

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale
Modulo di PRESTAZIONI

Docente : Prof. Ing. F. NICOLOSI

CAP. 8

PRESTAZIONI DI SALITA

8.1 VELOCITA' DI SALITA-TEORIA

Si immagini un Boeing 777 (vedi Fig. 8.1) che si sta portando alla velocità di decollo sulla pista di un aeroporto. Esso si solleva dolcemente a circa 180 mi/h (289.7 km/h), il muso ruota verso l'alto, e l'aeroplano rapidamente sale fuori dalla vista. In una questione di minuti esso sta volando a velocità di crociera a 30000 ft (9144 m). Questa figura ispira le seguenti domande: Quanto rapidamente può salire un aeroplano? Quanto tempo impiega a raggiungere una certa quota? I prossimi due paragrafi forniscono alcune risposte.

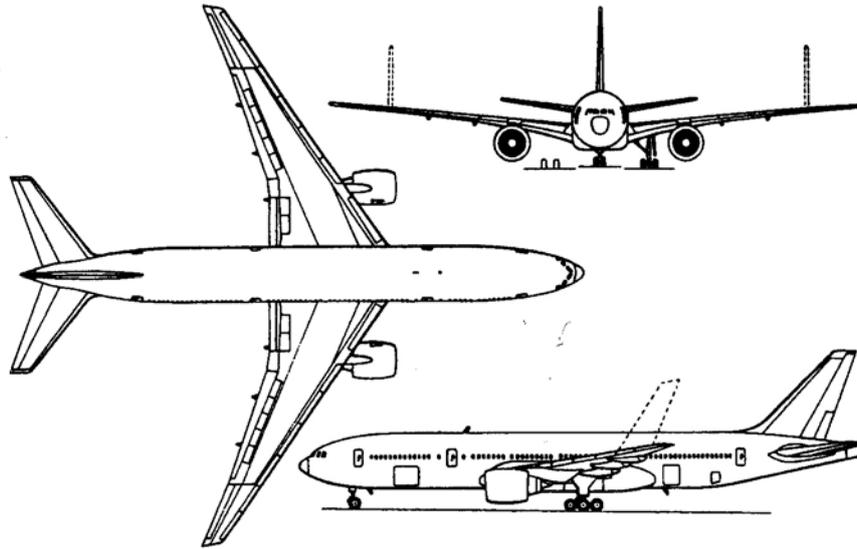


Fig. 8.1 : Velivolo 777

Consideriamo un aeroplano in volo regolare (continuo), non accelerato, in salita, come mostrato in Fig. 8.2. Tale condizione viene definita salita stabilizzata. La velocità lungo la traiettoria di volo è V_∞ , e la stessa traiettoria di volo è inclinata sull'orizzontale di un angolo θ , detto angolo di volta (angolo della traiettoria). Come sempre, portanza e resistenza sono rispettivamente perpendicolare e parallela a V_∞ , e il peso è perpendicolare al piano orizzontale. La spinta T si suppone sia allineata con la traiettoria di volo. Qui la differenza fisica con la precedente trattazione del volo livellato è che T non lavora solo per vincere la resistenza, ma per il volo in salita essa sostiene (equilibra) una componente del peso. Sommando le forze parallele alla traiettoria di volo, abbiamo:

$$T = D + W \sin \theta \quad [8.1]$$

e in direzione perpendicolare alla traiettoria di volo, abbiamo:

$$L = W \cos \theta \quad [8.2]$$

Si noti dall'Eq. [8.2] che la portanza è ora più piccola del peso. Le Eq. [8.1] e [8.2] rappresentano le equazioni del moto per volo di salita regolare.

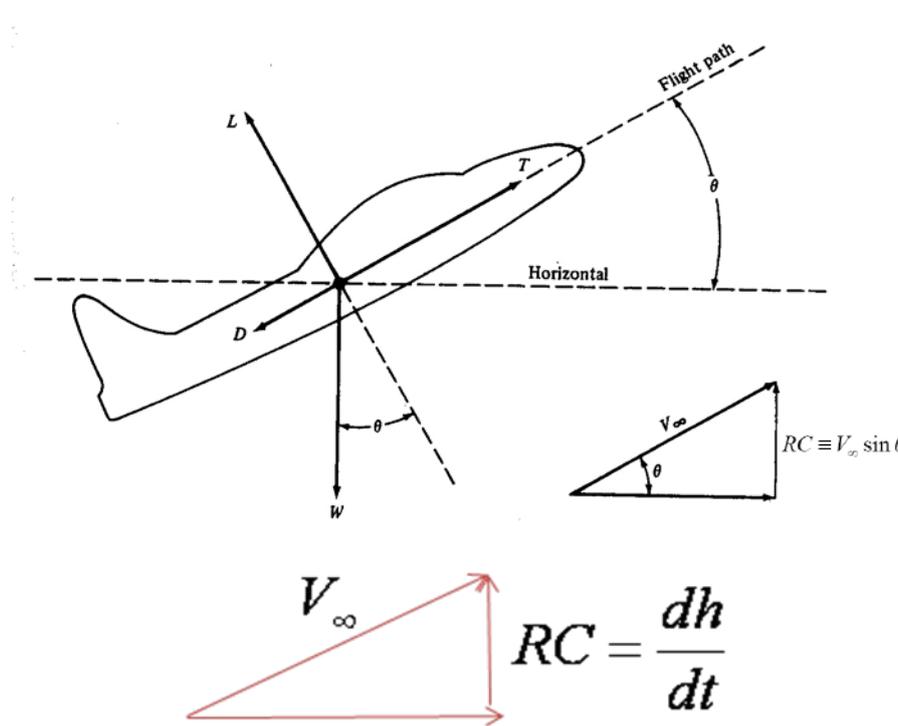


Fig. 8.2

Moltiplichiamo l'Eq. [8.1] per V_∞ :

$$TV_\infty = DV_\infty + WV_\infty \sin \theta$$

$$\frac{TV_\infty - DV_\infty}{W} = V \cdot \sin \theta \quad [8.3]$$

Esaminiamo attentamente l'Eq. [8.3]. Il secondo membro, $V_\infty \sin \theta$, è la velocità *verticale* dell'aeroplano, come illustrato in Fig. 8.2. Questa velocità verticale è chiamata *velocità ascensionale* o meglio *rateo di salita* ed indicato con RC:

$$RC \equiv V_\infty \sin \theta \quad [8.4]$$

Al primo membro dell'Eq. [8.3], TV_∞ è la potenza disponibile, ed è rappresentata dalla curva della potenza disponibile Π_d . Il secondo termine a primo membro dell'Eq. [8.3], è DV_∞ , che per il volo livellato è la potenza richiesta (necessaria al volo livellato), come rappresentato dalla curva Π_{no} . Per il volo in salita, però, DV_∞ non è più, precisamente, la potenza richiesta per volo livellato, perché la resistenza aerodinamica è leggermente inferiore di quella in volo livellato.

Il motivo è connesso al fatto che la portanza non deve equilibrare tutto il peso (come nel caso di volo livellato), ma il peso per il coseno dell'angolo θ (vedi eq. 8.1).

Si può fare un esempio per chiarire questo aspetto.

Vediamo che, ad una data velocità di volo, la D in salita è inferiore a quella in volo livellato.

Basta infatti vedere che, per un velivolo di dato peso W, in volo in salita il coefficiente di portanza necessario all'equilibrio verticale (sulla traiettoria) sarà :

$$L = W \cos \theta \Rightarrow C_L' = \frac{W \cos \theta}{\frac{1}{2} \rho \cdot V^2 \cdot S} \quad (\text{volo in salita})$$

Indicheremo con l'apice le quantità relative al caso di volo in salita.

Mentre in volo livellato, come noto
$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \cdot S}$$

Essendo quindi il C_L scalato del coseno e essendo il C_D pari a:

$$C_D' = C_{D0} + \frac{C_L'^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad C_D' = C_{D0} + \frac{W^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot \frac{1}{q \cdot S} \cdot (\cos\theta)^2$$

anche il coefficiente di resistenza sarà inferiore a quello in volo livellato e quindi essendo la resistenza pari a:

$$D' = q \cdot S \cdot C_D'$$

Anche la resistenza, sempre a parità di V , sarà inferiore a quella in volo livellato.

Facciamo un esempio relativo ad un velivolo con $C_{D0}=0.020$ ed $AR=9$ ed $e=0.80$.

In corrispondenza di un valore di coefficiente di portanza unitario (vedremo assetti tipici tenuti in salita dai velivoli), cioè per dati W , S e V tali che il C_L risulti unitario, e di un angolo θ di 10 gradi avrei :

$$C_L' = C_L \cdot \cos\theta = C_L \cdot 0.985 \quad \text{ed un } C_D \text{ pari a :}$$

$$C_D' = C_{D0} + \frac{C_L'^2}{\pi \cdot AR \cdot e} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \cdot (\cos\theta)^2 = 0.020 + \frac{1}{3.14 \cdot 9 \cdot 0.80} \cdot (0.97) = 0.0629$$

In volo livellato il coefficiente di resistenza alla stessa velocità di volo (e sempre stesso peso e stessa S , AR e dati aerodinamici) sarebbe invece :

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e} = 0.020 + \frac{1}{3.14 \cdot 9 \cdot 0.80} = 0.0642$$

Quindi, come si vede, il coefficiente di resistenza (e quindi anche la resistenza stessa) sono inferiori di circa 13 *drag counts* su 642, cioè del 2% circa. E' evidente quindi che la differenza c'è, ma è veramente piccola, essendo il valore di angolo di 10 gradi abbastanza elevato ed in linea con i massimi angoli di salita sostenibili dal velivolo.

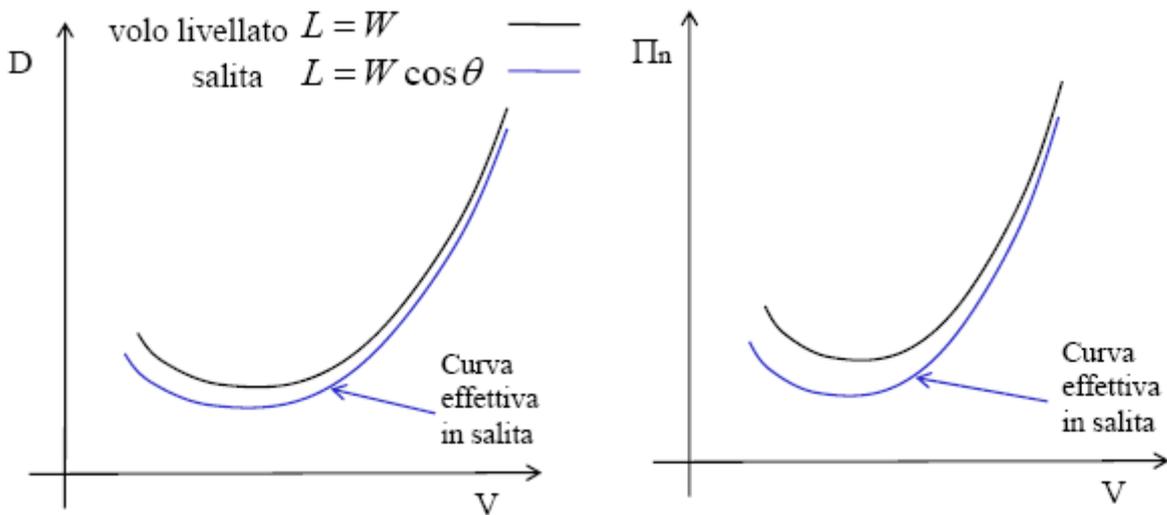
Come visto in quest'esempio, per un volo regolare in salita(salita stabilizzata), L (quindi C_L) è più piccola e perciò è più piccola la resistenza indotta. Conseguentemente, la resistenza totale per il volo in salita è più piccola di quella per il volo livellato alla stessa velocità.

L'aspetto della minore resistenza aerodinamica in salita rispetto a quella in volo livellato alla stessa V viene anche chiarito dai diagrammi seguenti che mostrano le curve (polari tecniche) in volo livellato e salita.

Come visto dobbiamo immaginare delle differenze al massimo pari al 2-3%, quindi ingegneristicamente trascurabili.

Quindi, per piccoli angoli di rampa, $\theta < 10^\circ-15^\circ$, è ragionevole trascurare questo fatto e assumere che il termine DV_∞ nell'Eq. [8.3] è dato dalla curva Π_{no} del volo livellato (quindi che la resistenza e la potenza in salita coincidano con quelle in volo livellato alla stessa velocità).

E' chiaro anche che se è vero che (anche di pochi punti percentuali) la resistenza aerodinamica è minore, la spinta dovrà equilibrare anche una componente del peso, non piccola (come chiaro dalla figura 8.2) e questo chiaramente comporta una notevole difficoltà rispetto al volo livellato.



Detto questo, essendo il numeratore della (8.3) pari alla potenza in eccesso:

$$TV_\infty - DV_\infty = \text{potenza in eccesso} \quad [8.5]$$

dove la potenza in eccesso è la differenza tra la potenza disponibile dall'impianto propulsivo e la potenza necessaria, come mostrato in Fig. 8.3(a) e 8.3(b), per aerei propulsi a elica e a getto rispettivamente.

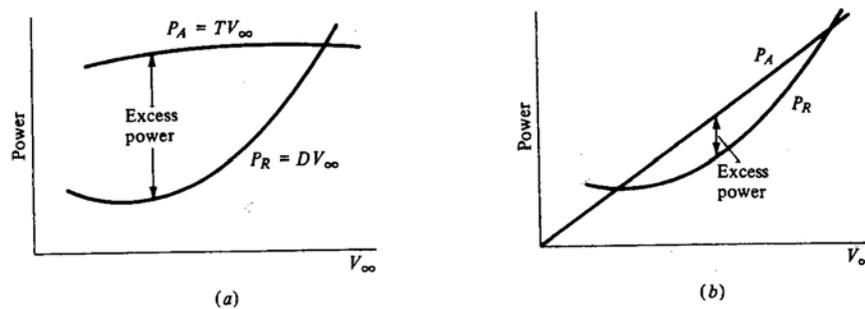


Fig. 8.3 : Curve delle Potenze-Velivolo ad elica (a) e a getto (b)

Combinando le Eq. [8.3] e [8.5], otteniamo

$$RC = \frac{\text{potenza in eccesso}}{W} \quad [8.6]$$

dove la potenza in eccesso è chiaramente illustrata in Fig. 8.3.

Ancora, sottolineiamo che le curve della potenza necessaria Π_{no} in Fig. 8.3(a) e 8.3(b) sono prese, per comodità, coincidenti con quelle calcolate per il volo livellato. In effetti l'angolo di salita θ è solitamente basso e quindi la portanza è quasi uguale al peso, cioè $\cos\theta \approx 1$ e $L=W$, come già visto. Facciamo presente che dalla 8.3 si può vedere che

$$\sin \theta = \frac{T_d - D}{W} \quad [8.7]$$

Essendo l'angolo piccolo possiamo dire che

$$\theta \approx \frac{T_d - D}{W} = \frac{\text{Eccesso di spinta}}{\text{peso}} \quad \text{[8.7bis]}$$

Ritorniamo di nuovo alla Fig. 8.3, che corrisponde ad una data quota. Si noti che la potenza in eccesso è diversa a diversi valori di V_∞ . Infatti, sia per aereo propulso a elica che a getto ci sono alcune V_∞ alle quali l'eccesso di potenza è massimo. A questo punto, dall'Eq. [8.6], RC sarà massimo alla velocità che massimizza l'eccesso di potenza.

$$RC_{\text{MAX}} = \frac{\text{massima potenza in eccesso}}{W} \quad \text{[8.8]}$$

Questa situazione è abbozzata in Fig. 30(a), dove la potenza disponibile è quella al massimo grado di ammissione ($\phi=1$, massima pressione di alimentazione per un motore alternativo oppure massima “manetta”), cioè la massima Π_d . La massima potenza in eccesso, mostrata in Fig. 8.4(a), attraverso l'Eq. [8.8] fornisce il massimo rateo di salita che può essere generato dall'aeroplano alla quota data. Un utile metodo grafico per determinare il massimo RC consiste nel tracciare un diagramma di RC in funzione di V_∞ , come mostrato in Fig. 8.4(b). Una tangente orizzontale definisce il punto di massimo RC.

Un'altra utile costruzione è il diagramma *odografo*, che è un grafico della velocità verticale dell'aeroplano V_v in funzione della sua velocità orizzontale V_h . Un odografo di questo genere (che verrà chiamato odografo del volo in salita) è abbozzato in Fig. 8.5.

Ricordiamo che l'odografo viene solitamente usato in ingegneria per rappresentare la variazione dell'estremo di un vettore, solitamente coincidente con la velocità. Il luogo dei punti verrà a tracciare una curva, appunto la curva odografa. Odografo trae origine dal greco *hódos*, strada e *grafikós* (γραφικός) (grafico). In generale un odografo è un diagramma che fornisce una rappresentazione visuale vettoriale del movimento di un corpo o di una particella. Solitamente è il luogo delle posizioni di un estremo di un vettore, mantenendo fisso l'origine (altro estremo) del vettore stesso. La posizione di ogni punto della curva è proporzionale alla velocità del corpo (o particella). E' solitamente chiamato anche “velocity diagram”.

