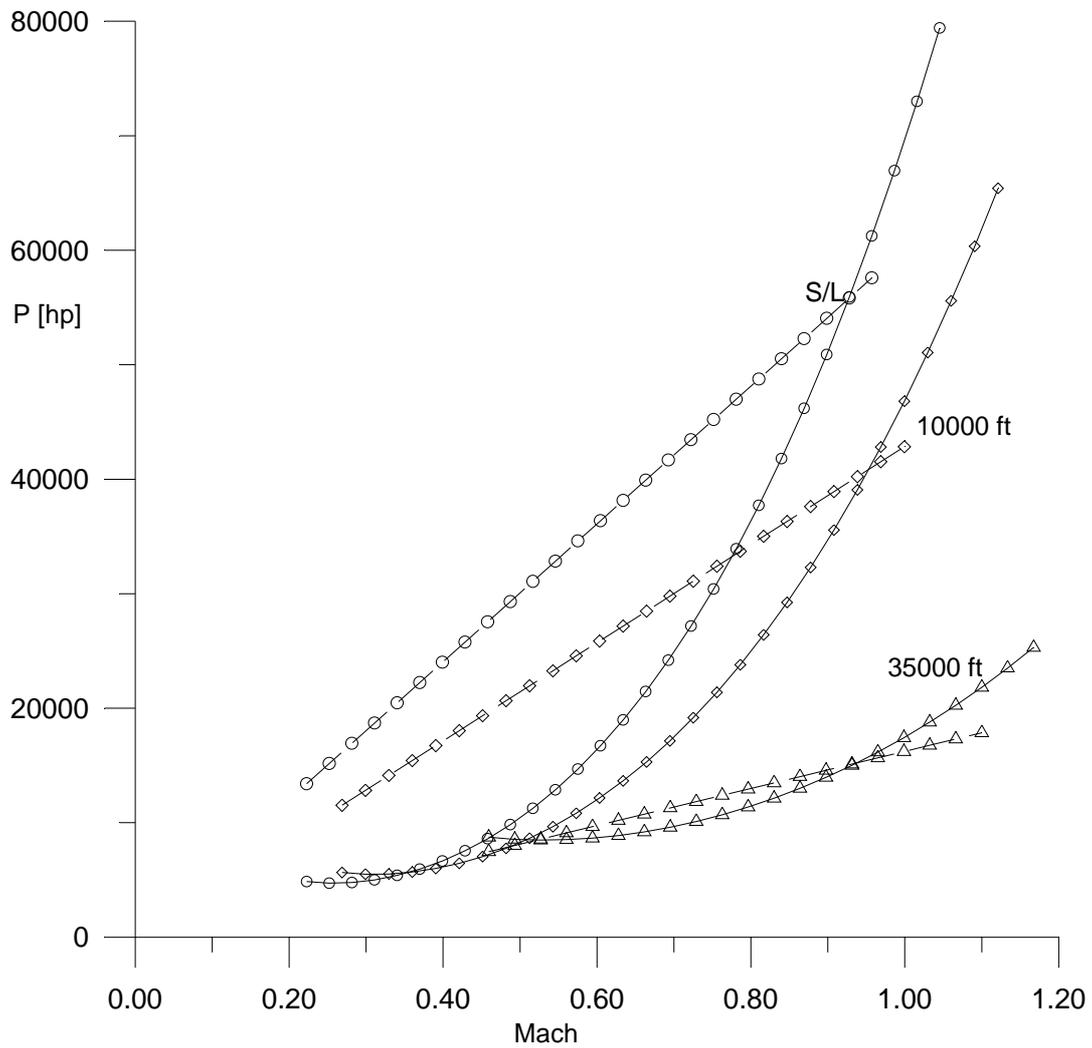


Fig. 7.10

7.3.2 VELIVOLO AD ELICA

L'approccio grafico può fornire la velocità di equilibrio anche per i velivoli ad elica.

In questo caso considereremo il diagramma delle potenze.

Anche qui assumiamo dei dati relativi ad un certo velivolo ad elica.

Consideriamo un velivolo bimotore ad elica (da 8-10 posti) (Beechcraft KingAir C90A) caratterizzato dai seguenti dati :

$W=4380$ Kg peso massimo al decollo
 $S= 27.3$ m² $b=15.3$ m $AR=8.57$
 $CD_0=0.026$ $e=0.78$ $CL_{MAX}=1.6$

2 Motori Pratt&Withney PT6A21 , ciascuno da 550 hp all'albero , cioè

$\Pi_o = 2 \cdot 550 = 1100$ hp

I motori sono turboelica.

Rendimento propulsivo delle eliche $\eta_P=0.80$

Svolgimento

Calcoliamo le curve delle potenze necessarie e disponibili alle varie quote.

Assumiamo per il calcolo le seguenti quote : S/L, 6000 ft e 12000 ft (crociera).

E' chiaro che la curva della potenza necessaria va calcolata con il procedimento esposto nel cap. 5, quindi :

Ad ogni quota :

per ogni velocità (a partire dalla velocità minima corrispondente con la velocità di stallo a quella quota, sempre data dalla 7.3) :

- calcolo la pressione dinamica q
- calcolo il CL
- calcolo il CD
- calcolo $D=q S CL$
- calcolo $\Pi_{no}=D \cdot V$

Per quanto riguarda la potenza disponibile, si assume elica a passo variabile, quindi rendimento costante con la velocità.

Faremo inizialmente l'approssimazione di considerare anche la potenza all'albero costante con la velocità (ricordiamo che per la turboelica non è così ma vale la relazione riportata nel cap.6 che fornisce una variazione parabolica della potenza all'albero per effetto ram).

La potenza disponibile sarà quindi data dalla relazione assunta per i motori a pistoncini cioè :

$$\boxed{\Pi_d = \Pi_o \cdot \phi \cdot \sigma \cdot \eta_P} \quad (7.5)$$

Calcoliamo ora :

$E_{MAX}=14.21$

La minima resistenza del velivolo in volo livellato risulterà pari a

$$D_{MIN} = \frac{W}{E_{MAX}} = 302.5 \text{ Kg}$$

La V_E a quota 0 sarà $V_E=210.3$ Km/h

Si possono calcolare i valori di D e V per il punto E e P :

$$D_P = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{W}{E_{MAX}} = 349.3 \text{ Kg}$$

$$V_P = V_E / \sqrt[4]{3} = V_E / 1.32 = 160 \text{ Km/h}$$

La minima potenza a quota 0 sarà :

$$\Pi_{MIN} = \Pi_P = D_P \cdot V_P = 349 \cdot 9.81 \cdot 160 / 3.6 = 152164 \text{ W} = 152 \text{ KW} = 204 \text{ hp}$$

Ovviamente il valore della potenza minima sarà diverso alle altre quote per l'effetto dell'aumento della V_P al crescere della quota.

Nella fig. 7.11 è riportata la curva della efficienza aerodinamica in funzione della velocità di volo alle 3 quote.

Nelle figure 7.12, 7.13 riporto le curve che rappresentano la spinta e la potenza necessaria e disponibile (massima disponibile, cioè $\varphi=1$) alle 3 quote precedentemente citate.

Le velocità massime di volo livellato sono evidenziate dai punti neri nel diagramma delle potenze.

Si vede come le velocità massime di volo sono dell'ordine dei 400 Km/h.

