

Corso di MECCANICA DEL VOLO
Modulo Prestazioni

CAP 1 – Atmosfera e Misura della Velocità

Prof. F. Nicolosi

Prof. D. Coiro

ARIA

Proprietà del gas:

- Pressione
- Temperatura
- Densità

- Prima di prendere in considerazione come vola un aereo bisogna prendere in considerazione il mezzo cui esso opera: l'Aria.
- L'aria atmosferica è un miscuglio di vari elementi gassosi principalmente Ossigeno(21%) e Azoto(78%).
- Le condizioni atmosferiche, e quindi i parametri che definiscono il gas aria (*Pressione, Temperatura, Densità*), variano da luogo a luogo e per lo stesso luogo al variare della quota.
- Le prestazioni di un velivolo sono strettamente dipendenti dalle proprietà fisiche dell'aria, è stata perciò definita, di comune accordo tra le varie nazioni, un'aria tipo o *Atmosfera Standard I.S.A (International Standard Atmosfere)*.

- Nel sistema *Internazionale* mks (metri, kilogrammi, secondi) :
 - *Forza = massa*accelerazione* = $m \cdot \text{kg/s}^2 = 1 \text{ Newton (N)}$,
talvolta la forza può essere espressa (Sistema Tecnico) in kgf
= 9.81 N ossia la forza esercitata da una massa di 1 Kg
 - *Energia = Forza*spostamento* = $\text{N} \cdot \text{m} = 1 \text{ joule}$
 - *Temperatura* = gradi Kelvin (K). $1 \text{ C}^\circ = 273.14 \text{ K}$
 - *Pressione = Forza/Superficie* = $\text{N/m}^2 = 1 \text{ Pascal} = 10^{-5} \text{ bar} \approx 10^{-5} \text{ atmosfere}$
- Esistono svariati altri sistemi di misura tra cui uno dei più diffusi in campo aeronautico è quello *anglosassone*.

Unità di Misura

Pressione

	1 N/m ²	1 bar	1 kp/m ²	1 at	1 atm	1 psi
1 N/m ²	1	10 ⁻⁵	1,020 · 10 ⁻¹	1,020 · 10 ⁻⁵	9,867 · 10 ⁻⁹	1,450 · 10 ⁻⁴
1 bar	10 ⁵	1	1,020 · 10 ⁶	1,020	9,867 · 10 ¹	1,450 · 10 ⁵
(= 10 ⁶ dyn/cm ²)						
1 kp/m ²	9,807	9,807 · 10 ⁻⁵	1	10 ⁻⁴	9,578 · 10 ⁻⁵	1,422 · 10 ⁻³
1 at	9,807 · 10 ⁶	9,807 · 10 ¹	10 ³	1	9,578 · 10 ¹	1,422 · 10 ⁵
(= 1 kp/cm ²)						
1 mm	1,013 · 10 ³	1,013	1,033 · 10 ⁴	1,033	1	1,470 · 10 ⁵
(760,0 mm _{Hg})						
1 psi	6,895 · 10 ³	6,895 · 10 ⁻¹	7,031 · 10 ³	7,031 · 10 ⁻²	6,805 · 10 ⁻²	1

Temperatura

$$T \text{ (K)} = 273,2 + t \text{ (}^\circ\text{C)} = 5/9 T \text{ (}^\circ\text{R)} = 459,7 + t \text{ (}^\circ\text{F)}$$

$$t \text{ (}^\circ\text{C)} = T \text{ (K)} - 273,2 = 5/9 [t \text{ (}^\circ\text{F)} - 32,00] = 5/9 T \text{ (}^\circ\text{R)} - 273,2$$

$$T \text{ (}^\circ\text{R)} = 459,7 + t \text{ (}^\circ\text{F)} = 9/5 [t \text{ (}^\circ\text{C)} + 273,2] = 9/5 T \text{ (K)}$$

$$t \text{ (}^\circ\text{F)} = T \text{ (}^\circ\text{R)} - 459,7 = 9/5 t \text{ (}^\circ\text{C)} + 32,00 = 9/5 [T \text{ (K)} - 273,2] + 32,00$$

$$\Delta T \text{ (K)} = \Delta t \text{ (}^\circ\text{C)} = 5/9 \Delta t \text{ (}^\circ\text{F)} = 5/9 \Delta T \text{ (}^\circ\text{R)}$$

Unità di Misura

Forza

	1 N	1 kp	1 lb
1 N	1	$1,020 \cdot 10^{-1}$	$2,248 \cdot 10^{-1}$
1 kp	9,807	1	2,205
1 lb	4,448	$4,536 \cdot 10^{-1}$	1

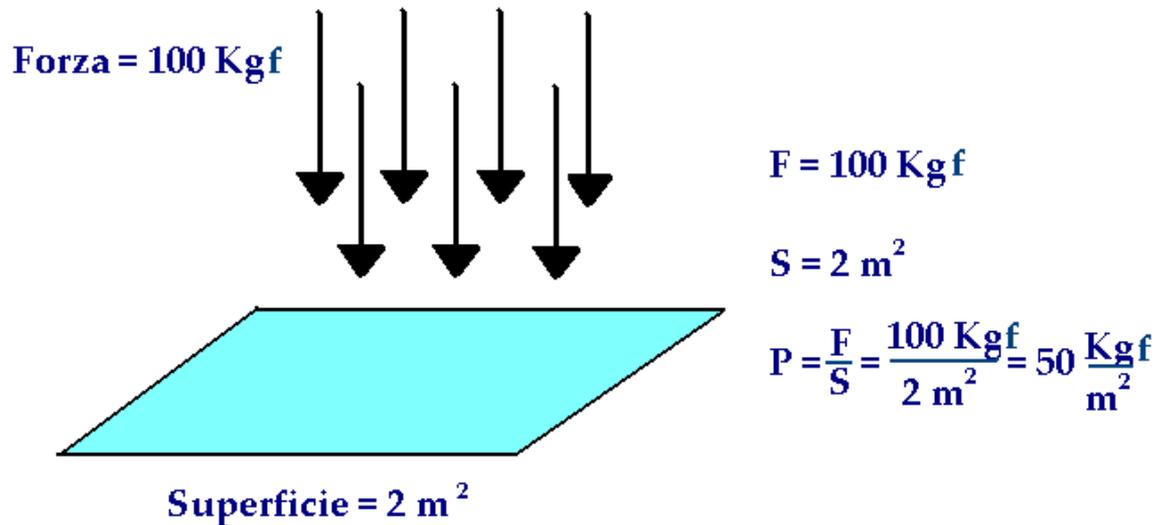
Energia

	1 kJ	1 kWh	1 kcal	1 kpm	1 lbft	1 Btu
1 kJ	1	$2,778 \cdot 10^{-4}$	$2,388 \cdot 10^{-1}$	$1,020 \cdot 10^2$	$7,376 \cdot 10^2$	$9,480 \cdot 10^{-1}$
1 kWh	$3,600 \cdot 10^3$	1	$3,598 \cdot 10^2$	$3,671 \cdot 10^2$	$2,655 \cdot 10^6$	$3,413 \cdot 10^3$
1 kcal	4,187	$1,163 \cdot 10^{-3}$	1	$4,269 \cdot 10^3$	$3,087 \cdot 10^3$	3,958
1 kpm	$9,807 \cdot 10^{-3}$	$2,721 \cdot 10^{-6}$	$2,342 \cdot 10^{-3}$	1	7,233	$9,297 \cdot 10^{-3}$
1 lbft	$1,356 \cdot 10^{-3}$	$3,766 \cdot 10^{-7}$	$3,233 \cdot 10^{-4}$	$1,383 \cdot 10^{-1}$	1	$1,286 \cdot 10^{-3}$
1 Btu	1,055	$2,928 \cdot 10^{-4}$	$2,520 \cdot 10^{-1}$	$1,076 \cdot 10^2$	$7,783 \cdot 10^2$	1

Potenza

	1 kW	1 kcal/h	1 kpm/h	1 Btu/h
1 kW	1	$8,598 \cdot 10^2$	$3,672 \cdot 10^3$	$3,413 \cdot 10^3$
1 kcal/h	$1,163 \cdot 10^{-3}$	1	$4,269 \cdot 10^2$	3,968
1 kpm/h	$2,724 \cdot 10^{-6}$	$2,342 \cdot 10^{-3}$	1	$9,297 \cdot 10^{-3}$
1 Btu/h	$2,928 \cdot 10^{-4}$	$2,520 \cdot 10^{-1}$	$1,076 \cdot 10^2$	1

- **Pressione** : La pressione è una Forza/Superficie .



- A livello del mare il valore assunto è di 1013 mb e diminuisce seguendo una legge non lineare con l'altitudine.

Pressione

La pressione è uguale ad una forza per unità di superficie. $p = F/A$

Il peso è una forza data dalla massa per l'accelerazione di gravità g (9.81 m/s^2)

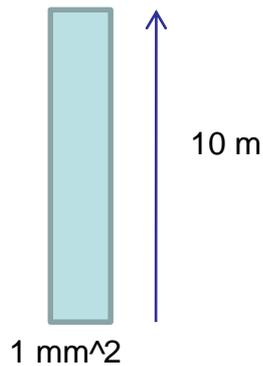
Poiché l'accelerazione di gravità è costante, la pressione può essere anche rappresentata da massa/superficie.

L'unità di misura è il Pa (N/m^2).

