

Corso di MECCANICA DEL VOLO
Modulo Prestazioni

CAP 1 – Atmosfera e Misura della Velocità

Prof. F. Nicolosi

ARIA

Proprietà del gas:

- Pressione
- Temperatura
- Densità

ATMOSFERA

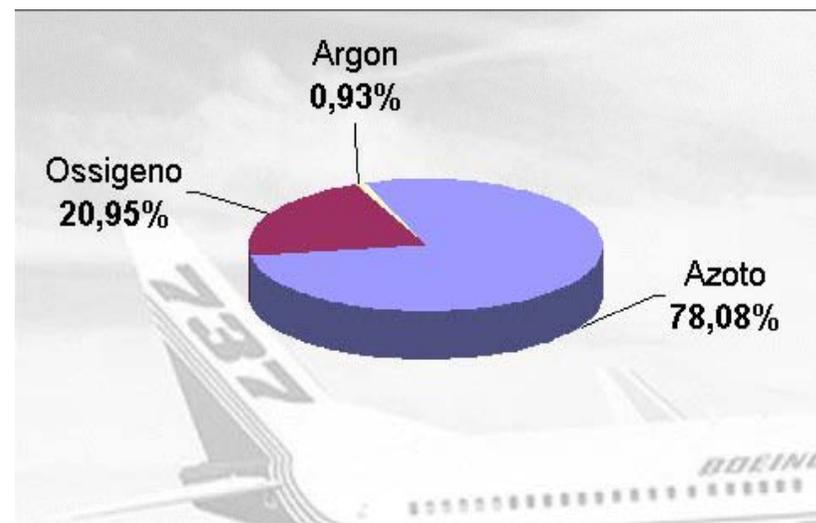
[U.S. Standard atmosphere, 1962]

Constituent gas and formula	Content, percent by volume
Nitrogen (N_2)	78.084
Oxygen (O_2)	20.948
Argon (Ar)	.934
Carbon dioxide (CO_2)	.031
Neon (Ne), helium (He), krypton (Kr), hydrogen (H_2), xenon (Xe), methane (CH_4), nitrogen oxide (N_2O), ozone (O_3), sulfur dioxide (SO_2), nitrogen dioxide (NO_2), ammonia (NH_3), carbon monoxide (CO), and iodine (I_2)	Traces of each gas for a total of 0.003

DRY ATMOSHERE

Atmosfera reale (umida):

+ Acqua (variabile)

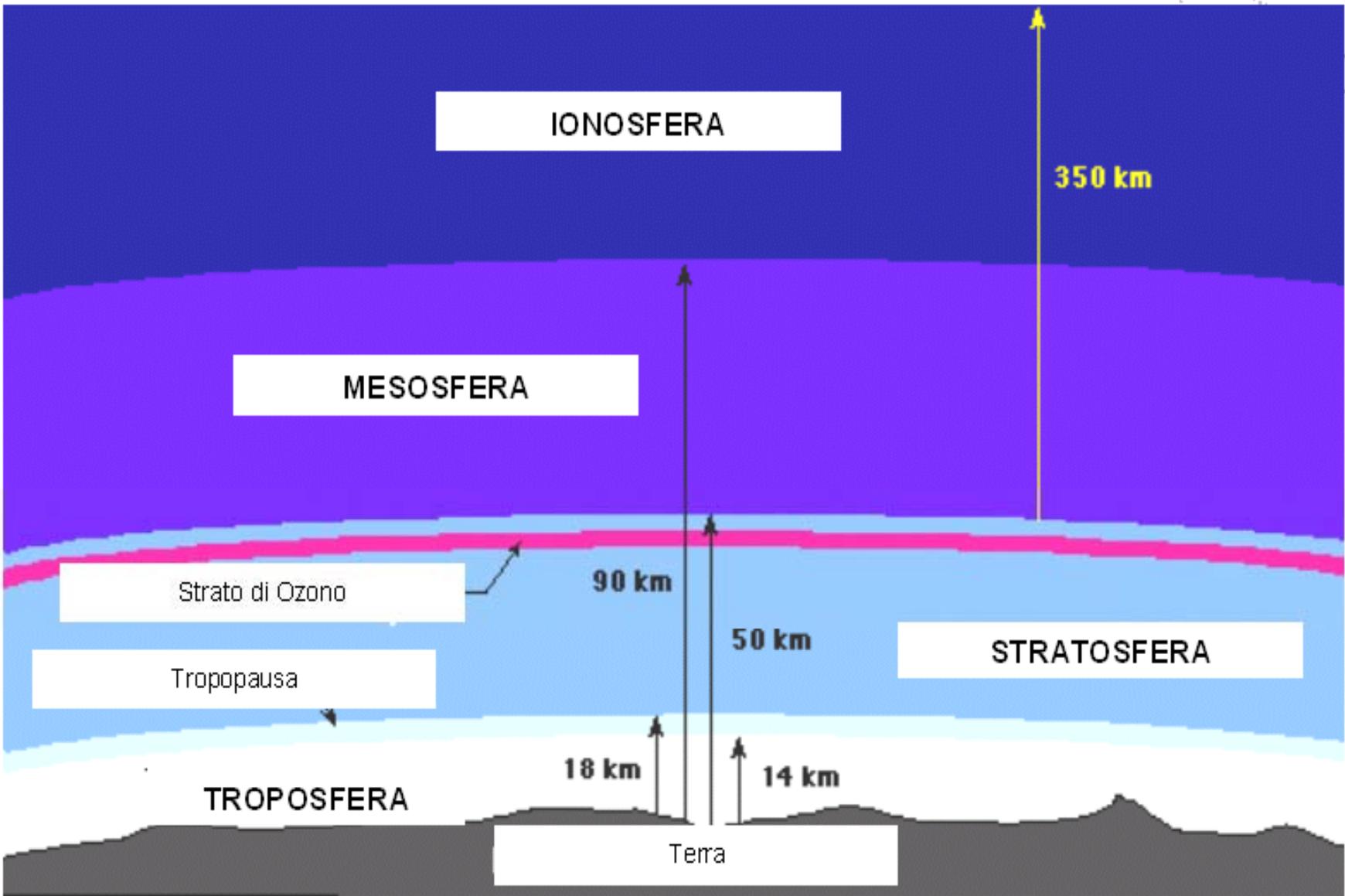


ATMOSFERA

ATMOSFERA STANDARD (ISA, International Standard Atmosphere)

- Modello introdotto nel 1920 per la necessità di avere un modello di calcolo per le grandezze notevoli (Temperatura, pressione, densità, viscosità e vel. Suono) al variare della quota.
- Modello Internazionale riconosciuto nel 1952 (ICAO) (International Civil Aviation Organization) accettato dalla NACA nel 1952. Il modello copriva fino a 20 Km.
- Nel 1962 il modello fu esteso nella versione finale al di sopra dei 20 Km

