# Cap.9 – AUTONOMIE

Quando Charles Lindberg effettuò il suo spettacolare volo trans-atlantico nel 1927, ad egli non importavano poi così tanto i concetto di velocità massima, di rateo di salita o di tempo di salita. La cosa più importante era,per quel volo,la massima distanza che avrebbe potuto percorrere con il carico di combustibile a disposizione del suo "Spirit of St. Louis". Quindi l'autonomia di distanza fu la specifica più importante nel progetto e nella costruzione di quel celebre aeroplano. L'autonomia di distanza è stata per tutti i velivoli progettati fino ad oggi un requisito fondamentale di progetto, in particolar modo per quelli destinati al trans-oceanico o trans-continentale.

# Cap.9 – AUTONOMIE

L'*autonomia di distanza* (*range*, in inglese) di un velivolo si definisce come la distanza totale, misurata al suolo, percorsa con un pieno di combustibile. Una grandezza legata all'autonomia di distanza è l'*autonomia di durata* (*endurance*, in inglese), definita come il tempo totale per il quale un velivolo è capace di volare con un pieno di combustibile. A seconda dell'impiego tipico di un velivolo è importante avere un'autonomia di distanza oppure un'autonomia di durata massima possibile.

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

consumo specifico di combustibile (*specific fuel consumption)*

$$SFC = \frac{(kp)\,\mathrm{di\,combust.}}{(hp)\cdot(h)}$$

dove *kp*, il peso, *hp*, i cavalli di potenza, ed *h*, ore, sono unità di misura del sistema tecnico.

## Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

Si consideri inizialmente l'autonomia di durata. Intuitivamente è naturale pensare che per rimanere in volo per un periodo più lungo possibile è necessario utilizzare la quantità minima possibile di combustibile per unità di tempo (il numero minimo di kp per ora). In termini dimensionali questa quantità è proporzionale alla potenza richiesta ed al consumo specifico

$$\frac{(kp)\,\mathrm{di\ combust.}}{(h)} \propto (SFC)\cdot(hp_R)$$

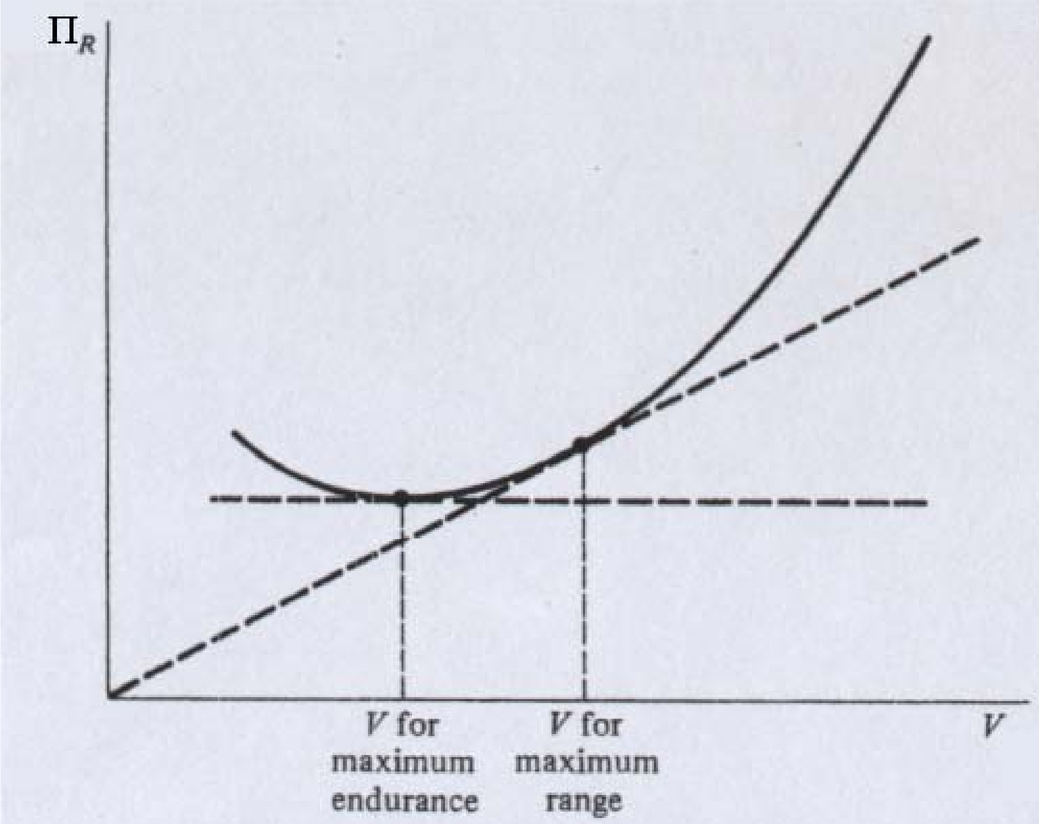
*La massima autonomia di durata di un velivolo ad elica si ottiene con un volo in condizioni di minima potenza richiesta.*

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

*La massima autonomia di durata di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto*

$$C_L^{3/2} / C_D$$

sia max



Points of maximum range and endurance on the power-required curve for a propeller-driven airplane.

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

Adesso si consideri l'autonomia di distanza. Per coprire la massima distanza il buon senso suggerisce di usare la minor quantità possibile di kp di combustibile per km. In termini dimensionali si può scrivere la relazione di proporzionalità

$$\frac{(kp)\,\text{di combust.}}{(km)} \propto \frac{(SFC)\cdot(hp_R)}{V}$$

dove compare la velocità di volo *V* in *km/h*. Quindi il minimo consumo *chilometrico* di combustibile, *kp* per *km*, si ottiene in condizioni di minimo di *hpR* /*V*.

*La massima autonomia di distanza di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto*

$$C_L / C_D$$

sia massimo.

## Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

Formulazione Quantitativa

consumo specifico Unità di misura *consistenti*

$$\frac{(kp)\,\mathrm{di\,combust.}}{(kp\cdot m/s)\cdot s} \text{ oppure } \frac{(N)\,\mathrm{di\,combust.}}{(J/s)\cdot s}$$

$c\Pi\mathrm{d}t$

$$c\,\Pi\,\mathrm{d}t=\frac{(kp)\,\mathrm{di\,combust.}}{(kp\cdot m/s)\cdot s}=\frac{kp\cdot m}{s}=(kp)\,\mathrm{di\,combust.}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

## Formulazione Quantitativa

Il peso totale *W* del velivolo è la somma del peso strutturale e del carico pagante, contributi questi invarianti nel tempo, e del peso del combustibile, contributo variabile durante la missione di volo.
Variazione di W => variazione di combustibile. Si indichi con $W0$ il *gross weight*, cioè il peso del velivolo con pieno di combustibile e carico pagante a bordo, con $WF$ il peso istantaneo del combustibile e con $W1$ il peso dell'aeroplano (con carico pagante a bordo) senza combustibile. Da queste definizioni si ha

$$W_1 = W_0 - W_F \qquad \mathrm{d}W_F = \mathrm{d}W = -c\,\Pi\,\mathrm{d}t$$

$$\boxed{\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}W}{c\,\Pi}}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE   ELICA

Formulazione Quantitativa

$$\int_{0}^{En} \mathrm{d}t = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c\,\Pi}$$

$$\boxed{En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c\,\Pi}}$$

Autonomia di durata in [sec]

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

Formulazione Quantitativa

Per ottenere un'analoga espressione dell'autonomia di distanza si moltiplichi l'eq. Prec per la velocità *V*:

$$V \cdot \mathrm{d}t = -\frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c\Pi} = \mathrm{d}s$$

$\mathrm{d}s = V\mathrm{d}t$ Incremento di percorso coperto nel tempo infinitesimo dt