La pressione dell'aria a livello del mare è $p(h=0)$:

- 101325 Pa
- 10329 Kg/m^2
- 10 m di colonna d'acqua
- 760 mm Hg
- 1013,25 mbar = 1 atm

La pressione può essere indicata in mm di acqua ($\text{mm H}_2\text{O}$). La densità dell'acqua è 1000 Kg/m^3

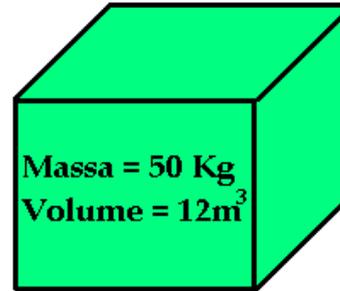


$$M = 10 \text{ m} \cdot 0.001 \text{ m} \cdot 0.001 \text{ m} \cdot (1000 \text{ kg/m}^3) = 0.01 \text{ Kg}$$

$$P = 0.01 \text{ Kg/mm}^2 = 10000 \text{ Kg/m}^2$$

Quindi 1 mm di H_2O corrisponde ad una pressione di 1 Kgf/m^2 ,
cioè $9,81 \text{ Pa}$

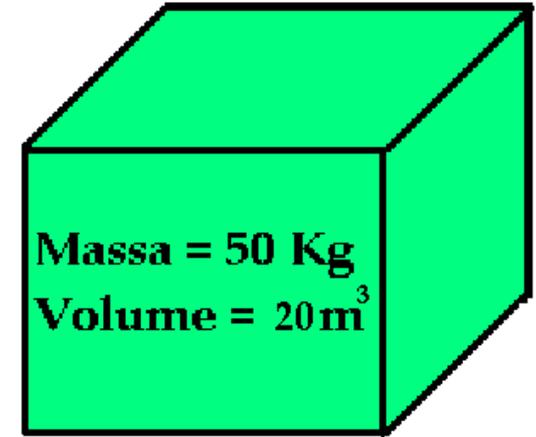
- **Densità** : le dimensioni sono Massa/Volume (Kg/m^3). A livello del mare il valore assunto è di $1.2 \text{ Kg}/\text{m}^3$ e diminuisce con un andamento simile a quello della pressione.



$$M = 50 \text{ Kg}$$

$$V = 12 \text{ m}^3$$

$$\text{Densità} = \frac{M}{V} = 4.17 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$



$$M = 50 \text{ Kg}$$

$$V = 20 \text{ m}^3$$

$$\text{Densità} = \frac{M}{V} = 2.5 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

ATMOSFERA

ATMOSFERA STANDARD (ISA, International Standard Atmosphere)

- Modello introdotto nel 1920 per la necessità di avere un modello di calcolo per le grandezze notevoli (Temperatura, pressione, densità, viscosità e vel. Suono) al variare della quota.
- Modello Internazionale riconosciuto nel 1952 (ICAO) (International Civil Aviation Organization) accettato dalla NACA nel 1952. Il modello copriva fino a 20 Km.
- Nel 1962 il modello fu esteso nella versione finale al di sopra dei 20 Km

ATMOSFERA

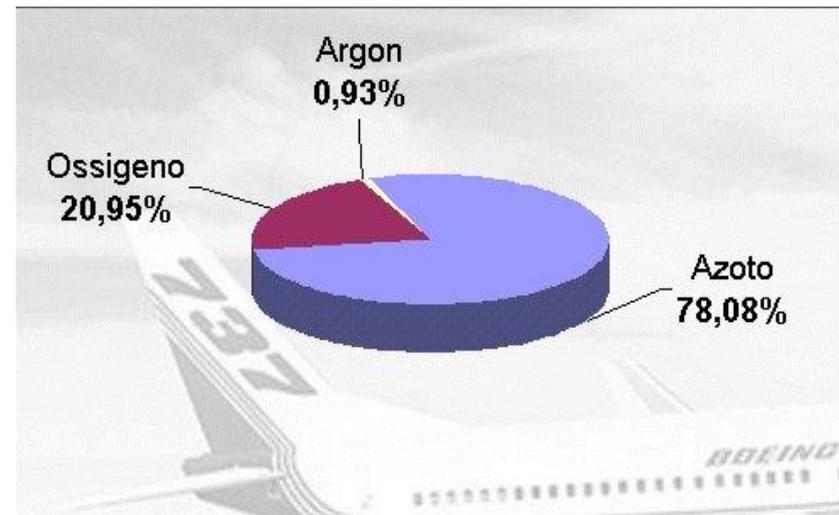
[U.S. Standard atmosphere, 1962]

Constituent gas and formula	Content, percent by volume
Nitrogen (N_2)	78.084
Oxygen (O_2)	20.948
Argon (Ar)	.934
Carbon dioxide (CO_2)	.031
Neon (Ne), helium (He), krypton (Kr), hydrogen (H_2), xenon (Xe), methane (CH_4), nitrogen oxide (N_2O), ozone (O_3), sulfur dioxide (SO_2), nitrogen dioxide (NO_2), ammonia (NH_3), carbon monoxide (CO), and iodine (I_2)	Traces of each gas for a total of 0.003

DRY ATMOSPHERE

Atmosfera reale (umida):

+ Acqua (variabile)

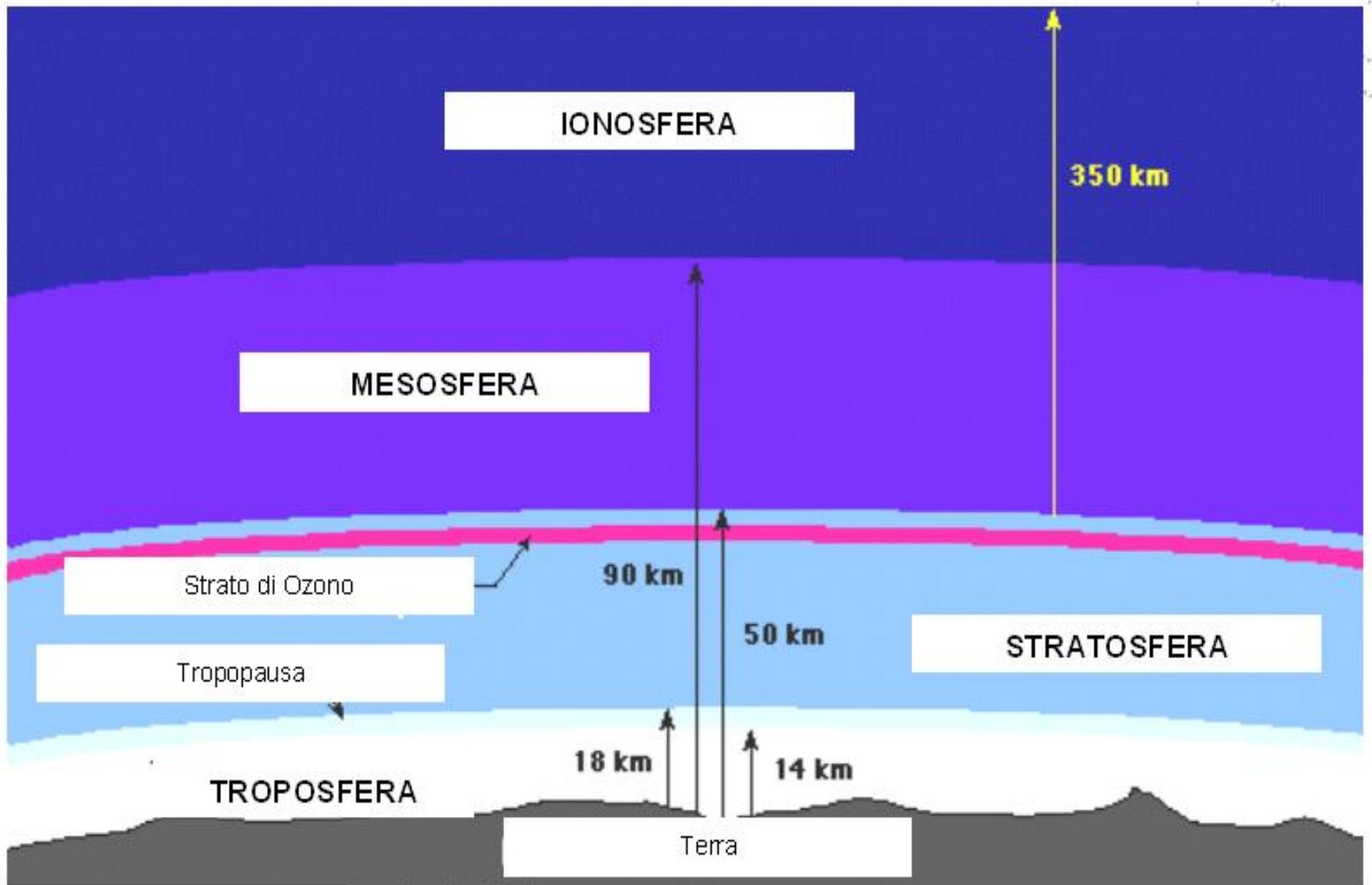


ATMOSFERA

ATMOSFERA STANDARD (ISA, International Standard Atmosphere)

- Modello introdotto nel 1920 per la necessità di avere un modello di calcolo per le grandezze notevoli (Temperatura, pressione, densità, viscosità e vel. Suono) al variare della quota.
- Modello Internazionale riconosciuto nel 1952 (ICAO) (International Civil Aviation Organization) accettato dalla NACA nel 1952. Il modello copriva fino a 20 Km.
- Nel 1962 il modello fu esteso nella versione finale al di sopra dei 20 Km