Più precisamente troviamo le seguenti velocità massime :

S/L	$V_{MAX}=402 \text{ Km/h}$
6000 ft	$V_{MAX}=398 \text{ Km/h}$
12000 ft	$V_{MAX}=391 \text{ Km/h}$

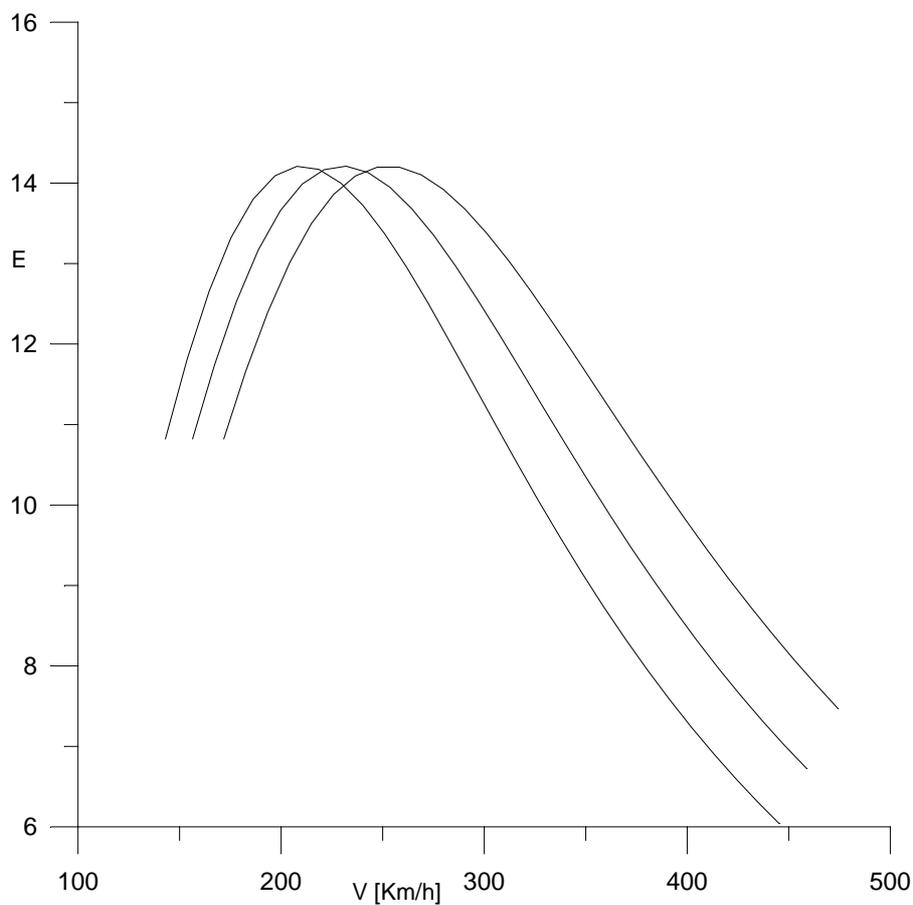
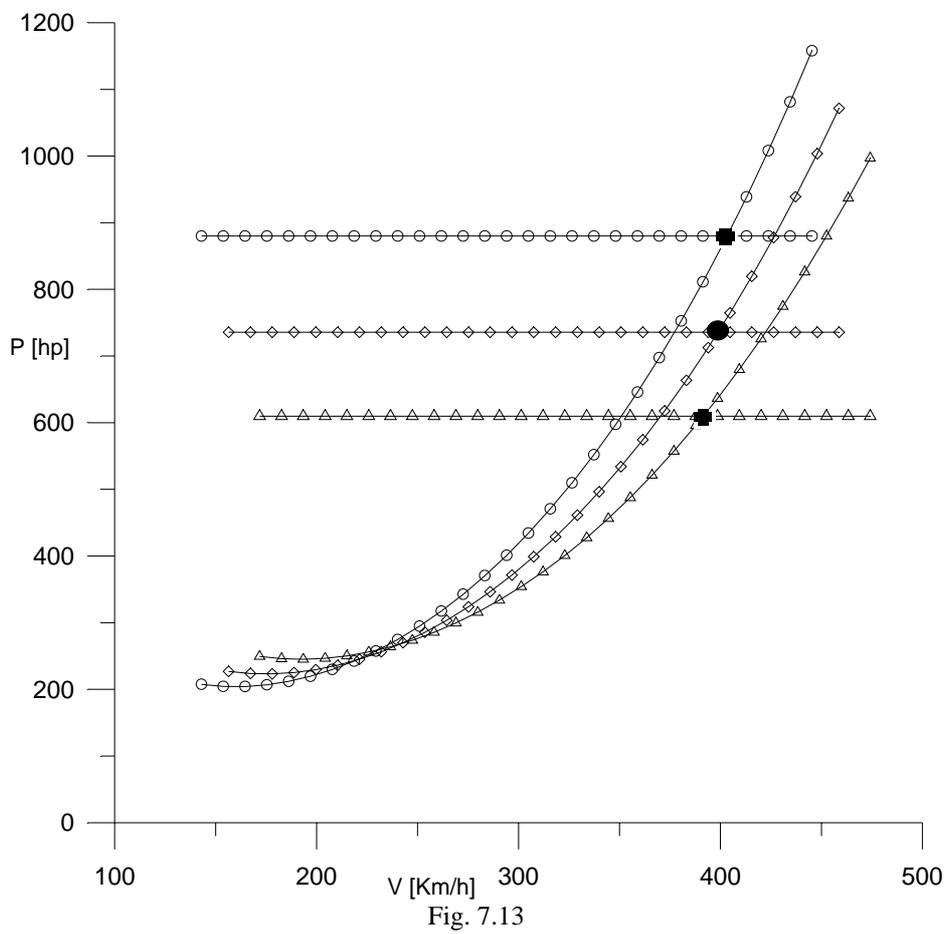
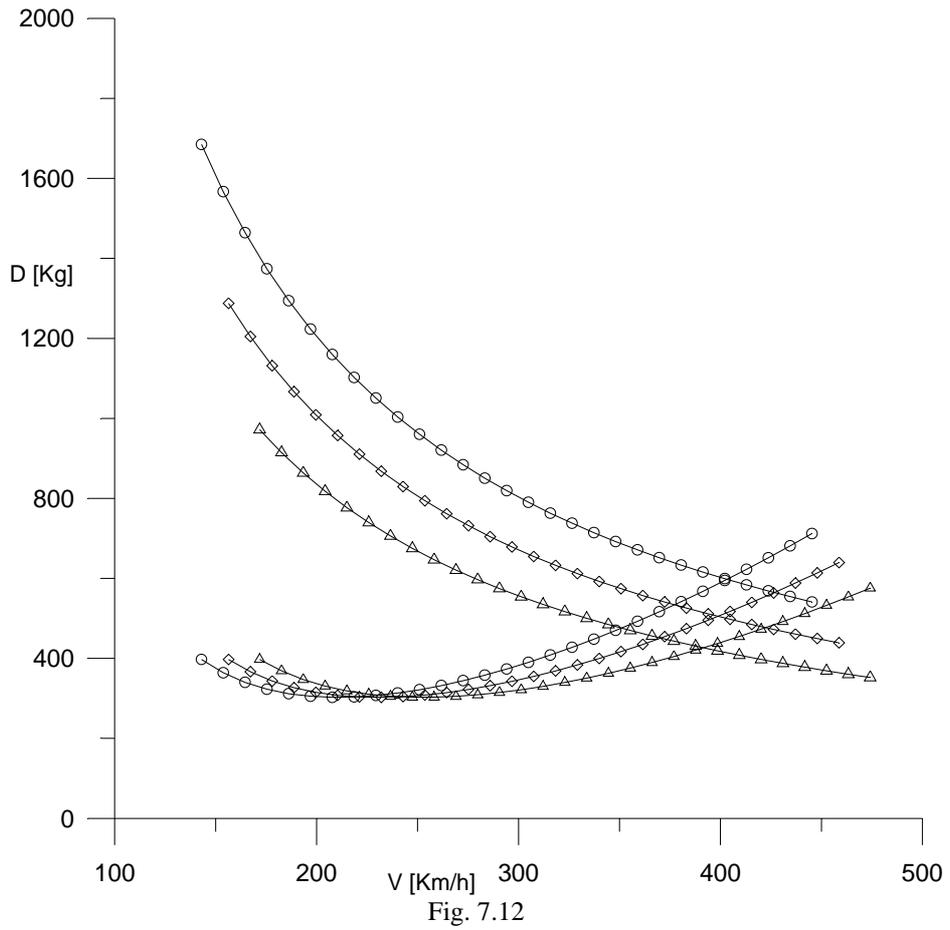