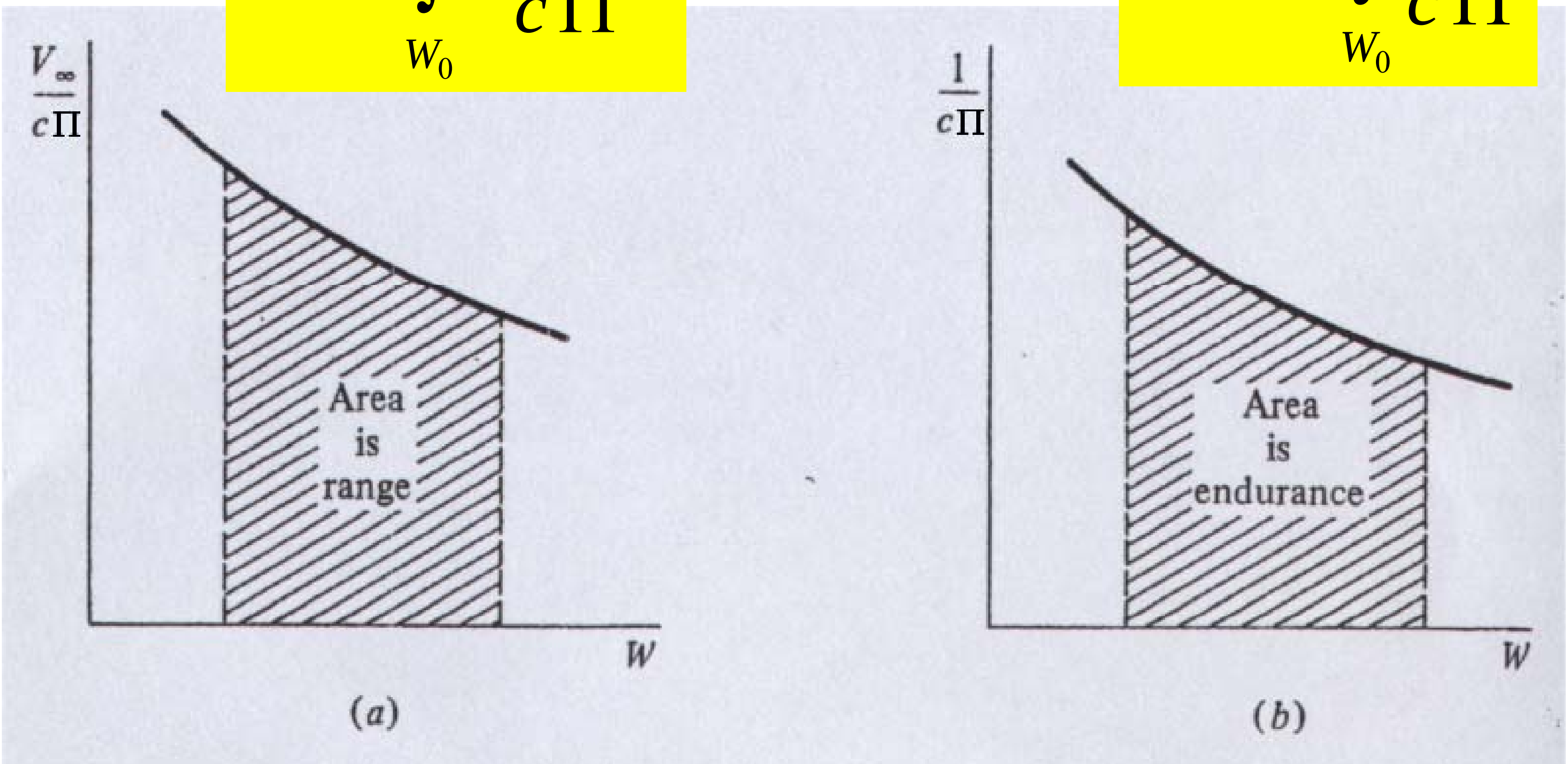
$$\int_0^R ds = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c\Pi} \qquad \boxed{R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c\Pi}}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE ELICA

<u>Formulazione Quantitativa</u>

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c\,\Pi}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c\,\Pi}$$




Determination of range and endurance.

## Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica

$$\Pi_a = \frac{\Pi_D}{\eta} = \frac{D \cdot V}{\eta}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c\Pi} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \eta \cdot \mathrm{d}W}{c\,DV} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot \mathrm{d}W}{c\,D}$$

Volo livellato L=W

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{W}{W} \frac{\eta \cdot \mathrm{d}W}{c\,D} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{D} \frac{\mathrm{d}W}{W}$$

IPOTESI VOLO LIVELLATO Ed UNIFORME

**Cap.9 – AUTONOMIE**

Breguet - Elica

$\eta$, $L/D = C_L / C_D$

ed il consumo specifico *c* si mantengano costanti durante il volo

$$R = -\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W}$$

$$R = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

*formula di Breguet per l'autonomia di distanza vel. ad elica*

$$F.A. = \frac{\eta}{c} \cdot E$$

*FATTORE DI AUTONOMIA VEL ELICA*

# Cap.9 – AUTONOMIE

## Breguet - Elica

$$R = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

1. una efficienza η dell'elica massima possibile,
2. un consumo specifico $c$ minimo possibile,
3. un rapporto $W_0/W_1$ massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante stivabile $W_F$ ,
4. cosa più importante di tutte, una efficienza di volo pari a quella massima $(L/D)_{max}$ . Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di distanza massima si deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica $E = L/D$ massima. La formula di Breguet conferma mostra che $R$ è *direttamente proporzionale* ad $L/D$. Ciò

# Cap.9 – AUTONOMIE

## Breguet - Elica

formula di Breguet per l'autonomia di durata

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c\,\Pi} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot \mathrm{d}W}{c\,DV} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{DV} \cdot \frac{\mathrm{d}W}{W}$$

$$L = W = \frac{1}{2}\rho\, V^2 S\, C_L \qquad V = \sqrt{2W / (\rho\, S\, C_L)}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho\, S\, C_L}{2}}\, \frac{\mathrm{d}W}{W^{3/2}}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica    formula di Breguet per l'autonomia di durata

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho\, S\, C_L}{2}}\, \frac{dW}{W^{3/2}}$$

$$En = -\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho\, S\, C_L}{2}} \cdot \int_{W0}^{W_1} \frac{dW}{W^{3/2}} = 2\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{\frac{\rho\, S}{2}} \left( W^{1/2} \Big|_{W_0}^{W_1} \right)$$

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\, \rho\, S} \cdot \left( W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2} \right)$$

# Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica    formula di Breguet per l'autonomia di durata

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\,\rho\,S} \cdot \left( W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2} \right)$$

una efficienza $\eta$ dell'elica massima possibile,

un consumo specifico $c$ minimo possibile,

un carico di carburante stivabile $W_F = W_0 - W_1$, massimo possibile,

un volo al massimo valore del rapporto $C_L^{3/2} / C_D$,

un volo ad un'altitudine minima possibile, cioè al livello del mare, essendo $En \propto \sqrt{\rho}$ e decrescente con la quota crescente.

E' interessante notare che , secondo le approssimazioni alla base della derivazione delle formule di Breguet, l'autonomia di durata *E* dipende dalla quota mentre quella di distanza *R* ne resta indipendente.

# Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica

Le formule non risultano di facile uso, dato che è presente il consumo c e non SFC.

$$R = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

che fornisce il valore di R in [Km] con SFC in [lb/(hp h)] (intorno a 0.5 per un motore a pistoni e 0.7 per un turboelica).

$$En = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2\,\rho\,S} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_o}} \right]$$

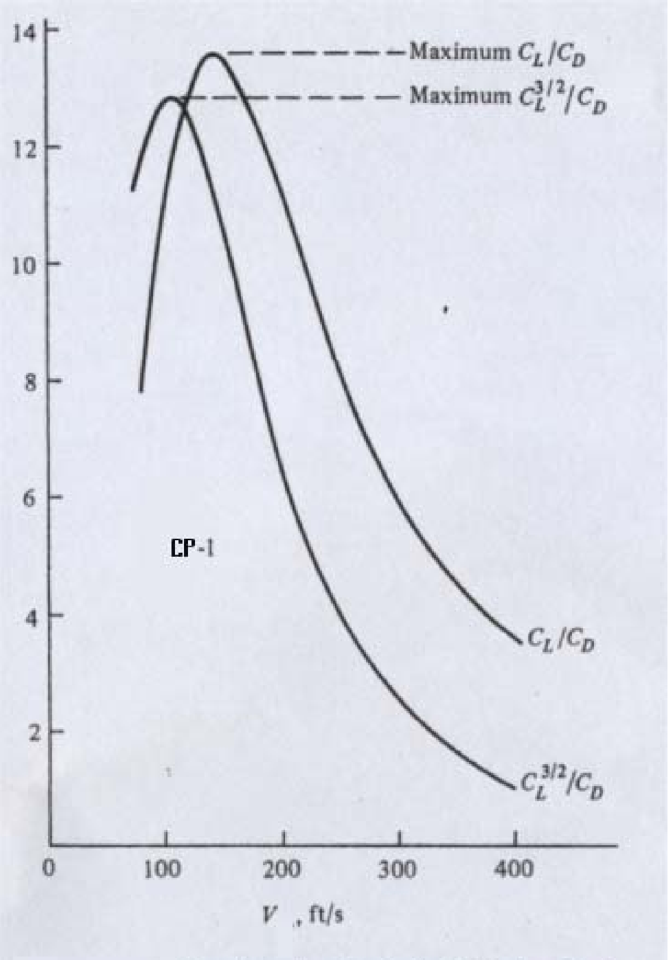
con En in [ore] e W espresso in [Kg]

# Cap.9 – AUTONOMIE

Breguet - Elica

Le formule possono essere usate per valutare:

- MAX RANGE
- MAX ENDURANCE



Aerodynamic ratios for the CP-1 at sea level.

$$R_{MAX} = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$En_{MAX} = 53.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot \left( \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \right)_{MAX} \sqrt{2 \rho S} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_o}} \right]$$

# Cap.9 – AUTONOMIE

## Esercizio

Stimare le massime autonomie di distanza e di durata per il velivolo ad elica CP-1(vedi cap.8), le cui caratteristiche sono riportate in fig. 9.3. Si consideri un valore del consumo specifico (SFC) del motore alternativo pari a 0.45 *lb* di cobust. / (*hp* di potenza · *h*). Si assuma un *gross weight* del velivolo $W_0 = 2950$ *lb* ed un'efficienza dell'elica $\eta = 0.8$. Si consideri che il serbatoio è capace di contenere 65 *gal* di gasolio aeronautico, che ha un peso specifico di 5.64 *lb* / *gal*.