Ritorniamo all'analisi del grafico dell'odografo in salita della figura 8.5.

Ricordiamo che RC è definito come la velocità verticale, $RC \equiv V_v$; quindi una tangente orizzontale all'odografo definisce il punto di massimo RC (punto 1 in Fig. 8.5). Inoltre, ogni linea passante per l'origine ed intersecante l'odografo (punto 2) ha pendenza V_v / V_h ; quindi, dalla geometria delle componenti della velocità, tale linea forma l'angolo di rampa θ rispetto all'asse orizzontale, come mostrato in Fig. 8.5. Oltre a ciò, la lunghezza della linea è uguale a V_∞ . Ruotando questa linea in senso antiorario, RC prima aumenta, poi passa attraverso il suo massimo, e alla fine decresce. Alla fine la linea diventa tangente all'odografo nel punto 3. Questa linea tangente fornisce chiaramente massimo angolo di rampa (angolo di salita) per il quale l'aeroplano può mantenere volo regolare (salita stabilizzata), mostrato come θ_{max} in Fig. 8.5. E' interessante (notare) che il massimo rateo di salita RC_{MAX} non si verifica all'assetto (o equivalentemente alla velocità) di massimo angolo di salita.

La velocità (o assetto) di massimo rateo di salita viene chiamata **VELOCITA' DI SALITA RAPIDA** (*fastest climb speed*) ed indicata solitamente con il simbolo V_y nei manuali di volo (anche così indicata dai piloti). La velocità (o assetto) invece di massimo angolo di salita viene chiamata **VELOCITA' DI SALITA RIPIDA** (*steepest climb speed*) ed indicata solitamente con il simbolo V_x nei manuali di volo (anche così indicata dai piloti). Chiaramente si vede che la velocità di salita rapida è sempre maggiore di quella di salita ripida.

Bisogna ben notare che si sta parlando di velocità sulla traiettoria (cioè la V_∞ , o al limite la V_h , che è quasi uguale) e non della componente verticale. In generale quindi non confondiamo la velocità di

salita (che è quella sulla traiettoria e quella che vede il pilota sull'anemometro a meno della differenza tra CAS e TAS) ed il rateo di salita che è la componente verticale, cioè RC.

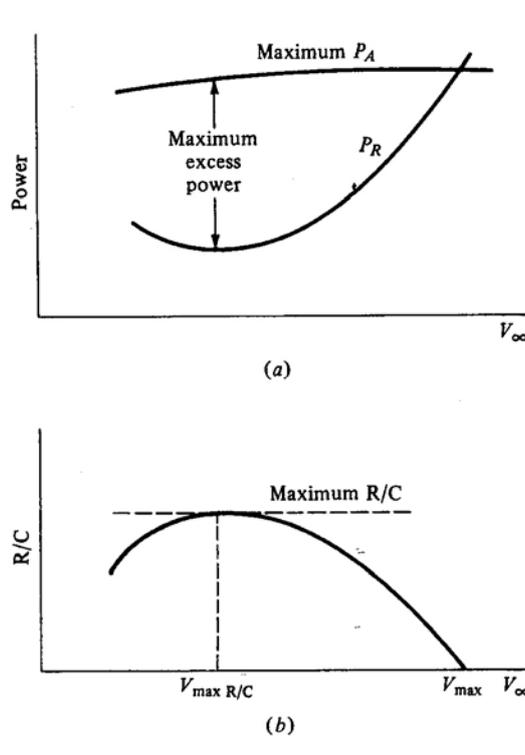


Fig. 8.4

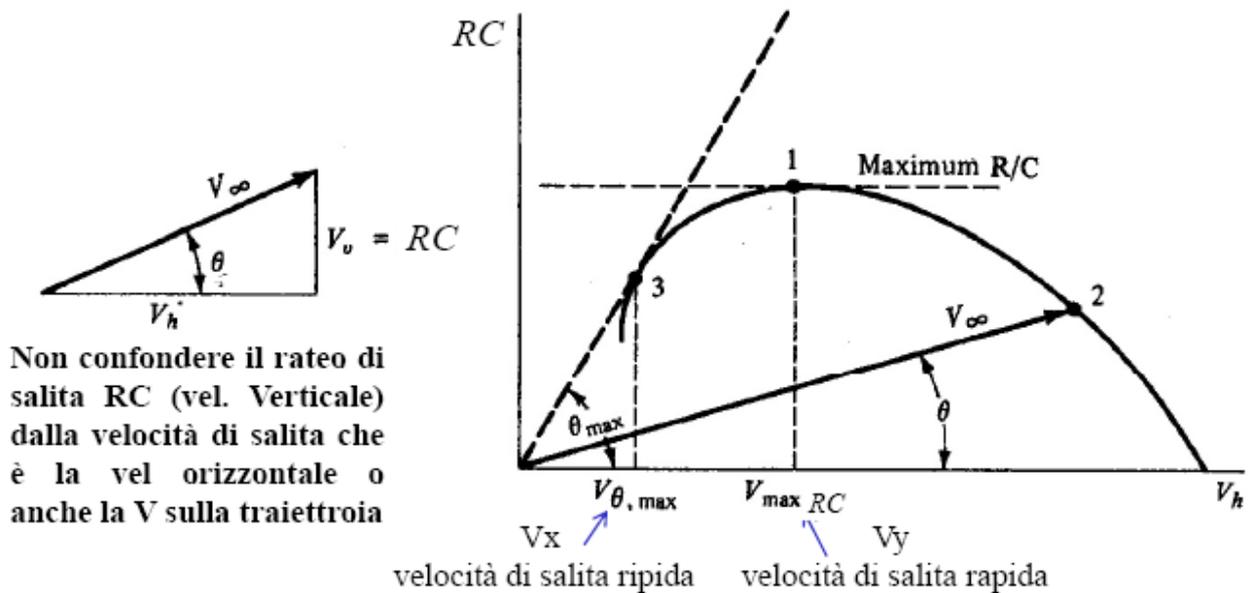


Fig. 8.5 : Odografo per le prestazioni di salita

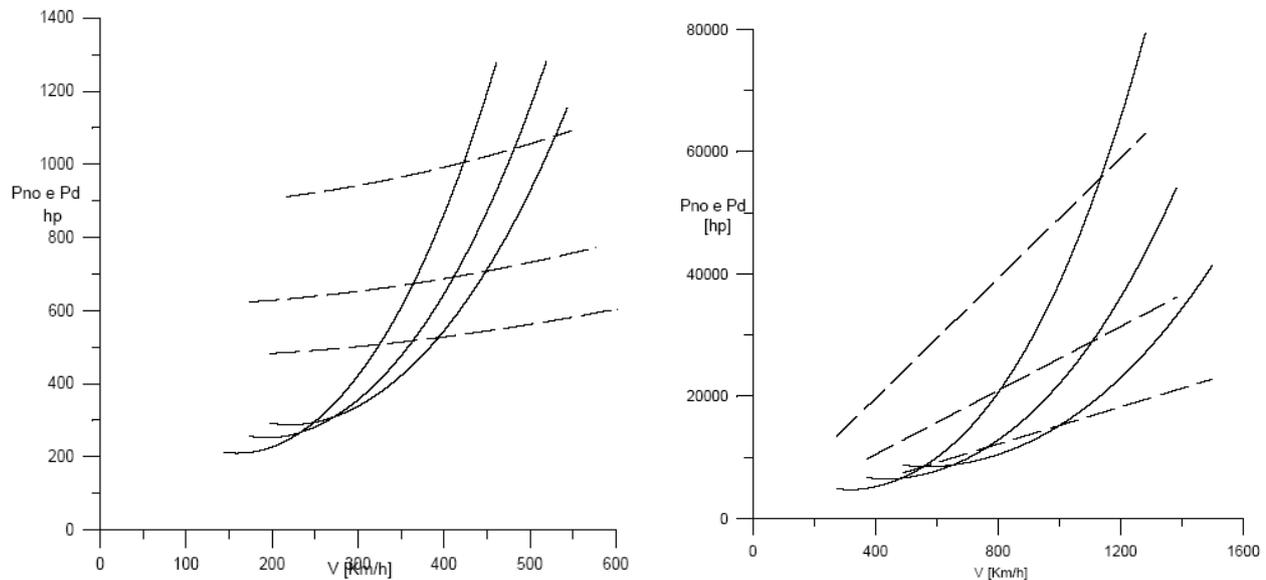
La grande potenza in eccesso e l'alta spinta disponibile negli aerei militari moderni permettono il volo in salita effettivamente (virtualmente) ad ogni angolo. In effetti i caccia militari possono spesso effettuare salita con angolo di 90° (cioè in verticale) che viene detta salita in candela. Per grandi angoli di rampa l'analisi precedente non è valida. Invece, per trattare grandi θ , le equazioni originali del moto [Eq. [8.1] e [8.2]] devono essere risolte algebricamente, conducendo ad

un'esatta soluzione valida per ogni valore di θ . Nel caso di normali velivoli ad elica e a getto, oggetto del corso di meccanica del volo, invece le approssimazioni usate sono più che valide, essendo gli angoli di salita limitati ai 10-15° al massimo.

Ritornando brevemente alla Fig. 8.3(a) e (b) per aereo propulso a elica e a getto, rispettivamente, possiamo vedere un'importante differenza tra i due tipi nelle prestazioni di rateo di salita a bassa velocità. A causa delle caratteristiche di potenza disponibile della combinazione motore a pistoni – elica, grandi potenze in eccesso sono disponibili a bassi valori di V_∞ , appena sopra lo stallo, ed in particolare la massima potenza in eccesso si ha nel punto P (minima potenza necessaria). Per un aeroplano in avvicinamento (atterraggio), ciò fornisce un margine di sicurezza soddisfacente in caso di improvviso atterraggio mancato (wave-off) (particolarmente importante per atterraggi su portaerei). In antitesi, la potenza in eccesso disponibile per aerei a getto a bassa V_∞ è piccola, e, in corrispondenza, con una ridotta capacità di rateo di salita.

Le figure 8.4(b) e 8.5 forniscono RC ad una quota fissata. Nei prossimi paragrafi ci chiederemo come RC varia con la quota. Nella ricerca di una risposta troveremo anche una risposta ad un'altra domanda, e cioè quanto in alto l'aeroplano può volare.

Le figure sotto mostrano le curve di potenza necessaria e disponibile nel caso generico di velivolo ad elica (sinistra) e velivolo a getto (a destra) per varie quote. Di nuovo si nota quanto appena osservato e cioè che le velocità di massimo rateo di salita sono basse per il velivolo ad elica (prossime a quelle del punto P) ed invece più elevate per il velivolo a getto (prossime al punto E, oppure tra E ed A). Ovviamente si nota la forte riduzione dei ratei di salita (e conseguentemente degli angoli) al variare della quota.



Di seguito riportiamo un approccio grafico, cioè la stima della curve della velocità di salita a varie quote per un velivolo a getto ed un velivolo ad elica.

8.2 VELOCITA' DI SALITA – APPROCCIO GRAFICO

8.2.1 – Velivolo a getto

Facciamo prima l'esempio relativo al velivolo a getto MD-80, di cui riportiamo i dati :

$W=W_{TO}=63500$ Kg peso massimo al decollo

$S=112$ m² $b=33$ m $AR=9.72$

$C_{D0}=0.020$ $e=0.80$

$CL_{MAX}=1.5$

Imp. propulsivo : 2 motori PW JT8D da 9072 Kg di spinta ciascuno, cioè $T_o=9072 \cdot 2=18400$ Kg



Dai dati geometrici ed aerodinamici del velivolo ho l'efficienza massima del velivolo:

$$E_{MAX} = \sqrt{\frac{\pi AR \cdot e}{4 C_{D0}}} = 17.5$$

Chiaramente ad essa è legata la minima resistenza del velivolo (punto E) che, come noto, risulta indipendente dalla quota.

$$D_{min} = \frac{W}{E_{MAX}} = 3628 \text{ Kg}$$

Nelle figure successive verranno riportate le curve di spinta necessaria e disponibile e di potenza necessaria e disponibile per la quota S/L (livello del mare).

Ricordiamo che la spinta disponibile, essendo il motore un motore turbofan ad alto rapporto di By-Pass, può essere espressa con il fattore K_{MZ} :

$$T_d = T_o \cdot 0.87 \cdot K_{MZ} \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB}$$

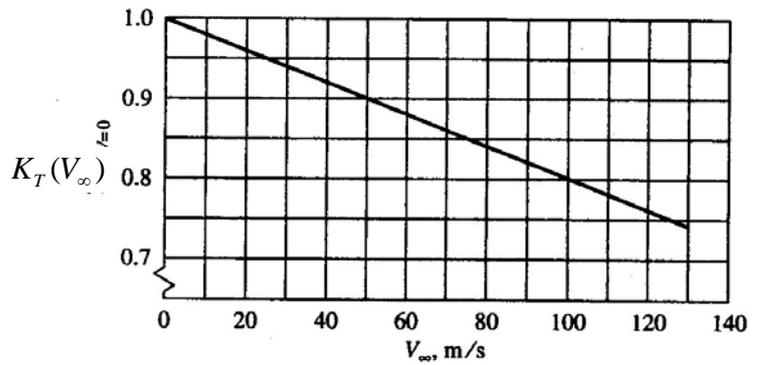
Dove il fattore 0.87 tiene conto del settaggio di massima salita (max climb) ed il K_{MZ} tiene conto della variazione con la velocità (con il Mach). Ovviamente, per ottenere la massima capacità di salire, useremo il massimo grado di ammissione, cioè $\varphi=1$.

Sappiamo però che la spinta la possiamo anche modellare, per quote basse (generalmente tra livello del mare e 10,000 ft) con la seguente relazione del modello approssimato che coinvolge il fattore K_T che mostra un calo lineare della spinta con la velocità di volo :

$$T_d = T_0 \cdot 0.83 \cdot K_T(V) \cdot \sqrt{\sigma} \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB (modello semplificato)}$$

Con il parametro K_T dipendente dalla velocità, espressa in (m/s) e ovviamente $\sigma=1$, essendo a S/L:

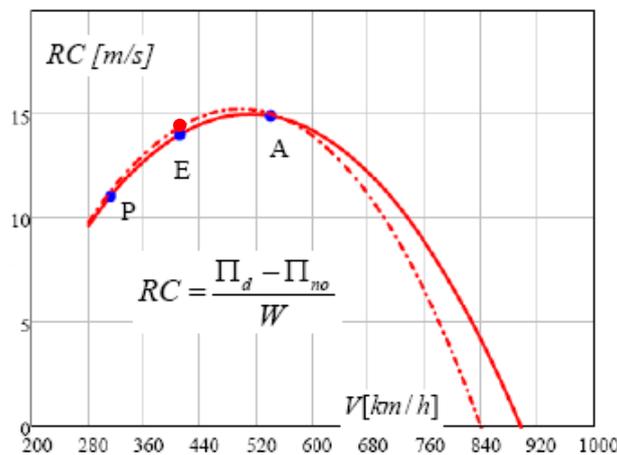
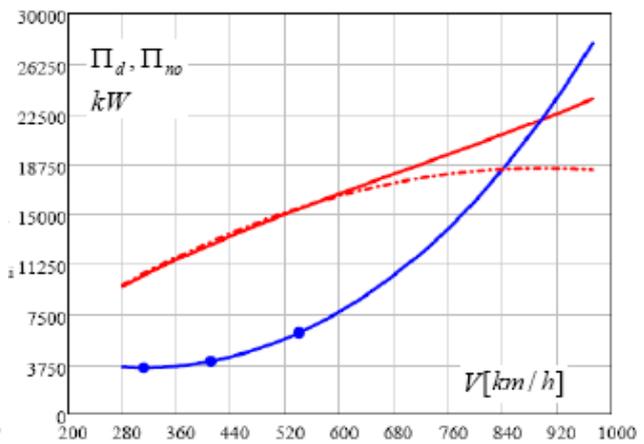
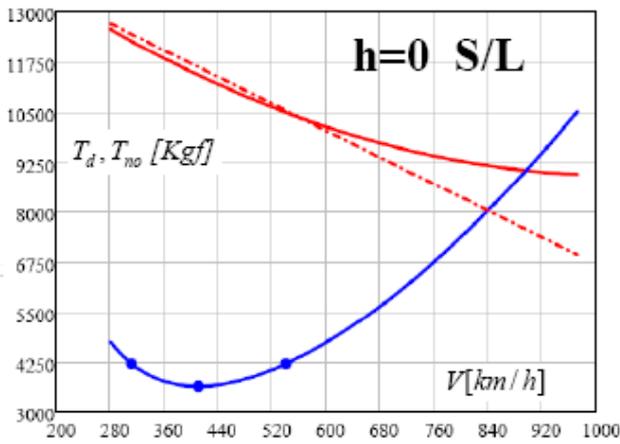
$$K_T(V) = 1 - 0.20 \frac{V}{100 \cdot m/s}$$



Le figure successive mostrano gli andamenti di spinta, potenza e rateo di salita a livello del mare con il modello realistico (fattore K_{MZ}) e con il modello semplificato (K_T) (curva tratteggiata).

$$T_d = T_0 \cdot 0.87 \cdot K_{MZ} \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB (modello realistico) ———}$$

$$T_d = T_0 \cdot 0.83 \cdot K_T(V) \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB (modello semplificato) - - - - -}$$



Si nota che il modello semplificato fornisce un andamento che approssima molto bene la spinta disponibile nell'intervallo delle velocità di interesse, cioè alle quali corrispondono alti ratei di salita.