ATMOSFERA



ATMOSFERA

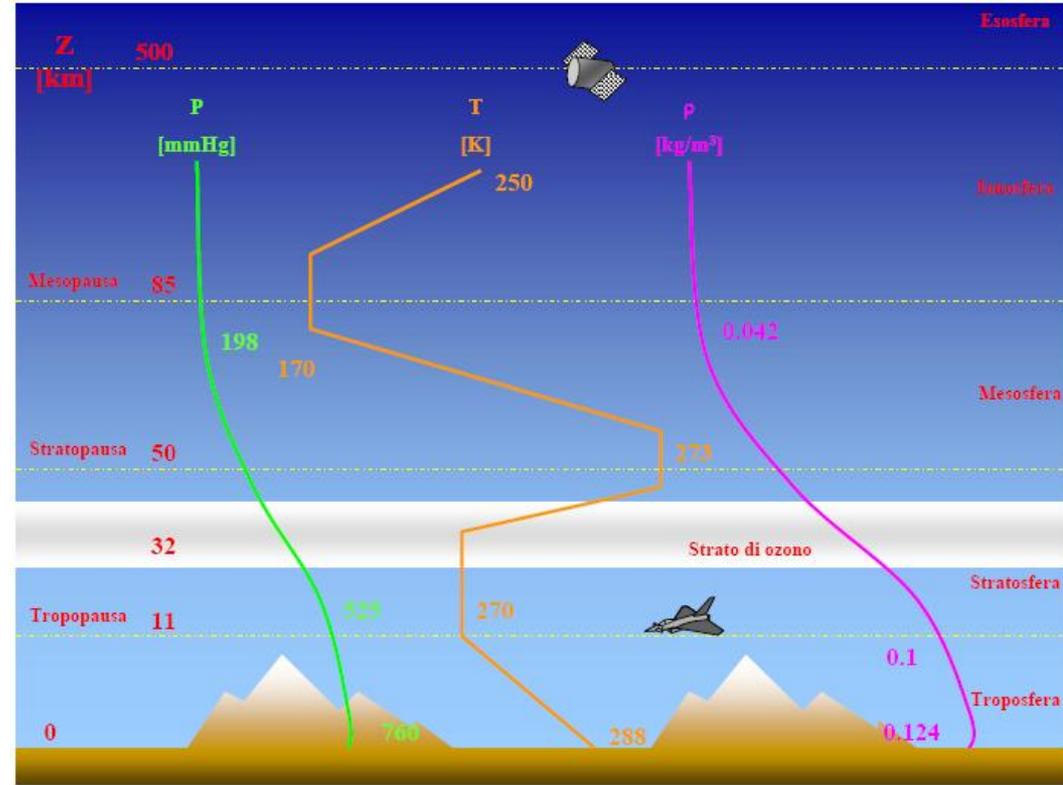
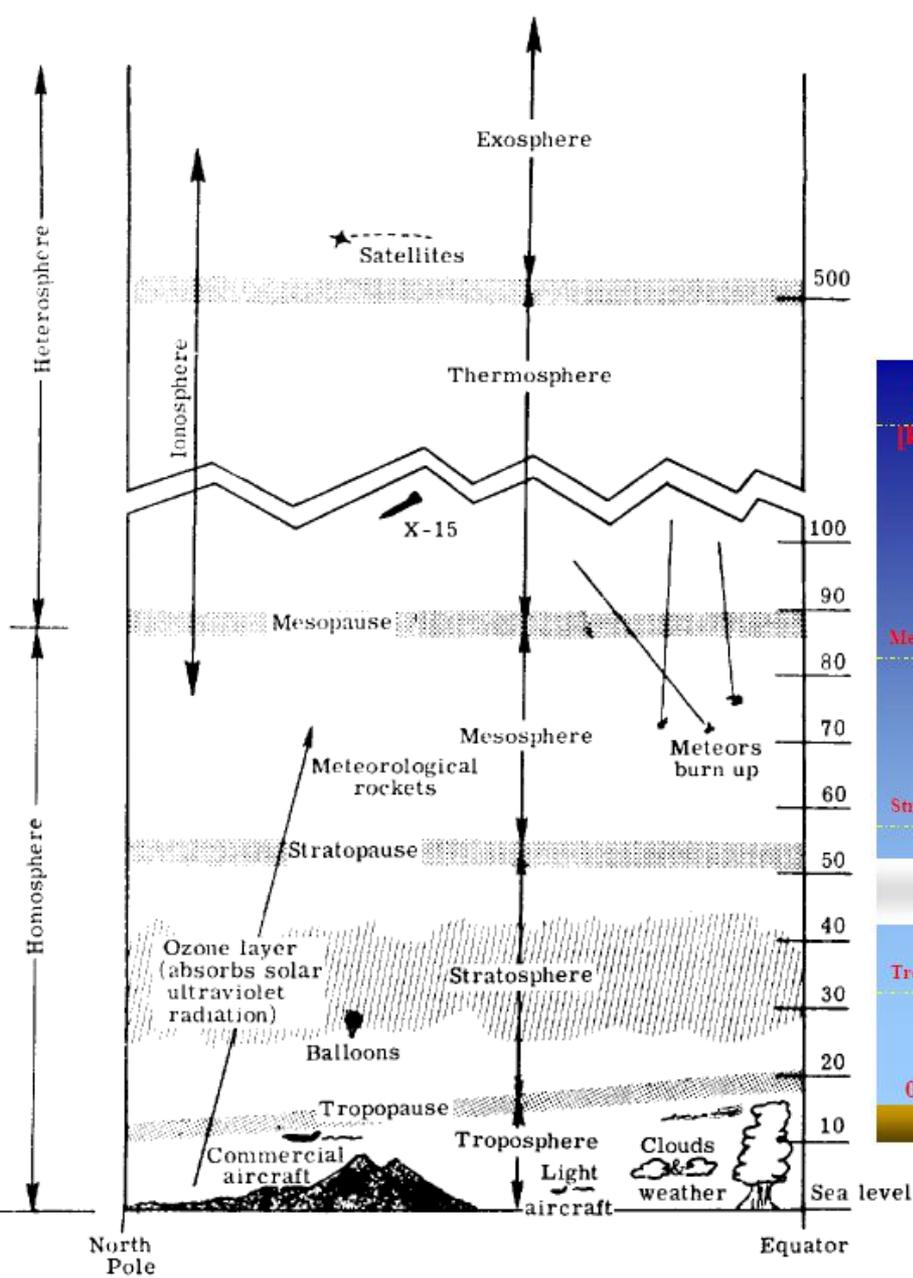


Figure 6.- Atmospheric structure.

ATMOSFERA

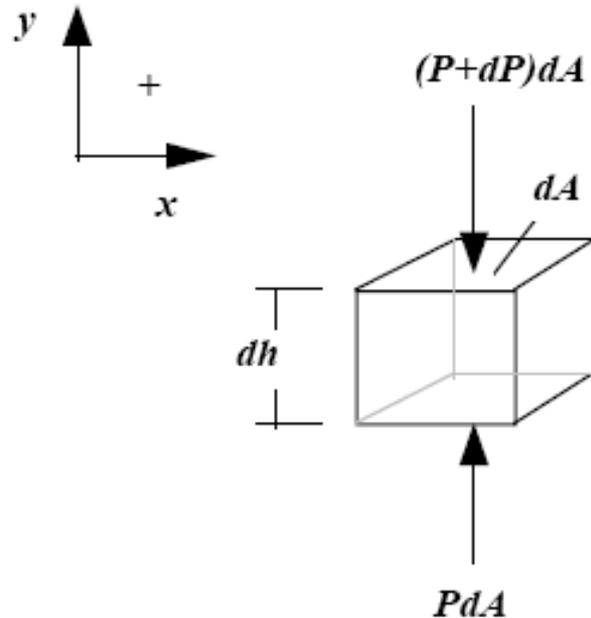
Si assume:

- Aria Gas Perfetto $p = \rho RT$

$$R = 287 \text{ J/Kg } ^\circ\text{K}$$

- Vale la legge di Stevino (equilibrio del cubetto)