La superficie di riferimento $S$ è in questo caso pari a 174 $ft^2$. Si assuma infine un volo aun'altitudine livello del mare con densità dell'aria $\rho$ =

$$\max\left(\frac{C_L}{C_D}\right) = 13.62 \qquad \max\left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right) = 12.81$$

Dai dati si calcola un peso di combustibile $WF = 65 \cdot 5.64 = 367$ *lb*. Il peso a secco sarà quindi $W1 = 2950 - 367 = 2583$ *lb*. Per un'efficienza dell'elica $\eta = 0.8$ si ha una autonomia di distanza massima pari a

# Cap.9 – AUTONOMIE

## Esercizio

Dai dati si calcola un peso di combustibile $WF = 65 \cdot 5.64 = 367$ *lb*. Il peso a secco sarà quindi $W1 = 2950 - 367 = 2583$ *lb*. Per un'efficienza dell'elica $\eta = 0.8$ si ha una autonomia di distanza massima pari a

$$RMAX = 1940 \text{ Km}$$

ed un'autonomia di durata

$$EnMAX = 14.4 \text{ ore}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

Per un velivolo a getto il consumo specifico di combustibile si definisce come *peso di combustibile consumato per unità di spinta installata e per unità di tempo*. Si osservi che, a differenza dei velivoli ad elica (accoppiata con motore alternativo), in questa definizione è usata la spinta anziché la potenza. Questo è dovuto al fatto che per aeroplani a getto il consumo di combustibile dipende fisicamente dal livello di spinta prodotta dal motore mentre per i velivoli ad elica dipende fisicamente dalla potenza che il motore rende disponibile all'albero. Questa differenza porta allo sviluppo di formule di Breguet differenti per il calcolo dell'autonomia di distanza e di durata di velivoli a getto.

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

il consumo specifico di velivoli a getto (*thrust-specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l’abbreviazione *SFCJ*)

$$\mathrm{SFCJ} = \frac{(\mathrm{kp})\,\mathrm{di\,combust.}}{(\mathrm{kp})\,\mathrm{di\,spinta}\cdot(\mathrm{h})} \qquad\qquad \frac{\mathrm{lb\ di\ comb}}{\mathrm{lb\ di\ spinta}\cdot(\mathrm{h})}$$

in unità di misura del sistema tecnico (si noti l’inconsistenza dell’unità di misura del tempo).

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

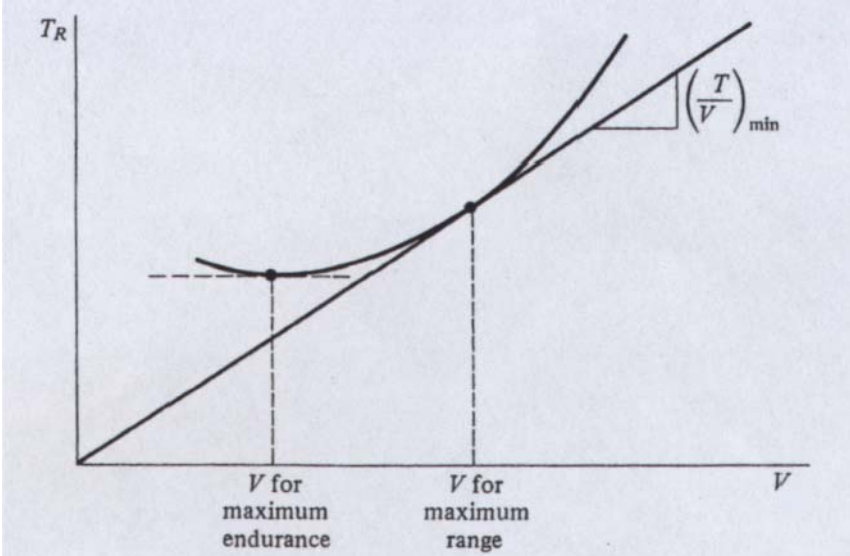
## Considerazioni fisiche

Autonomia di durata massima

$$\frac{(\mathrm{kp})\,\mathrm{di\,combust.}}{\mathrm{h}} = \mathrm{SFCJ} \cdot \mathrm{T_D}$$

$$\dot{T}_D = T_R$$

*La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo in condizioni di minima spinta richiesta.*




*La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto $C_L / C_D$ sia massimo.*

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

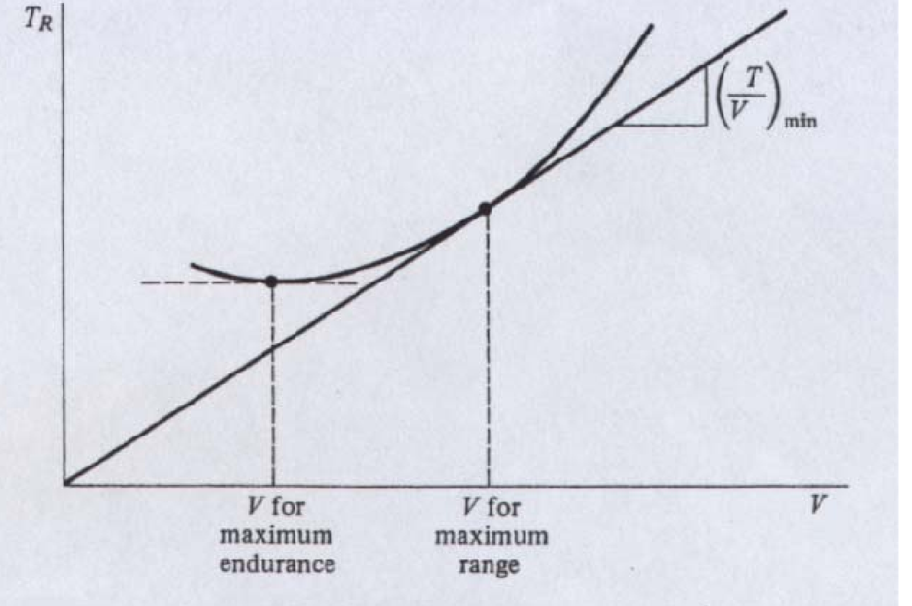
Considerazioni fisiche

Autonomia di distanza massima

$$\frac{(\text{kp})\,\text{di combust.}}{\text{km}} \propto \frac{(\text{SFCJ})\cdot(\text{T}_\text{D})}{\text{V}}$$

Il minimo consumo di *kp* di combustibile per chilometro, per volo livellato uniforme, ovvero se $T_D = T_R$ , corrisponde a condizioni in cui è minimo il rapporto

$$T_R\,/V$$




Points of maximum range and endurance on the thrust-required curve.

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

<u>Considerazioni fisiche</u> Autonomia di distanza massima

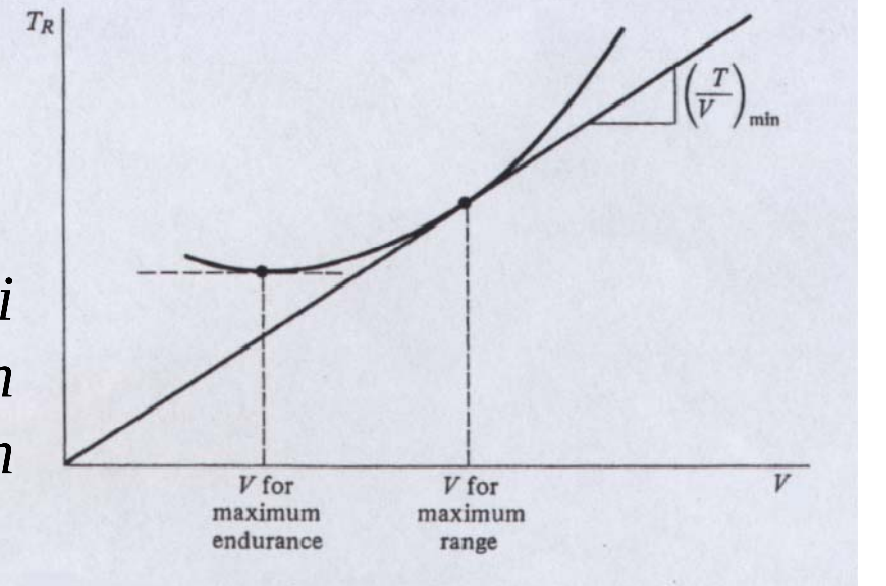
$T_R / V$

$$\frac{T_R}{V} = \frac{D}{V} = \frac{\frac{1}{2}\rho V^2 S C_D}{V} = \frac{1}{2}\rho V S C_D \qquad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$$

$$\frac{T_R}{V} = \frac{1}{2}\rho S C_D \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} \propto \frac{1}{C_L^{1/2} / C_D}$$

*La massima autonomia di distanza di un velivolo a getto si ottiene con un volo ad una velocità tale da avere un rapporto*

$C_L^{1/2} / C_D$ *massimo.*




Points of maximum range and endurance on the thrust-required curve.