ATMOSFERA



ATMOSFERA

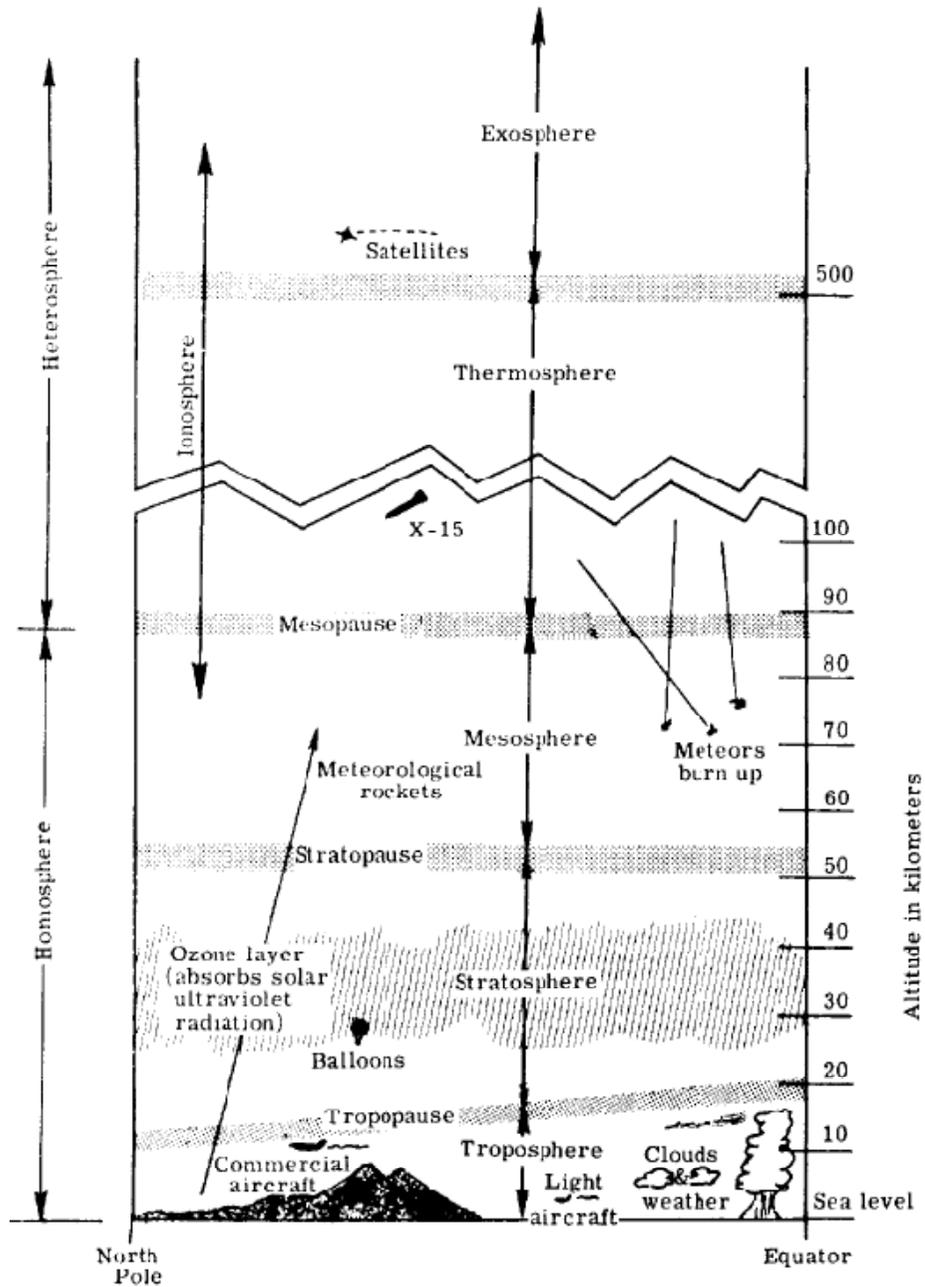


Figure 6.- Atmospheric structure.

ATMOSFERA

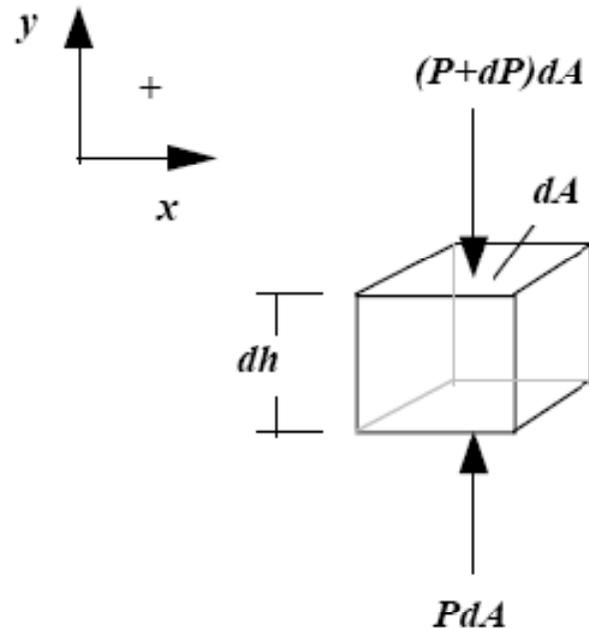
Si assume:

- Aria Gas Perfetto $p = \rho RT$

$$R = 287 \text{ J/Kg } ^\circ\text{K}$$

- Vale la legge di Stevino (equilibrio del cubetto)

$$dp = -\rho g dh$$



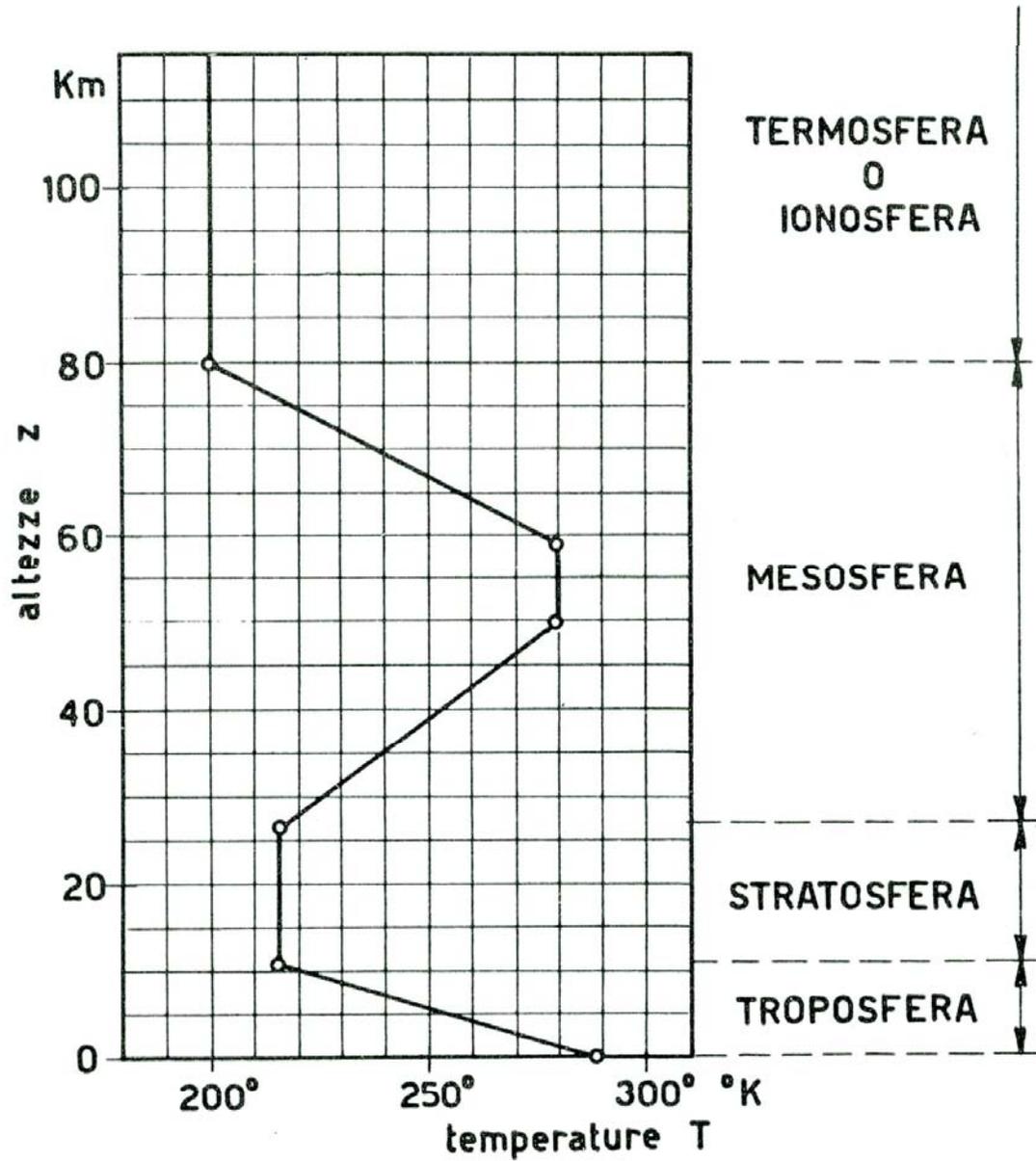
$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$PdA - (P + dP)dA - \rho g(dh)(dA) = 0$$