$$dp = -\rho g dh$$



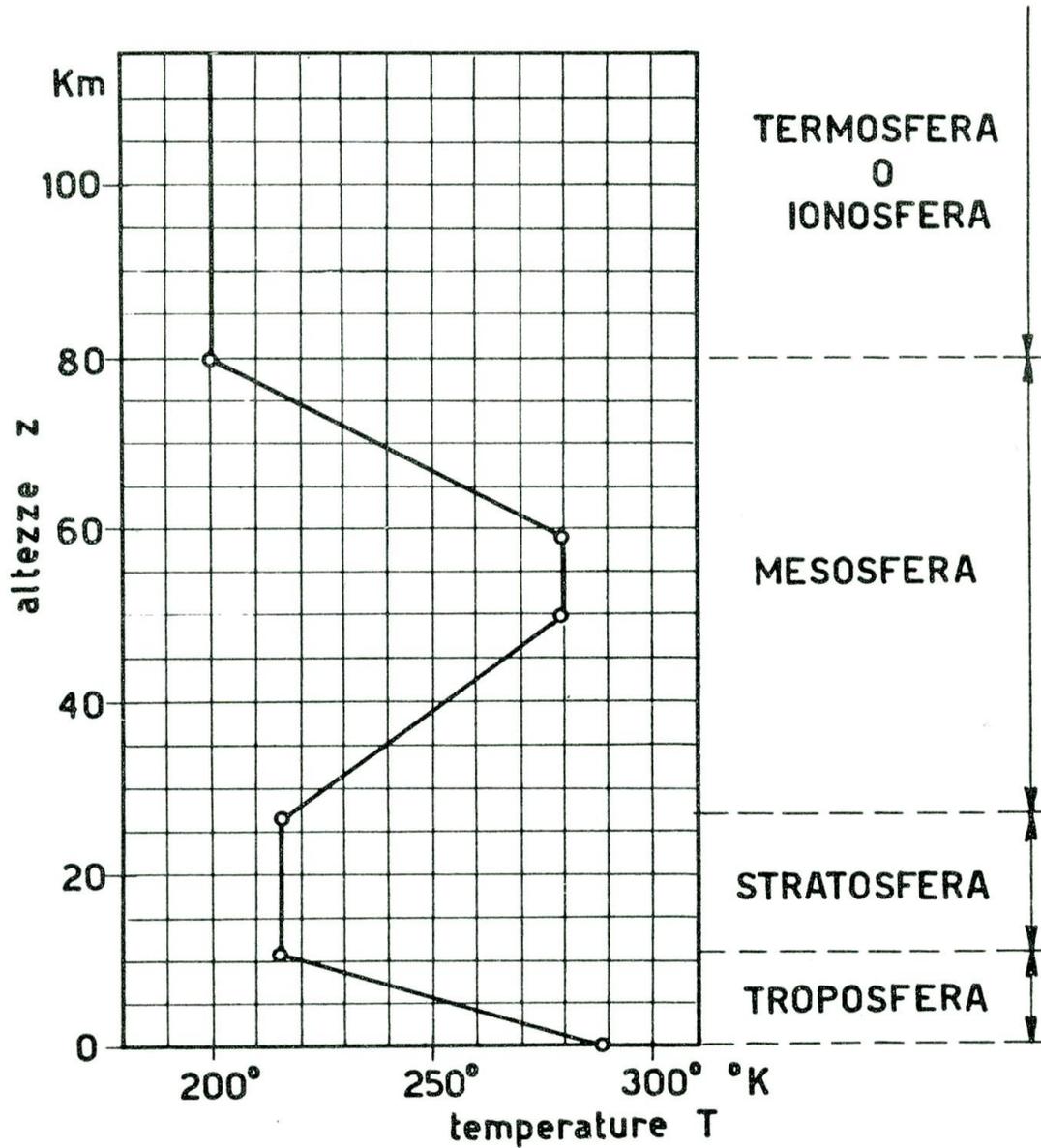
$$\sum F_y = ma_y = 0$$

$$PdA - (P + dP)dA - \rho g(dh)(dA) = 0$$

$$dP = -\rho g dh$$

- Modello per la legge $T = T(h)$ o $T(z)$

ATMOSFERA



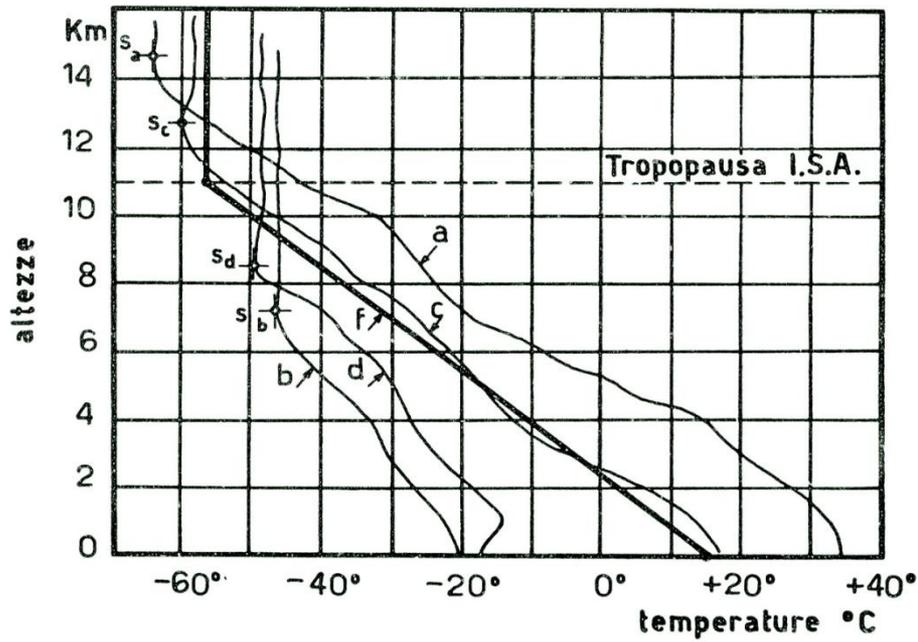
Modello per la legge $T=T(z)$

Nella Troposfera

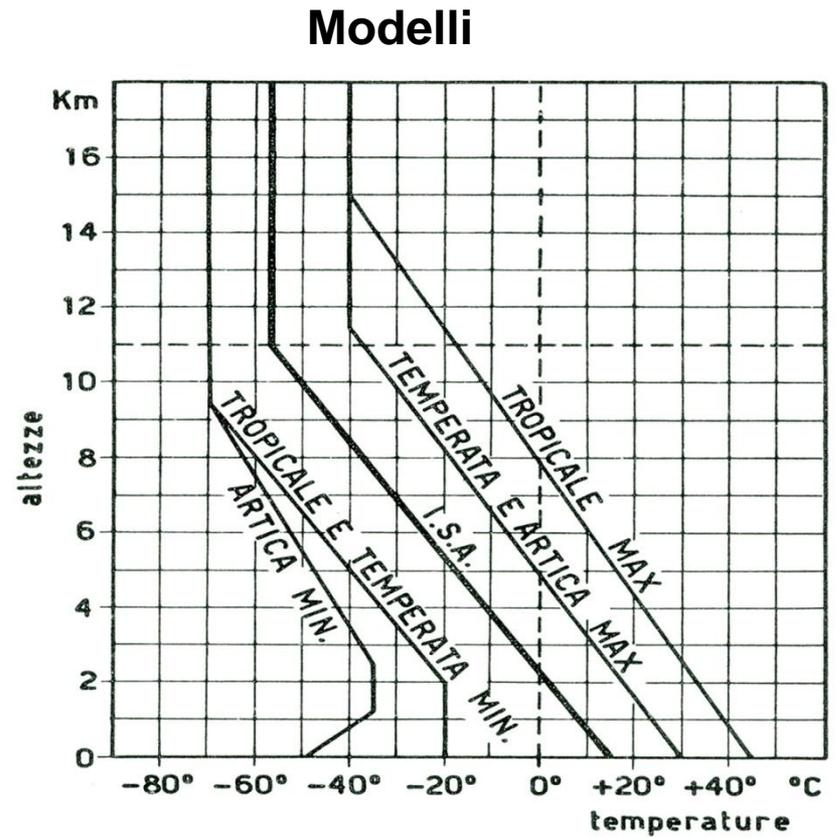
$$\Rightarrow 6.5 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{Km}$$

$$T_0 = 288 \text{ } ^\circ\text{K} \text{ (} 15 \text{ } ^\circ\text{C)}$$

ATMOSFERA



Profili di T reali osservati da palloni



ATMOSFERA

Grandezze standard al livello del mare (SEA LEVEL)

$$P_o = 101325 \text{ Pa}$$

$$T_o = 15 \text{ }^\circ\text{C} = 288.15 \text{ K}^\circ$$

$$\rho_o = 1.225 \text{ Kg/m}^3$$

$$a_o = 340.294 \text{ m/s}$$

$$g_o = 9.807 \text{ m/s}^2$$

ATMOSFERA

$$P = \rho R T$$

$$dp = -\rho g dh$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -g_0 \frac{dh}{RT}$$

$$\text{Con } T(h) = T_0 - k h \quad \Rightarrow \quad dT = -k dh \quad dh = -\frac{dT}{k}$$

Quindi se $k \neq 0$

$$\frac{dp}{p} = g_0 \frac{dT}{k R T}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = \frac{g_0}{k R} \ln \frac{T}{T_0}$$

ATMOSFERA

$$\ln \frac{p}{p_o} = \frac{g_o}{kR} \ln \frac{T(h)}{T_o}$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = \frac{g_o}{kR} \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Nella troposfera : $T(h)=288.15 -0.0065 h$
(cioè 6.5 °C per ogni Km);
 $k=0.0065$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g_o}{kR}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{5,256}$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{5,256}$$

Con 0 condizioni al livello
del mare (S/L)

ATMOSFERA

$$\frac{p(h)}{p_o} = \left(\frac{T(h)}{T_o} \right)^{5,256}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{T_1}{T_2} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{g_0 - kR}{kR}} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{4,256}$$

$$\frac{\rho(h)}{\rho_o} = \left(\frac{T(h)}{T_o} \right)^{4,256} \quad \frac{\rho(h)}{\rho_o} = \sigma = \left(\frac{T(h)}{T_o} \right)^{4,256}$$

$$\sigma(h) = \left(\frac{288.15 - 0.0065 \cdot h}{288.15} \right)^{4,256} \quad \sigma(h) = \left(1 - 0.02226 \cdot 10^3 \cdot h \right)^{4,256}$$

ATMOSFERA

Velocità del suono funzione della temperatura.