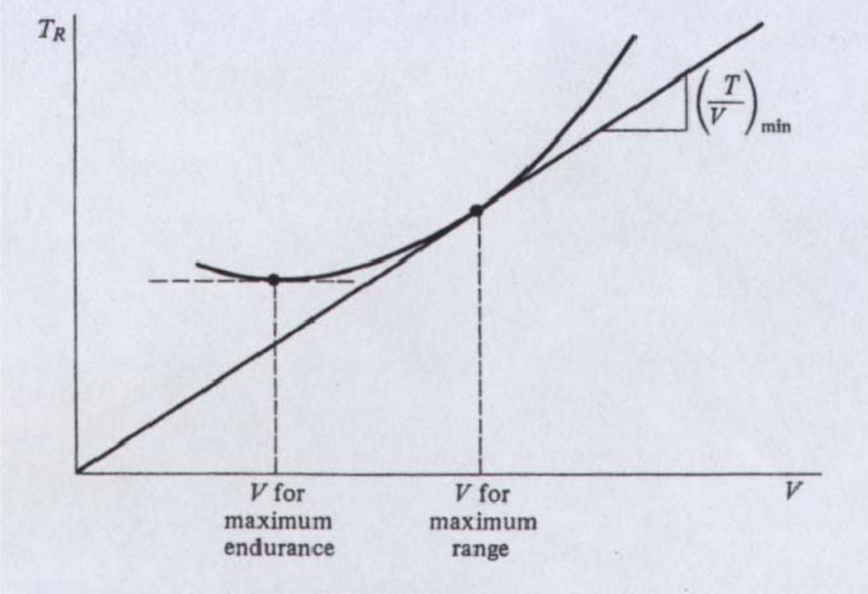
# Cap.9 – AUTONOMIE JET

Considerazioni fisiche    Autonomia di distanza massima

$T_R / V$

Si arriva anche considerando che :

$$\frac{T}{V} = \frac{D}{V} = \frac{L}{E} \cdot \frac{1}{V} = \frac{W}{E} \cdot \frac{1}{V}$$



Points of maximum range and endurance on the thrust-required curve.

$$\frac{T}{V}_{MIN} \Rightarrow (E \cdot V)_{MAX} \Rightarrow \left(\frac{E}{\sqrt{C_L}}\right)_{MAX} \Rightarrow \frac{\sqrt{C_L}}{C_D}$$

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa - BREGUET

Si indichi con *ct* il consumo specifico per velivoli a getto in unità di misura consistenti, espresso ad esempio in

$$\frac{(kp)\,\text{di combust.}}{(kp)\,\text{di spinta}\cdot(s)} \qquad \frac{(N)\,\text{di combust.}}{(N)\,\text{di spinta}\cdot(s)}$$

$$\mathrm{d}W = -c_t\, T_D\, \mathrm{d}t$$

$$\mathrm{d}t = -\frac{\mathrm{d}W}{c_t\, T_D} \qquad \int_0^{En} \mathrm{d}t = En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c_t\, T_D}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c_t\, T_D}$$

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa - BREGUET

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{c_t\, T_D}$$

$T_D = T_R = D$ Ma D =W/E

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\mathrm{d}W}{W}$$

,

Ipotesi ct ed E costanti :

$$En = \frac{1}{c_t} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## Formulaz. Quantitativa - BREGUET

$$En = \frac{1}{c_t} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

un consumo specifico $c_t$ minimo possibile,

un rapporto $W_0/W_1$ massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante $W_F$ ,

una efficienza di volo pari a quella massima $(L/D)_{max}$ . Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di durata massima un velivolo a getto deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica $E = L/D$ massima.

NON DIPENDE DALLA QUOTA (se ct =cost)

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$\mathrm{d}s = V \cdot \mathrm{d}t = -\frac{V \cdot \mathrm{d}W}{c_t\, T_D}$$

$$\int_0^R ds = R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t\, T_D}\,\mathrm{d}W$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t}\,\frac{C_L}{C_D}\,\frac{\mathrm{d}W}{W} \qquad , \qquad V = \sqrt{\frac{2\,\mathrm{W}}{\rho\, S\, C_L}}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t}\sqrt{\frac{2\,\mathrm{W}}{\rho\, S\, C_L}}\,\frac{C_L}{C_D}\,\frac{\mathrm{d}W}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t}\sqrt{\frac{2}{\rho\, S}}\,\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\,\frac{\mathrm{d}W}{W^{1/2}}$$

**Cap.9 – AUTONOMIE JET**

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \sqrt{\frac{2\,\mathrm{W}}{\rho\, S\, C_L}}\, \frac{C_L}{C_D} \frac{\mathrm{d}W}{W} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \sqrt{\frac{2}{\rho\, S}}\, \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \frac{\mathrm{d}W}{W^{1/2}}$$

ed, ancora, assumendo costanti i valori del consumo specifico $c_t$ , dei coefficienti aerodinamici $C_L$ e $C_D$, e della ρ (quota costante), la (9.16) diventa

$$R = \frac{2}{c_t} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho\, S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left( W_0^{1/2} - W_1^{1/2} \right)$$

(IPOTESI QUOTA COSTANTE)

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$R = \frac{2}{c_t} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left( W_0^{1/2} - W_1^{1/2} \right)$$

1. un consumo specifico $c_t$ minimo possibile,
2. un carico di carburante $W_F$ più elevato possibile,
3. un volo ad una velocità tale da avere un rapporto $C_L^{1/2} / C_D$ massimo,
4. un volo ad elevata quota, cioè a bassi valori della densità dell'aria $\rho$, ma non al di sopra della quota critica oltre la quale le prestazioni del motore a getto si deteriorano con un aumento del consumo specifico. Ciò che è chiaro dalla (9.17) è che l'autonomia di distanza di un velivolo a getto, a paritò degli altri parametri, è più bassa se si vola al livello del mare mentre cresce all'aumentare della quota entro i limiti posti dalle prestazioni del motore. Tipicamente i velivoli commerciali da trasporto civile subsonico volano in crociera a quote che vanno dai 30000 ai 40000 *ft*. Per il trasporto supersonico si passa a quote che vanno dai 50000 ai 60000 *ft*.

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \frac{\mathrm{d}W}{W}$$

Se ipotizziamo anche V costante oltre ai coefficienti aerodinamici (vuol dire che la quota deve cambiare in relazione al minor peso che sia ha per il combustibile, consumato)

$$R = \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{W} = \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_o}{W_1}$$

## Cap.9 – AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET AUTON DISTANZA

$$R = \frac{V}{c_t}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

*Formula di Breguet semplificata autonomia vel jet*

$$F.A. = \frac{V}{c_t}\cdot E$$

*FATTORE DI AUTONOMIA VEL JET*

*Formula di Breguet CORRETTA (quota costante)*

$$R = \frac{2}{c_t}\cdot\sqrt{\frac{2}{\rho S}}\cdot\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\cdot\left(W_0^{1/2} - W_1^{1/2}\right)$$

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

Formulaz. Quantitativa – BREGUET – Formule con unità tecniche

$$\mathrm{En} = \frac{1}{\mathrm{SFCJ}} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

con SFCJ in (lb/(lb h)) (circa 0.6-0.7) e En in [ore]

$$R = 11.27 \cdot \frac{2}{\mathrm{SFCJ}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left( \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) \cdot \left[ \sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right]$$

con R in [Km] e W in [Kg]

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## Formulaz. Quantitativa – BREGUET

JET MAX RANGE and MAX ENDURANCE

$$En_{MAX} = \frac{1}{SFCJ} \cdot E_{MAX} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left( \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right)_{MAX} \cdot \left[ \sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right]$$

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{\sqrt{C_{L_A}}}{C_{D_A}} \cdot \left[ \sqrt{W_0} - \sqrt{W_1} \right]$$