$$dP = -\rho g dh$$

- Modello per la legge $T = T(h)$ o $T(z)$

ATMOSFERA



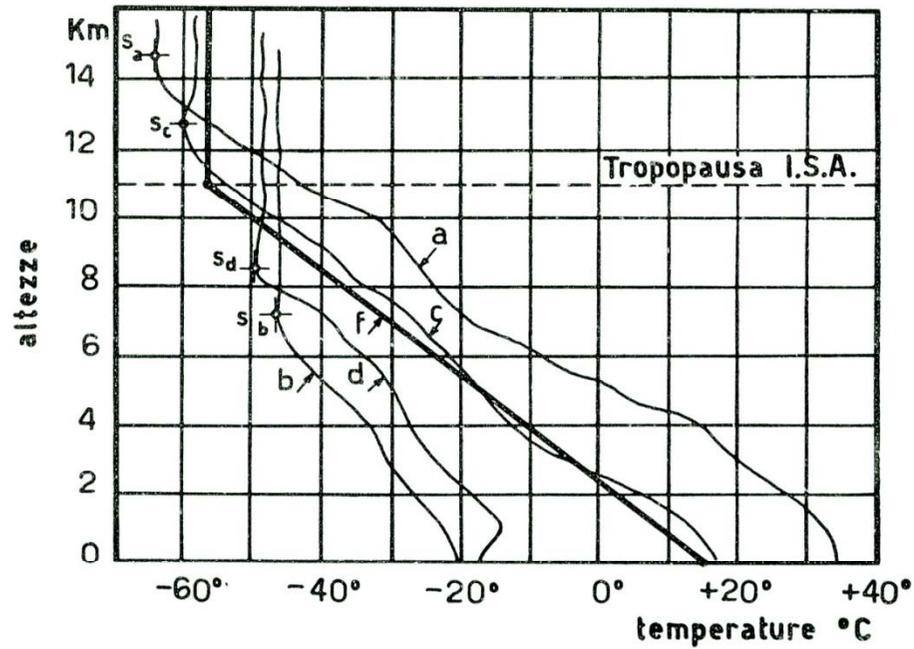
Modello per la legge $T=T(z)$

Nella Troposfera

$$\Rightarrow 6.5 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Km}$$

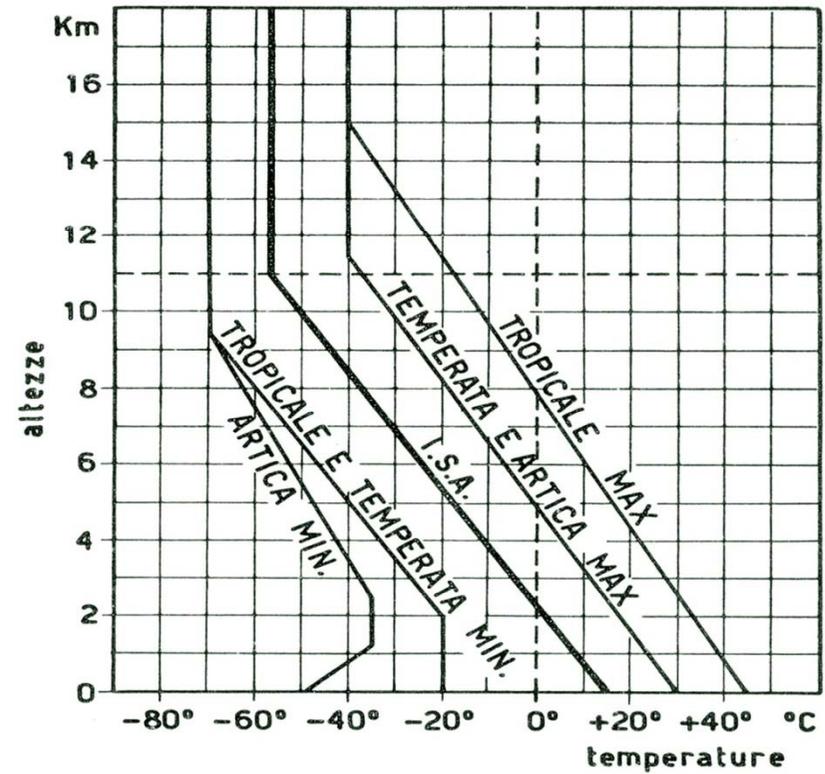
$$T_0 = 288 \text{ } ^\circ\text{K} \text{ (} 15 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

ATMOSFERA



Profili di T reali osservati da palloni

Modelli



ATMOSFERA

Grandezze standard al livello del mare (SEA LEVEL)

$$P_o = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_o = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}^\circ$$

$$\rho_o = 1.225 \text{ Kg/m}^3$$

$$a_o = 340.294 \text{ m/s}$$

$$g_o = 9.807 \text{ m/s}^2$$

ATMOSFERA

$$P = \rho R T \quad dp = -\rho g dh$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -g_0 \frac{dh}{RT}$$

$$\text{Con } T(h) = T_0 - k h \quad \Rightarrow \quad dT = -k dh \quad dh = -\frac{dT}{k}$$

Quindi se $k \neq 0$

$$\frac{dp}{p} = g_0 \frac{dT}{k R T}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{g_0}{kR} \ln \frac{T}{T_0}$$

ATMOSFERA

$$\ln \frac{p}{p_o} = \frac{g_0}{kR} \ln \frac{T(h)}{T_o}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{g_0}{kR} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Nella troposfera : $T(h)=288.15 -0.0065 h$
(cioè 6.5 °C per ogni Km);
 $k=0.0065$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g_0}{kR}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{5,256}$$

ATMOSFERA

$$\frac{p(h)}{p_o} = \left(\frac{T(h)}{T_o} \right)^{5,256}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g_0 - kR}{kR}} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{4,256}$$

$$\frac{\rho(h)}{\rho_o} = \left(\frac{T(h)}{T_o} \right)^{4,256}$$

ATMOSFERA

Velocità del suono funzione della temperatura.

La velocità del suono è la velocità alla quale nel mezzo si propaga un disturbo di pressione.

$$a = \sqrt{\gamma RT}$$

Con $\gamma = 1.4$

ATMOSFERA

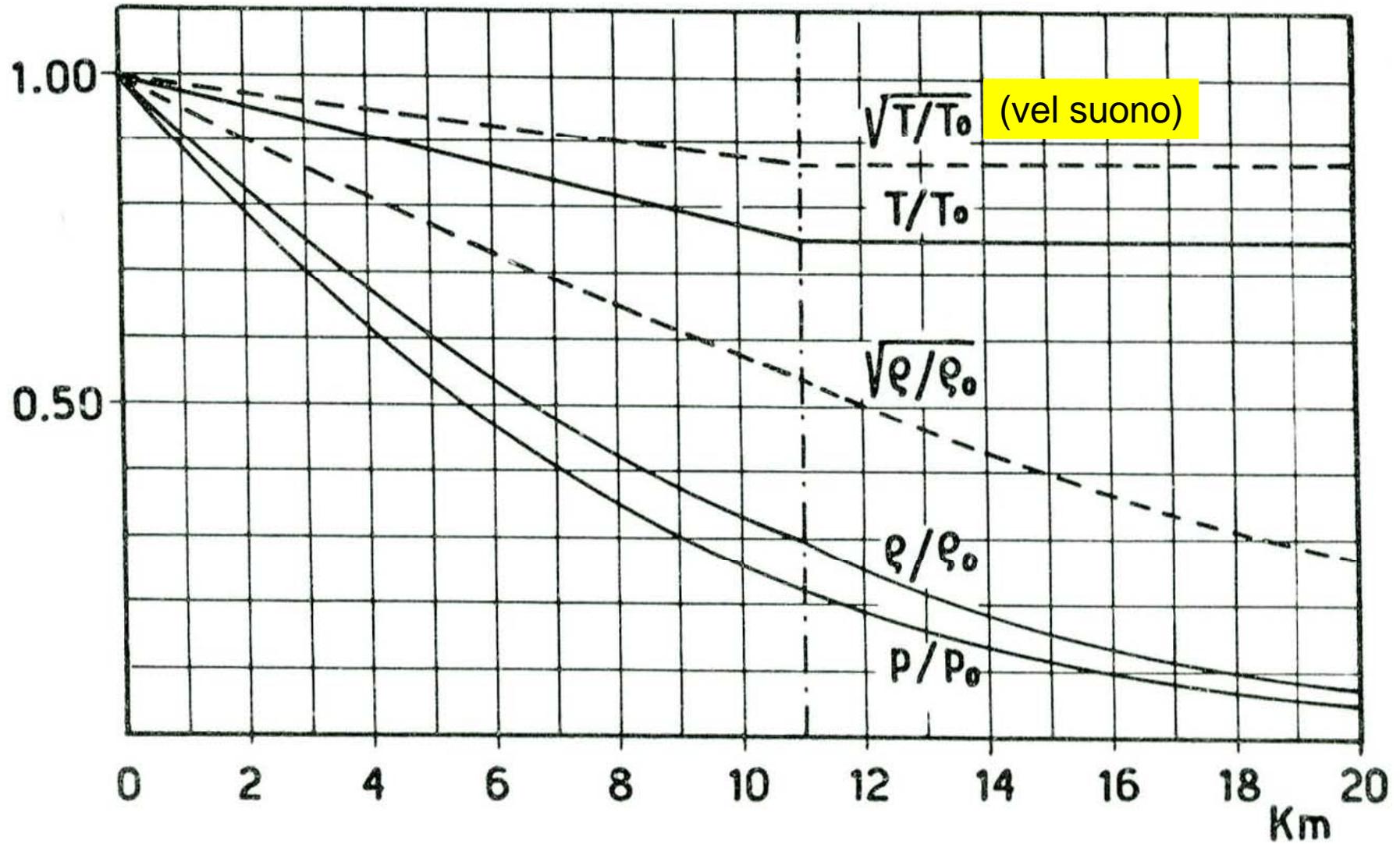
Quantità adimensionali:

- Temperatura relativa $\theta = \frac{T}{T_0}$ adim, con T e T_0 in $[K^\circ]$

- Pressione relativa $\sigma = \frac{P}{P_0}$ adim, con P e P_0 in $[Pa]$

- Densità relativa $\theta = \frac{\rho}{\rho_0}$ adim, con ρ e ρ_0 in $[Kg / m^3]$

ATMOSFERA



ATMOSFERA

TABLE A2 U.S. STANDARD ATMOSPHERIC IN METRIC UNITS

Alt.	Temp.	Temp. Ratio	Press.	Press. Ratio	Density	Density Ratio	Coeff. of Viscosity	Speed of Sound
h (m)	T (°K)	θ	P (N/m ²)	δ	ρ (Kg/m ³)	σ	μ (N = sec/m ²) ($\times 10^{-5}$)	V_a (m/sec)
0	288.2	1.0000	101,325	1.0000	1.2250	1.0000	1.789	340.3
500	284.9	0.9888	95,460	0.9421	1.1673	0.9529	1.774	338.4
1,000	281.7	0.9775	89,874	0.8870	1.1116	0.9075	1.758	336.4
1,500	278.4	0.9662	84,555	0.8345	1.0581	0.8637	1.742	334.5
2,000	275.2	0.9549	79,495	0.7846	1.0065	0.8216	1.726	332.5
2,500	271.9	0.9436	74,682	0.7371	0.95686	0.7811	1.710	330.6
3,000	268.7	0.9324	70,108	0.6919	0.90912	0.7421	1.694	328.6
3,500	265.4	0.9211	65,764	0.6490	0.86323	0.7047	1.678	326.6
4,000	262.2	0.9098	61,640	0.6083	0.81913	0.6687	1.661	324.6
4,500	258.9	0.8985	57,728	0.5697	0.77677	0.6341	1.645	322.6
5,000	255.7	0.8872	54,019	0.5331	0.73612	0.6009	1.628	320.5
5,500	252.4	0.8760	50,506	0.4985	0.69711	0.5691	1.612	318.5
6,000	249.2	0.8647	47,181	0.4656	0.65970	0.5385	1.595	316.4
6,500	245.9	0.8534	44,034	0.4346	0.62384	0.5093	1.578	314.4
7,000	242.7	0.8421	41,060	0.4052	0.58950	0.4812	1.561	312.4
7,500	239.4	0.8309	38,251	0.3775	0.55662	0.4544	1.544	310.2
8,000	236.2	0.8196	35,599	0.3513	0.52517	0.4287	1.527	308.1
8,500	232.9	0.8083	33,099	0.3267	0.49509	0.4042	1.510	305.9
9,000	229.7	0.7970	30,742	0.3034	0.46635	0.3807	1.492	303.8
9,500	226.4	0.7857	28,523	0.2815	0.43890	0.3583	1.475	301.6
10,000	223.2	0.7745	26,436	0.2609	0.41271	0.3369	1.457	299.5
10,500	219.9	0.7632	24,474	0.2415	0.38773	0.3165	1.439	297.3
11,000	216.7	0.7519	22,632	0.2234	0.36392	0.2971	1.422	295.1
11,500	216.7	0.7519	20,916	0.2064	0.33633	0.2746	1.422	295.1
12,000	216.7	0.7519	19,330	0.1908	0.31083	0.2537	1.422	295.1

ATMOSFERA

$$\theta = (T/T_0) \quad \text{ricavabile dalla legge}$$

$$T(z) = T_0 - T_z z$$

$$\delta = (p/p_0) = \theta^{5.256}$$

$$\text{con } T_z = 0.0065 \text{ } ^\circ\text{C/m}$$

$$\sigma = (\rho/\rho_0) = \theta^{4.256}$$

Quando si considera la quota corrispondente a certi valori di pressione secondo la tabella dell'atmosfera standard si parla di quota-pressione (pressure altitude), quando invece si parla di quota corrispondente a certi valori di T si parla di quota-temperatura (temperature-altitude) e per la densità si parla di quota-densità (density-altitude).

Ad esempio, secondo la tabella ISA, la quota pressione corrispondente ad una $p = 54019 \text{ N/m}^2$ è pari a 5000 m.

Analogamente, la quota-densità corrispondente ad un rapporto di densità $\sigma = 0.51$ è 6500 m.

MISURA VELOCITA'

EQUAZIONE CONTINUITA'

$$\rho V A = \text{cost}$$

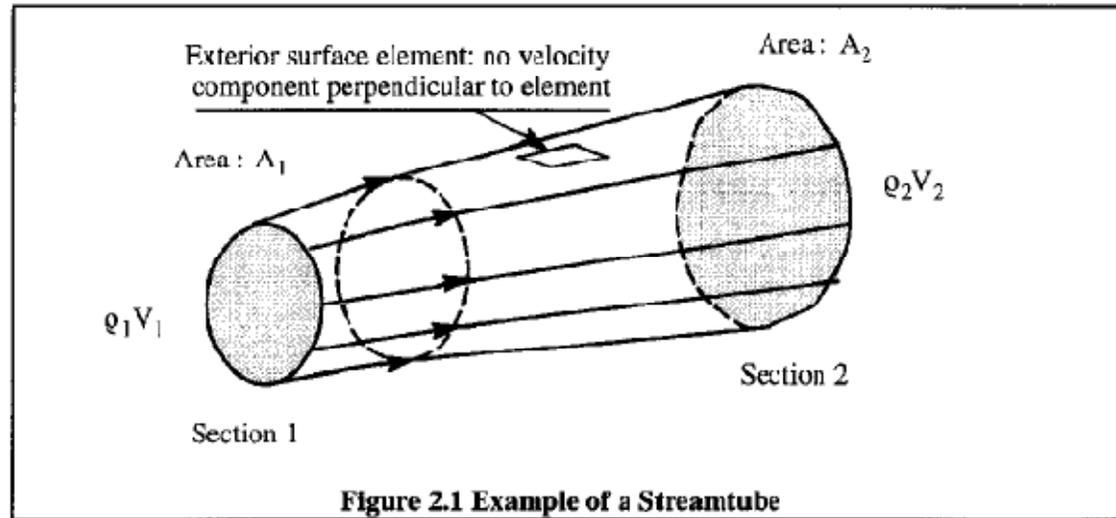
$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

For constant mass flow, evidently:

$$\dot{m} = \rho A V = \text{constant}$$

In caso incomprimibile

$$A V = \text{constant}$$



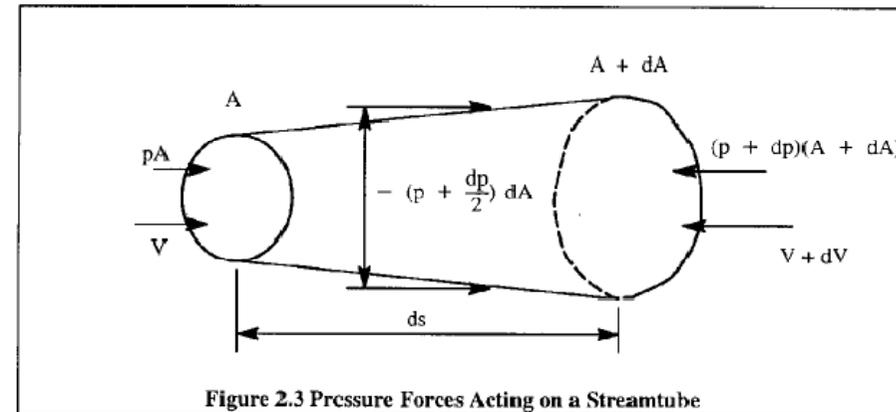
MISURA VELOCITA'

EQUAZIONE BERNOULLI

(conservazione energia)

$$P_a + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_t = \text{Constant}$$

$$q = P_t - P_a = \frac{1}{2} \rho V^2$$



$$V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$$

Velocità vera rispetto all'aria

ponendo $q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$

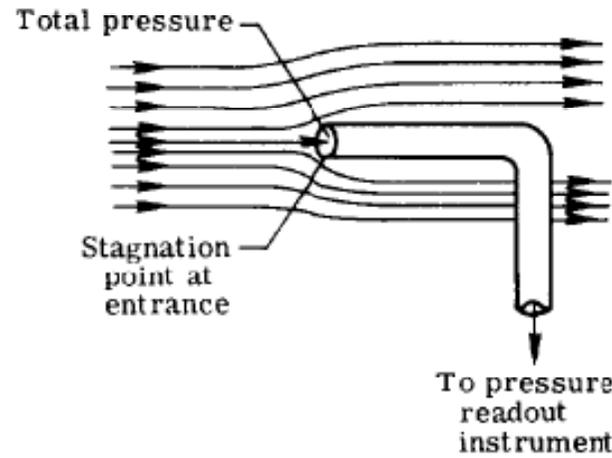
$$V_t = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} V_e$$