La velocità del suono è la velocità alla quale nel mezzo si propaga un disturbo di pressione.

$$a = \sqrt{\gamma RT}$$

Con $\gamma = 1.4$

ATMOSFERA

Quantità adimensionali:

- Temperatura relativa $\theta = \frac{T}{T_0}$ adim, con T e T_0 in $[K^\circ]$

- Pressione relativa $\delta = \frac{P}{P_0}$ adim, con P e P_0 in $[Pa]$

- Densità relativa $\sigma = \frac{\rho}{\rho_0}$ adim, con ρ e ρ_0 in $[Kg / m^3]$

E' evidente che:

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad \Rightarrow \quad \delta = \sigma \cdot \theta$$

Quindi, per la legge del gas perfetto, conosciuti 2 dei rapporti si puo' ricavare il terzo

ATMOSFERA

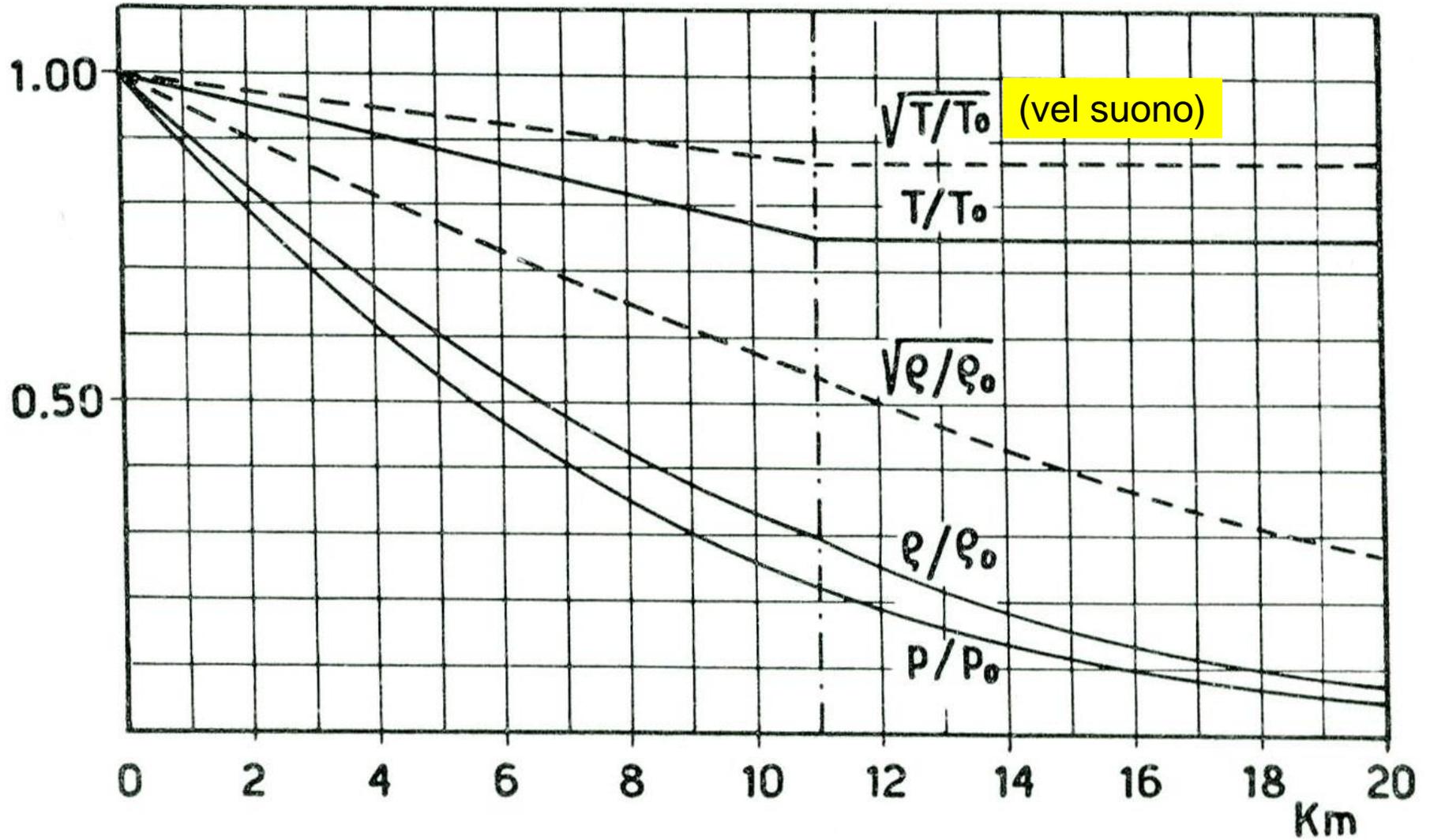


TABLE A2 U.S. STANDARD ATMOSPHERIC IN METRIC UNITS

Alt.	Temp.	Temp. Ratio	Press.	Press. Ratio	Density	Density Ratio	Coeff. of Viscosity	Speed of Sound
h (m) Geopotential	T (°K)	θ	p (N/m ²)	δ	ρ (Kg/m ³)	σ	μ (N - sec/m ²) ($\times 10^{-5}$)	V_a (m/sec)
0	288.2	1.0000	101,325	1.0000	1.2250	1.0000	1.789	340.3
500	284.9	0.9888	95,460	0.9421	1.1673	0.9529	1.774	338.4
1,000	281.7	0.9775	89,874	0.8870	1.1116	0.9075	1.758	336.4
1,500	278.4	0.9662	84,555	0.8345	1.0581	0.8637	1.742	334.5
2,000	275.2	0.9549	79,495	0.7846	1.0065	0.8216	1.726	332.5
2,500	271.9	0.9436	74,682	0.7371	0.95686	0.7811	1.710	330.6
3,000	268.7	0.9324	70,108	0.6919	0.90912	0.7421	1.694	328.6
3,500	265.4	0.9211	65,764	0.6490	0.86323	0.7047	1.678	326.6
4,000	262.2	0.9098	61,640	0.6083	0.81913	0.6687	1.661	324.6
4,500	258.9	0.8985	57,728	0.5697	0.77677	0.6341	1.645	322.6
5,000	255.7	0.8872	54,019	0.5331	0.73612	0.6009	1.628	320.5
5,500	252.4	0.8760	50,506	0.4985	0.69711	0.5691	1.612	318.5
6,000	249.2	0.8647	47,181	0.4656	0.65970	0.5385	1.595	316.4
6,500	245.9	0.8534	44,034	0.4346	0.62384	0.5093	1.578	314.4
7,000	242.7	0.8421	41,060	0.4052	0.58950	0.4812	1.561	312.4
7,500	239.4	0.8309	38,251	0.3775	0.55662	0.4544	1.544	310.2
8,000	236.2	0.8196	35,599	0.3513	0.52517	0.4287	1.527	308.1
8,500	232.9	0.8083	33,099	0.3267	0.49509	0.4042	1.510	305.9
9,000	229.7	0.7970	30,742	0.3034	0.46635	0.3807	1.492	303.8
9,500	226.4	0.7857	28,523	0.2815	0.43890	0.3583	1.475	301.6
10,000	223.2	0.7745	26,436	0.2609	0.41271	0.3369	1.457	299.5
10,500	219.9	0.7632	24,474	0.2415	0.38773	0.3165	1.439	297.3
11,000	216.7	0.7519	22,632	0.2234	0.36392	0.2971	1.422	295.1
11,500	216.7	0.7519	20,916	0.2064	0.33633	0.2746	1.422	295.1
12,000	216.7	0.7519	19,330	0.1908	0.31083	0.2537	1.422	295.1

ATMOSFERA

$$\theta = (T/T_0) \quad \text{ricavabile dalla legge}$$

$$T(z) = T_0 - T_z z$$

$$\delta = (p/p_0) = \theta^{5.256}$$

$$\text{con } T_z = 0.0065 \text{ } ^\circ\text{C/m}$$

$$\sigma = (\rho/\rho_0) = \theta^{4.256}$$

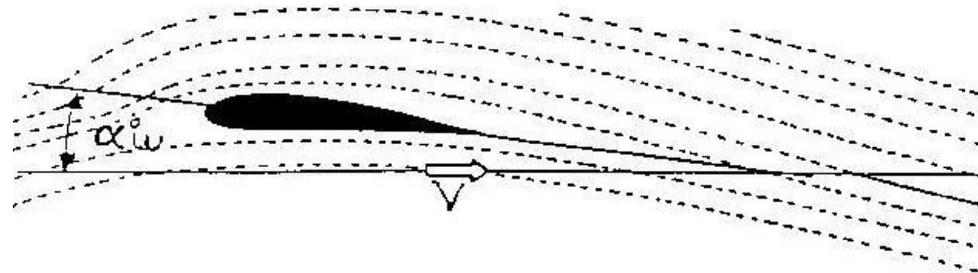
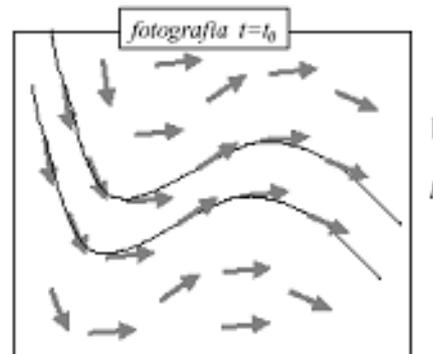
Quando si considera la quota corrispondente a certi valori di pressione secondo la tabella dell'atmosfera standard si parla di quota-pressione (pressure altitude), quando invece si parla di quota corrispondente a certi valori di T si parla di quota-temperatura (temperature-altitude) e per la densità si parla di quota-densità (density-altitude).