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

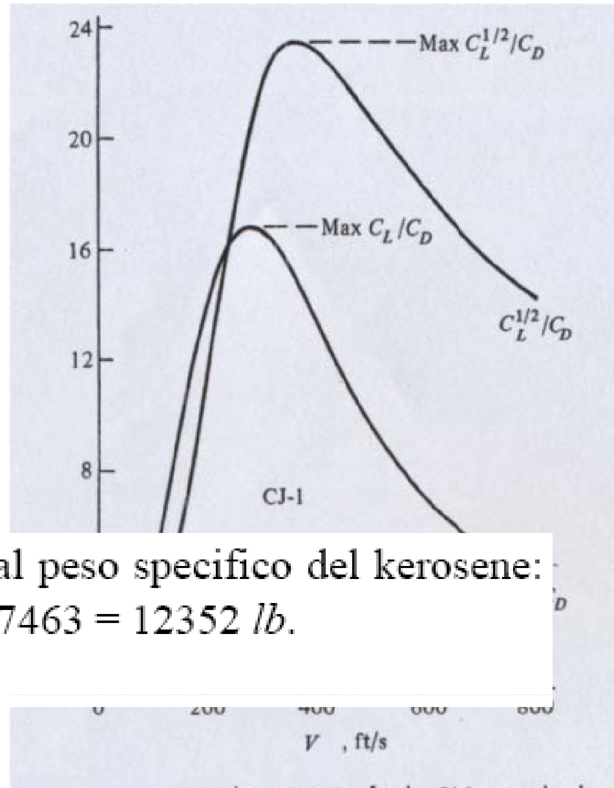
## Esercizio

Stimare le massime autonomie di distanza e di durata per il velivolo a getto CJ-1, le cui caratteristiche aerodinamiche sono riportate in fig. 9.5. Si consideri un valore del consumo specifico (TSFC) del motore a getto pari a 0.6 *lb* di cobust. / (*lb* di spinta · *h*). Si assuma un *gross weight* del velivolo $W_0$ = 19815 *lb*. Il serbatoio è capace di contenere 1119 *gal* di kerosene, che ha un peso specifico di 6.67 *lb*/*gal*. La superficie di riferimento $S$ è in questo caso pari a 318 $ft^2$. Si assuma infine un volo ad un'altitudine di 22000 *ft* alla quale la densità dell'aria $\rho = 0.00184\ lb / ft^3$.

$$\max\left(\frac{C_L}{C_D}\right) = 16.9$$

,

$$\max\left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) = 23.4$$



Aerodynamic ratios for the CJ-1 at sea level.

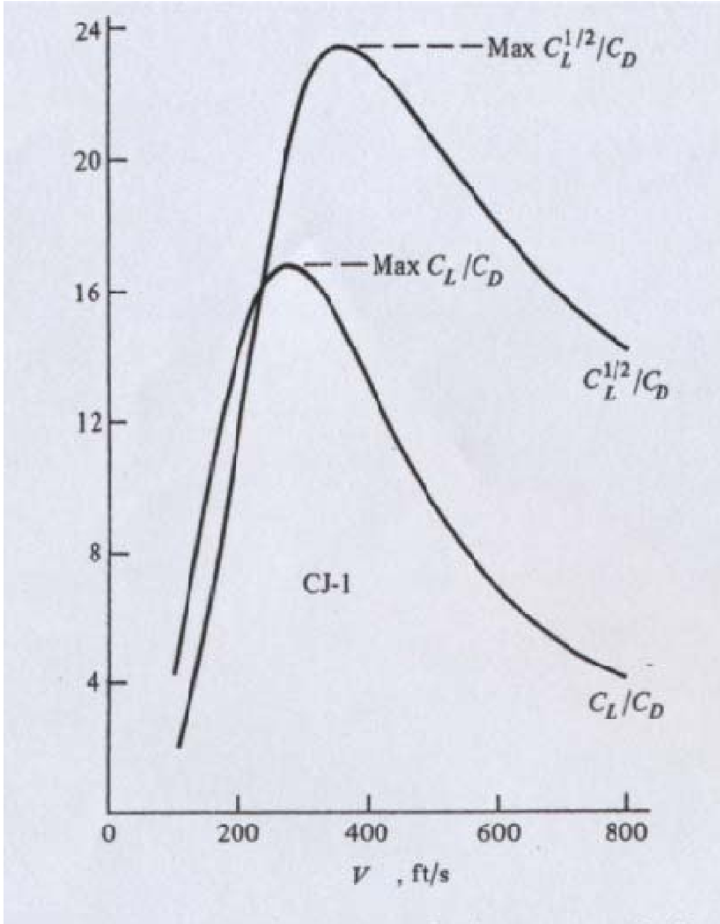
Il peso di combustibile si determina dalla capacità del serbatoio e dal peso specifico del kerosene: $W_F = 1119 \times 6.67 = 7463\ lb$. Il peso a secco sarà quindi $W_1 = 19815 - 7463 = 12352\ lb$.
Si ha quindi un'autonomia di distanza massima pari a :

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## Esercizio

Il peso di combustibile si determina dalla capacità del serbatoio e dal peso specifico del kerosene: $W_F = 1119 \times 6.67 = 7463\ lb$. Il peso a secco sarà quindi $W_1 = 19815 - 7463 = 12352\ lb$.
Si ha quindi un'autonomia di distanza massima pari a :

R=5850 Km
l'autonomia di durata è invece pari a
En=13.3 ore




Aerodynamic ratios for the CJ-1 at sea level.

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

Esercizio

Si può anche fare l'esempio del Boeing 747-300.

$W_{TO}$=363000 Kg $W_{fuel}$=120000 Kg

$W_0$=3630000 Kg $W_1$=2430000 Kg

SFCJ=0.6 (lb/(lb h))

b=59.6 m S=511 $m^2$ AR=6.95

CDo=0.017 e=0.80 $E_{MAX}$=16

$CL_E$=0.54 $CL_A$=0.315

$$\left(\frac{CL^{1/2}}{CD}\right)_{MAX} = \frac{3}{4}\frac{\sqrt{0.315}}{0.017} = 24.76$$

scegliamo una quota pari a 35000 ft (quota di crociera per il 747) pari a 10600 m

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{0.385 \cdot 511}\frac{1}{0.6}} \cdot 24.76 \cdot \left[\sqrt{363000} - \sqrt{243000}\right] = 10273 \ \text{Km}$$

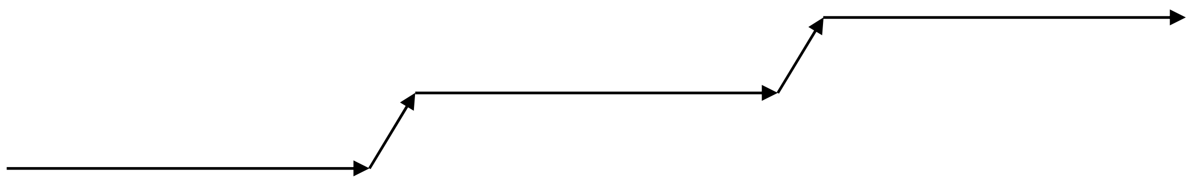
# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## RANGE - Considerazioni

Nel caso del velivolo a jet potremmo avere :

1) Volo a CL e quota costante
2) Volo a V e CL cost (la quota deve cambiare, climbing flight)
3) Volo a quota e Vel costante (cambia CL)

Tipicamente il volo per tratte lunghe si svolge a tratte a quota costante che vengono incrementate di tanto in tanto su degli opportuni LEVEL FLIGHT