Velocità equivalente

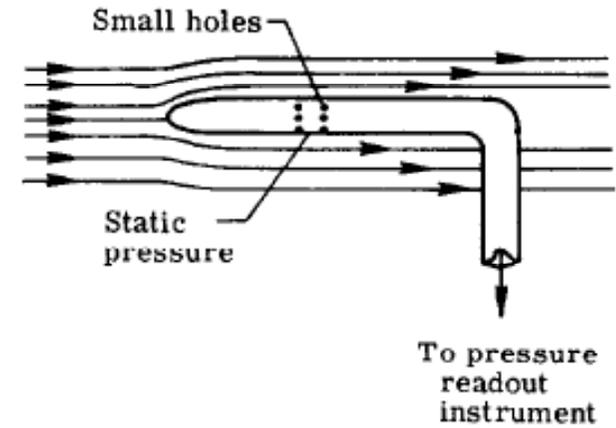
MISURA VELOCITA'

$$q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$$

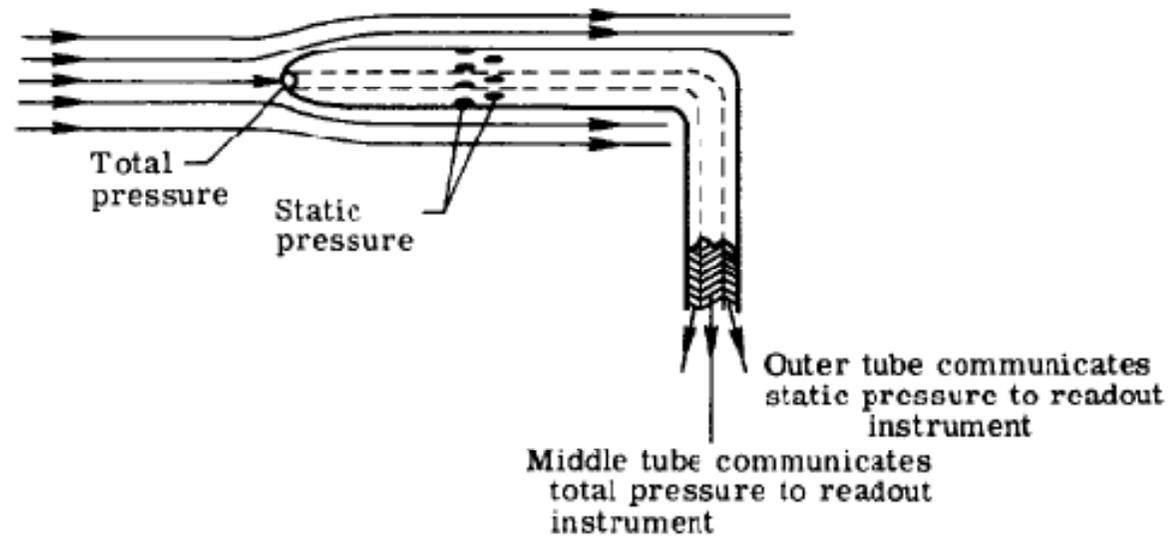
$$V_e = (2 * q / \rho_0)^{1/2}$$



(a) Pitot tube.

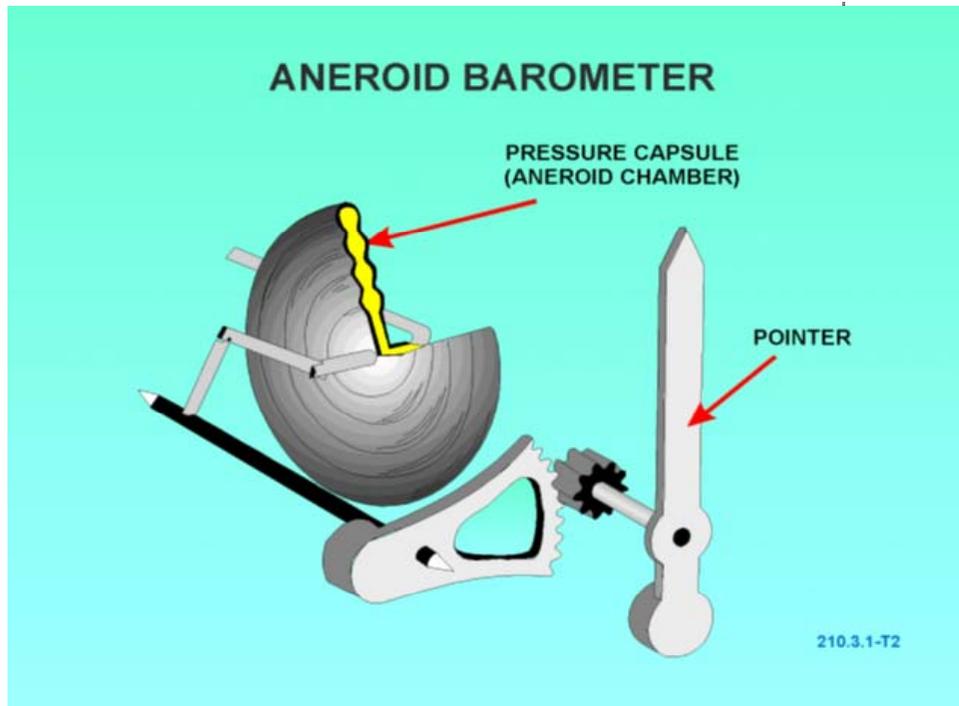
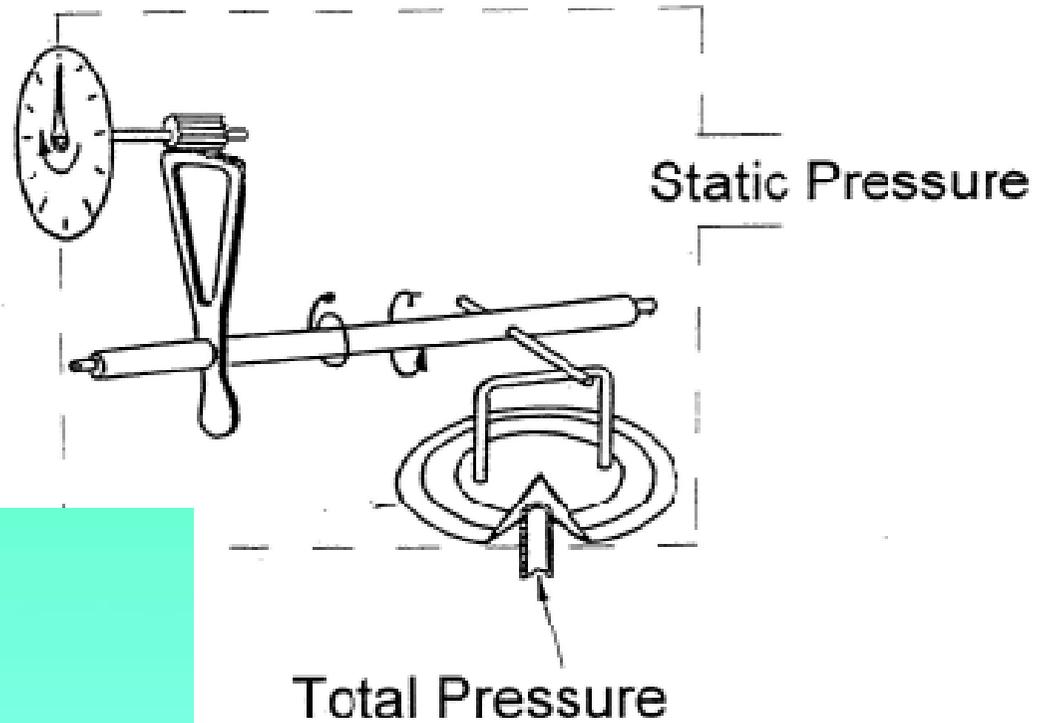


(b) Static tube.



(c) Pitot-static tube.