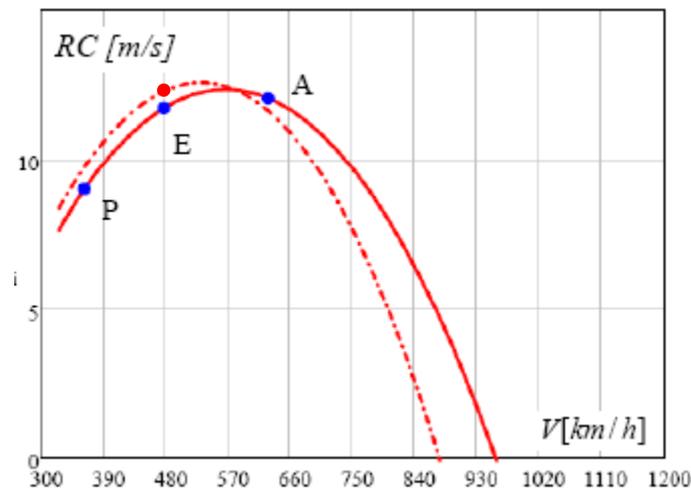
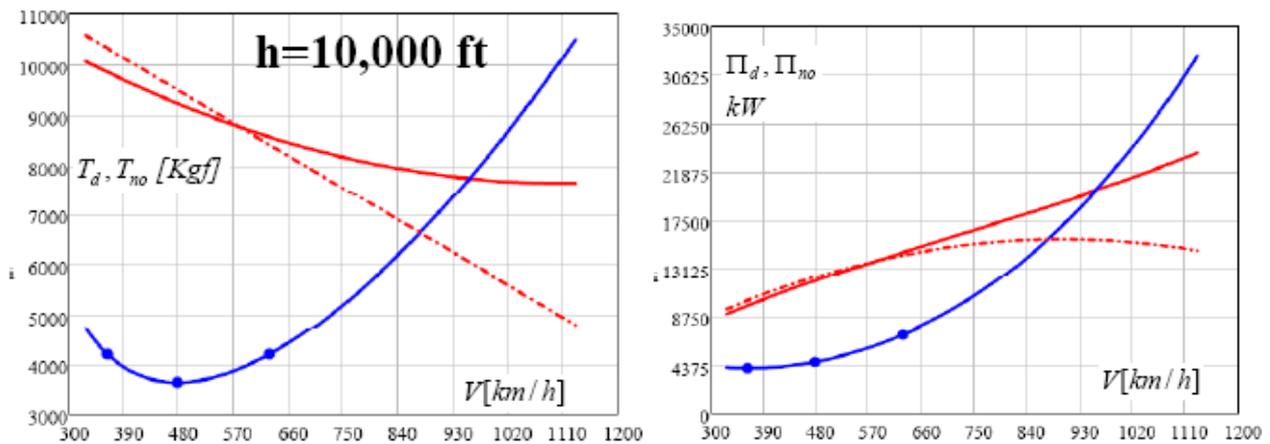
Il massimo rateo di salita calcolato è pari a circa 15 m/s ed il massimo si trova tra il punto E ed il punto A, abbastanza vicino al punto A.

Il massimo rateo calcolato con l’approccio semplificato nel punto E fornisce un valore molto vicino al massimo , essendo pari a circa 14.5 m/s (vedi cerchietto rosso figura sopra).

Riportiamo ora le curve calcolate invece ad una quota di 10,000 ft:

$$T_d = T_0 \cdot 0.87 \cdot K_{MZ} \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB (modello realistico) ———}$$

$$T_d = T_0 \cdot 0.83 \cdot K_T(V) \cdot \sqrt{\sigma} \cdot \varphi \quad \text{Spinta disponibile MAX CLIMB (modello semplificato) - - - - -}$$



Si nota ancora che il modello semplificato fornisce un andamento che approssima abbastanza bene la spinta disponibile nell’intervallo delle velocità di interesse, cioè alle quali corrispondono alti ratei di salita. Il massimo rateo di salita calcolato è pari a circa 12.2 m/s ed il massimo si trova tra il punto E ed il punto A, questa volta proprio tra E ed A.

Il massimo rateo calcolato con l’approccio semplificato nel punto E fornisce anche in questo caso un valore molto vicino al massimo , essendo pari a circa 12.3 m/s (vedi cerchietto rosso figura sopra).

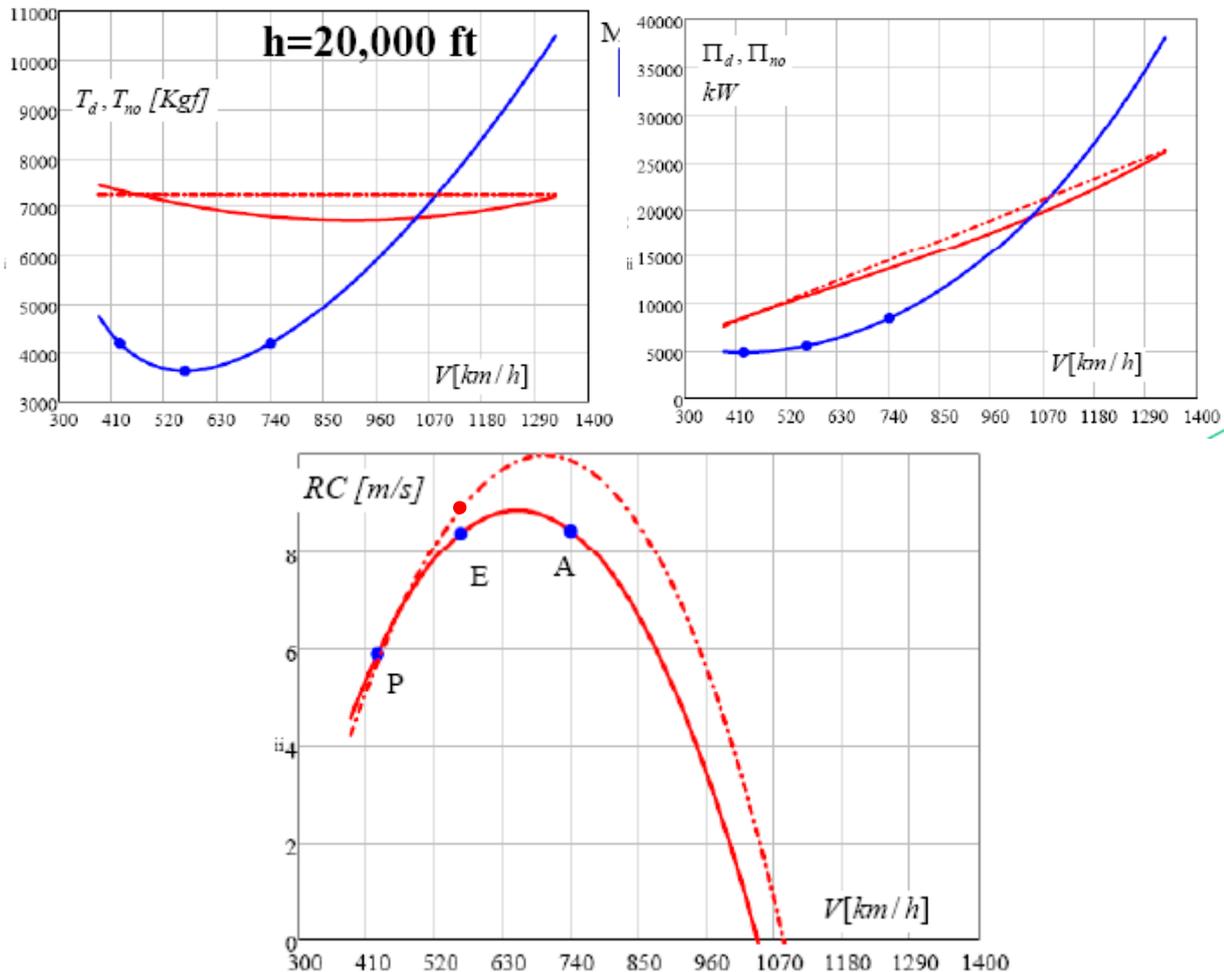
Riportiamo ora le curve calcolate invece ad una quota di 20,000 ft (si noti come per il modello approssimato si è utilizzato il modello che prevede spinta costante con la velocità e cioè):

$$T_d = T_0 \cdot 0.87 \cdot K_{MZ} \cdot \varphi$$

Spinta disponibile MAX CLIMB (modello realistico) ———

$$T_d = T_0 \cdot 0.75 \cdot \sigma \cdot \varphi$$

Spinta disponibile MAX CLIMB (modello semplificato) ·····



Si nota ancora che il modello semplificato fornisce un andamento che approssima con una certa rispondenza la spinta disponibile (modello realistico) nell’intervallo delle velocità di interesse.

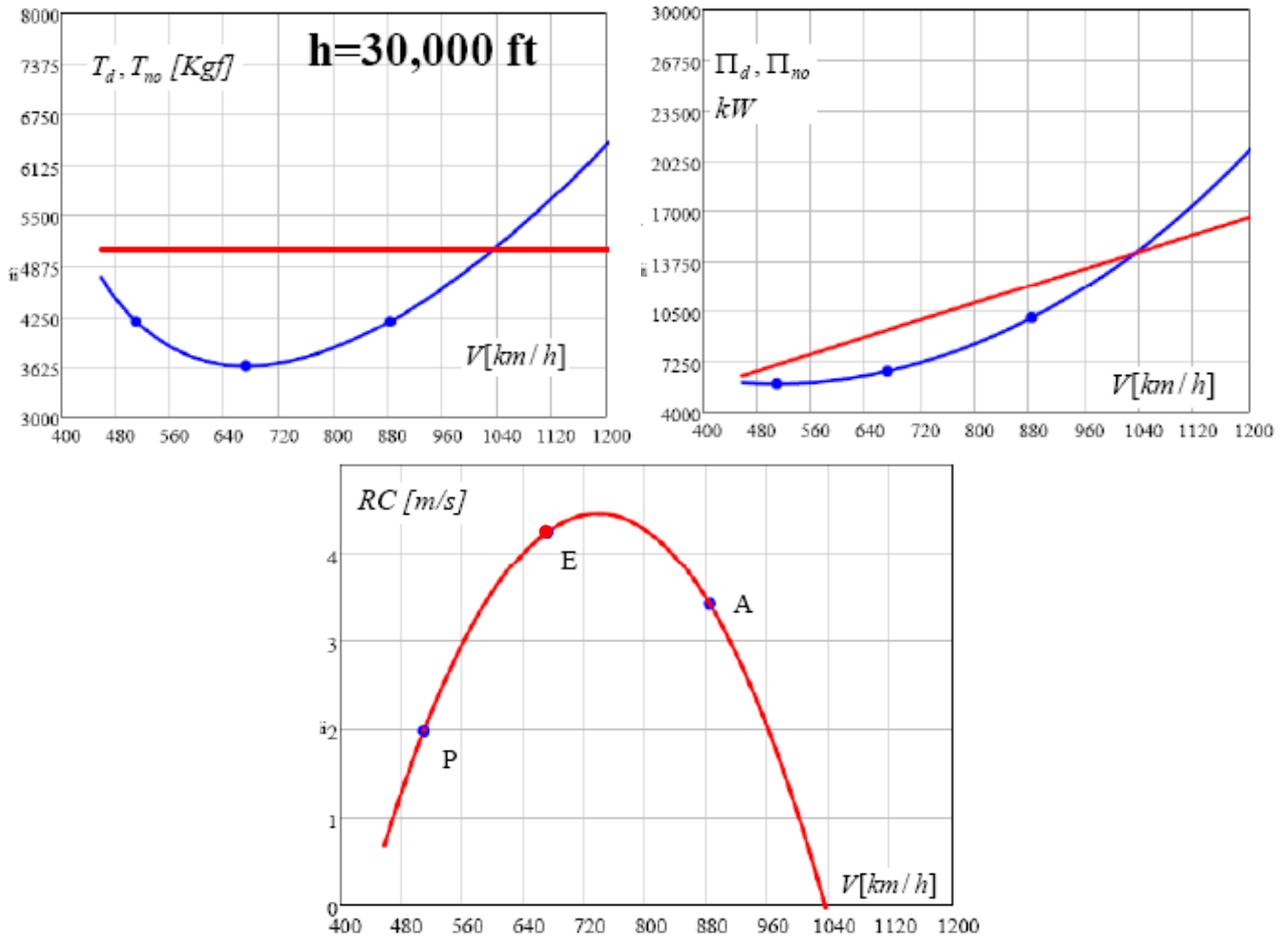
Il massimo rateo di salita secondo il modello realistico è pari a circa 8.8 m/s ed il massimo si trova esattamente tra il punto E ed il punto A.

Il massimo rateo calcolato con l’approccio semplificato nel punto E fornisce anche in questo caso un valore molto vicino al massimo , essendo pari a circa 8.9 m/s (vedi sempre cerchietto rosso figura sopra).

Riportiamo ora le curve calcolate invece ad una quota di 30,000 ft (a questa quota i 2 modelli praticamente coincidono, essendo il K_{MZ} modellato proprio da $K_{MZ} = 0.86 \cdot \sigma$):

$$T_d = T_0 \cdot 0.87 \cdot K_{MZ} \cdot \varphi = T_0 \cdot 0.75 \cdot \sigma \cdot \varphi$$

Spinta disponibile MAX CLIMB
(modello realistico e semplificato)



Il massimo rateo di salita calcolato è pari a circa 4.4 m/s ed il massimo si trova tra il punto E ed il punto A, in questo caso a velocità molto prossime a quelle del punto E.

Il massimo rateo calcolato nel punto E fornisce quindi anche in questo caso un valore molto vicino al massimo, essendo pari a circa 4.2 m/s (vedi punto E e cerchietto rosso figura sopra).

Come abbiamo notato dalle figure precedenti, a tutte le quote analizzate il rateo di salita calcolato alla velocità del punto E (minima resistenza) fornisce una stima abbastanza accurata del massimo RC ad ogni quota.

In effetti ciò è comprensibile anche dalla analisi grafica delle curve di potenza. Infatti, nel caso del velivolo a getto (motore turbofan) la spinta prodotta risulta costante alle alte quote e quasi costante alle basse quote. Ciò implica che la potenza disponibile risulterà praticamente quasi lineare (e lineare alle alte quote), come visibile in figura 8.6.

In effetti se la spinta è costante con la velocità (turbofan ad alte quote o turbogetto puro, vedi cap. 6), l'andamento della potenza disponibile sarà lineare con V e guardando il diagramma si vede **GRAFICAMENTE** come per un velivolo a getto il massimo rateo di salita (proporzionale all'eccesso di potenza) si otterrà ad una velocità molto vicina a quella del punto E.

In effetti sarebbe praticamente E se la spinta disponibile (in rosso in figura 6) fosse perfettamente parallela alla retta passante per l'origine e tangente alla curva della potenza necessaria (curva in rosso tratteggiata).

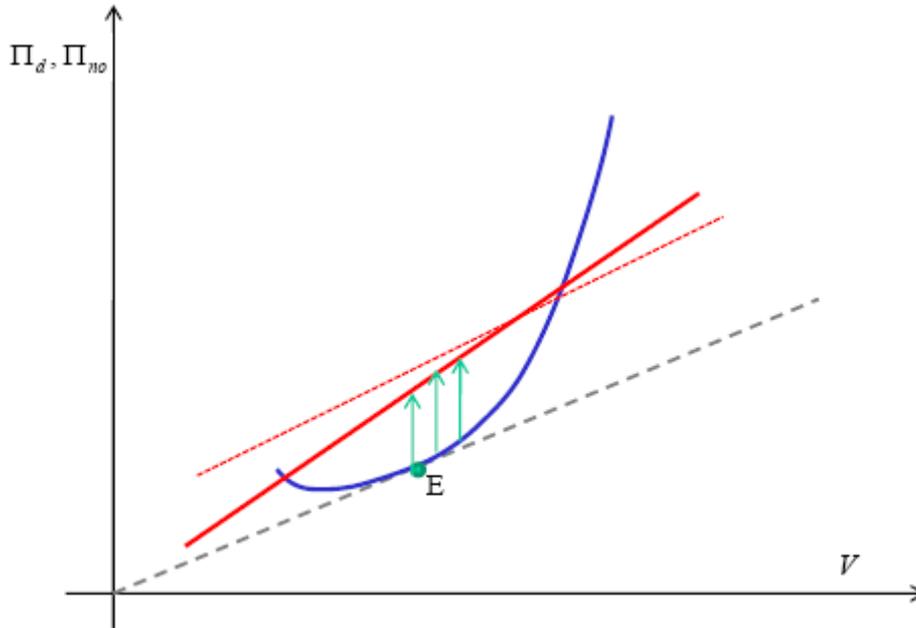


Fig. 8.6

Il grafico comunque mostra come i massimi eccessi di potenza sono a velocità intorno a quelle del punto E (leggermente a destra, soprattutto a basse quote).