Fig. 7.11



I calcoli effettuati risentono della approssimazione di aver considerato la potenza all'albero costante con la velocità.

In realtà, come sappiamo il motore turboelica fornisce una potenza variabile con V con legge parabolica (vedi cap.6).

Considerando la potenza disponibile corretta (cioè variabile), per il velivolo in esame si ottengono le curve di potenza della fig. 7.14.

Dall'analisi grafica delle nuove curve si ottengono le seguenti velocità massime:

VELOCITA' MASSIME IN VOLO LIVELLATO – Potenza disponibile variabile (turboelica)

S/L	$V_{MAX}=421$ Km/h
6000 ft	$V_{MAX}=413$ Km/h
12000 ft	$V_{MAX}=407$ Km/h

Come si vede, considerando la potenza all'albero di un turboelica e non di un equivalente motore a pistoni si ottiene una velocità massima circa 5% più elevata.

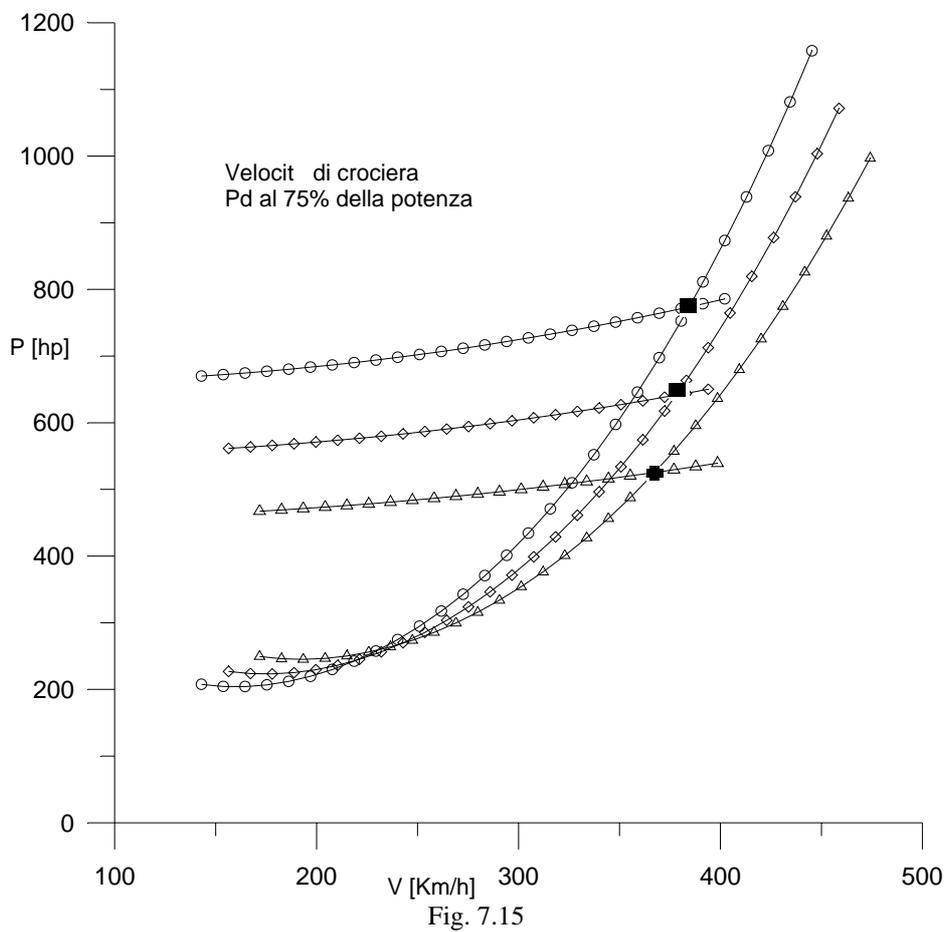
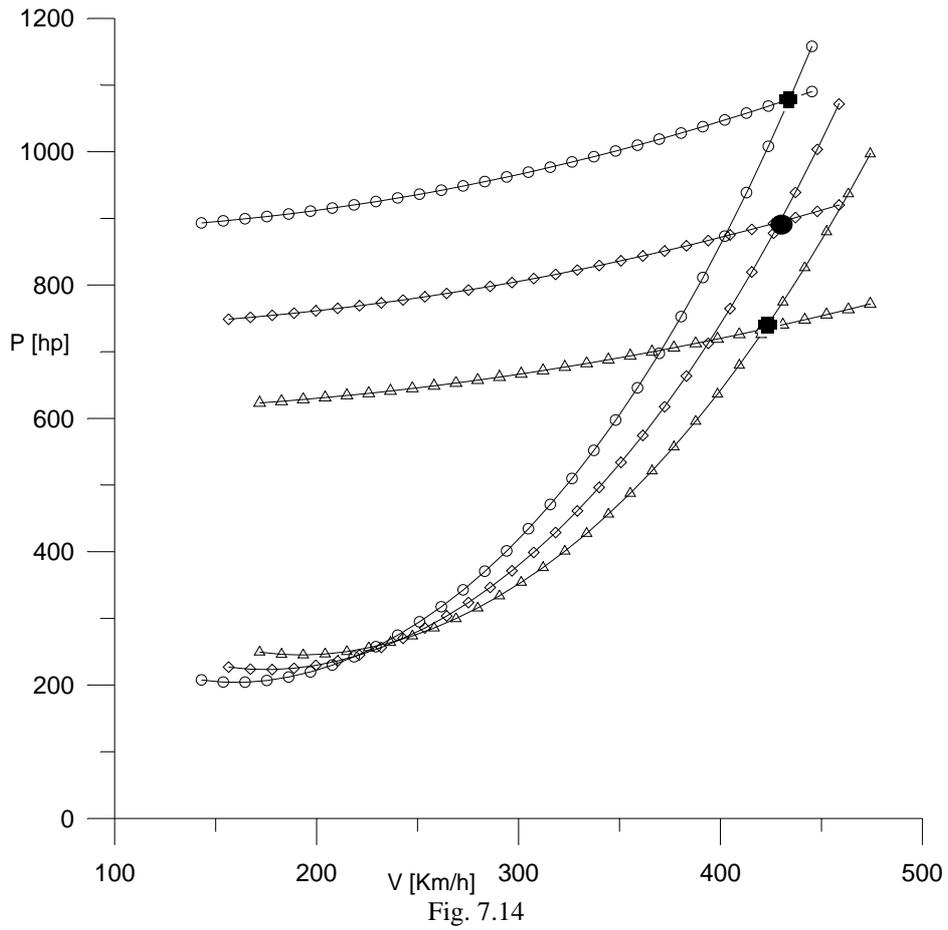
Vedremo come anche nell'analisi analitica può essere tenuto in conto il fatto che il motore è turboelica.