MISURA VELOCITA' e QUOTA



MISURA VELOCITA' e QUOTA

$$q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$$

$$V_t = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} V_e$$



Stessa pressione dinamica

$$\left(\frac{1}{2}\right) \rho V_t^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \rho_0 V_e^2$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = \sqrt{\sigma} V_t$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

BERNOULLI COMPRIMIBILE

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_s}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{Constant.}$$

$$\frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_a}{\rho_a} + \frac{V^2}{2} = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_t}{\rho_t}$$

$$V_t = \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_a}{\rho_a} \left[\left(\frac{q_c}{P_a} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

VELOCITA' VERA, EQUIVALENTE E CALIBRATA

Dall'anemometro, basato sulla misura della pressione differenziale tra totale e statica, viene misurata la CAS.

L'anemometro è calibrato con l'equazione di Bernoulli incomprimibile, cioè:

$$V_C \text{ (CAS)} = \sqrt{\frac{2 \cdot q}{\rho_0}}$$

Se stiamo volando a velocità tali che il numero di Mach non è nel range della incomprimibilità ($M < 0.30$) la misura è errata perché dovremmo considerare l'equazione Comprimibile, cioè anche l'effetto della pressione.

$$V_E \text{ (EAS)} = V_C - \Delta V_C \quad \text{con } \Delta V_C = f(V_C, \text{Quota})$$

Infine la EAS va corretta per ottenere la velocità vera in quanto non si è ancora considerato l'effetto della densità alla quota alla quale ci troviamo:

$$V_T \text{ (TAS)} = \frac{V_E}{\sqrt{\sigma}}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Il Numero di Mach (fisico austriaco Ernst Mach, 1838-1916)

$$M \hat{=} \frac{\text{flight speed}}{\text{speed of sound}} = \frac{V}{a}$$

Subsonic aircraft: $M \leq 0.7$

Transonic aircraft: $0.7 < M < 1.4$

Supersonic aircraft: $1.4 \leq M < 5$

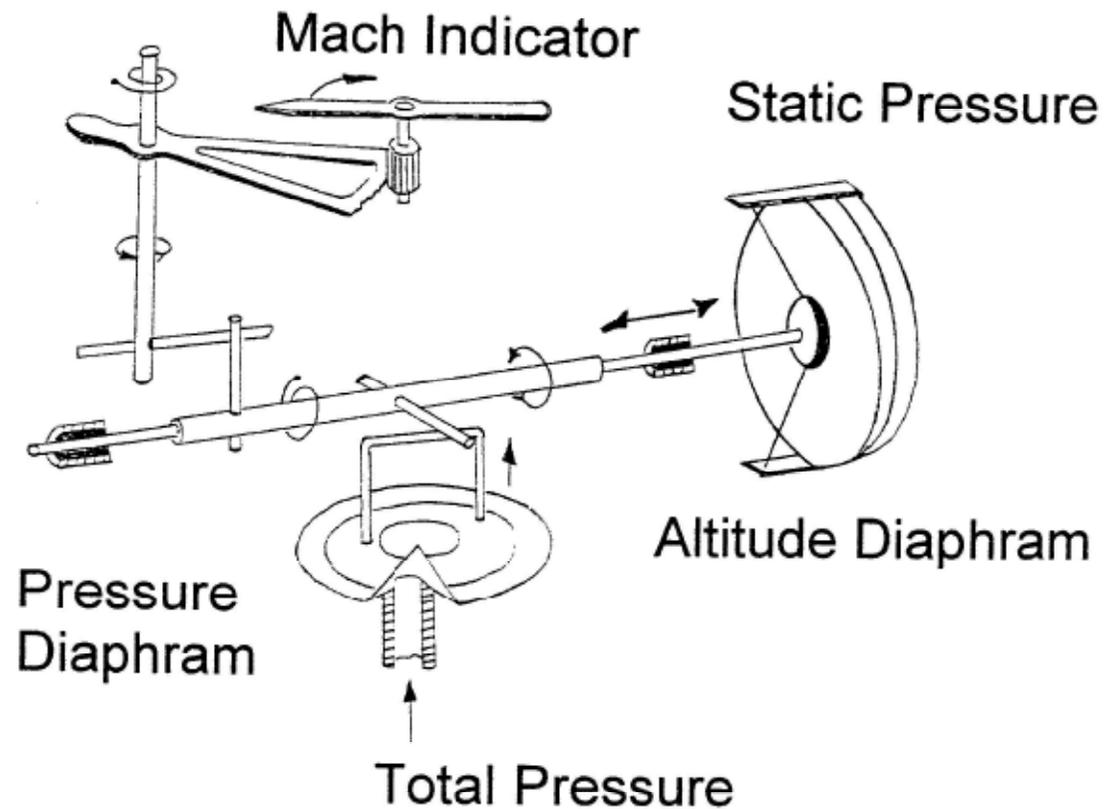
Hypersonic aircraft: $M \geq 5.$

Gas praticamente incompressibile se $M < 0.30$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura MACH

$$M = \frac{V_t}{a} = \frac{V_t}{\sqrt{\frac{\gamma P_a}{\rho_a}}}$$



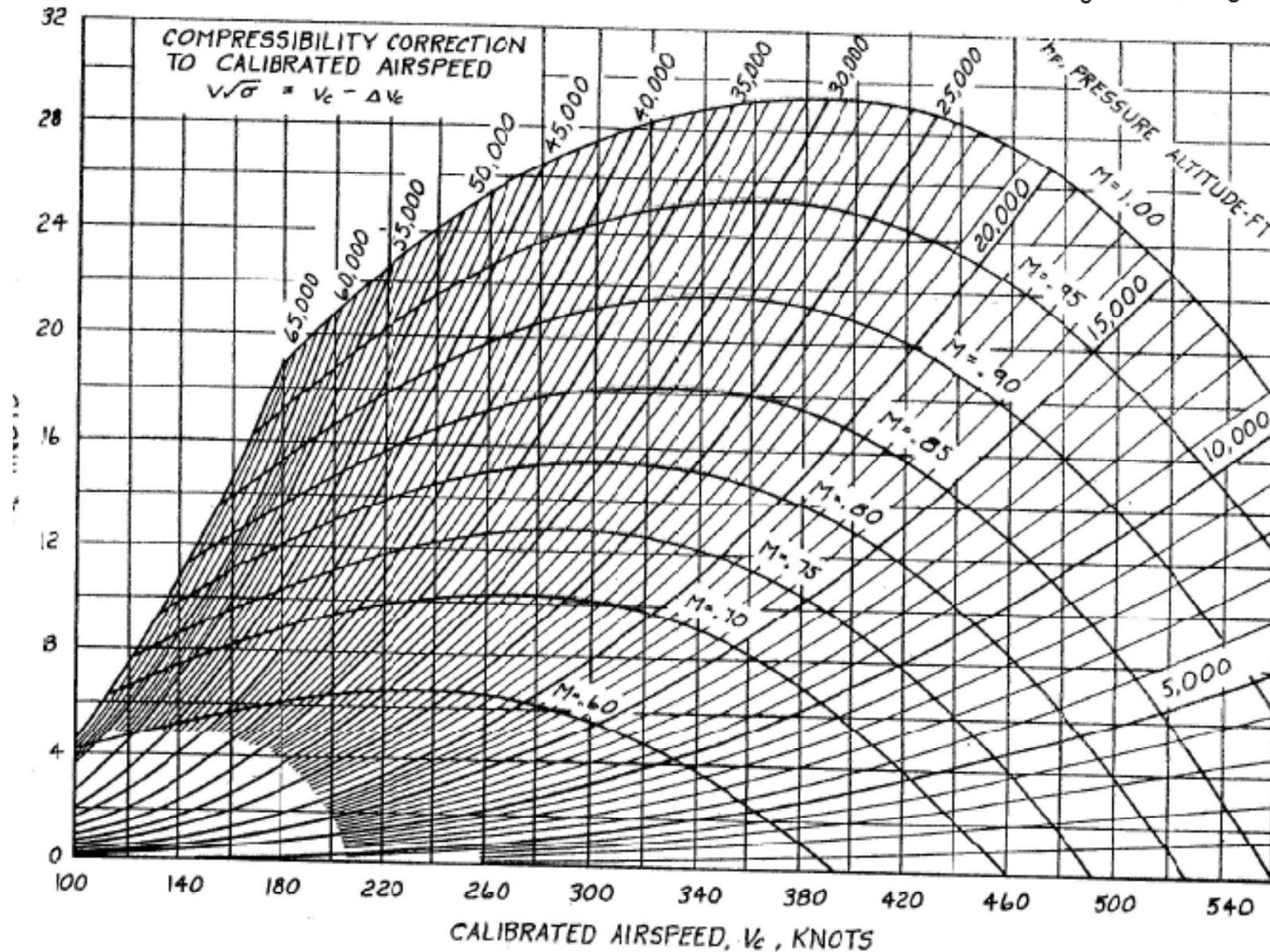
$$M = \sqrt{\frac{2}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{q_c}{P_a} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Dalla calibrata all'equivalente