In realtà sarebbe desiderabile avere quota e Mach (quindi V) costante

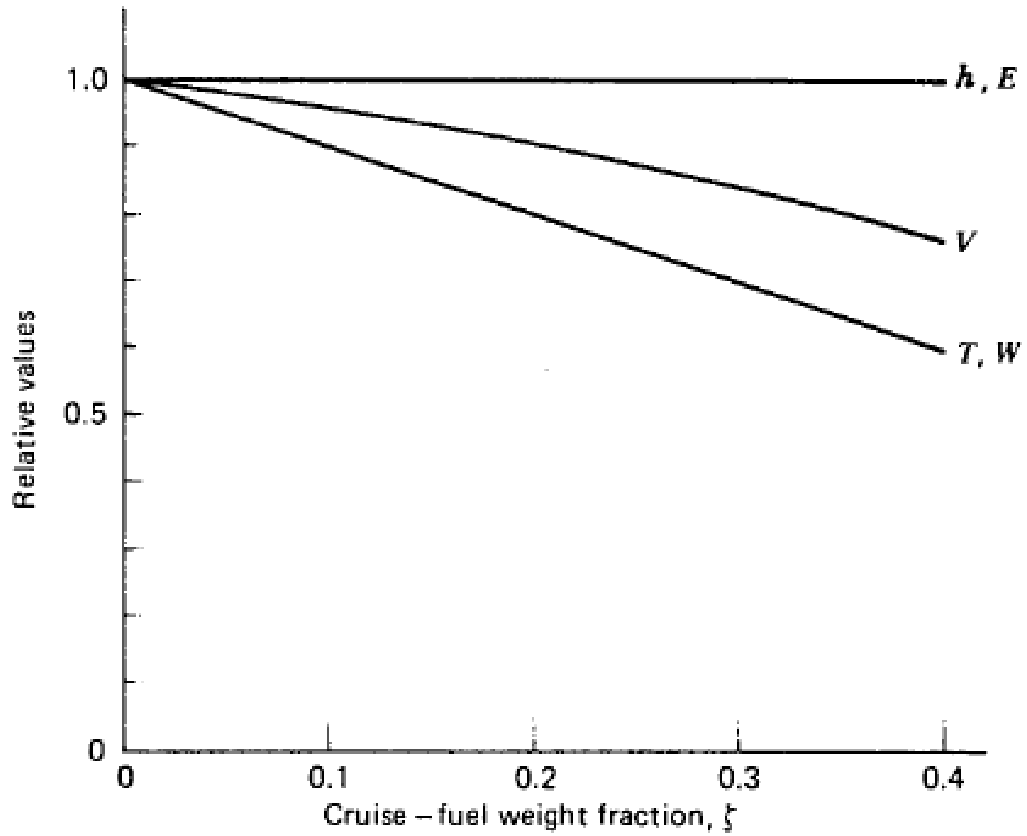
# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## RANGE - Considerazioni

1) Volo a CL e quota costante

$$R = 2 \cdot E \cdot V_1 \frac{1}{c_t}\left[1-(1-\varsigma)^{1/2}\right]$$

$$\text{con } \zeta = \left(\frac{W_f}{W_o}\right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o}\right)$$



# Cap.9 – AUTONOMIE JET

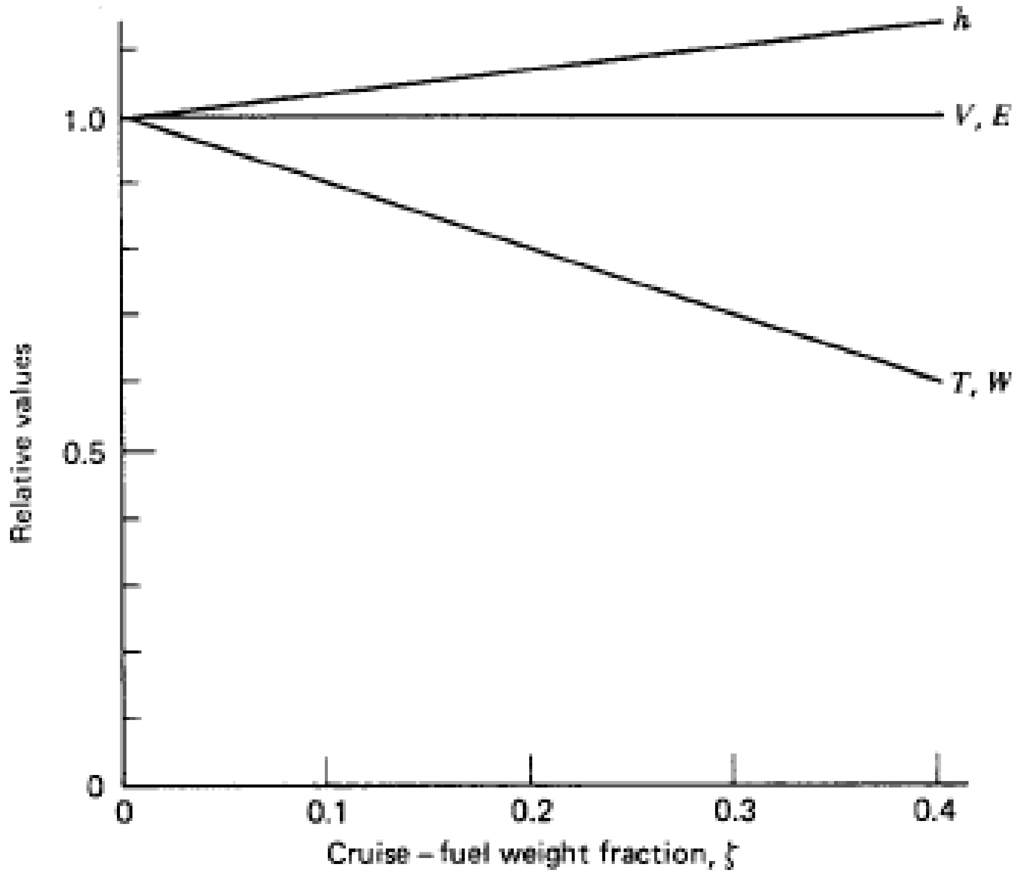
## RANGE - Considerazioni

2) Volo a V e $C_L$ costante

$$R = \frac{V}{c_t}\frac{C_L}{C_D} - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\mathrm{d}W}{W} = \frac{V}{c_t}\frac{C_L}{C_D}\ln\frac{W_o}{W_1}$$

$$\text{con } \zeta = \left(\frac{W_f}{W_o}\right) = \left(\frac{W_o - W_1}{W_o}\right)$$

$$R = \frac{V}{c_t}\frac{C_L}{C_D}\ln\left(\frac{1}{1-\zeta}\right)$$



# Cap.9 – AUTONOMIE JET

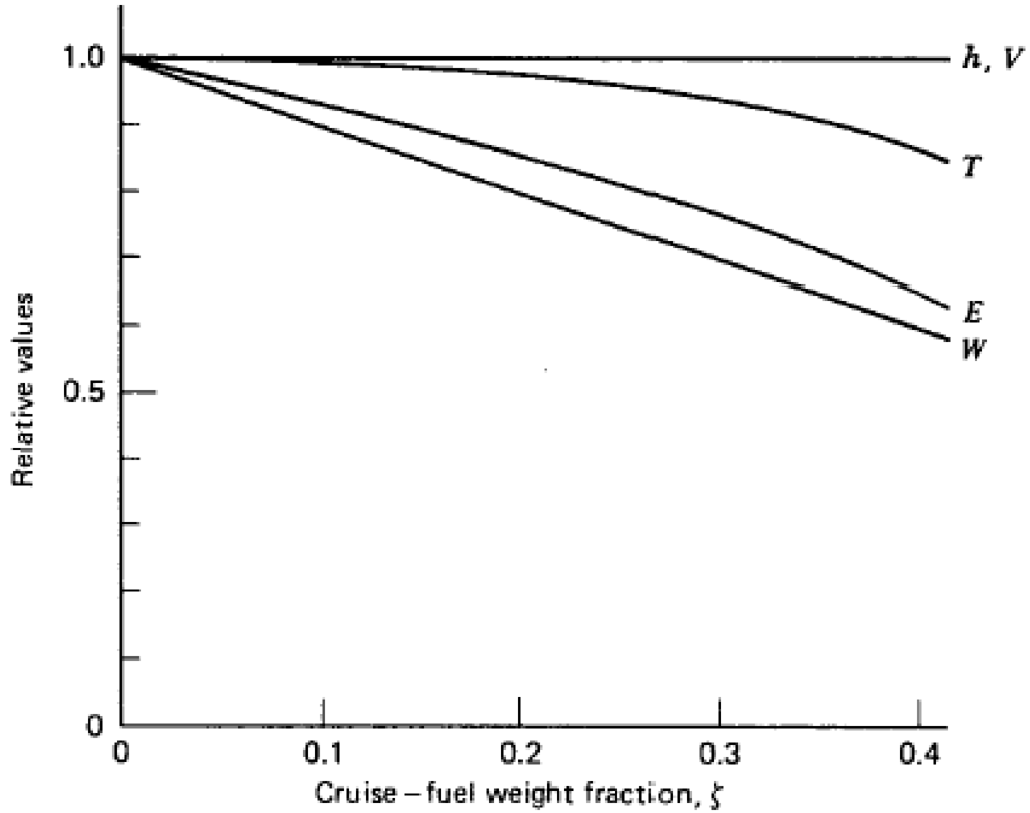
## RANGE - Considerazioni

3) Volo a quota e V costante

$$R = -\frac{V}{c_t}\int_{W_0}^{W_1}\frac{dW}{D}$$

$$D = q \cdot S \cdot (C_{Do} + K \cdot C_L{}^2)$$

$$R = \frac{2 \cdot E_{MAX} \cdot V}{c_t}\arctan\left[\frac{\zeta \cdot E_o}{2 \cdot E_{MAX} \cdot (1 - K \cdot C_{L_o} \cdot E_o \cdot \zeta)}\right]$$




E' quello + usato , ma
La formula è complessa.