Ovviamente, se consideriamo un grado di ammissione pari a 0.75, cioè $\phi=0.75$, possiamo trovare le velocità di crociera (al 75% della potenza) alle 3 quote.

Il diagramma di fig. 7.15 mostra le curve delle potenze disponibili al 75% della potenza.

VELOCITA' DI CROCIERA (AL 75% DELLA POTENZA) IN VOLO LIVELLATO

S/L	$V_{MAX}=378$ Km/h
6000 ft	$V_{MAX}=372$ Km/h
12000 ft	$V_{MAX}=359$ Km/h



7.4 VELOCITA' MASSIMA E DI CROCIERA – APPROCCIO ANALITICO

7.4.1 VELIVOLI A GETTO

L'equazione $T=D$ che descrive l'equilibrio in volo livellato può essere sviluppata per fornire una soluzione analitica al problema che è stato risolto graficamente al par. 7.3.1.

Scrivendo l'equazione sopra in termini della pressione dinamica $q=1/2\rho V^2$ e notando che $D=T_d$, si ottiene:

$$T_d = qSC_{D_0} + \frac{KS}{q} \left(\frac{W}{S} \right)^2 \quad (7.6)$$

Moltiplicando l'Eq. 7.6 per q abbiamo:

$$q^2 SC_{D_0} - qT_d + KS \left(\frac{W}{S} \right)^2 = 0 \quad (7.7)$$

Si noti che essendo un'equazione di secondo grado in q , l'Eq. 7.7 porta a due soluzioni per q :

$$q = \frac{T_d \pm \sqrt{T_d^2 - 4SC_{D_0}K(W/S)^2}}{2SC_{D_0}} = \frac{T_d/S \pm \sqrt{(T_d/S)^2 - 4SC_{D_0}K(W/S)^2}}{2C_{D_0}} \quad (7.8)$$

Sostituendo q con $1/2\rho V^2$ si ottiene:

$$V^2 = \frac{T_d/S \pm \sqrt{(T_d/S)^2 - 4SC_{D_0}K(W/S)^2}}{\rho C_{D_0}} \quad (7.9)$$

Nell' Eq. 7.9 appare il parametro T/S ; analogamente al parametro carico alare W/S la quantità T/S è talvolta chiamata il carico di spinta. Comunque, nella gerarchia dei parametri importanti per la performance del velivolo, T/S non è così fondamentale come il carico alare W/S o il rapporto spinta-peso T/W . Infatti il rapporto T/S non è altro che una combinazione di queste ultime due quantità.

$$\frac{T_R}{S} = \frac{T_R}{W} \frac{W}{S} \quad (7.10)$$

Sostituendo l'Eq. 7.10 nella 7.9 e facendo la radice quadrata si ottiene l'espressione finale per la velocità:

$$V = \left[\frac{(T_d/W)(W/S) \pm (W/S)\sqrt{(T_d/W)^2 - 4C_{D_0}K}}{\rho C_{D_0}} \right]^{1/2} \quad (7.11)$$

La stessa relazione, osservando che :

$$4 \cdot K \cdot C_{D_0} = \frac{4 C_{D_0}}{\pi AR \cdot e} = \frac{1}{E_{MAX}^2}$$

può essere scritta come :

In effetti l'equazione 7.11 fornisce due soluzioni corrispondenti alle soluzioni graficamente rappresentate in fig. 7.16

$$V = \left[\frac{(T_d/W)(W/S) \pm (W/S) \sqrt{(T_d/W)^2 - 1/E_{MAX}^2}}{\rho C_{Do}} \right]^{1/2} \quad [7.12]$$

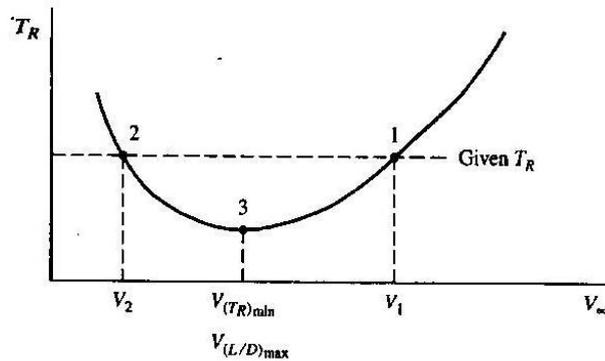


Fig. 7.16

L'equazione 7.11 fornisce le due velocità di volo associate con un dato valore di \$T_d\$. Per esempio, come mostrato in Fig. 7.16, per un dato \$T_d\$ ci sono generalmente due valori di velocità di volo che corrispondono a questo valore di \$T_d\$, precisamente, il più alto valore di velocità \$V_1\$ si ottiene con il segno + nell' Eq. 7.11 ed il valore più basso \$V_2\$ con il segno -. È importante sottolineare le caratteristiche dell'aeroplano dalle quali dipendono queste velocità. Dall' Eq. 7.11, \$V\$ per un dato \$T_d\$ dipende da:

1. il rapporto spinta-peso \$T_d/W\$
2. il carico alare \$W/S\$
3. La polare (\$C_{Do}, K\$), cioè il \$C_{Do}\$ ed il fattore di Oswald, oltre ad AR

Chiaramente \$V\$ dipende anche dall'altitudine con \$\rho_\infty\$.

Quando il discriminante nell' Eq. 7.11 è uguale a zero, si otterrà una sola soluzione per \$V\$. Questa corrisponde al punto 3 in Fig. 7.16, vale a dire il punto di minimo per \$T_R\$. Discriminante nullo vuol dire:

$$\left(\frac{T_d}{W} \right)^2 - 4C_{Do}K = 0 \quad (7.13)$$

la 7.13 corrispondente anche con

$$\left(\frac{T_d}{W} \right)^2 = \frac{1}{E_{MAX}^2} \quad \text{o anche } T_d = \frac{W}{E_{MAX}}, \text{ quindi } T_d = D_{MIN}$$

in pratica ritroviamo analiticamente quanto visto graficamente nel cap.5.

Quindi affinché si possa avere equilibrio la spinta disponibile rapportata al peso deve essere maggiore o uguale a \$1/E_{MAX}\$

Quindi la condizione di equilibrio, che fisicamente è legata al fatto che la spinta disponibile sia almeno uguale a quella minima necessaria al volo, si traduce nella condizione matematica che il Δ dell'equazione sia maggiore o uguale a zero.