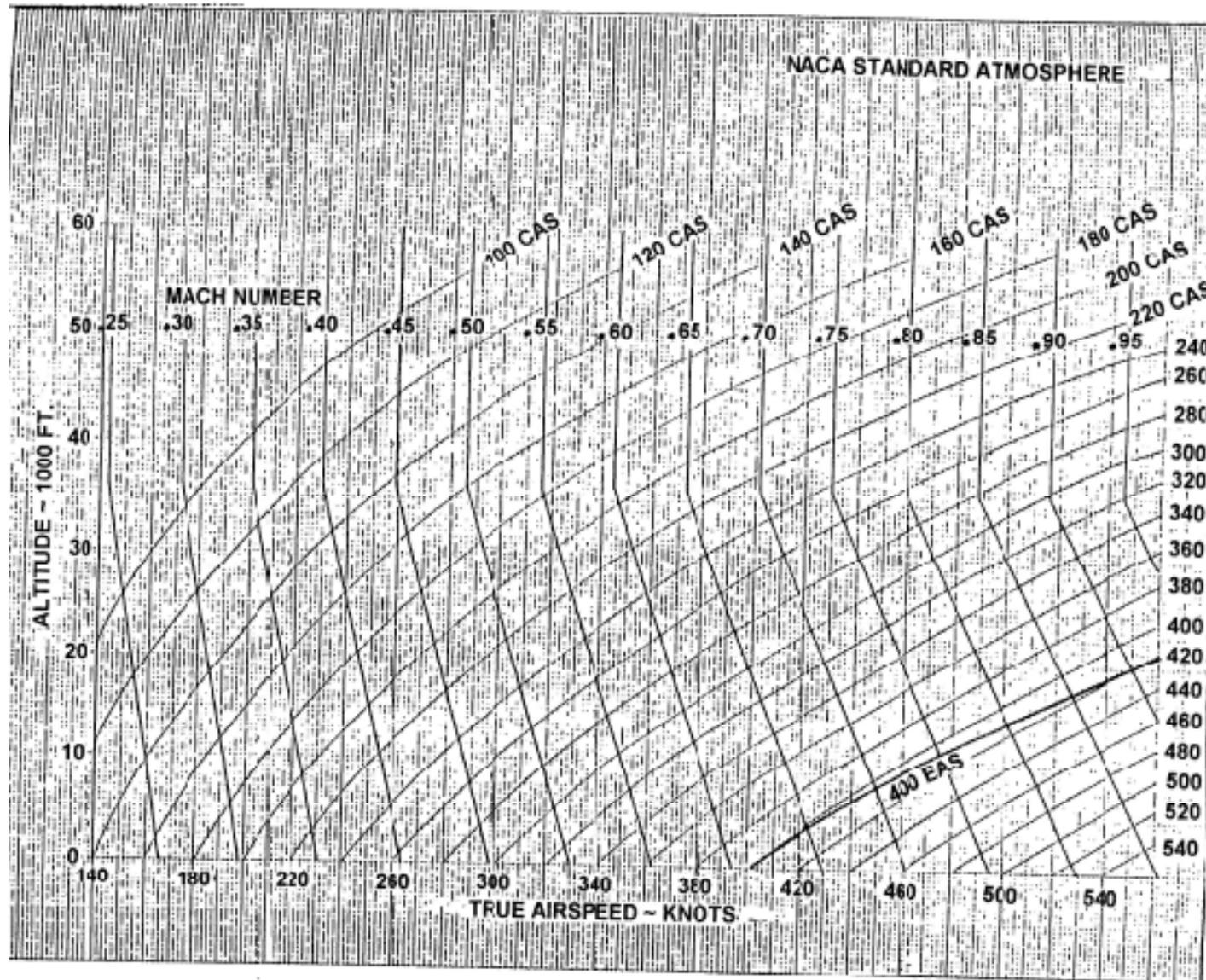
$$V_e = (V_c - \Delta V_c)$$

$$\Delta V_c = f(V_c, H_c)$$



MISURA VELOCITA' e QUOTA

TAS e CAS



MISURA VELOCITA' e QUOTA

IAS-CAS-EAS-TAS (I C E T)

V_{ic}	Indicated airspeed (corrected for instrument calibration error only)	(IAS)	$V_{ic} = V_i + \Delta V_{ic}$ where $\Delta V_{ic} = \text{instrument correction}$
V_c	Calibrated airspeed (instrument reading corrected for both instrument and position errors)	(CAS)	$V_c = V_{ic} + \Delta V_p$ where $\Delta V_p = \text{position correction}$
V_e	Equivalent airspeed (instrument reading corrected for instrument, position, and compressibility errors)	(EAS)	$V_e = V_c - \Delta V_c$ where $\Delta V_c = \text{compressibility correction}$
V_i	True airspeed (speed of the air relative to a body immersed in the air; or conversely, speed of an immersed body through the air, relative to an axis system at rest with respect to the air mass)	(TAS)	$V_T = V_e (1/\sqrt{\sigma})$ where $\sigma = \text{density ratio}$ $= \rho/\rho_o$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura QUOTA