Ad esempio, secondo la tabella ISA, la quota pressione corrispondente ad una $p = 54019 \text{ N/m}^2$ è pari a 5000 m.

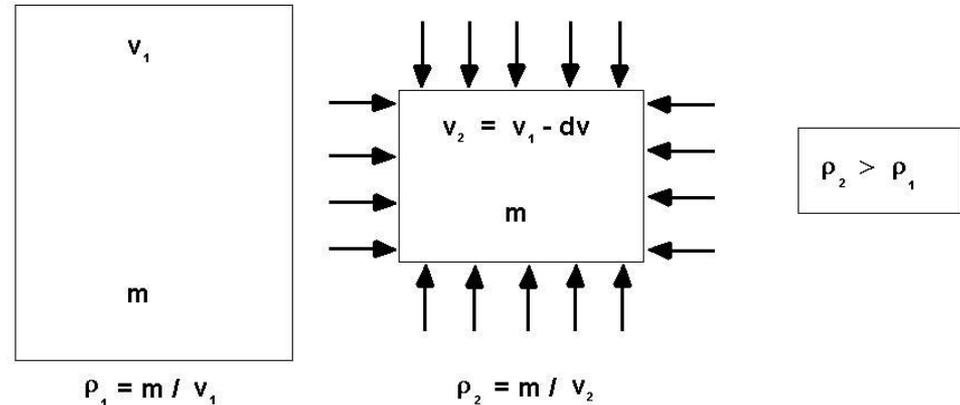
Analogamente, la quota-densità corrispondente ad un rapporto di densità $\sigma = 0.51$ è 6500 m.

- Allo scopo di comprendere meglio i concetti che verranno analizzati in seguito è utile dare alcune definizioni.
 - **Fluido** : liquido o gas le cui proprietà sono quelle fluire sotto l'azione di forze anche piccole.

- **Linea di corrente** : è detta *linea di corrente* una curva le cui tangenti in ogni punto coincidono col vettore velocità

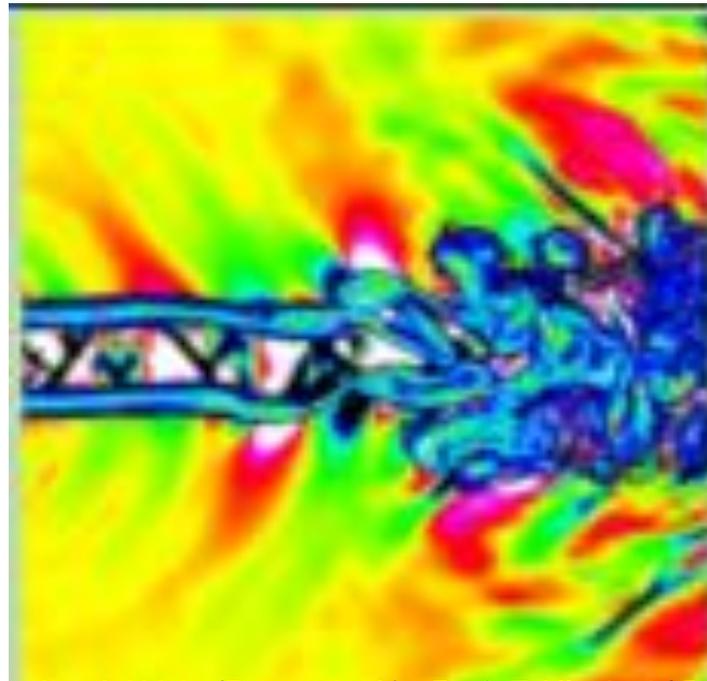


- **Flusso Comprimibile:** viene definito flusso comprimibile un flusso in cui la densità può cambiare da punto a punto.



- **Flusso incomprimibile:** viene definito flusso incomprimibile un flusso in cui la densità del fluido è sempre costante. In realtà in natura questa condizione non è mai verificata però per i flussi in cui la variazione di densità può essere considerata trascurabile è conveniente fare l'assunzione $\rho = \text{costante}$

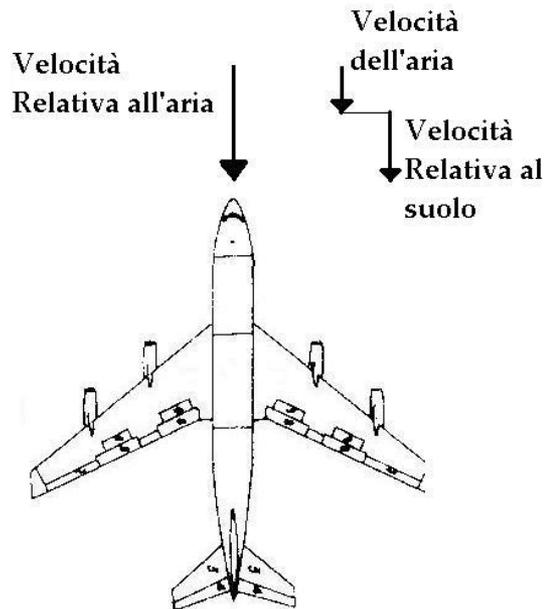
- ***Flusso Turbolento*** : moto caotico di un fluido con vortici e fluttuazioni impercettibili . Non sono presenti linee di corrente.



- **Flusso Laminare** : moto in cui le linee di corrente mantengono una separazione parallela e uniforme.



- **Velocità relativa all'aria** : questa velocità può non essere la stessa della velocità relativa al suolo. P.e. se il velivolo vola con una velocità relativa all'aria di 350 Km/h ed è presente un vento di prua di 60 Km/h la sua velocità al suolo sarà di 290 Km/h.



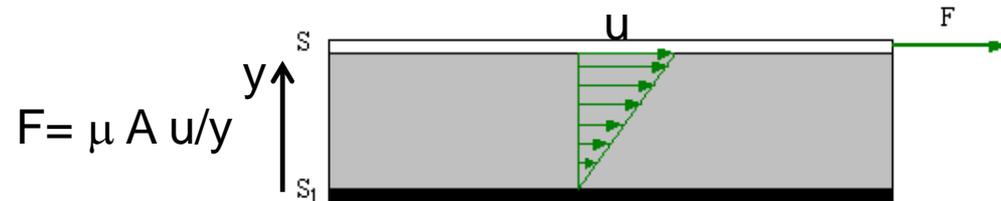
Alcune Definizioni

- **Viscosità**: lo studio completo della dinamica dei fluidi non può prescindere dal considerare le forze interne tra le molecole, espresse da un parametro denominato *viscosità*. E' una grandezza fisica che esprime l'attrito interno di un fluido; dipende dalla tendenza degli strati adiacenti di un liquido (o di un gas) in movimento a opporsi allo scorrimento relativo.
- La viscosità di un fluido è espressa dai coefficienti di:
 - **Viscosità Dinamica** μ [Pa*s] oppure [kg/(m*s)]
1 Pa*s=10 pois=1000 CPois
 - **Viscosità cinematica** $\nu = \mu / \rho$ [m²/s]
1 m²/s=106cSt
- Un fluido per il quale sia $\mu = 0$ viene indicato come **fluido ideale**.

ARIA a quota zero

$$\nu = 1.46E-5 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\mu = .0178 \text{ Cpois}$$



Alcune Definizioni

- **Numero di Reynolds:**

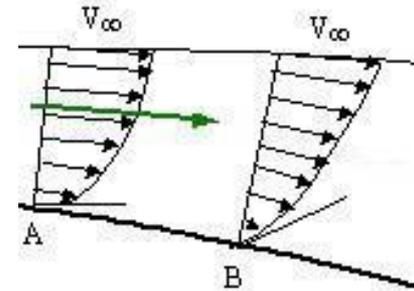
$$\text{Re} = \frac{\rho \cdot V \cdot l}{\mu} = \frac{V \cdot l}{\nu}$$

- Gli effetti della viscosità di un fluido si misurano tramite il numero di Reynolds, più alto è il numero di Reynolds più gli effetti viscosi sono trascurabili.
- La grandezza l deve essere una lunghezza caratteristica del fenomeno. Per esempio nel caso del flusso intorno ad un cilindro si può considerare il diametro del cilindro.
- Tale numero è adimensionale. Dire che Re è un **numero adimensionale** vuol dire che esso è un numero senza dimensioni infatti:

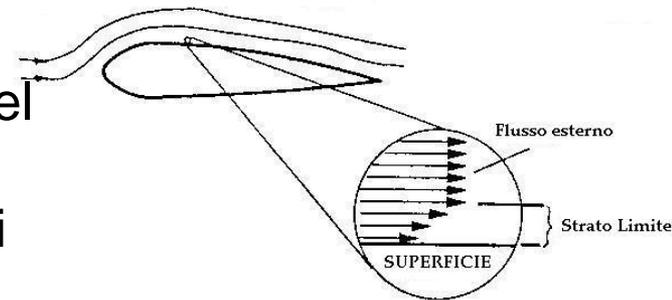
$$\text{Re} = \frac{V \cdot l}{\nu} \left[\frac{\cancel{\text{m/s}} \cdot \cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{m}^2/\text{s}}} \right]$$

Strato Limite

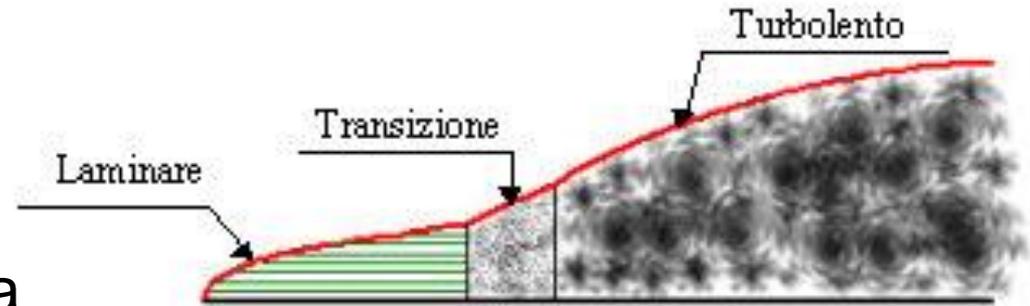
- Per un fluido reale si impone la condizione di aderenza: ossia che le particelle di fluido a contatto con la parete solida del corpo hanno una velocità nulla.
- Lungo la direzione ortogonale alla parete il fluido passerà da una velocità nulla ad una velocità pari a quella che avrebbe nel caso di fluido ideale.