Quindi l'equilibrio in volo livellato ad una certa quota è garantito se e solo se :

$$\boxed{\frac{T_d}{W} \geq \frac{1}{E_{MAX}}} \quad (7.14)$$

La velocità, in corrispondenza della situazione $\frac{T_d}{W} = \frac{1}{E_{MAX}}$, sarà data da (vedi eq. 7.12).

$$V = \sqrt{\frac{1}{\rho \cdot CDo} \frac{T_d}{W} \frac{W}{S}}, \text{ tale velocità corrisponderà, ovviamente alla velocità del punto E.}$$

$$\text{Sostituendo a } T_d \text{ l'espressione} \quad T_d = \frac{W}{E_{MAX}} = W \cdot \sqrt{\frac{4}{\pi}} \sqrt{\frac{CDo}{AR \cdot e}}$$

Si vede come la velocità di equilibrio (unica perché si ha una ed una sola soluzione) corrisponde proprio con la V_E , cioè la V in corrispondenza dell'assetto di massima efficienza, infatti :

$$V = \sqrt{\frac{1}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{CDo}} \cdot \sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \left(\sqrt{\frac{4}{\pi}} \sqrt{\frac{CDo}{AR \cdot e}} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{1}{\rho}} \cdot \sqrt{\frac{W}{S}} \cdot \sqrt{2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{\pi \cdot AR \cdot e \cdot CDo}} \right)^{1/2} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{\frac{W}{S}} \sqrt{\frac{1}{CL_E}}$$

Quindi se ad una certa quota $\frac{T_d}{W} = \frac{1}{E_{MAX}}$, a quella quota si avrà solo una possibile velocità di equilibrio, corrispondente con la V di efficienza massima (punto E).

La (7.12) può essere anche scritta in un altro modo, che chiarisce in modo più facile la dipendenza dai parametri e ne facilita la memorizzazione :

$$\boxed{V = \left[\frac{(T_d/W) \cdot (W/S)}{\rho \cdot CDo} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{\left(\frac{T_d}{W} \right)^2 \cdot E_{MAX}^2}} \right) \right]^{1/2}} \quad (7.15)$$

In particolare non si è considerata interessante la soluzione corrispondente al segno negativo della 7.12, ritenendo di interesse solo il calcolo della velocità massima, quindi si è preso solo il segno positivo.

Ancora, la relazione 7.15 mette in evidenza come la dipendenza della velocità massima (o in generale della velocità di equilibrio) dipendeva dai seguenti parametri :

- Rapporto spinta peso T_d/W
- Carico alare W/S

- ❑ Quota (tramite ρ)
- ❑ CDo del velivolo
- ❑ Efficienza massima, o in particolare CDo, AR ed e.

Tuttavia, si può vedere che da un punto di vista aerodinamico, l'influenza principale ce l'ha il CDo e non il fattore di Oswald.

Infatti il ruolo di E_{MAX} nella 7.15 non è così determinante come quello di CDo (compare direttamente).

Esempio

Proviamo a calcolare la velocità massima in volo livellato a 35000 ft del velivolo a getto MD-80. Dai dati dei paragrafi precedenti (pag. 5), che riportiamo :

$W=W_{TO}=63500$ Kg peso massimo al decollo

$S=118$ m² $b=33$ m $AR=9.23$

$CDo=0.018$ $e=0.80$ $K=\frac{1}{\pi \cdot AR \cdot e} = 0.0431$ $CL_{MAX}=1.5$

Imp. propulsivo : 2 motori PW JT8D da 8400 Kg di spinta ciascuno, cioè $T_o=8400 \cdot 2=16800$ Kg

Dai dati geometrici ed aerodinamici del velivolo ho :

$E_{MAX}=17.95$

La resistenza minima (è indipendente dalla quota) vale :

$$D_{MIN} = \frac{W}{E_{MAX}} = 3538 \text{ Kg}$$

Calcoliamo la spinta massima disponibile alla quota di 35000 ft.

$$T_d = T_o \cdot 0.80 \cdot \sigma \cdot \phi = 16800 \cdot 0.80 \cdot 0.31 \cdot 1 = 4166 \text{ Kg}$$

Il fatto che T_d sia $>$ della minima resistenza garantisce che ci possa essere equilibrio.

Calcoliamo con la 7.15 la velocità massima di volo alla quota di 35000 ft :

Calcoliamo $\frac{T_d}{W}$

$$\frac{T_d}{W} = \frac{4166}{63500} = 0.0656 \qquad \frac{W}{S} = \frac{63500 \cdot 9.81}{118} = 5279 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$V = \left[\frac{(0.0656) \cdot 5279}{(1.225 \cdot 0.31) \cdot 0.018} \cdot \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{(0.0656)^2 \cdot (17.95)^2}} \right) \right]^{1/2} = 277 \text{ m/s} = 997 \text{ Km/h}$$

che risulta ovviamente uguale (a meno di 3 Km/h, dovuti ai decimali trascurati) alla velocità determinata graficamente a dai grafici 7.5 e 7.6.

La velocità massima di equilibrio trovata comporta (sempre a 35000 ft) un Mach di volo pari a :

$$M = 277/296 = 0.93 !!!$$

Anche analiticamente bisogna considerare l'aspetto del Mach di divergenza della resistenza.

Se il Mach di divergenza della resistenza è $M_{DD} = 0.83$ e la resistenza calcolata in corrispondenza di questo Mach a 35000 ft è :

$$\text{Mach}=0.83 \quad \text{a } 35000 \text{ ft} \quad \Rightarrow \quad V=0.83 \cdot a = 0.83 \cdot 296.5 = 246 \text{ m/s} = 886 \text{ Km/h}$$

Si valuta la resistenza della polare parabolica (che vale fino a M_{DD}) in corrispondenza di M_{DD} :

Bisogna prima valutare il CL in corrispondenza di $V_{DD} = 246 \text{ m/s}$. La densità a 35000 ft vale $\rho = 0.379 \text{ Kg/m}^3$

$$CL_{DD} = \frac{2 W}{\rho S V_{DD}^2} = \frac{2}{0.379} \frac{63500 \cdot 9.81}{118} \frac{1}{246^2} = 0.46$$

$$CD_{DD} = CD_0 + KCL_{DD}^2 = 0.018 + 0.0431 \cdot (0.46)^2 = 0.02712$$

$$D_{DD} = \frac{1}{2} \rho V_{DD}^2 \cdot S \cdot CD_{DD} = 36726 \text{ N} = 3744 \text{ Kg} \quad \text{o anche } D_{DD} = \frac{W}{E_{DD}} = W \cdot \frac{CD_{DD}}{CL_{DD}}$$

La resistenza per $M > M_{DD}$ sarà data dalla relazione :

$$\boxed{D = D_{DD} + 14 \cdot D_{DD} \cdot (M - M_{DD})} \quad (7.16)$$

Ovviamente, imponendo che la resistenza sia uguale alla spinta disponibile, possiamo trovare come soluzione all'equazione 7.16 la massima velocità di volo a 35000 ft (il massimo Mach di volo).

Infatti, ponendo la resistenza pari alla spinta disponibile $D = T_d = 4166 \text{ Kg}$

$$(M - M_{DD}) = \frac{(T_d - D_{DD})}{14 \cdot D_{DD}} = \frac{(4166 - 3744)}{14 \cdot 3744} = 0.008$$

da cui il Mach massimo di volo a quota di 35000 ft risulta pari a

$$M = M_{DD} + 0.008 = 0.84$$

Il che risulta in accordo con il risultato ottenuto per via grafica a pag. 10.