Questo giustifica il fatto che, numericamente, valuteremo il massimo rateo di salita proprio utilizzando la velocità del punto E (ad ogni quota) ed il modello semplificato.

Riportando i grafici del rateo di salita a tutte le quote (abbiamo aggiunto 25,000 e 35,000 ft) in un unico grafico si evidenzia come all'aumentare della quota si ha una riduzione di RC ed in particolare del valore massimo. Lo stesso diagramma potrebbe essere riportato in Mach e si evidenzia che il Mach al quale bisogna volare con tale velivolo per avere un massimo rateo di salita è all'incirca pari a 0.50, con valori variabili tra 0.40 (S/L) e 0.60-0.70 (in quota) (vedi figure sotto).

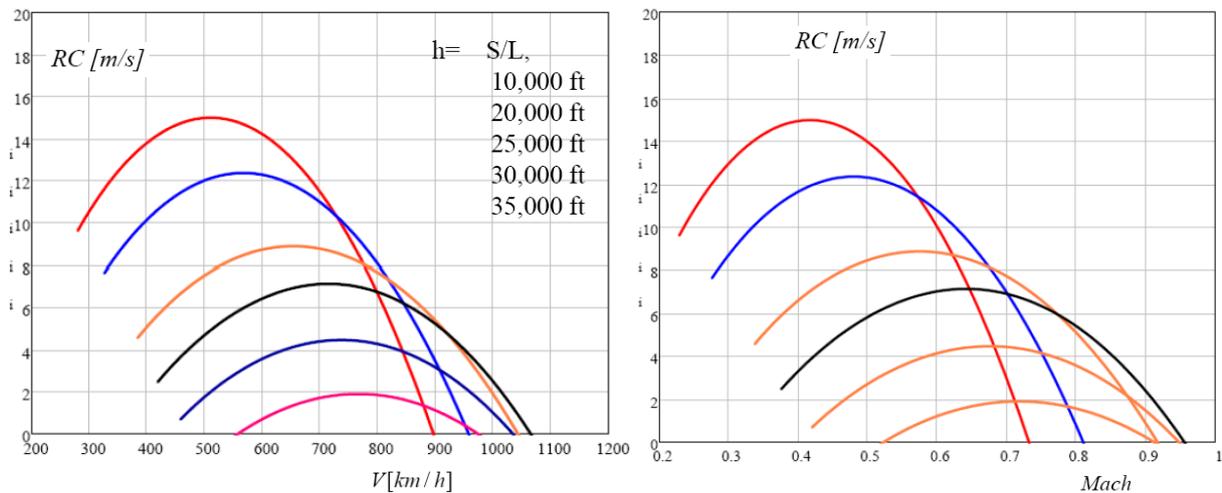


Fig. 8.7 : Curve di RC(V) (Odografo) alle varie quote , velivolo MD-80.

Possono essere riportati anche gli angoli di salita alle varie quote. Anche gli angoli decrescono con la quota. L'angolo massimo (quota $h=0$) è pari a circa 7.5 gradi. La condizione di massimo angolo, come già specificato quando abbiamo parlato dell'odografo, è caratterizzata dal punto di tangenza della retta passante per l'origine. Nei diagrammi seguenti i punti di salita ripida (massimo angolo) sono segnati con un cerchietto.

Ricordiamo che l'angolo di salita dipende dall'eccesso di spinta e non dall'eccesso di potenza. La velocità di angolo di salita massimo (velocità o assetto di salita ripida, denominata V_x) è minore di quella di massimo rateo (velocità di salita rapida, V_y). Alle quote basse il massimo angolo si ottiene tra P ed E (vedi figura) ed alle alte quote (es. 30,000 ft, penultima curva) entrambe le velocità sono molto prossime alla velocità del punto E (vedi sempre figura).

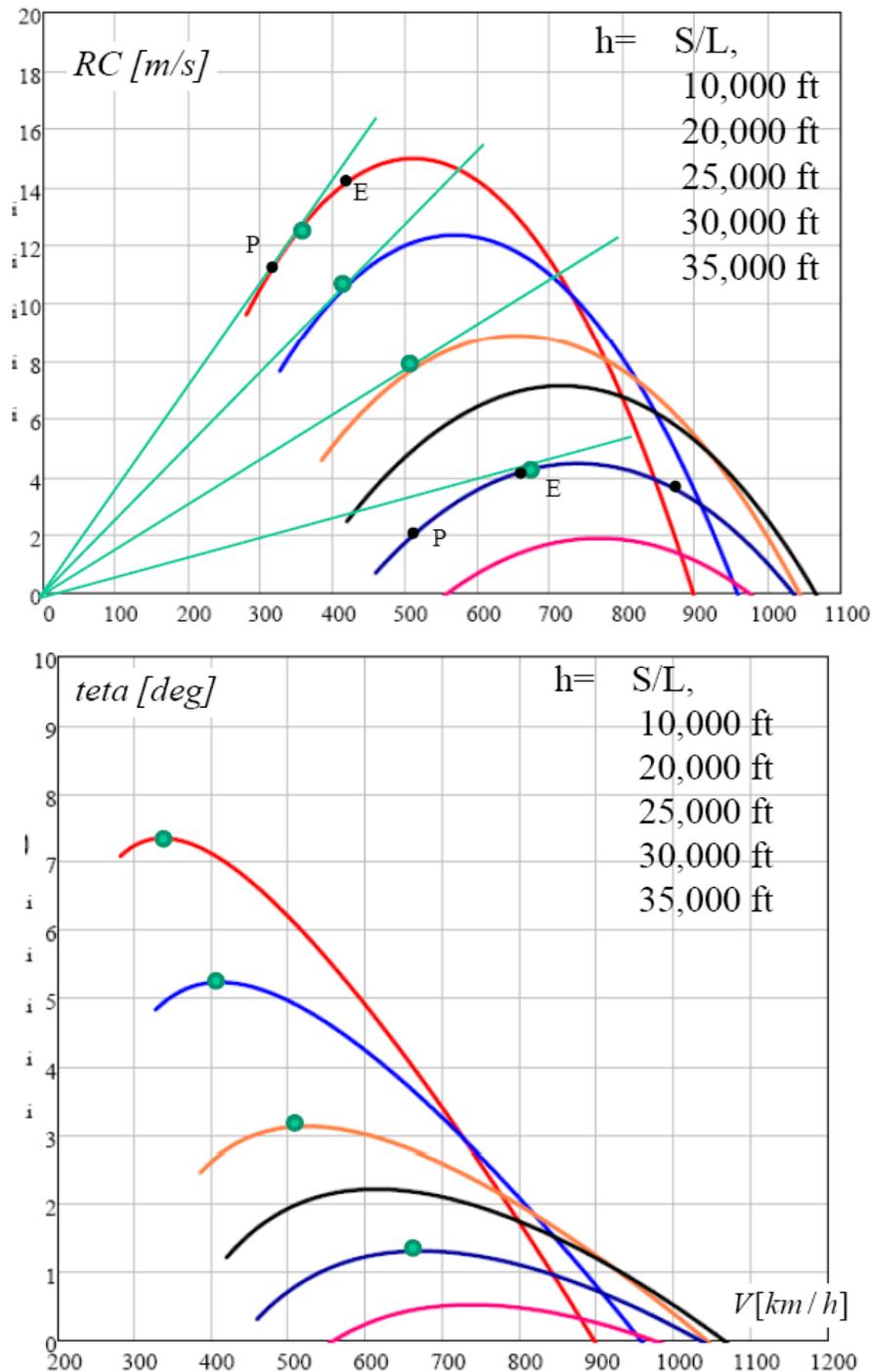


Fig. 8.8 : Curve di RC(V) (Odografo) e dell'angolo di salita alle varie quote , velivolo MD-80.

Riportando il massimo rateo di salita in funzione della quota otteniamo un diagramma che mostra come (soprattutto dopo una certa quota) si ha un andamento abbastanza lineare a decrescere. Per tale velivolo esiste quindi una quota alla quale il massimo rateo è zero e tale quota è intorno ai 38,000 ft. In effetti tale quota (*detta quota di tangenza teorica*) è praticamente irraggiungibile (infatti il tempo per raggiungerla sarebbe infinito). La quota alla quale il massimo RC è 0.50 m/s (circa 100 ft/min) è detta quota di tangenza pratica e di fatto diventa la massima quota operativa per il velivolo.

Non a caso abbiamo riportato tra parentesi l'unità di misura alternativa dei piedi al minuto [ft/min], in quanto tutte le misure della velocità ascensionale dei velivoli vengono solitamente riportate in questa unità di misura. Anche le normative di certificazione dei velivoli solitamente si rifanno a tale unità di misura. Ovviamente vale la semplice relazione che lega i [m/s] con i [ft/min] ed è :

1 m/s => circa 197 ft/min

Quindi 10 m/s sono all'incirca 2000 ft/min.

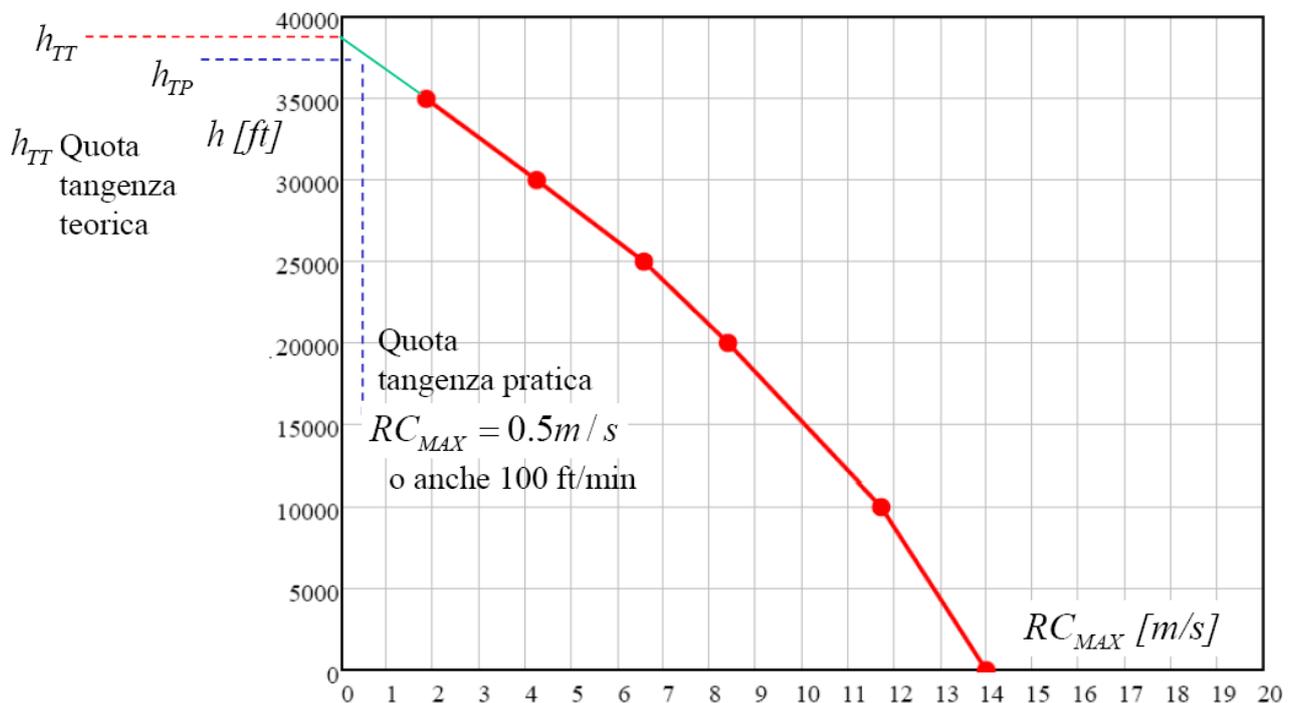


Fig. 8.9 : Curve di RC massimo al variare della quota, velivolo MD-80. Indicate la quota di tangenza teorica e pratica.

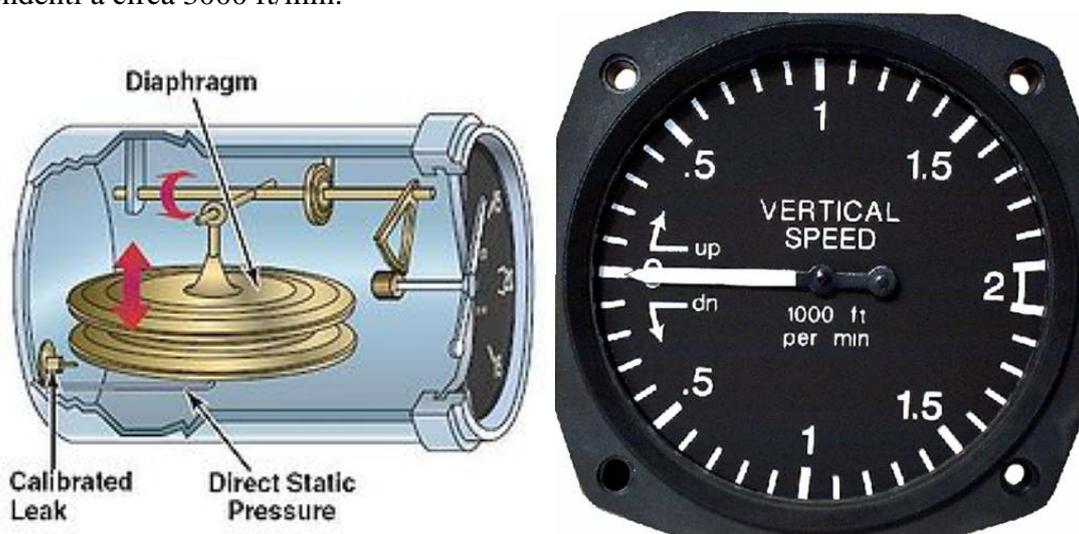
Conclusioni

Come conclusioni dell'approccio grafico per il velivolo da trasporto a getto possiamo dire che il massimo rateo di salita RC per un velivolo da trasporto a getto (propulso con motori turbofan HBPR) è dell'ordine dei 15-20 m/s al livello del mare. Il valore del massimo angolo (raggiunto a velocità sulla traiettoria inferiori) è invece tra i 7 ed i 9 gradi. Sia il rateo che l'angolo si riducono all'aumentare della quota, fino al raggiungimento della quota di tangenza teorica (massimo RC=0) o pratica (massimo R=0.5 m/s). Il massimo rateo di salita RC viene ottenuto a velocità abbastanza elevate (rispetto all'elica), come visto nel caso del velivolo a getto a velocità tra quelle del punto E e punto A. Si vedrà successivamente che verrà appunto assunto il punto E per il calcolo.

Riguardo l'angolo, è bene chiarire che, quando in aeroporto vediamo un velivolo salire dopo il decollo, siamo portati più a vedere l'angolo di assetto del velivolo γ , che può essere invece anche di 17-20 gradi, dato che è pari all'angolo di volta (angolo di salita θ , cioè l'angolo della traiettoria + l'angolo di attacco (che può essere in questa fase anche di 8-10 gradi), vedi figura seguente:



E' bene segnalare infine che il rateo di salita viene a bordo misurato dallo strumento detto variometro (Vertical Speed Indicator) che misura tale velocità sulla base della misura della variazione nel tempo della quota pressione. La figura sotto a sinistra mostra lo strumento analogico montato sul cockpit con un diaframma che si deforma sotto l'azione della pressione statica esterna ed attraverso una perdita calibrata (calibrated leak) fornisce la misura della derivata nel tempo della pressione (e quindi della quota). L'unità di misura maggiormente usata è però quella dei [ft/min]. Si ricorda che $1 \text{ m/s} \Rightarrow$ circa 197 ft/min. Quindi il limite di 0.50 m/s è pari a circa 100 ft/min. Nel caso del velivolo MD-80 avevamo un massimo RC calcolato al livello del mare di 15 m/s corrispondenti a circa 3000 ft/min.



8.2.2 – Velivolo ad elica

Consideriamo sempre il velivolo Beechcraft King Air C90.