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## RANGE - Considerazioni

BEST RANGE – confronto fra i vari programmi di volo

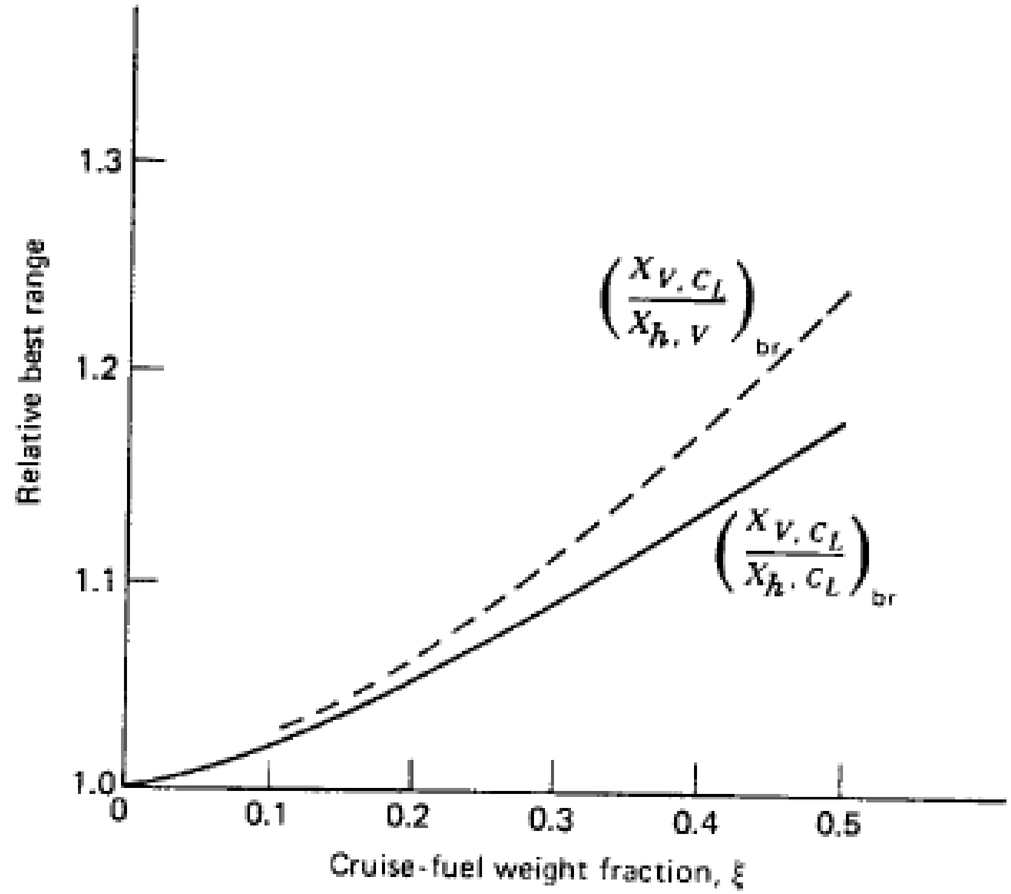


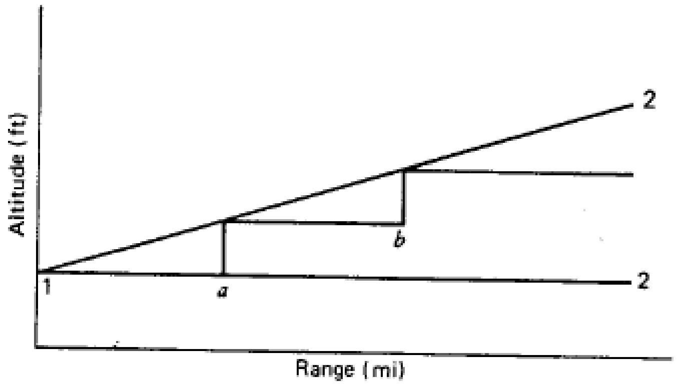

**FIGURE 3-7**

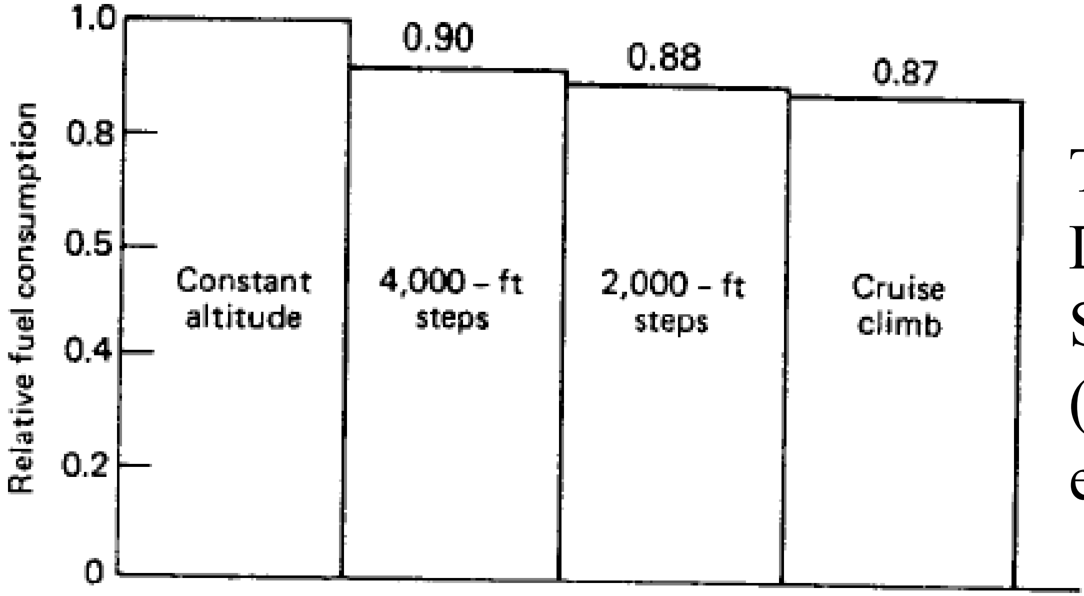
**Relative best range as a function of the range, i.e., the cruise-fuel weight fraction.**

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## RANGE - Considerazioni

Cruise climbing vs Stepped altitude flight




(b)

Tipicamente gli step ammessi
Dagli enti controllo traff aereo
Sono di 4 FL
(1 FL = 1000 ft)
e dispari e pari sensi opposti

C’e’ poca differenza tra il cruise climb e lo stepped altitude
- Il constant altitude non conviene !

# Cap.9 – AUTONOMIE JET

## RANGE - Considerazioni

Per il JET va considerato anche se M> Mdd
In tal caso la V non può essere qualsiasi

# Cap.9 – AUTONOMIE

## RANGE - Considerazioni

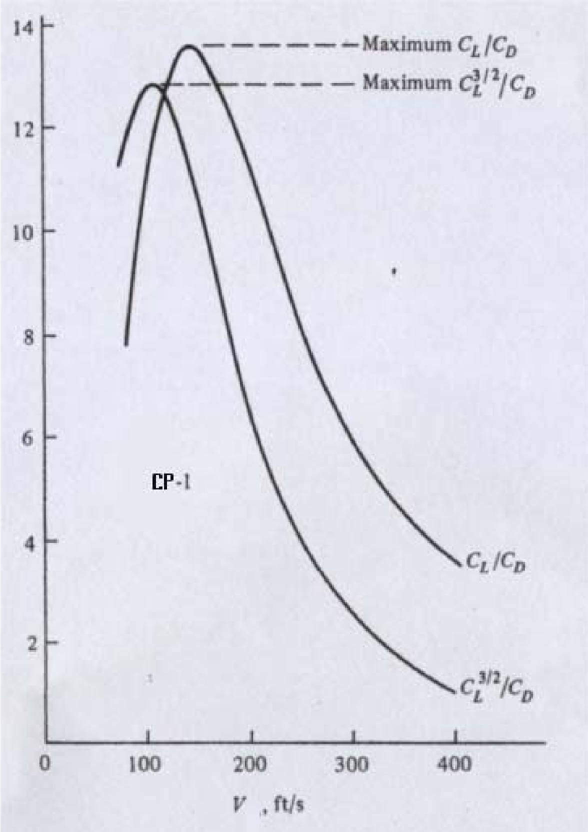
Soprattutto per i velivoli ad elica

$$R_{MAX} = 603.5 \cdot \frac{\eta_P}{SFC} \cdot E_{MAX} \ln \frac{W_0}{W_1}$$

$$R_{MAX} \Rightarrow E_{MAX}$$

La velocità di Max Range è BASSA.
Ottimizzo i consumi, ma non il tempo !

Un ATR dovrebbe volare a Mach bassi (es. 0.3)




Aerodynamic ratios for the CP-1 at sea level.