7.4.2 VELIVOLI AD ELICA

Nel caso dei velivoli ad elica la spinta disponibile T_d risulta funzione della velocità di volo e quindi un approccio analitico che fornisca una relazione chiusa per il calcolo della massima velocità di un velivolo ad elica risulta più complesso.

Infatti se consideriamo l'equazione della potenza (nel caso del velivolo ad elica è la potenza disponibile ad essere costante) :

$$\Pi_d = \Pi_{no} = a \cdot V^3 + \frac{b}{V}$$

svilupata in V fornisce l'equazione :

$$a \cdot V^4 - \Pi_d \cdot V + b = 0 \quad (7.17)$$

che risulta un'equazione di 4° grado. La risoluzione della equazione è complessa (al contrario della risoluzione dell'equazione quadratica in q trovata nel caso del velivolo a getto).

Per trovare la velocità massima (o la velocità di crociera al 75% della potenza, cioè $\varphi=0.75$) per un velivolo ad elica, invece possiamo affrontare il problema per via ingegneristica, attraverso una procedura iterativa.

In pratica si tratta di trovare proprio la soluzione numerica di una espressione (la 7.17, appunto).

Per le potenze possiamo scrivere che :

$$\Pi_d = \Pi_{no} = \frac{1}{2} \rho \cdot S \cdot CD \cdot V^3 \quad (7.18)$$

dove la potenza disponibile è

$$\Pi_d = \Pi_a \cdot \eta_p = \Pi_o \cdot \sigma \cdot \varphi \cdot \eta_p \quad \text{nel caso di motore a pistoni e}$$

$$\Pi_d = \Pi_a \cdot \eta_p = \Pi_o \cdot K_v \cdot \sigma \cdot \varphi \cdot \eta_p \quad \text{nel caso di motore turboelica}$$

La procedura che si può adottare è la seguente :

La relazione 7.18 può essere risolta in V :

$$V = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_d}{\rho \cdot S \cdot CD}} \quad (7.19)$$

Ovviamente la 7.19 non è una formula chiusa in quanto anche il CD , essendo funzione del CL , è funzione della velocità di volo V , quindi la 7.19 non può essere risolta con un solo calcolo in quanto CD non è noto.

La soluzione viene trovata per via iterativa :

Si assume inizialmente $CD=1.1 C_{Do}$, il che è ragionevole in quanto in corrispondenza della velocità massima i valori di CL e di CD sono bassi e ci troviamo vicino al C_{Do} del velivolo. Comunque partendo da un valore pari a $1.2 C_{Do}$ si raggiungerebbe lo stesso risultato, magari con una iterazione in più.

Vediamo come si procede :

PROCEDURA PER VELIVOLI CON MOTORI A PISTONI

Per il calcolo della velocità massima ($\phi=1$) o di crociera ($\phi=0.75$, ad esempio) ad una certa quota (fissata densità ρ):

Si valuta la potenza massima disponibile alla quota considerata tramite la

$$\Pi_d = \Pi_a \cdot \eta_p = \Pi_o \cdot \sigma \cdot \phi \cdot \eta_p$$

Si assume inizialmente $CD=1.1 C_{Do}$

1) Si calcola con tale valore di CD il valore di V dalla 7.19 alla quota in esame ed in corrispondenza della potenza disponibile

$$V = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_d}{\rho \cdot S \cdot CD}} \quad (7.20)$$

2) Dalla V ricavata si può ricavare il CL :

$$CL = \frac{2 W}{\rho S V^2}$$

3) Dal CL si ricava il CD :

$$CD = C_{Do} + K \cdot CL^2$$

Con il valore di CD trovato si ritorna al punto 1 e si ricalcola un nuovo valore della velocità. Si procede fino a che la velocità ricavata al ciclo corrente differisce di poco (ad esempio 1 Km/h) da quella relativa all'iterazione precedente.

Esempio

Rifacciamo il caso del velivolo Beechcraft King Air trattato per via grafica a pag. 12-13-14.

Riportiamo ancora i dati del velivolo :

$$\begin{aligned} W &= 4380 \text{ Kg} && \text{peso massimo al decollo} \\ S &= 27.3 \text{ m}^2 && b=15.3 \text{ m} && AR=8.57 \\ C_{Do} &= 0.026 && e=0.78 && C_{L_{MAX}}=1.6 \end{aligned}$$

2 Motori Pratt&Withney PT6A21 , ciascuno da 550 hp all'albero , cioè

$$\Pi_o = 2 \cdot 550 = 1100 \text{ hp}$$

I motori sono turboelica.

Rendimento propulsivo delle eliche $\eta_p=0.80$

Inizialmente assumiamo di non considerare l'effetto ram della turboelica.

La potenza disponibile al livello del mare è :

$$\Pi_d = \Pi_o \cdot \eta_p = 1100 \cdot 0.80 = 880 \text{ hp} = 656480 \text{ W}$$

Nella relazione 7.19 dobbiamo ovviamente utilizzare la potenza in W e ρ ed S in unità standard.

Riportiamo i calcoli effettuati in tabella ai vari cicli di iterazione :

Iteraz.	CD	V (calcolata dalla 7.19)	CL	CD
1	1.1*CD ₀ =0.0286	111.11 m/s = 400 Km/h	0.208	0.0281
2	0.0281	111.85 m/s = 402.6 Km/h	0.205	0.0280
3	0.0280	111.91 m/s = 402.9 Km/h	0.205	0.0280

Si vede come già alla seconda iterazione la velocità è praticamente pari a quella finale.

Dai calcoli effettuati risulta che la velocità massima al livello del mare risulta pari a 403 Km/h.

Si può vedere come si è ottenuto per via analitica il risultato ottenuto per via grafica a pag. 13 (si era ottenuto come velocità massima in volo livellato il valore di 402 Km/h.

Questa procedura vale praticamente per ogni velivolo ad elica con motore a pistoni.

Per calcolare la velocità di crociera, basta utilizzare nella procedura, cioè nell'equazione 7.19, una potenza all'albero pari , ad esempio al 75% (cioè $\phi = 0.75$).

La procedura è identica.

La procedura rimane invariata anche se vogliamo calcolare la velocità massima (o di crociera) a quote diverse, basterà cambiare la densità (e la potenza disponibile che dipende da essa).

Chiaramente basterà considerare la potenza all'albero giusta ed il valore giusto della densità nell'equazione 7.19 e nella relazione del punto 2 per il calcolo del CL.

Infatti, sempre assumendo potenza all'albero costante con V (cioè motore a pistoni), per il velivolo in esame si può ripetere il calcolo per valutare la velocità di crociera alla quota di crociera di 12000 ft.