$W=4380$ Kg peso massimo al decollo

$S=27.3$ m² $b=15.3$ m $AR=8.57$

$CD_0=0.026$ $e=0.78$ $CL_{MAX}=1.6$

2 Motori Turboelica Pratt&Withney PT6A21, ciascuno da 550 hp all'albero, cioè

$\Pi_{a0} = 2 \cdot 550 = 1100$ hp I motori sono turboelica. Rendimento propulsivo delle eliche $\eta_P=0.80$

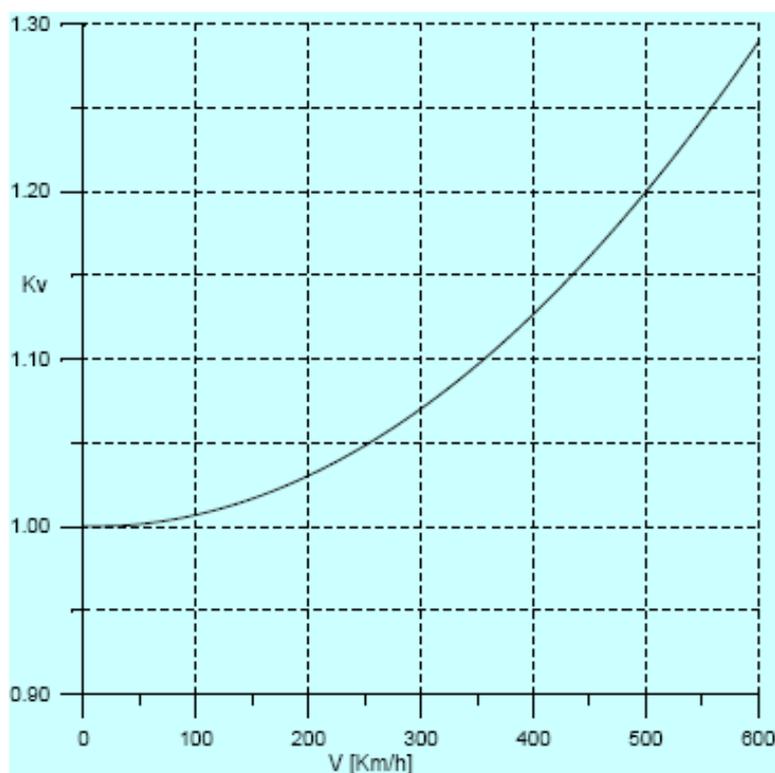


Nella pagina successiva sono mostrate le curve della spinta e della potenza (8.10 e 8.11) e nella pagina ancora successiva gli angoli e il rateo di salita (fig. 8.12 e 8.13).

Dai grafici si vede come per un velivolo propulso ad elica il massimo rateo di salita si ottiene a velocità molto basse (punto P). Il massimo angolo di salita si ottiene a velocità prossime a quelle di stallo. Si deve notare inoltre che per V minori del punto P (cioè tra P ed S, stallo) le curve reali deviano da quelle relative alla polare parabolica (vedi CAP.4-5). Le figure mostrano con la curva tratteggiata l'andamento dei valori secondo la reale polare di resistenza (non più parabolica tra P ed S). Per il velivolo in esame sono state considerate le curve di potenza con la potenza disponibile variabile con la velocità (modello motore turboelica), cioè :

$$\Pi_d = \Pi_{a0} \cdot \sigma \cdot K_V \cdot \eta_P \quad \text{con} \quad K_V = 1 + 0.008 \cdot \left(\frac{V}{100} \right)^2 \quad \text{con la velocità V espressa in [Km/h].}$$

Dobbiamo comunque osservare, anche dalle figure successive, che le velocità di massimo rateo di salita sono basse (dell'ordine dei 150-200 km/h) per questo velivolo, ed in generale per tutti i velivoli ad elica. Questo comporta che il fattore K_V non risulterà così elevato ed influente, essendo dell'ordine di 1.02-1.03 (cioè potenza all'albero incrementata del 2-3% rispetto a quella senza effetto ram, cioè costante con V) a tali velocità di volo.



Dall'analisi delle figure alle pagine seguenti abbiamo :

- Rateo di salita massimo a S/L pari a 12 m/s (circa 2400 ft/min)
- Angolo di salita massimo a S/L dell'ordine di 16-17 deg (maggiore di quello del jet)
- Assetto di salita rapida (massimo RC) praticamente coincidente con il punto **P**

Dobbiamo precisare che a sinistra del punto P (cioè tra P ed S) la resistenza e la potenza necessarie sono sottostimate perché la polare non è più parabolica. L'andamento corretto del RC e dell'angolo sono riportati con curve tratteggiate. Quindi l'angolo massimo si avrà tra P ed S.

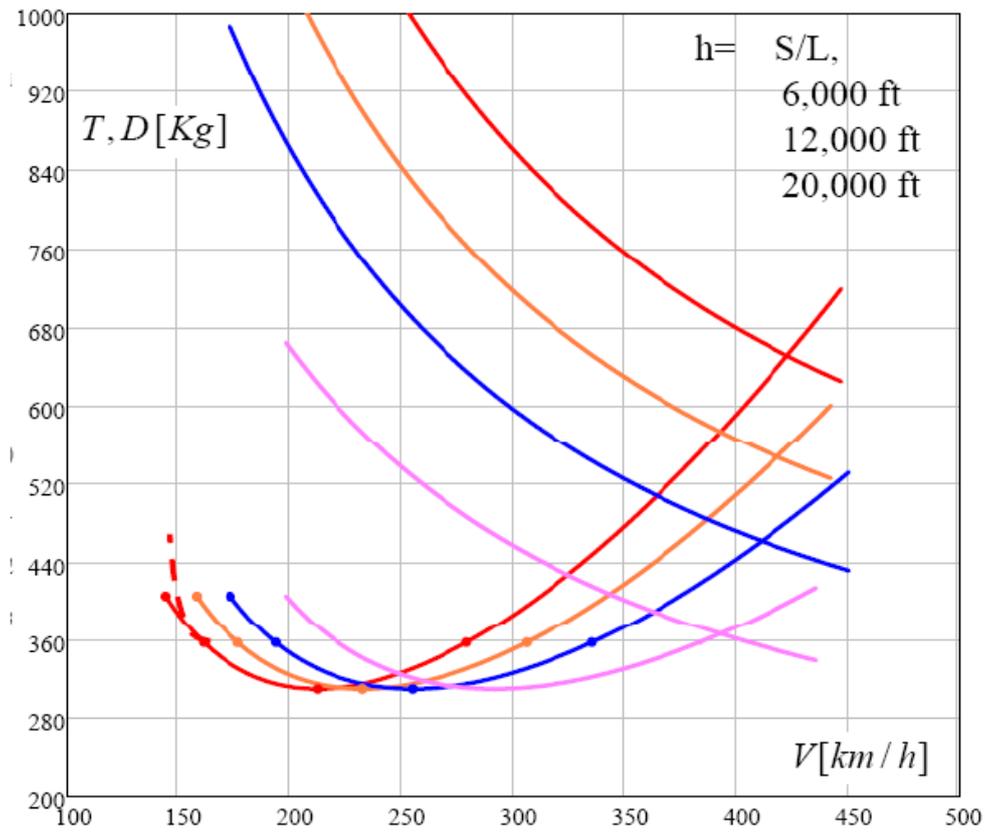


Fig. 8.10

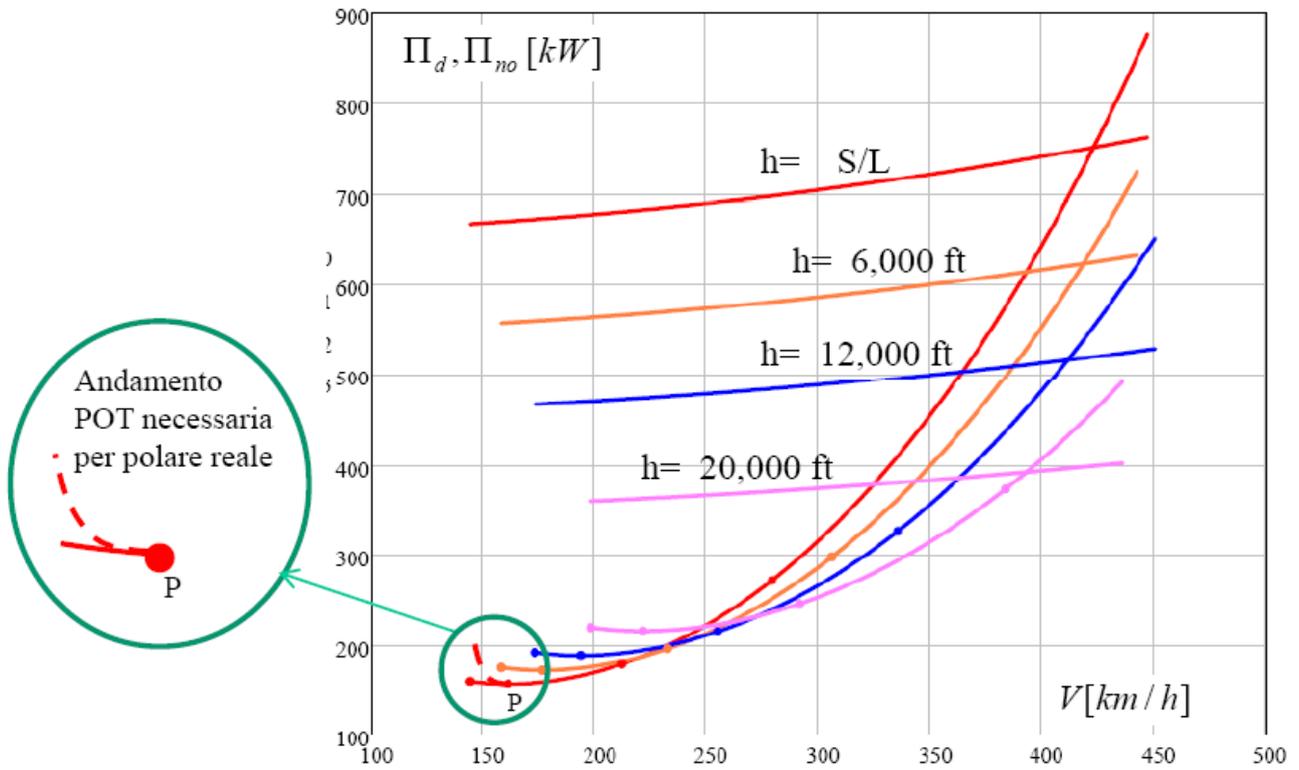


Fig. 8.11

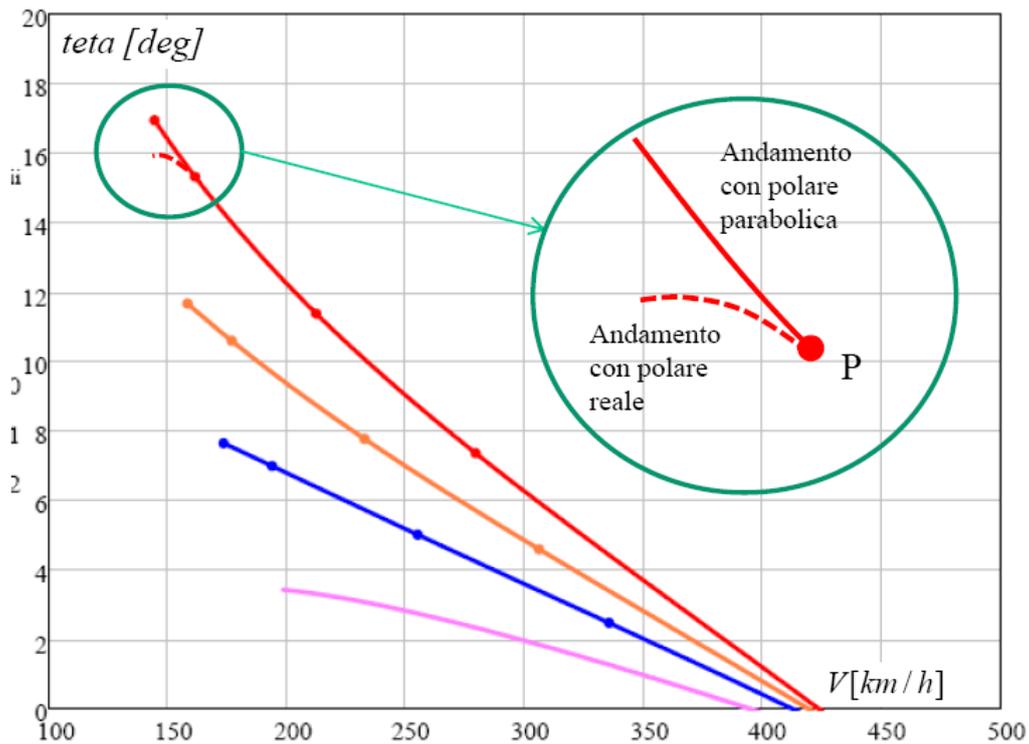


Fig. 8.12: Angolo di salita alle varie quote, velivolo Beechcraft KingAir.

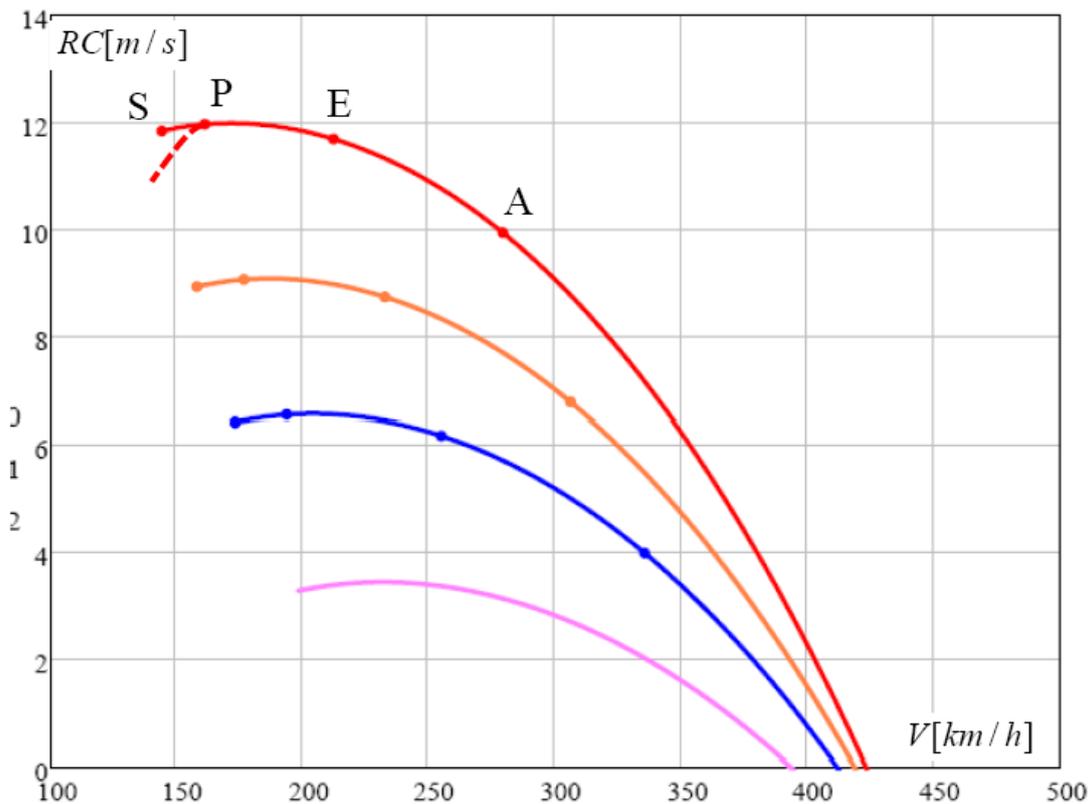


Fig. 8.13

In effetti l'effetto *ram* del K_v (vedi figura del grafico del K_v alla pagina precedente) si fa sentire soprattutto a velocità elevate. Quindi, dato che le prestazioni di salita per i velivoli ad elica interessano (come visto) le velocità basse, per i calcoli analitici si potrebbe anche fare l'approssimazione di considerare la potenza costante con V , cioè non considerare il K_v per le basse velocità e per il calcolo del massimo rateo di salita. Le figure 8.14 e 8.15 avvalorano quanto detto. Infatti riportiamo la curva della potenza necessaria in volo livellato e le due curve di potenza

disponibile (una costante, cioè con $K_v=1$, e l'altra con il K_v del turboelica) nella fig. 8.14 e le due corrispondenti curve del rateo di salita (sempre a livello del mare S/L) in fig. 8.15. Si vede come il massimo rateo di salita a livello del mare (e quindi il massimo in assoluto del velivolo) non risulta molto diverso nei due casi, cioè alle velocità alle quali la potenza necessaria è molto bassa (punto P è minima) il K_v è molto basso (circa 1.02) e quindi può essere trascurato, cioè si può assumere $K_v=1.0$.