- Attorno al corpo si forma uno strato di fluido, detto **strato limite**, nel quale la componente della velocità parallela alla parete passerà dal valore di velocità nulla a quella che avrebbe nel caso di fluido ideale.
- Gli effetti della viscosità sono dunque confinati all'interno dello strato limite, per cui si intuisce che più alto è Re più piccolo è lo strato limite



- Lo scorrimento di un fluido viscoso su un corpo, determina uno strato limite il cui andamento (es. su una lastra piana) è rappresentato in figura.



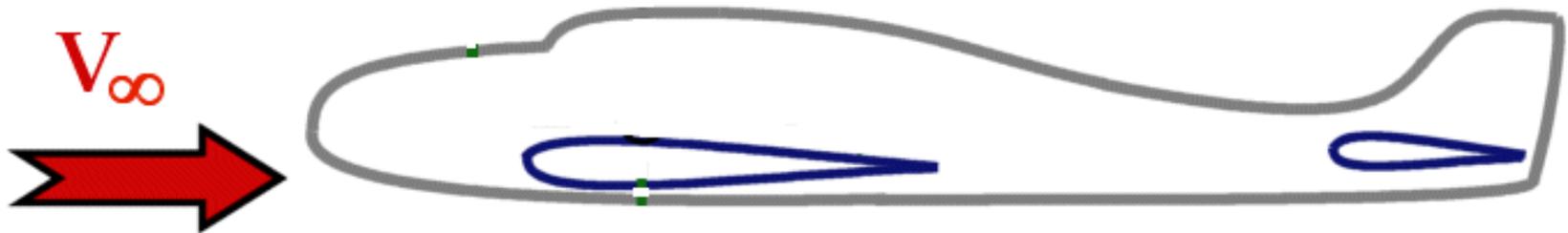
- Se il deflusso delle particelle fosse sempre ordinato, rappresentato da linee di corrente parallele tra loro, lo strato limite si definirebbe *laminare*, per distinguerlo dal *turbolento* caratterizzato da un andamento disordinato o vorticoso. L'esperienza però dimostra che lo strato limite laminare non si estende mai su tutto il corpo lambito dalla corrente, ma quando il numero di Reynolds locale supera un valore critico si passa allo strato limite turbolento.

Il Principio di Reciprocità

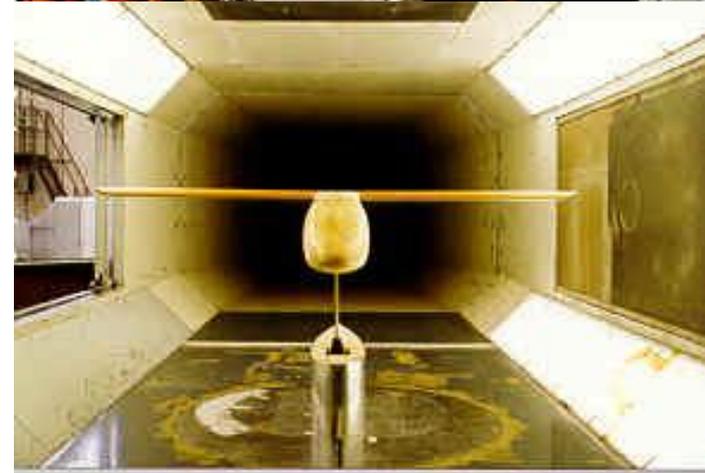
- Consideriamo un aereo in moto relativo rispetto all'aria in quiete. Le particelle fluide rimarranno in quiete fino a quando non risentiranno della presenza del corpo.
- Per un osservatore esterno al velivolo ogni movimento delle particelle fluide è dovuto al moto dell'aereo rispetto all'aria. Egli vedrà il velivolo muoversi con una velocità V e l'aria indisturbata in quiete.



- Se consideriamo un osservatore solidale col velivolo egli vedrà invece l'aereo in quiete e l'aria indisturbata muoversi ad una velocità uguale ed opposta a V ($-V$).
- La velocità della corrente indisturbata viene normalmente chiamata **velocità asintotica** ed indicata con V_∞ .

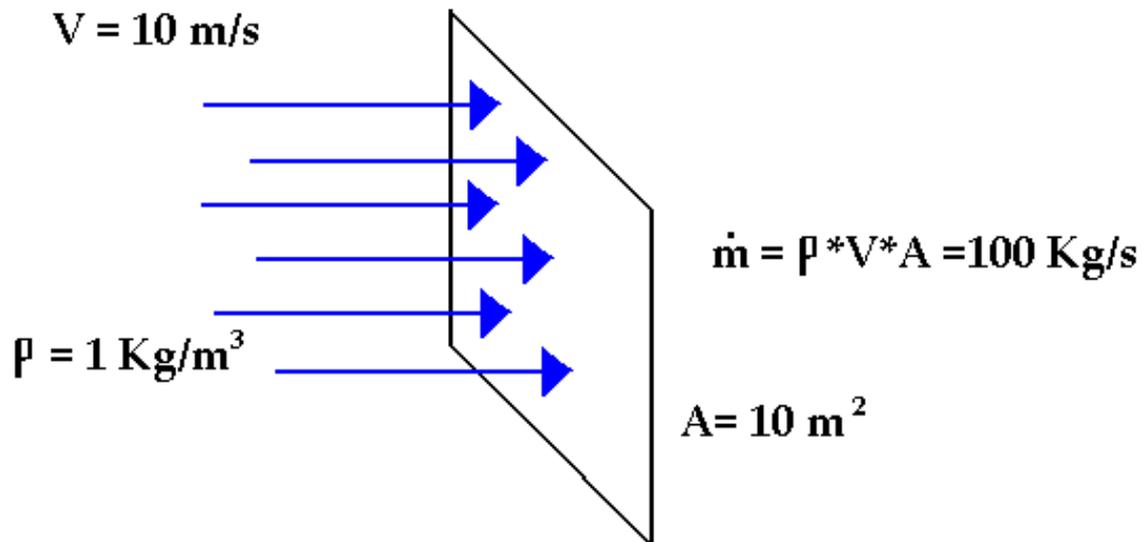


- Il moto relativo Aria-Corpo osservato solidalmente al corpo risulta più semplice da studiare.
- Nelle prove sperimentali il principio ora illustrato permette una più comoda esecuzione degli esperimenti nelle *gallerie aerodinamiche*, potendosi, tra l'altro, disporre di strumenti di misura fissi collegati con modelli in quiete.

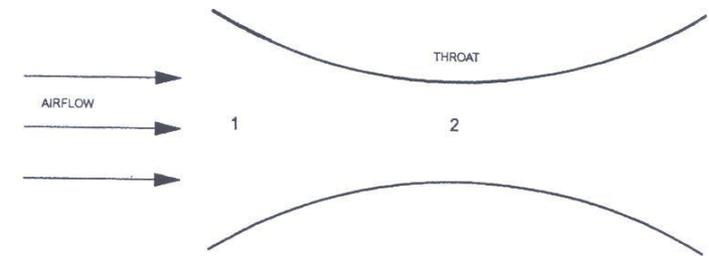


- **Portata**: la portata viene definita come la massa di fluido che attraversa una superficie nell'unità di tempo (Kg/s). Per un fluido l'espressione della portata è

$$\dot{m} = \rho VA$$



- Conservazione della massa:** il principio di conservazione della massa impone che la portata del fluido rimanga costante durante il suo moto (stazionario). Questo vuol dire che se un fluido attraversa un condotto, considerando due sezioni 1 e 2 di quest'ultimo, si avrà $\rho_2 V_2 A_2 = \text{cost.}$ Nel caso di fluido incomprimibile, essendo la densità $\rho = \text{costante}$, ad una sezione più piccola corrisponderà una velocità più grande.