La densità a 12000 ft è 0.85 Kg/m^3 ($\sigma = 0.69$)

La potenza disponibile in condizioni di crociera al 75% (quindi $\phi = 0.75$) a questa quota è :

$$\Pi_d = \Pi_o \cdot \sigma \cdot \phi \cdot \eta_p = 1100 \cdot 0.69 \cdot 0.75 \cdot 0.80 = 457 \text{ hp} = 340922 \text{ W}$$

Iteraz.	CD	V (calcolata dalla 7.19)	CL	CD
1	1.1*CD ₀ =0.0286	100.97 m/s = 363.5 Km/h	0.364	0.0323
2	0.0323	96.96 m/s = 349.07 Km/h	0.394	0.0334
3	0.0334	95.88 m/s = 345.17 Km/h	0.403	0.0337
4	0.0337	95.55 m/s = 344 Km/h	0.406	0.0337

Quindi la velocità di crociera (75% del grado di ammissione) alla quota di 12000 ft risulta pari a 344 Km/h.

Si vede come è stato necessario effettuare una iterazione in più.

Il motivo è che , quando si considerano condizioni di crociera (essendo le velocità meno elevate ed anche i CL un po' più elevati) sarebbe più opportuno partire da valori pari a 1.2 CD₀.

In effetti ciò non influisce minimamente sul risultato finale.

Qualsiasi sia il valore iniziale assunto per il CD il procedimento porta a convergenza.

Quanto effettuato, analogamente a quanto visto alle pagine 15-16 rappresenta una approssimazione, in quanto il motore del velivolo è un motore turboelica e quindi la potenza all'albero aumenta con V per l'effetto ram presente.

La procedura per velivoli turboelica si modifica nel modo seguente (si tiene semplicemente in conto la presenza del K_v) :

PROCEDURA PER VELIVOLI CON MOTORI TURBOELICA

Per il calcolo della velocità massima ($\varphi=1$) o di crociera ($\varphi=0.75$, ad esempio) ad una certa quota (fissata densità ρ):

Si valuta la potenza massima disponibile alla quota considerata tramite la

$$\Pi_d = \Pi_a \cdot \eta_p = \Pi_O \cdot K_v \cdot \sigma \cdot \varphi \cdot \eta_p$$

assumendo inizialmente un valore di $K_v=1.0$ (infatti, poiché non conosco la velocità di volo (che è proprio la mia incognita) non conosco K_v).

Indichiamo con Π_{d-1} la potenza disponibile con $K_v=1$

$$\Pi_{d-1} = \Pi_a \cdot \eta_p = \Pi_O \cdot \sigma \cdot \varphi \cdot \eta_p$$

Si assume inizialmente $CD=1.1 CDo$

1) Si calcola con tale valore di CD il valore di V dalla 7.19 alla quota in esame ed in corrispondenza della potenza disponibile

$$V = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_{d-1}}{\rho \cdot S \cdot CD}} \quad (7.21)$$

2) Dal valore di V ricavato si ricava il K_v (questa volta >1)

3) Si ricava nuovamente la velocità dalla relazione sopra, questa volta considerando la potenza disponibile che è stata moltiplicata per il K_v (in genere significa potenza disponibile incrementata del 10-20%), cioè :

$$V = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot \Pi_{d-1} \cdot K_v}{\rho \cdot S \cdot CD}} \quad (7.22)$$

4) Dalla V ricavata si può ricavare il CL :

$$CL = \frac{2 W}{\rho S V^2}$$

5) Dal CL si ricava il CD :

$$CD = CDo + K \cdot CL^2$$

Con il valore di CD trovato si ritorna al punto 3 e si ricalcola un nuovo valore della velocità.

Si procede fino a che la velocità ricavata al ciclo corrente differisce di poco (ad esempio 1 Km/h) da quella relativa all'iterazione precedente.

Si noti come non è necessario andare a modificare il K_v (viene calcolato solo all'inizio, cioè al primo ciclo) se il valore della velocità varia tra un ciclo e l'altro meno di 5 Km/h.

Infatti la figura 6.24 del cap. 6 mostra chiaramente come variazioni di velocità di volo così ridotte non comportano variazioni significative del K_v .

Esempio

Sempre per il velivolo Beechcraft, calcoliamo la velocità massima in volo livellato al livello del mare, considerando questa volta la procedura per motore turboelica.

Assumendo inizialmente $K_v=1$ la potenza disponibile risulta pari a $\Pi_{d-1} = 880$ hp

Iteraz.	CD	V (calcolata dalla 7.21 o 7.22)	K_v	CL	CD
pre	$1.1 \cdot CD_0 = 0.0286$	111.14 m/s = 400.09 Km/h (7.21)	1.127		
1	$1.1 \cdot CD_0 = 0.0286$	115.60 m/s = 416.33 Km/h (7.22)	“	0.192	0.02771
2	0.0277	116.90 m/s = 420.70 Km/h (7.22)	“	0.188	0.02764
3	0.0334	116.97 m/s = 421.10 Km/h (7.22)	“	0.1878	0.02764

La velocità massima quindi risulta 420 Km/h (prima, considerando un equivalente motore a pistoni era stata calcolata di 403 Km/h).

Vediamo anche come il risultato (421 Km/h) è in pieno accordo con il risultato ottenuto per via grafica a pag. 15 (analisi fig. pag. 16).

Sempre assumendo motore turboelica (procedura pagina precedente) , possiamo calcolare la velocità massima alla quota di 12000 ft.

La potenza disponibile da considerare (per l'effetto del σ) è :

sempre assumendo inizialmente $K_v=1$ la potenza disponibile risulta pari a $\Pi_{d-1} = 880 \cdot \sigma = 610$ hp (il rapporto delle densità a 12000 ft è 0.69).

Iteraz.	CD	V (calcolata dalla 7.21 o 7.22) ma con $\rho = \rho(12000 \text{ ft}) = 0.85 \text{ Kg/m}^3$	K_v	CL	CD
pre	$1.1 \cdot CD_0 = 0.0286$	111.14 m/s = 400.09 Km/h (7.21)	1.127		
1	$1.1 \cdot CD_0 = 0.0286$	115.65 m/s = 416.33 Km/h (7.22)	“	0.2773	0.02957
2	0.02957	114.37 m/s = 411.74 Km/h (7.22)	“	0.2835	0.02973
3	0.02973	114.16 m/s = 411.00 Km/h (7.22)	“	0.2846	0.02976

Quindi la velocità massima alla quota di 12000 ft risulta pari a 411 Km/h.

7.5 INVILUPPO DI VOLO

Abbiamo visto che ad ogni quota è possibile valutare (sia per via grafica che per via analitica) la velocità minima e la velocità massima.

La velocità minima risulterà pari alla velocità di stallo se le curve non si intersecano sul lato sinistro (curve di spinta nel caso del jet e di potenza nel caso dell'elica) e pari alla velocità di intersezione nell'altro caso (segno – nella relazione 7.12 per il velivolo a getto).

Ad ogni quota è possibile valutare la velocità minima e la velocità massima e quindi si può ottenere quello che viene chiamato inviluppo di volo, cioè l'area che racchiude tutte le possibili condizioni di volo (in termini di V e quota) livellato per il velivolo in esame.

Riportiamo ad esempio l'inviluppo di volo per il velivolo a getto MD-80. (fig. 7.17)

Nel calcolo non è stato tenuto in conto il Mach di divergenza.

Chiaramente, tenendo conto di M_{DD} il ramo destro della curva sarà spostato verso sinistra (le velocità massime risultano sensibilmente minori) Nella stessa figura è rappresentato con la curva tratteggiata il luogo delle velocità massime tenendo conto della procedura relativa alla divergenza della resistenza (vedi pagine precedenti).