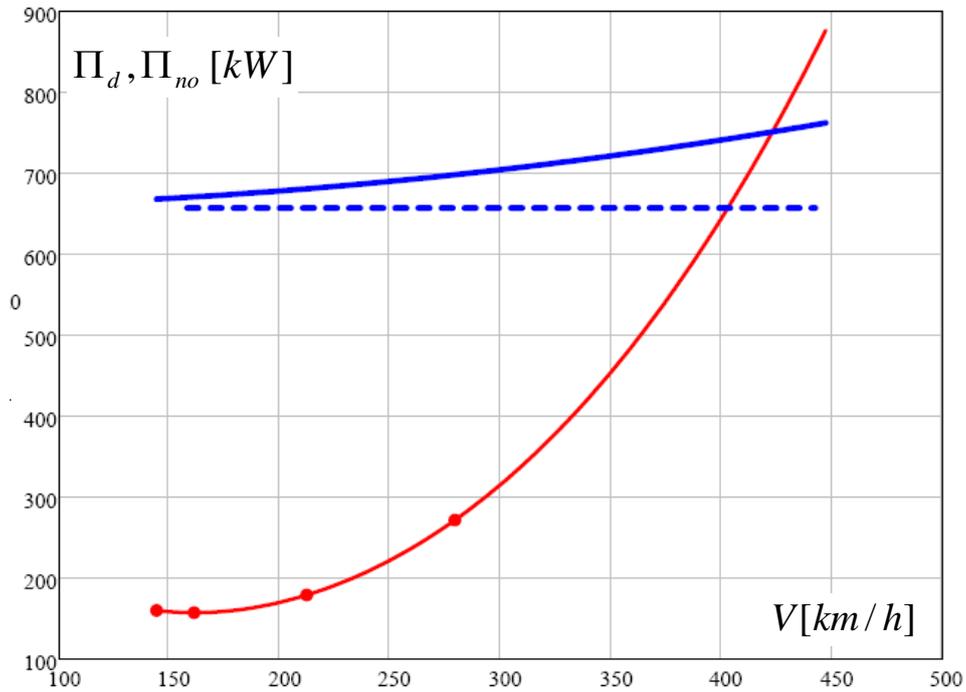


Fig. 8.14: Potenza necessaria e potenza disponibile per il velivolo Beechcraft KingAir a quota $h=0$ (S/L) Con il tratteggio è riportata la curva di potenza disponibile senza effetto ram, cioè senza K_v

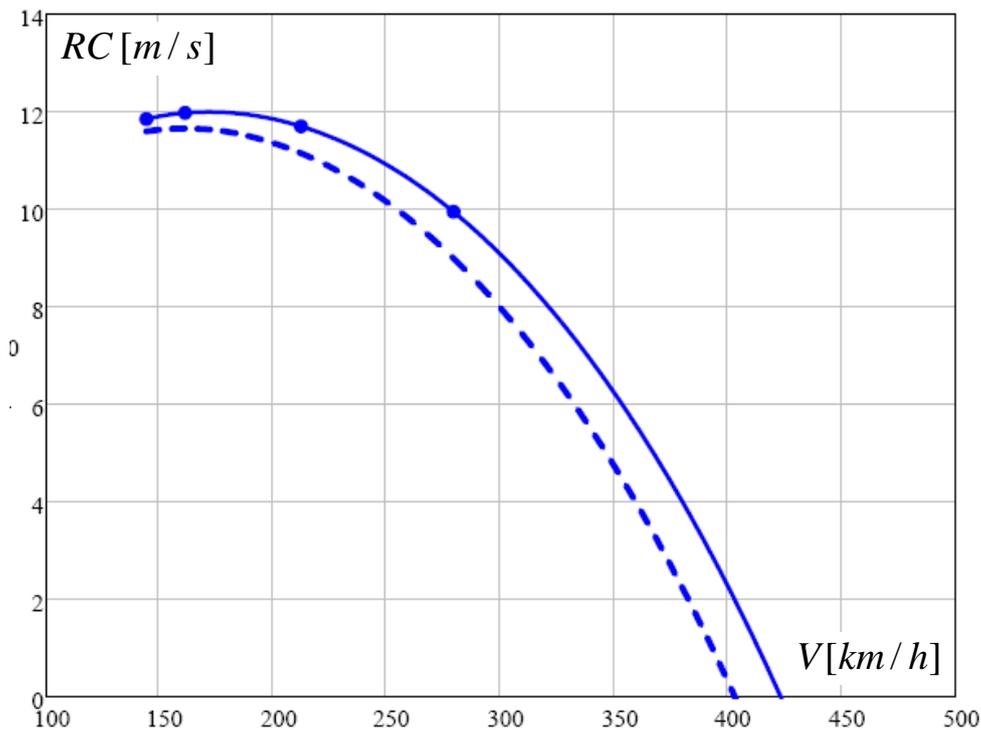
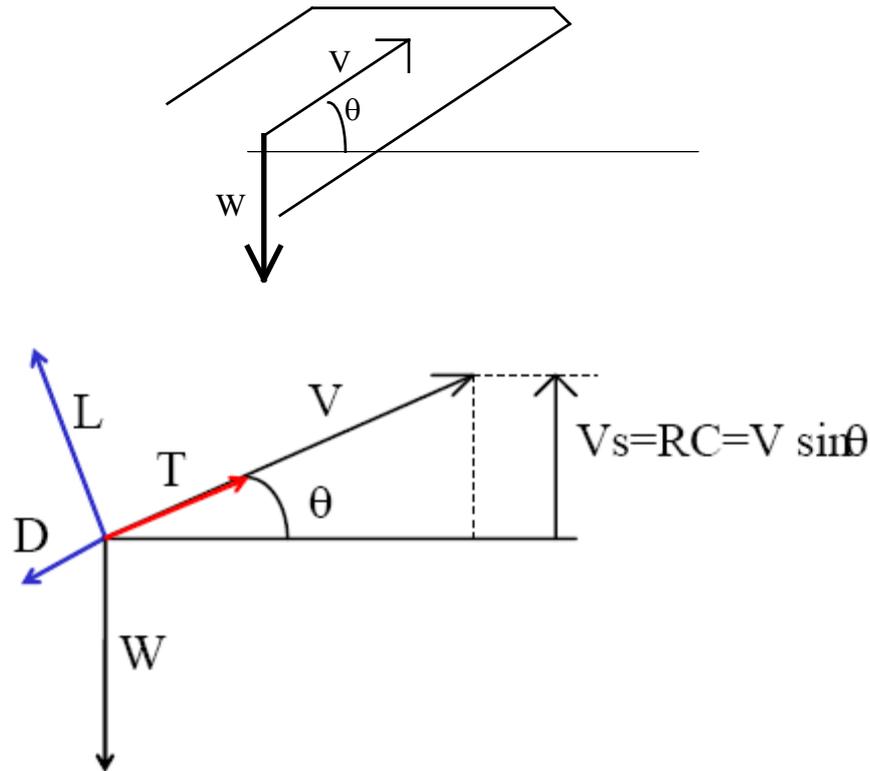


Fig. 8.15 : Rateo di salita in funzione di V per il velivolo Beechcraft KingAir a quota $h=0$ (S/L) Con il tratteggio è riportata la curva ottenuta senza effetto ram, cioè senza K_v

8.3 VELOCITA' DI SALITA- TRATTAZIONE ANALITICA



Equilibrio in assi vento

Asse x (asse vento) $T - D - W \cdot \sin \theta$

Asse z (perp asse vento) $L - W \cdot \cos \theta$

La velocità verticale, detta rateo di salita RC, dall' inglese *Rate of Climb* (RC) :

$$V_h = RC = V \cdot \sin \theta$$

$$RC = V \cdot \sin \theta = \frac{T \cdot V - D \cdot V}{W} = \frac{\Pi_d - \Pi_{no}}{W}$$

$$\theta \approx \sin \theta = \frac{T - D}{W}$$

vediamo ora le differenze per velivoli propulsi ad elica e velivoli a getto.

8.3.1 VELIVOLI A GETTO

Vale la relazione $RC = V \cdot \sin \theta = \frac{T \cdot V - D \cdot V}{W} = V \cdot \left[\frac{T}{W} - \frac{D}{W} \right]$

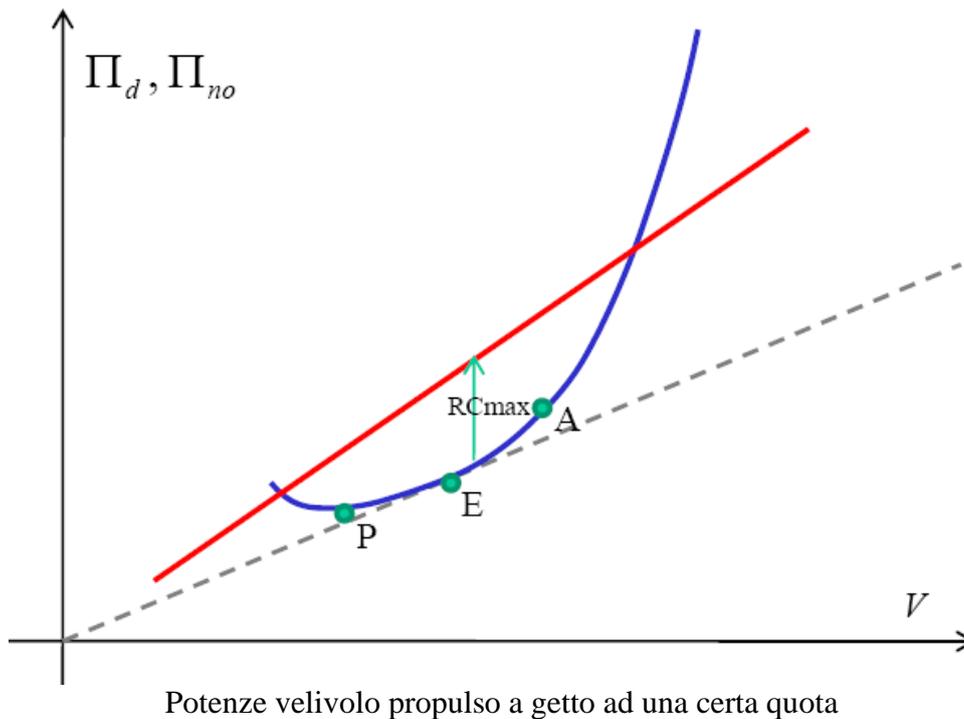
O anche, essendo $D = q S (C_{D0} + K C_L^2) = q S (C_{D0} + K(W/q S)^2)$:

$$RC = V \left[\frac{T}{W} - q \frac{S}{W} C_{D0} - \frac{W}{S} \frac{2K}{\rho V^2} \right] \quad [8.9]$$

Nel caso di velivoli a getto, dalle forme delle curve di spinta e potenza si vede come il massimo angolo di salita (massimo eccesso di spinta), essendo la spinta quasi costante con V , si avrà ad ogni quota all'assetto di minima resistenza, cioè all'assetto del punto E (max efficienza).

Il massimo rateo di salita si avrà ad assetti minori (cioè a velocità maggiori) di quelli del punto E. Comunque non sarà molto lontano dal punto E, come evidenziato anche in figura.

Si vede già graficamente che l'assetto che garantisce il massimo rateo di salita si ottiene ad assetti prossimi a quelli di massima efficienza.



Velivoli a getto, approccio approssimato

Un primo (approssimato) approccio analitico consiste nel calcolare il massimo rateo di salita ad una certa quota all'assetto di massima efficienza, che come visto anche ai paragrafi precedenti, è molto prossimo all'assetto di salita rapida (cioè di massimo RC). Questo approccio sarà quello che in effetti useremo nei vari esercizi.

Quindi :

$$RC_{MAX} = \frac{T_d \cdot V_E - D_E \cdot V_E}{W} = T_d \frac{V_E}{W} - \frac{\Pi_E}{W} \quad [8.10-a]$$

E' chiaro quindi che, calcolato il punto E con $D_E = D_{MIN}$ e la V di massima efficienza è banale il calcolo del massimo rateo di salita con la formula precedente.

Per i velivoli a getto è invece esatto e facile il calcolo del massimo angolo di salita, dato dalla formula :

$$\theta_{MAX} = \frac{T_d - D_{min}}{W} = \frac{T_d - D_E}{W} \quad [8.10-b]$$

con θ espresso in radianti. Per avere i gradi moltiplicare per 57.3.

Velivoli a getto, approccio esatto

Questo approccio ha l'obiettivo, nella ipotesi semplificativa di considerare spinta costante con la velocità di volo, di fornire indicazioni progettuali, cioè di far ottenere una formula che possa fornire l'influenza dei vari parametri (sia geometrici, di massa e aerodinamici) sul rateo di salita di un velivolo propulso a getto.

Per ricavare una espressione analitica, si deve partire dal fatto che la velocità di massimo rateo R_c sarà la velocità in corrispondenza della quale la derivata di RC rispetto a V si annulla (dalla proprietà analitica del massimo di una funzione). Quindi:

$$\frac{d(RC)}{dV} = 0 \quad \text{ed essendo } RC = \frac{TV - DV}{W} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{W} \cdot \left[T - D - V \cdot \frac{d(D)}{dV} \right] = 0 \quad \text{[8.11-a]}$$

Riportando l'espressione della resistenza in funzione della velocità di volo :

$$D = q \cdot S \cdot \left(C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A R e} \right) = q \cdot f + q \cdot S \cdot \frac{W^2}{q^2 \cdot S^2} \cdot \frac{1}{\pi \cdot A R \cdot e} = q \cdot f + \frac{W^2}{q \cdot S} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \frac{b^2}{S} \cdot e}$$

$$= \frac{1}{2} \rho \cdot f \cdot V^2 + \frac{2}{\rho} \cdot \frac{1}{V^2} \cdot \frac{1}{\pi} \frac{W^2}{b_e^2} \quad \text{[8.11-b]}$$

Avendo fatto comparire l'area parassita equivalente $f = C_{D0} \cdot S$ e l'apertura alare effettiva (o efficace), $b_e = b \cdot \sqrt{e}$.

Derivando l'equazione (8.11-b) rispetto alla velocità di volo V, si ottiene :

$$\left(\frac{dD}{dV} \right) = \rho \cdot f \cdot V - \frac{4}{\rho} \cdot \frac{1}{V^3} \cdot \frac{1}{\pi} \frac{W^2}{b_e^2} \quad \text{[8.11-c]}$$

Quindi, sostituendo tale espressione nella derivata di RC rispetto a V, cioè nella equazione (8.11-a), si ottiene :

$$\frac{T}{W} - \frac{\rho f}{2W} V^2 - \frac{2}{\pi \rho} \left(\frac{W}{b_e^2} \right) \frac{1}{V^2} - \frac{\rho f}{W} V^2 + \frac{4}{\pi \rho} \left(\frac{W}{b_e^2} \right) \frac{1}{V^2} = 0 \quad \text{[8.11-d]}$$

Rifacendo comparire la pressione dinamica $q = \frac{1}{2} \rho \cdot V^2$, l'equazione precedente diventa una equazione di secondo grado nella variabile pressione dinamica q :

$$6 f q^2 - 2 T q - \frac{2}{\pi} \left(\frac{W}{b_e} \right)^2 = 0 \quad \text{[8.11-e]}$$

da cui, risolvendo

$$q_{RCMAX} = \frac{T}{6f} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_{MAX}^2 \left(\frac{T}{W}\right)^2}} \right] = \frac{T}{6f} \Gamma \quad [8.12]$$

Avendo indicato con q_{RCMAX} la pressione dinamica in corrispondenza della velocità di massimo rateo di salita.

$$\Gamma = \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_{MAX}^2 \left(\frac{T}{W}\right)^2}} \right]$$

Il fattore Γ è pari a circa 2, in quanto il denominatore è solitamente $\gg 3$ e quindi la radice è circa 1.

In corrispondenza della quota di tangenza $\frac{T}{W} = \frac{1}{E_{max}}$ e $\Gamma=3$ (e si ha la velocità di salita rapida limite (di fatto con $RC=0$).

Una volta ricavata q_{RCMAX} si può calcolare la velocità V in corrispondenza del rateo di salita massimo,

cioè :

$$V_{RCMAX} = \sqrt{\frac{2 \cdot q_{RCMAX}}{\rho}} \quad [8.13]$$

Una volta determinata la V_{RCMAX} si può facilmente determinare il massimo rateo di salita :

$$RC_{MAX} = \frac{T_d \cdot V_{RCMAX} - D \cdot V_{RCMAX}}{W} \quad [8.14]$$

La relazione 8.14 può essere esplicitata per ricavare le dipendenze del rateo di salita dalle caratteristiche del velivolo.

In effetti, si può ottenere la relazione esatta :

$$RC_{MAX} = \left[\frac{(W/S) \cdot \Gamma}{3 \cdot \rho \cdot CDo} \right]^{1/2} \cdot \left(\frac{T}{W} \right)^{3/2} \cdot \left[1 - \frac{\Gamma}{6} - \frac{3}{2 \cdot (T/W)^2 \cdot (E_{MAX})^2 \cdot \Gamma} \right] \quad [8.15]$$

dove chiaramente T_d è la spinta massima.

Questa relazione mostra chiaramente che il massimo rateo di salita per un velivolo a getto dipende:

- dal carico alare (W/S) (RC_{MAX} cresce al crescere di W/S)
- dal rapporto spinta / peso
- dal CDo
- dall'efficienza massima

E' importante notare come aumentare il carico alare (ad esempio riducendo la superficie alare) per un velivolo a getto equivale ad aumentare sia la velocità massima (e la velocità di crociera) sia il massimo rateo di salita del velivolo.