Migliaia di piedi

Decine di piedi

Centinaia di piedi

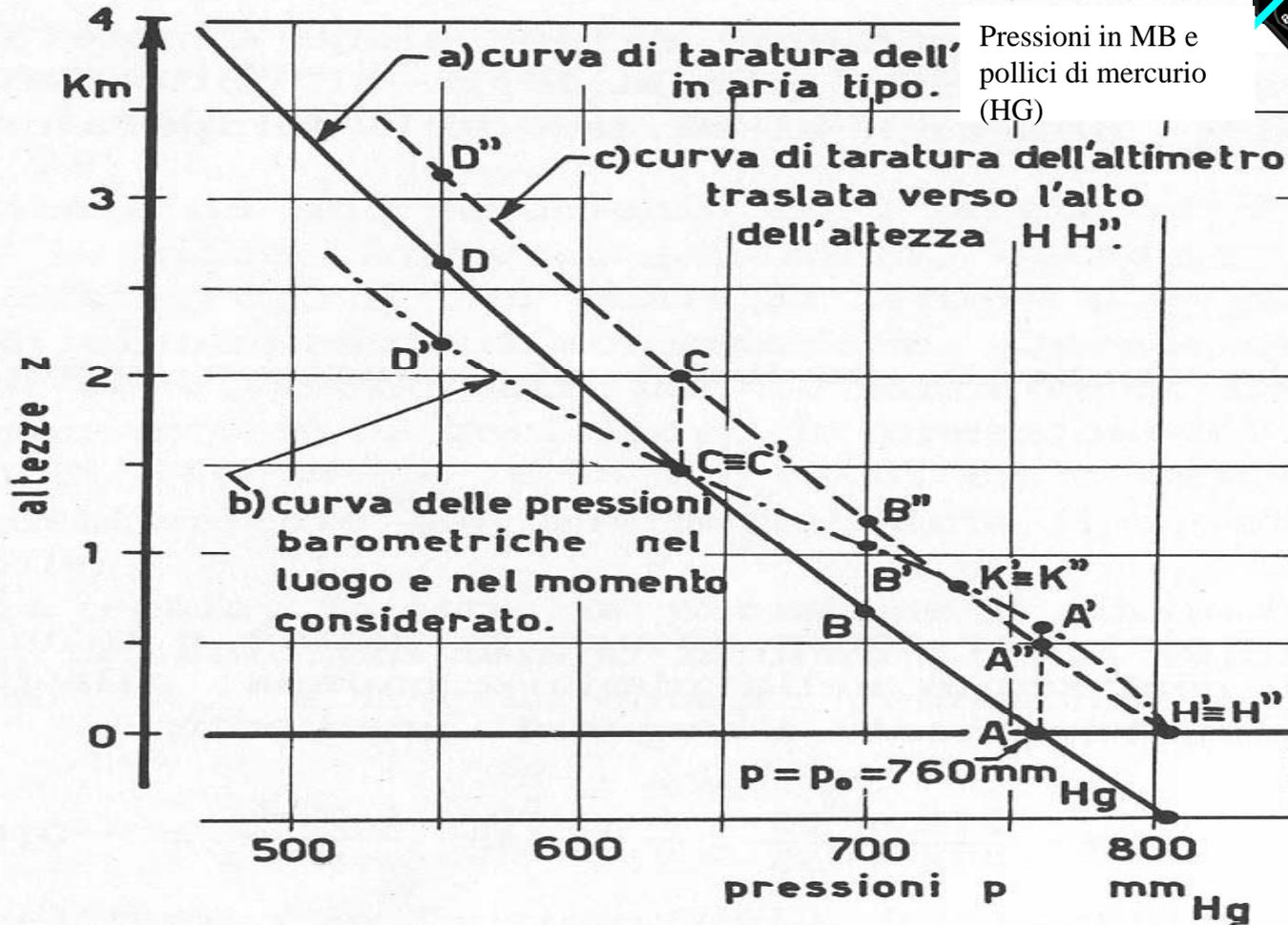
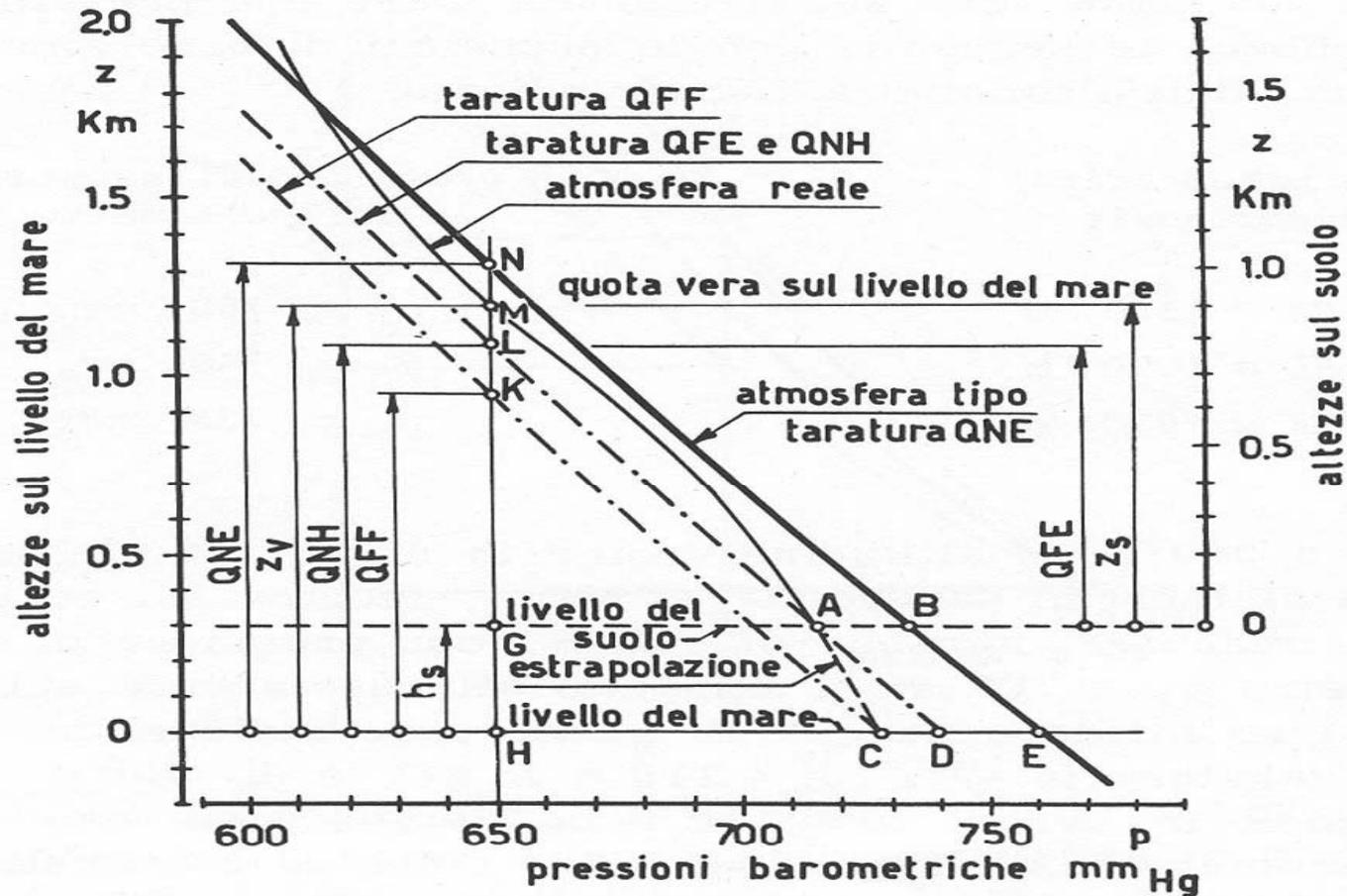


Figura 5: Curva di taratura QNE di un altimetro

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura QUOTA – Esempio di QUOTE BAROMETRICHE (forse troppo complesso da spiegare tutto...)



MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 1

Un altimetro tarato secondo l'atmosfera standard legge 5000 m.
La temperatura esterna misurata è di $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($268.2\text{ }^{\circ}\text{K}$).

Ricavare la densità, la density-altitude e la temperature-altitude.

Svolgimento:

Dalla tabella ricavo in corrispondenza di $z=5000\text{ m}$ $\Rightarrow p=54019\text{ Pa}$

Noto che la temperatura è ben diversa da quella che trovo a 5000 m in atmosfera standard (che è $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$), cioè mi trovo in giorno caldo.

Posso ricavare la densità dall'equazione di stato del gas $p=\rho R T$, poiché conosco 2 quantità, cioè la pressione e la temperatura.

$$\rho = p / (RT) = 0.70\text{ Kg/m}^3 \quad \text{e ricavo} \quad \sigma = 0.70/1.225 = 0.571$$

la quota-densità corrispondente a questo σ è di circa 5450 m.

$$\text{Il valore di } \theta = (268.2)/(288.2) = 0.93 \quad \Rightarrow \text{La quota-temp. è } 3000\text{ m.}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 2

L'altimetro legge 4000 m

Se la density-altitude è 3000 m, trovare la temperatura effettiva alla quota alla quale ci troviamo.

Svolgimento:

Dalla Tabella ISA si può ricavare il

rapporto delle densità $\sigma = 0.742$ (in corrisp di 3000 m)

rapporto delle pressioni $\delta = 0.608$ (in corrisp di 4000 m)

Da cui $\theta = \delta / \sigma = 0.82$ Da cui \Rightarrow $T = -36.9$ °C

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 3

Su un velivolo è montato un altimetro calibrato in atmosfera standard.

Un certo giorno la pressione al livello del mare (livello dell'aeroporto) è di 95000 Pa. (bassa pressione) e la temperatura misurata è di 25 °C (298 °K).

Assumendo che la variazione di temperatura con la quota sia di 6.5 °C /Km, se in volo, dopo il decollo l'altimetro segna 5000 m , qual è la vera quota al di sopra del livello del mare alla quale ci troviamo ?

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Svolgimento:

Se l'altimetro segna 5000 m , vuol dire che la pressione alla quota alla quale ci troviamo è di $p = 54019$ Pa (dalla tabella).

Indichiamo con 2 questa condizione e con 1 la condizione relativa alla misura effettuata alla partenza al livello del mare.

Poiché vale la legge $T(z)=T_0 - T_z z$ con $T_z = 0.0065$ °C/m

Posso scrivere la relazione:

$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{5.256}$ avendo indicato con 1 e 2 le condizioni al livello del mare alla partenza e nella condizione di volo alla quale si vuole misurare la quota.

Dalla relazione posso ricavare T_2 , poiché le condizioni in 1 (livello del mare) sono note ed in 2 è nota.

$$T_2 = 0.898 T_1 = 267.8 \text{ °K}$$

Sapendo che la Temperatura al livello del mare è di 298 °K, ottengo una differenza di $298.2 - 267.8 = 30.4$ ° K.

Quindi posso ricavare la differenza di quota tra le due condizioni, che corrisponderà alla quota sul livello del mare alla quale ci troviamo, essendo in 1 al livello del mare.

$$z = 30.4 / 6.5 = 4677 \text{ m}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Misura velocità

- A) Un velivolo vola a 25000 ft di quota-p pressione in atm ISA ad una velocità CAS di 120 kt. La sonda di temperatura misura una T di $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ricavare la EAS (vel. Equivalente) e la velocità VERA (TAS) in kt ed in Km/h. Quanto vale il num. di Mach ?
- B) Un velivolo leggero vola a 10000 ft a 250 Km/h di TAS. Quanto segna il suo anemometro (CAS) ? (assumere atmosfera ISA).
- C) Un velivolo ha l'anemometro che segna una CAS di 250 kt e l'altimetro che segna 20000 ft. La temperatura esterna misurata è di $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Quanto valgono la TAS, la EAS ed il numero di Mach ?