Si può vedere come ad una certa quota (39200 ft) le curve confluiscono in un solo punto (le curve della spinta disponibile e necessaria sono tangenti), cioè $T_d = D_{MIN}$.

Tale quota (alla quale vedremo che il velivolo non ha riserva di potenza e di spinta per salire) viene detta quota di tangenza teorica del velivolo.

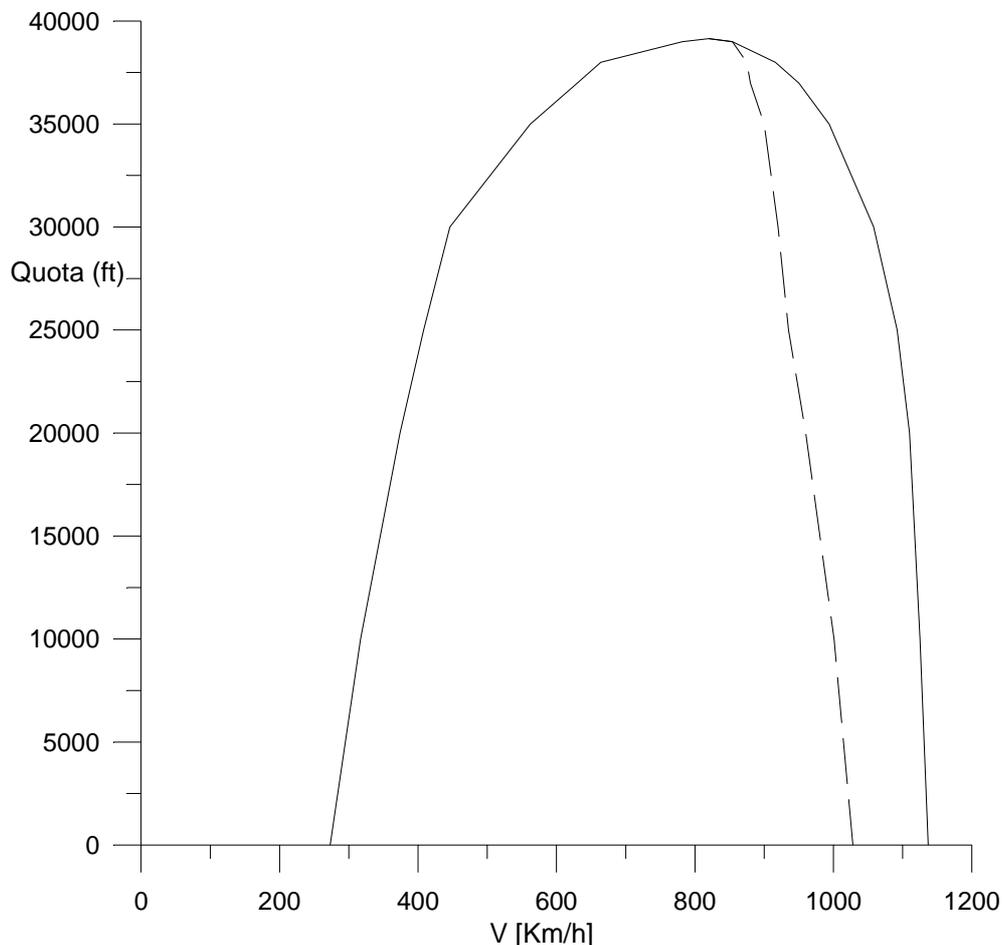


Fig. 7.17 : Inviluppo di volo per il velivolo MD-80

Si può calcolare anche l'involuppo di volo per il velivolo bimotore ad elica Beechcraft KingAir. Vengono riportate in tabella le velocità minime e massime per tale velivolo, così come ricavate dalla procedura della pagina 27 (cioè considerando il motore turboelica).

I risultati ricalcheranno quelle che sono le velocità massime trovate nei grafici di fig. 7.14 e 7.15.

Quota (ft)	V_{MIN} (Km/h)	V_{MAX} (Km/h)
0	144	421
6000	158	417
12000	173	410
16404	186	403
19685	197	395
23000	208	380
26246	220	364
29527	234	312
30200	265	265

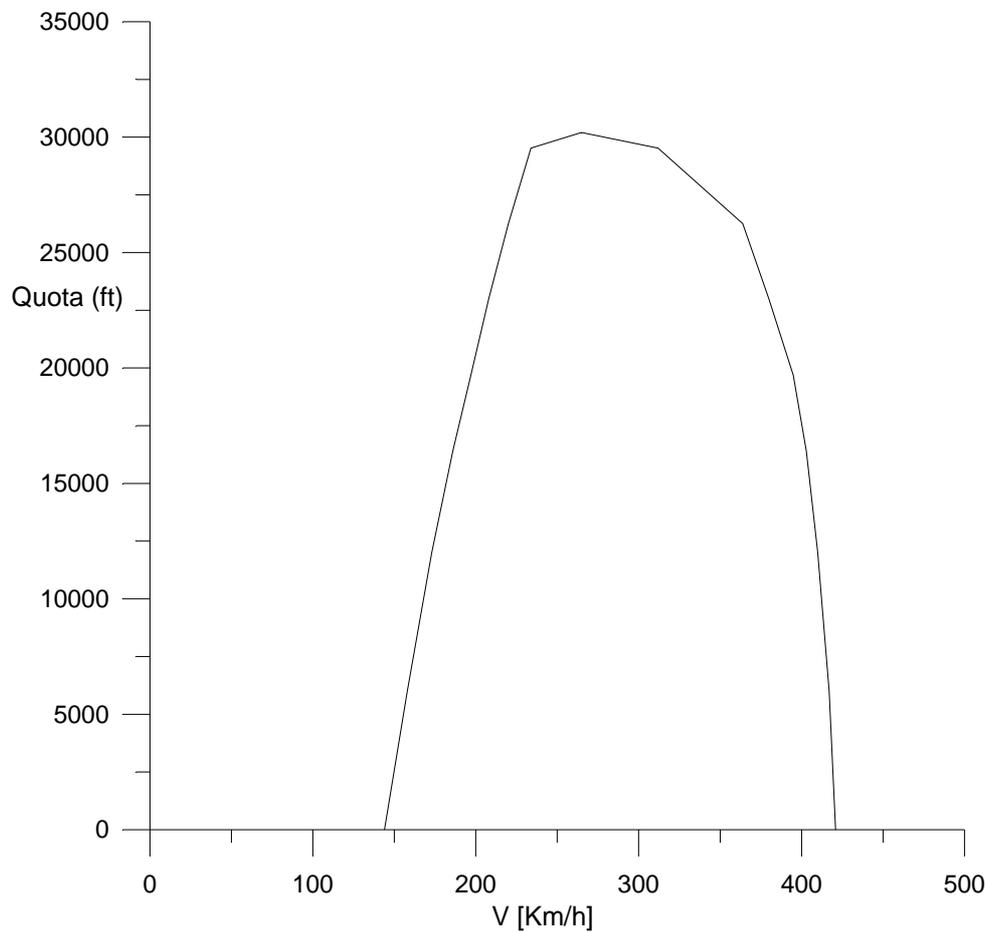


Fig. 7.18 : Involuppo di volo del velivolo turboelica Beechcraft KingAir C90

Per tale velivolo la quota di tangenza teorica risulta pari a 30200 ft.