Questo avviene perché riducendo S si riduce la superficie bagnata e così si riduce la resistenza parassita (di attrito) importante alle alte velocità.

Una altra relazione, questa volta approssimata che può essere usata per calcoli pratici è :

$$RC_{MAX} = 1.54 \left(\frac{T}{W} \right) \left(\frac{T}{f} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\sigma}} - 2.2 \frac{\left(\frac{W}{b_e^2} \right)}{\left(\frac{T}{f} \right)^{1/2} \sqrt{\sigma}} \quad [8.16]$$

con T in Kg, f e b_e in m^2 e W in Kg . Il valore di RC_{MAX} sarà in m/s.

Ad esempio , considerando un velivolo a getto con

$T_d=25000$ Kg (massima totale a livello del mare)

$W=100000$ Kg

$CDo=0.015$ $S=205$ m^2 $b=37$ m $b_e=33$ m ($e=0.80$)

Il calcolo della 8.16 fornisce :

$$RC_{MAX} = 34.72 - 2.24 = 32.5 \text{ m/s} = 6400 \text{ ft/min}$$

8.3.2 VELIVOLI AD ELICA

$\Pi_d = \eta_p \Pi_a = T V$ da ora in poi indicheremo per semplicità con

$$RC = \eta_p \left(\frac{\Pi_a}{W} \right) - \frac{1}{2} \frac{\rho V^3 C_{Do}}{(W/S)} - \frac{2}{\pi AR_e} \frac{1}{\rho V} (W/S)$$

E' chiaro che il massimo rateo di salita ad una certa quota si avrà alla velocità (e quindi all'assetto) di minima potenza necessaria al volo orizzontale, cioè :

$$\begin{aligned} \Pi_{no \min} &= \frac{1}{2} \rho S (4 C_{Do}) V_P^3 = \sqrt{\frac{2}{\rho}} W^{3/2} \frac{1}{S^{1/2}} \frac{4 C_{Do}}{3^{3/4} \pi^{3/4} AR_e^{3/4} C_{Do}^{3/4}} \\ &= \frac{4}{3^{3/4}} \sqrt{\frac{2}{\rho_0}} \frac{1}{\pi^{3/4}} \frac{W^{3/2}}{\sigma^{1/2}} \frac{C_{Do}^{1/4}}{AR_e^{3/4} S^{1/2}} = 0.95 \frac{W^{3/2}}{\sigma^{1/2}} \frac{C_{Do}^{1/4}}{AR_e^{3/4} S^{1/2}} \\ &\text{(nelle unità del S.I., } \rho_0 = 1.225 \text{ Kg/m}^3\text{)} \end{aligned}$$

da cui
$$RC_{\max} = 76 \cdot \eta_p \frac{\Pi_a}{W} - 2.97 \sqrt{\frac{W}{\sigma}} \frac{C_{Do}^{1/4}}{AR_e^{3/4} S^{1/2}}$$

avendo espresso, per semplicità il peso in Kg e la potenza in hp.

ma
$$\frac{C_{Do}^{1/4}}{\left(\frac{b_e^2}{S}\right)^{3/4} S^{1/2}} = \frac{(C_{Do} S)^{1/4}}{b_e^{3/2} S^{-3/4} S^{1/2} S^{1/4}} = \frac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}$$

da cui

$$\boxed{RC_{\max} = 76 \cdot \eta_p \frac{\Pi_a}{W} - 2.97 \sqrt{\frac{W}{\sigma}} \frac{f^{1/4}}{b_e^{3/2}}} \quad [8.17]$$

con potenza in [hp], W in [kg] e f e b_e in m^2

La 8.17 risulta di facile applicazione.

Si può anche ricavare una espressione più semplice:

$$RC_{\max} = \frac{\Pi_d}{W} - \frac{\Pi_{\min}}{W}$$

ma
$$\Pi_{\min} = \Pi_P = V_P \cdot D_P = \frac{V_E}{1.32} \cdot \frac{W}{E_P} = \frac{V_E}{1.32} \cdot \frac{W}{E_{\max}} \frac{2}{\sqrt{3}} = 0.875 \frac{V_E}{E_{\max}} \cdot \frac{W}{E_{\max}}$$

quindi

$$RC_{MAX} = \frac{\Pi_d}{W} - 0.875 \frac{V_E}{E_{MAX}} \quad [8.18]$$

che diventa

$$RC_{MAX} = \eta_P \frac{\Pi_a}{W} - 0.875 \left[\frac{2 W}{\rho S} \frac{1}{CL_E} \right]^{1/2} \frac{1}{E_{MAX}} \quad [8.19]$$

Si vede dalla 8.19, che per un velivolo ad elica il parametro fondamentale per avere un alto massimo rateo di salita è la potenza all'albero rapportata al peso.

Un'altra importantissima informazione che si ricava dalla 8.19 è che per un velivolo ad elica il massimo rateo di salita si riduce all'aumentare del carico alare.

Quindi, mentre per un velivolo a getto il rateo massimo di salita cresce al crescere del carico alare, per un velivolo ad elica succede il contrario !

Quindi ridurre la superficie alare per un velivolo ad elica non comporta per il rateo di salita un vantaggio come per i velivoli a getto.

Per il calcolo del massimo rateo di salita si potranno usare sia la 8.17 che la 8.18 (e la 8.19 che ne è una altra forma).

In generale, però, da un punto di vista applicativo, è da applicare la formula generale

$$RC = \frac{\Pi_d - \Pi_{no}}{W} \text{ con potenza disponibile e necessaria calcolate in funzione dell'assetto e della}$$

velocità. In particolare, se è richiesto il calcolo del massimo rateo di salita ad una certa quota per un velivolo ad elica, bisognerà applicare banalmente la relazione :

$$RC_{MAX} = \frac{\Pi_{d,P} - \Pi_{no,P}}{W}$$

dove appunto la potenza disponibile (se dipendente da V per effetto RAM) e la potenza necessaria vanno calcolate alla quota di interesse in corrispondenza della V del punto P (cioè del punto di minima potenza necessaria al volo).

8.4 VOLO PLANATO (SENZA MOTORE)

Ogni volta che un aeroplano sta volando così che (in maniera tale che) la potenza necessaria sia più grande di quella disponibile, esso scenderà piuttosto che salire. Nell'ultima situazione non c'è affatto potenza; in questo caso, l'aeroplano sarà in volo planato o senza motore. Ciò accadrà per un aeroplano convenzionale quando il motore si ferma durante il volo (guasto al motore o fine del carburante). Inoltre questo è il caso degli alianti e dei veleggiatori. (Raymer è autore di una "osservazione culturale" che distingue tra alianti e veleggiatori. Egli affermò che "un 'veleggiatore' è un aereo senza motore, costoso, ad alte prestazioni. Un 'alante' è un aereo senza motore, rozzo, e a basse prestazioni!"). Il volo planato è un caso particolare (e opposto) delle nostre precedenti considerazioni che trattano la salita.

Il diagramma delle forze per un aereo senza motore nel volo in discesa è mostrato in Fig. 5.39. Per discesa regolare, non accelerata, dove θ è l'angolo di planata di equilibrio,

$$L = W \cos \theta \quad [8.20]$$

$$D = W \sin \theta \quad [8.21]$$

L'angolo di planata di equilibrio è ottenuto dividendo l'Eq. [8.20] con l'Eq. [8.21].

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{D}{L}$$

o

$$\tan \theta = \frac{1}{L/D} \quad [8.22]$$

Decisamente l'angolo di planata è una stretta funzione del rapporto portanza-resistenza; più alto è il rapporto L/D , più basso è l'angolo di planata. Dall'Eq. [8.22] il più piccolo angolo di planata di equilibrio si verifica ad $(L/D)_{\max}$.

$$\tan \theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}} \quad [8.23]$$

$$\tan \theta_{\min} = \frac{1}{(L/D)_{\max}}$$

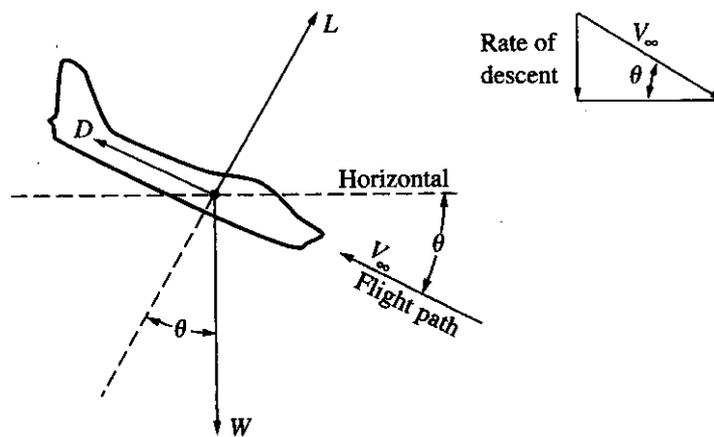


Diagramma delle forze e velocità per il volo librato

Per un aereo ad una data quota h , questo è il caso della massima distanza orizzontale ricoperta al suolo (massimo range). Questa distanza, indicata con R , è illustrata in Fig. 5.40 per un θ costante. La semplicità riflessa nelle Eq. [8.22] e [8.23] è stupenda. L'angolo di planata di equilibrio θ non dipende dalla quota o dal carico alare, o cose simili; esso dipende soltanto dal rapporto portanza – resistenza. Tuttavia, per ottenere un dato L/D ad una data quota, l'aereo deve volare ad una fissata velocità V_∞ , chiamata *velocità di planata di equilibrio*, e questo valore di V_∞ dipende dalla quota e dal carico alare come segue. Poiché

$$L = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$

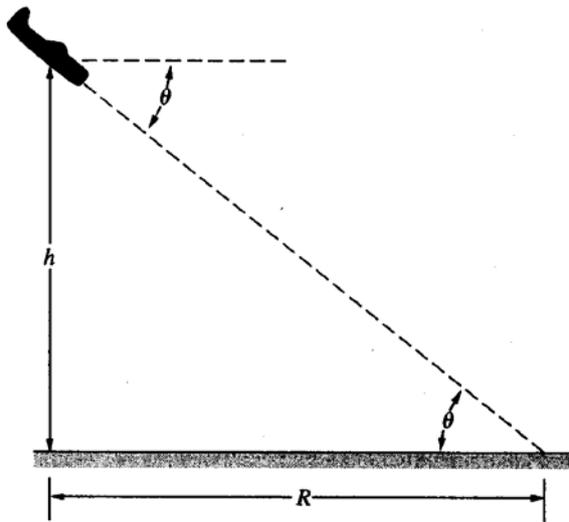
l'Eq. [8.20] diventa

$$\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L = W \cos \theta$$

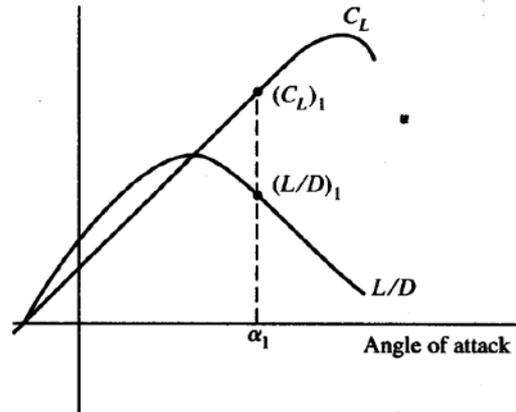
o

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2 \cos \theta W}{\rho_\infty C_L S}} \quad [8.24]$$

Nell'Eq. [8.24], V_∞ è la velocità di planata di equilibrio. Chiaramente essa dipende dalla quota (attraverso ρ_∞) e dal carico alare. Il valore di C_L nell'Eq. [8.24] è quel valore particolare che corrisponde al valore specifico di L/D usato nell'Eq. [8.22]. Ricordiamo che sia C_L che L/D sono caratteristiche aerodinamiche dell'aereo che variano con l'angolo d'attacco, come mostrato in Fig. 5.41. Si noti dalla Fig. 5.41 che un determinato valore di L/D , indicato con $(L/D)_1$, corrisponde ad un determinato angolo d'attacco α_1 , che successivamente impone il coefficiente di portanza $(C_L)_1$. Se L/D è mantenuto costante per tutta la traiettoria di planata, allora C_L è costante lungo la traiettoria. Comunque la velocità di equilibrio cambierà con la quota lungo questa traiettoria, diminuendo al diminuire della quota.



Distanza percorsa in volo librato



Schema della variazione del C_L e dell'efficienza al variare dell'angolo d'attacco

Consideriamo di nuovo il caso di minimo angolo di planata come trattato con l'Eq. [8.23]. Per un tipico aeroplano moderno, $(L/D)_{\max} = 15$, e per questo caso, dall'Eq. [8.23], $\theta_{\min} = 3.8^\circ$ - un angolo piccolo. Quindi possiamo ragionevolmente ipotizzare $\cos\theta = 1$ per casi di questo genere. Ricordiamo che

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{\max} = \sqrt{\frac{1}{4C_{D,0}K}} \quad [8.25]$$

e per $L = W$ (compatibile con l'ipotesi di $\cos\theta = 1$), la velocità alla quale L/D è massimo è data da

$$V_{(L/D)\max} = \left(\frac{2}{\rho_\infty} \sqrt{\frac{K}{C_{D,0}}} \frac{W}{S}\right)^{\frac{1}{2}} \quad [8.26]$$

Quindi, per θ_{\min} , la velocità di equilibrio lungo la traiettoria di planata è data dall'Eq. [5.34].

La velocità di discesa, talvolta chiamata la *velocità di affondata*, è la velocità verticale verso il basso dell'aeroplano V_V . Essa è, per il volo senza motore, l'analoga della velocità di salita per il volo con motore.

$$\text{Rateo di discesa RD} = V_V = V_\infty \sin\theta \quad [8.27]$$

La velocità di discesa è un numero positivo nella direzione (se diretta) verso il basso. Moltiplicando l'Eq. [8.21] per V_∞ ed inserendo l'Eq. [8.27], abbiamo

$$DV_\infty = WV_\infty \sin\theta = WV_V$$

$$V_V = \frac{DV_\infty}{W} \quad [8.28]$$

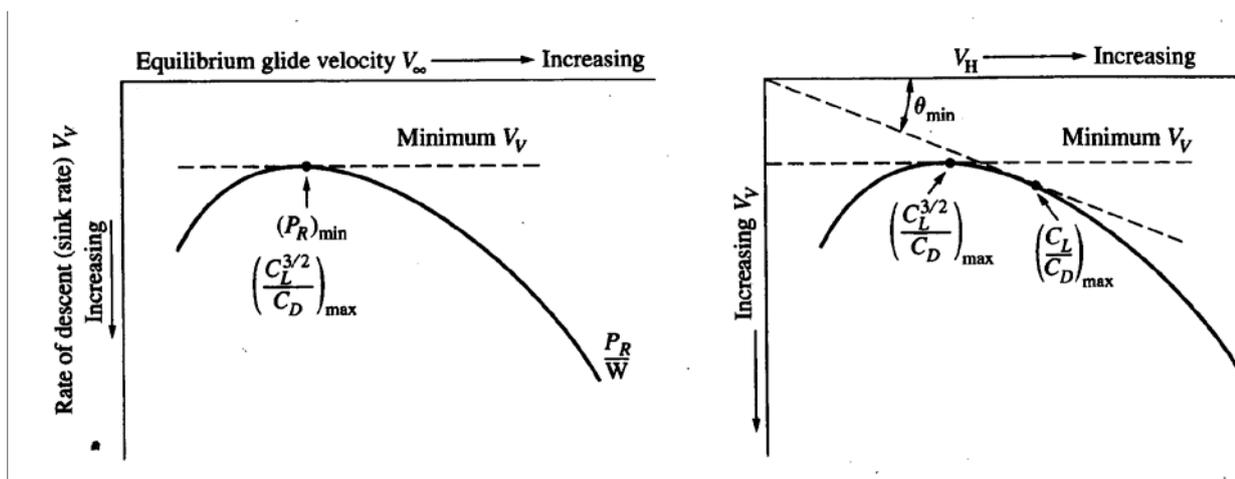
Facendo l'ipotesi che $\cos\theta = 1$, nell'Eq. [8.28], DV_∞ è semplicemente la potenza necessaria per volo livellato regolare. Quindi, la variazione di V_V con la velocità è la stessa della curva della potenza necessaria divisa per il peso. Questa variazione è mostrata in Fig. 5.42 con valori positivi di V_V crescenti lungo l'asse verticale diretto verso il basso (proprio per sottolineare che la velocità di affondata V_V è diretta verso il basso). Chiaramente, la velocità minima di affondata si verifica alla velocità di volo in corrispondenza della minima potenza necessaria. Quindi le condizioni per la minima velocità di affondata sono la stesse di quelle per (P_{no}) , che sono

1. $\frac{C_L^{3/2}}{C_D}$ è massimo
2. $(V_\infty)_{\text{min velocità di affondata}} = \left(\frac{2}{\rho_\infty} \sqrt{\frac{K}{3C_{D,0}}} \frac{W}{S} \right)^{1/2}$

Il diagramma odografo è abbozzato in Fig. 5.43 dove una linea dall'origine tangente alla curva odografo definisce θ_{\min} . Questo schizzo è mostrato proprio per sottolineare che la minima velocità di affondata non corrisponde al minimo angolo di planata. La velocità di volo per la velocità minima di affondata (corrispondente al massimo $C_L^{3/2}/C_D$) è minore di quella per il minimo angolo di rampa (corrispondente al massimo C_L/C_D).