# Cap.9 – AUTONOMIE

## RANGE - Considerazioni

Related to the above considerations, Bernard Carson, a professor of aerospace engineering at the U.S. Naval Academy, suggested another figure of merit that combines the concept of long range and higher velocity (Ref. 51). Maximum range occurs when the number of pounds of fuel consumed *per mile* is minimized. Recognizing that the flight velocity at this condition could be too small for practical situations, Carson reasoned that a more appropriate combination of both speed and economy would be flight in which the number of pounds of fuel consumed *per unit of velocity* were minimized, that is, when

$$\frac{|dW_f|}{V_\infty} \text{ is a minimum}$$

$$\dot{W}_f = \frac{dW_f}{dt} = -cP$$

$$dW_f = -cP\,dt$$

## Cap.9 – AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

$$dW_f = -cP\,dt$$

$$dW_f = -\frac{cP\,ds}{V_\infty} = -\frac{cTV_\infty\,ds}{V_\infty} = -cT\,ds$$

$$\frac{|dW_f|}{V_\infty} = \frac{T}{V_\infty}c\,ds$$

=> T/V min

$$\frac{T}{V_\infty} = \frac{D}{V_\infty} = \frac{D}{L}\frac{L}{V_\infty} = \frac{C_D}{C_L}\frac{W}{V_\infty}$$

# Cap.9 – AUTONOMIE

## RANGE - Considerazioni

$$\frac{T}{V_\infty} = \frac{D}{V_\infty} = \frac{D}{L}\frac{L}{V_\infty} = \frac{C_D}{C_L}\frac{W}{V_\infty}$$

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2W}{\rho_\infty S C_L}}$$

$$\frac{T}{V_\infty} = \frac{C_D}{C_L} W \sqrt{\frac{\rho_\infty S C_L}{2W}} = \frac{C_D}{C_L^{1/2}}\sqrt{\frac{\rho_\infty S W}{2}}$$

$$\text{Carson's speed} = 1.32 V_{(L/D)_{\max}}$$

## Cap.9 – AUTONOMIE

RANGE - Considerazioni

$$\text{Carson's speed} = 1.32 V_{(L/D)_{\max}}$$

La velocità di volo che ottimizza il tempo di percorrenza nel caso di un velivolo ad elica è la V del punto A !!!!

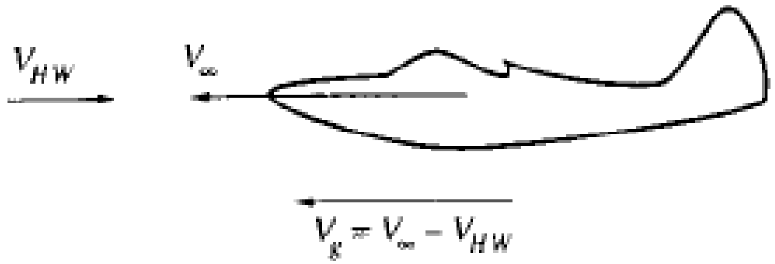
Ricordo che il MAX RANGE si ha nel punto E.

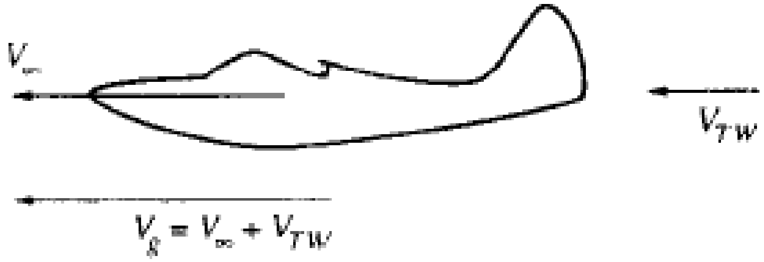
Carson Speed

"the least wasteful way of wasting fuel."

# Cap.9 – AUTONOMIE

## RANGE – EFFETTO DEL VENTO




$$V_g = \frac{ds}{dt} \qquad ds = V_g\, dt$$

$$R = \frac{V_g}{c_t}\frac{L}{D}\ln\frac{W_0}{W_1} \qquad R = \frac{\eta_{pr}}{c}\frac{V_g}{V_\infty}\frac{L}{D}\ln\frac{W_0}{W_1}$$

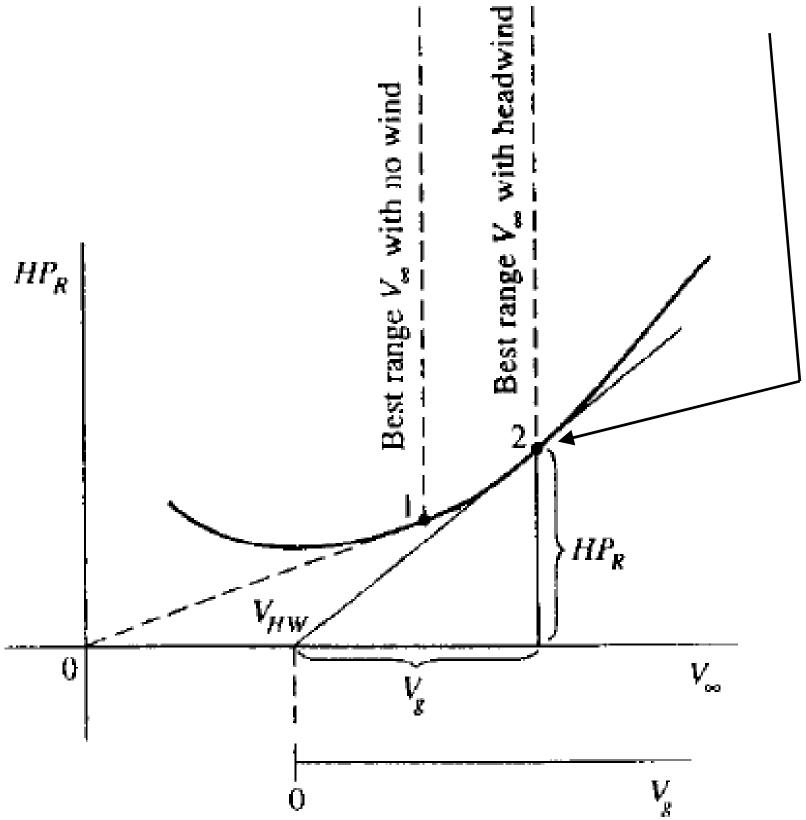
# Cap.9 – AUTONOMIE

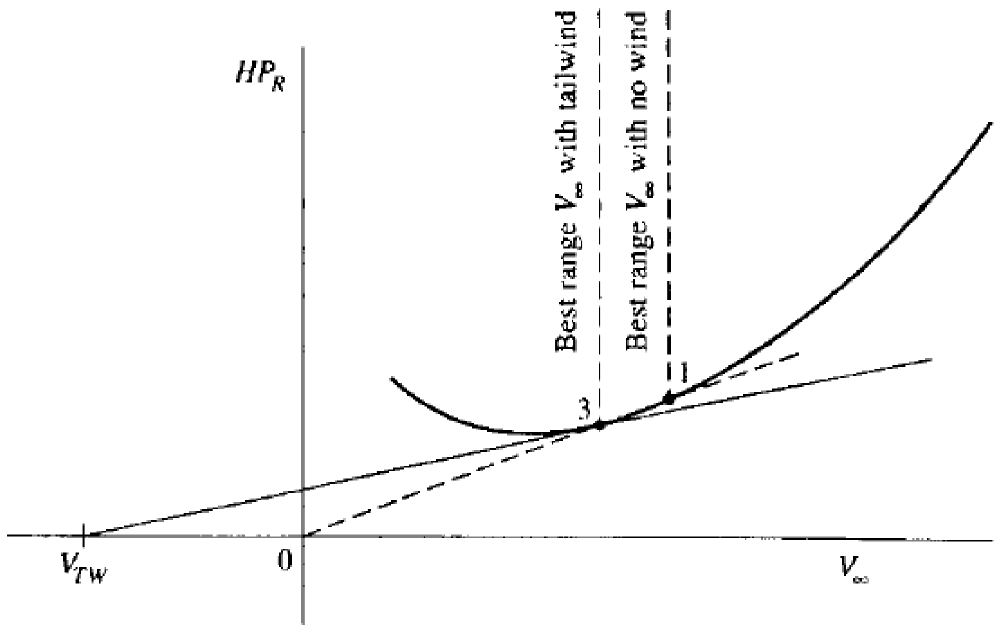
## RANGE – EFFETTO DEL VENTO      ELICA

$$\frac{(kp)\,\text{di combust.}}{(km)} \propto \frac{(SFC)\cdot(\Pi_R)}{V_g} = \frac{(SFC)\cdot(\Pi a)}{V_g \cdot \eta_P}$$

$$V_g = V_\infty - V_{HW}$$

min $HP_R/V_g$



# Cap.9 – AUTONOMIE

<u>RANGE – EFFETTO DEL VENTO</u>      JET