Un'espressione analitica per la velocità di affondata V_V può essere ottenuta come segue. Dall'Eq. [8.20]

$$W \cos\theta = L = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 S C_L$$



Rateo di discesa in funzione della velocità di volo librato

Odografo del volo librato

quindi

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2W \cos \theta}{\rho_{\infty} S C_L}} \quad [8.29]$$

Sostituendo l'Eq. [8.29] nella [8.27], abbiamo

$$V_V = V_{\infty} \sin \theta = (\sin \theta) \sqrt{\frac{2 \cos \theta W}{\rho_{\infty} C_L S}} \quad [8.30]$$

Dividendo l'Eq. [8.21] con l'Eq. [8.20], otteniamo

$$\sin \theta = \frac{D}{L} \cos \theta = \frac{C_D}{C_L} \cos \theta \quad [8.31]$$

Inserendo l'Eq. [8.29] nell' Eq. [8.30], abbiamo

$$V_V = \sqrt{\frac{2 \cos^3 \theta W}{\rho_{\infty} (C_L^3 / C_D^2) S}} \quad [8.32]$$

Facendo l'ipotesi che $\cos \theta = 1$, l'Eq. [8.32] è scritta come

$$V_V = \sqrt{\frac{2 W}{\rho_{\infty} (C_L^3 / C_D) S}} \quad [8.33]$$

L'Equazione [8.33] mostra esplicitamente che $(V_V)_{\min}$ si verifica a $(C_L^{3/2} / C_D)_{\max}$. Essa mostra inoltre che la velocità di affondata diminuisce al diminuire della quota e aumenta come la radice quadrata del carico alare.

8.5 QUOTA DI TANGENZA TEORICA E PRATICA

Si è visto dalla trattazione grafica e da quella analitica che il massimo rateo di salita si riduce all'aumentare della quota, sia per i velivoli a getto che per quelli ad elica.

Nell'interesse della trattazione consideriamo un aeroplano propulso a elica: i risultati di questo paragrafo saranno qualitativamente gli stessi per un aeroplano a getto. Al crescere della quota la massima potenza in eccesso diminuisce, come già mostrato. Successivamente, il massimo R/C diminuisce. Ciò è illustrato in Fig. 8.16, che è un grafico del massimo R/C in funzione della quota, ma con R/C come ascissa.

Ci sono alcune quote abbastanza alte alle quali la curva P_d diventa tangente alla curva P_{no} (punto 1 in Fig. 8.17). La velocità in questo punto è l'unico valore al quale è possibile il volo regolare (uniforme) livellato; inoltre, in questo punto, la potenza in eccesso è nulla, quindi è nulla la massima velocità ascensionale. La quota alla quale il massimo $R/C = 0$ è definita come la *quota di tangenza teorica* dell'aeroplano. Una quantità più utile è la *quota di tangenza pratica*, definita come la quota dove il massimo $R/C = 0.5$ m/s. La quota di tangenza pratica rappresenta il limite pratico superiore per il volo regolare livellato.

Le quote di tangenza teorica e pratica possono essere determinate come segue:

1. si calcolano i valori del massimo R/C per un certo numero di quote diverse.
2. si rappresenta la massima velocità ascensionale in funzione della quota, come mostrato in Fig. 8.16.
3. Si estrapolano le curve a 0.5 m/s e 0 m/s per trovare le quote di tangenza pratica e teorica rispettivamente, come mostrato in Fig. 8.16.

Esempio

Consideriamo due velivoli di esempio :

Esercizio a

Un aeroplano privato leggero, monomotore, propulso ad elica copiato approssimativamente dal Cessa Skylane mostrato in Fig. 6.10. Per comodità indicheremo come CP-1 il nostro ipotetico aeroplano avente le seguenti caratteristiche:

Apertura alare = 10.91 m

Superficie alare = 16.16 m²

Peso = 1338 kg

Capacità di carburante = 246 l

Impianto di potenza = un motore a pistoni di 230 hp al livello del mare

Consumo specifico = 0.45 lb/(hp)(h)

Coefficiente di resistenza parassita $C_{D,0} = 0.025$

Fattore di Oswald $e = 0.8$

Rendimento dell'elica = 0.8

Si calcoli la quota di tangenza teorica e pratica per il CP-1

Soluzione

a. Per il CP-1 abbiamo i risultati riportati nella tavola seguente

Quota, m	Massimo R/C, m/s
0	7.6
1219.2	6.3
2348.4	5.0
3657.6	3.8
4876.8	2.7
6096	1.7
7315.2	0.7
7924.8	0.2

Questi risultati sono rappresentati in Fig. 8.16. Da questi numeri, troviamo
 Quota di tangenza teorica ($R/C = 0$) = 8230 m
 Quota di tangenza pratica ($R/C = 0.5$ m/s) = 7620 m

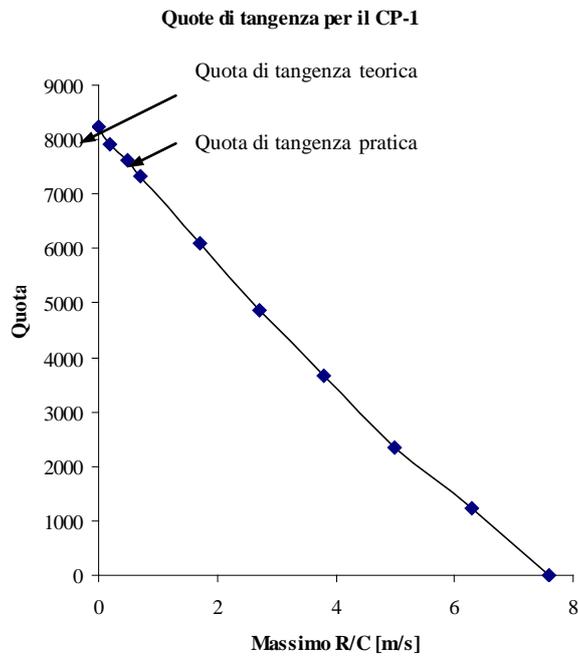


Figura 8.16 Determinazione delle quote di tangenza teorica e pratica per il CP-1

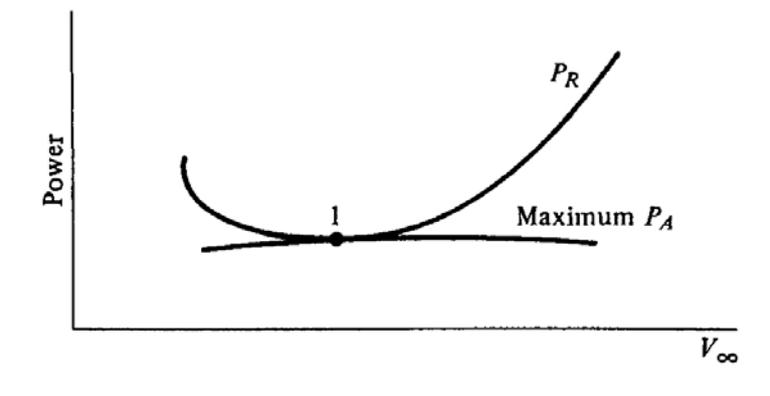
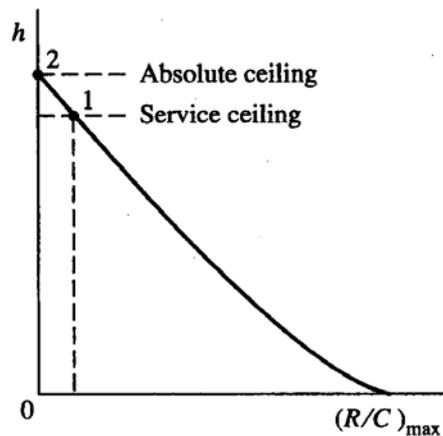
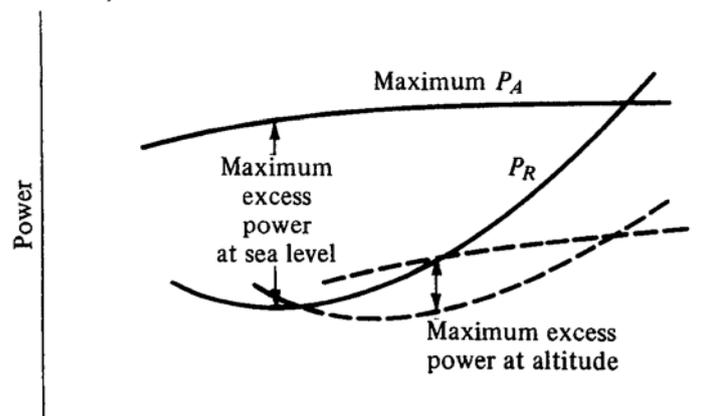


Diagramma della potenza necessaria e disponibile alla quota di tangenza teorica (absolute ceiling)



Schema della quota di tangenza teorica (absolute ceiling) e della quota di tangenza pratica (service ceiling)

In effetti al variare della quota la potenza necessaria al volo orizzontale e la potenza disponibile cambiano come in figura sotto, quindi da ciò deriva il diagramma di sopra che riporta il valore del massimo rateo di salita in funzione della quota



Esercizio b

Un aereo executive a getto, approssimativamente copiato dal Cessa Citation 3, mostrato in Fig. 6.11. Per comodità indicheremo come CJ-1 il nostro ipotetico aereo a getto avente le seguenti caratteristiche:

Apertura alare = 16.24 m

Superficie alare = 29.54 m²

Peso = 8988 kg

Capacità di carburante = 4230 l

Impianto di potenza = due motori turbofan di 1655 kg di spinta ciascuno a livello del mare

Consumo specifico = 0.6 lb di carburante/(lb di spinta)(h)

Coefficiente di resistenza parassita $C_{D,0} = 0.02$

Fattore di Oswald $e = 0.81$

Per il CJ-1 facendo calcoli simili al caso precedente, a varie quote, otteniamo:

Quota, m	Massimo R/C , m/s
0	41.2
1828.8	34.0
3657.6	27.7
5486.4	22.1
7315.2	17.1
9144	12.7
10972.8	8.7

Questi risultati sono rappresentati in Fig. 8.18.

Da essi ricaviamo

Quota di tangenza teorica ($R/C = 0$) = 14935.2 m

Quota di tangenza pratica ($R/C = 0.5$ m/s) = 14630.4 m

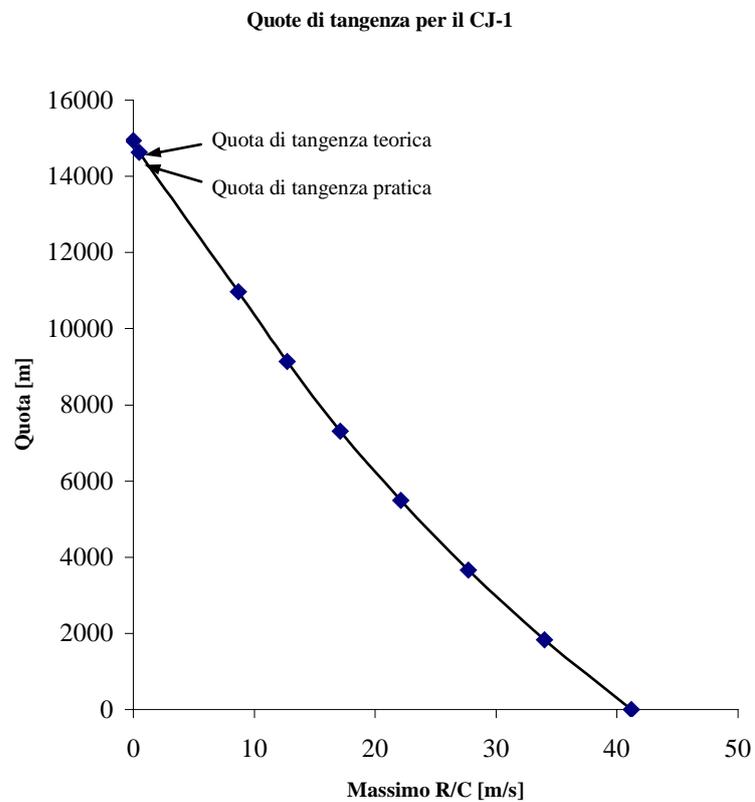


Figura 8.18 Determinazione delle quote di tangenza teorica e pratica per il CJ-1

8.6 TEMPO DI SALITA

Per eseguire adeguatamente il suo ruolo difensivo, un caccia deve essere in grado di salire dal livello del mare alla quota dell'aereo nemico avanzante nel minor tempo possibile. In un altro caso, un aereo commerciale deve essere in grado di salire rapidamente ad alte quote per minimizzare il disagio e i rischi di un tempo inclemente (rigido) e per minimizzare i problemi di traffico aereo. Come conseguenza il tempo necessario ad un aeroplano a salire ad una quota stabilita può diventare un'importante considerazione di progetto. Il calcolo del tempo di salita deriva direttamente dalla nostra precedente trattazione, come descritto sotto.

Il rateo di salita è stato definito come la velocità verticale dell'aeroplano. La velocità è semplicemente la variazione della distanza nel tempo, dove per distanza qui si intende la quota h .

Quindi $R/C = dh/dt$. Perciò

$$dt = \frac{dh}{R/C} \quad [8.34]$$

Nell'Eq. [8.34], dt è l'intervallo infinitesimo di tempo necessario per salire di un infinitesimo dh di quota. Per tale ragione, dal calcolo (differenziale), il tempo per salire da una quota h_1 ad un'altra h_2 è ottenuto integrando l'Eq. [8.34]:

$$t = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{R/C}$$

Normalmente il tempo di salita è considerato dal livello del mare, dove $h_1 = 0$. Quindi, il tempo di salita ad una quota stabilita h_2 è

$$t = \int_0^{h_2} \frac{dh}{R/C} \quad [8.35]$$

Per calcolare t graficamente prima si rappresenta $(R/C)^{-1}$ in funzione di h , come mostrato in Fig. 8.19. L'area sottesa alla curva da $h = 0$ a $h = h_2$ è il tempo di salita alla quota h_2 .

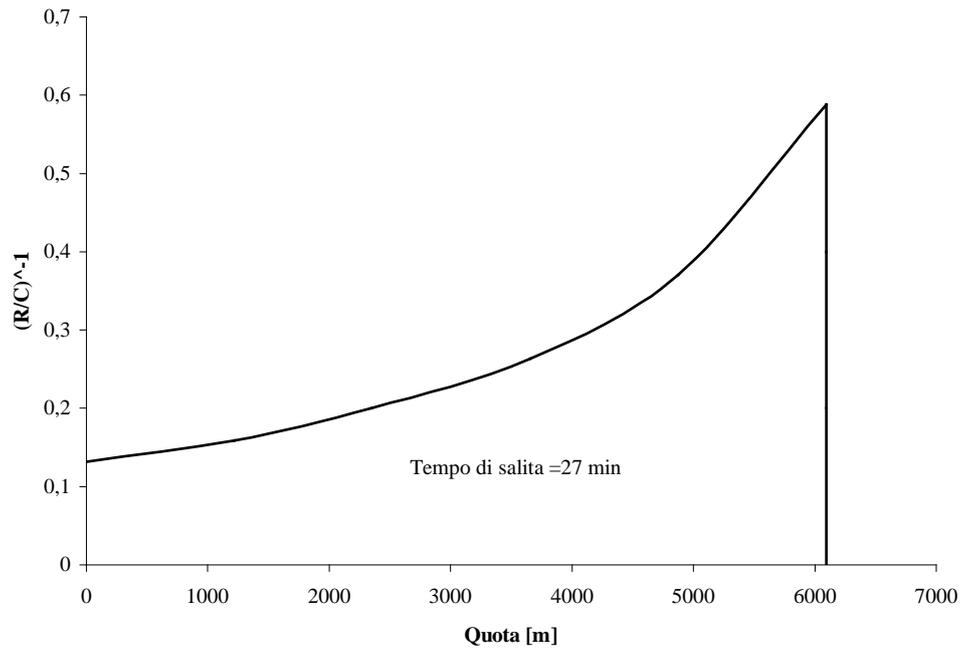


Figura 8.19 Determinazione del tempo di salita per il CJ-1

Se assumiamo che l'andamento del massimo rateo di salita sia lineare con la quota h :

cioè :

$$RC_{MAX} = a + b \cdot h$$

$$t_{min} = \int_0^h \frac{dh}{RC_{MAX}} = \int_0^h \frac{dh}{a + b \cdot h}$$

da cui integrando il tempo per arrivare ad una certa quota h è :

$$t_{MIN} = \frac{1}{b} [\ln(a + b \cdot h) - \ln(a)]$$

[8.36]