$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 = \text{cost.}$$

$$V_2 > V_1$$

MISURA VELOCITA'

EQUAZIONE CONTINUITA'

$$\rho V A = \text{cost}$$

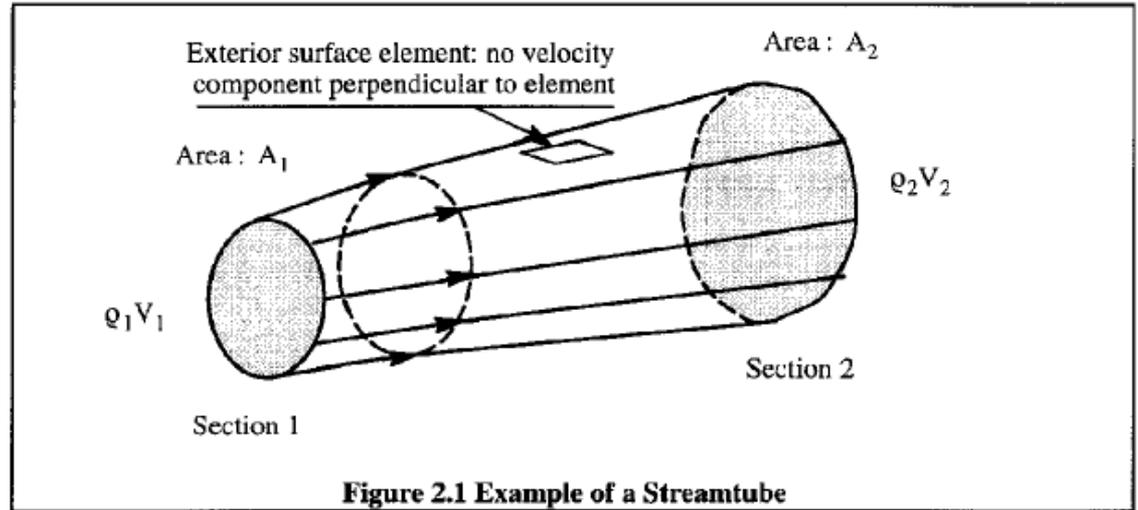
$$\dot{m} = \rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

For constant mass flow, evidently:

$$\dot{m} = \rho A V = \text{constant}$$

In caso incomprimibile

$$A V = \text{constant}$$



$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 = \text{cost.}$$

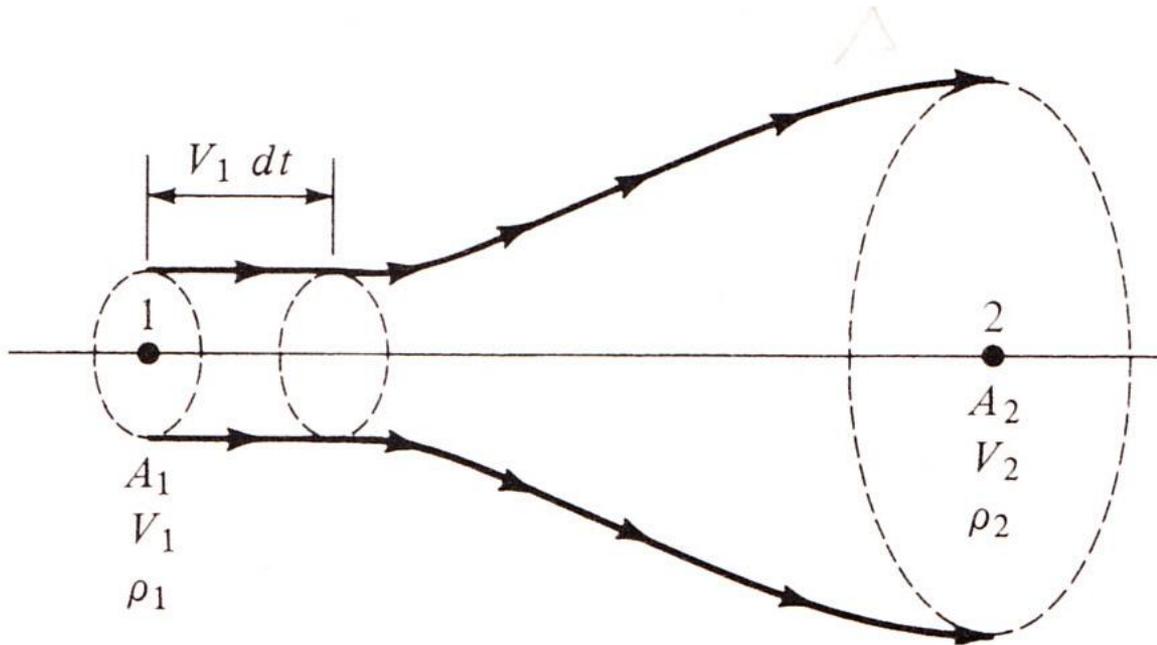


Figure 4.2 Stream tube with mass conservation.

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2 = \text{cost.}$$

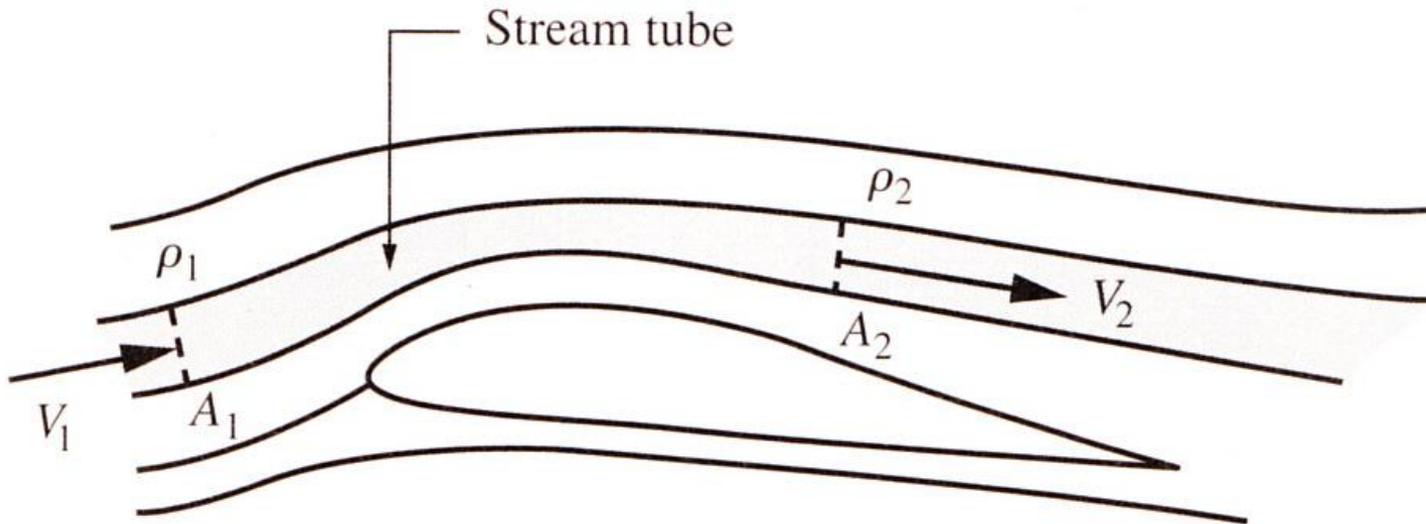


Figure 4.3 A stream tube.

- **Energia** : l'energia viene definita come la capacità di un corpo di compiere lavoro. **La sua unità di misura è il Joule [J]**, $1J = 1N \times 1m$. Le varie forme di energia sono:

– Energia Potenziale = $mg h$

– Energia Cinetica = $\frac{1}{2} mv^2$

– Energia di Pressione = PV

• m massa [kg]

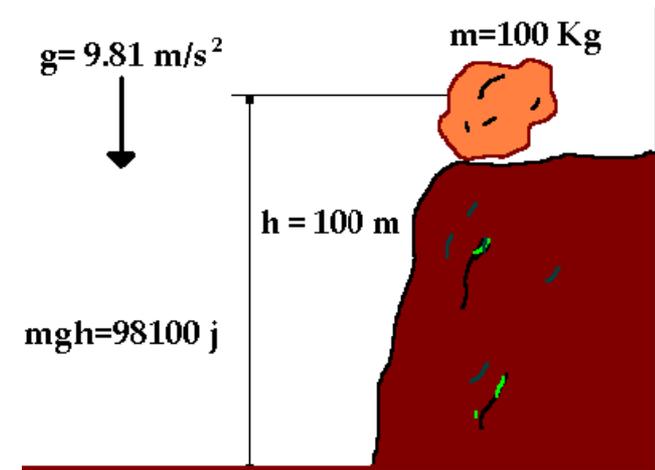
• g gravità [9.81 m/s^2]

• h altezza [m]

• v velocità [m/s]

• P pressione [N/m^2]

• V volume [m^3]



- Nel caso dei fluidi è comodo riferirsi non all'energia ma all'energia specifica:

$$\text{Energia specifica} = \text{Energia} / \text{Volume}$$

le dimensioni dell' energia specifica sono quelle di una pressione

- Energia specifica Potenziale $= \rho g h$
- Energia specifica Cinetica $= \frac{1}{2} \rho V^2$
- Energia di Pressione $= P$
 - ρ densità $[kg/m^3]$
 - g gravità $[9.81 m/s^2]$
 - h altezza $[m]$
 - V velocità $[m/s]$
 - P pressione $[N/m^2]$

- **Energia Potenziale** : è l'energia posseduta da una massa posta ad una certa quota rispetto ad un riferimento. Per i solidi vale l'espressione $E_P = mgh$, per i fluidi vale $E_P = \rho gh$
(*energia specifica o pressione*)
- **Energia Cinetica** : è l'energia posseduta da un corpo dovuta alla sua velocità. Per i solidi vale l'espressione $E_C = \frac{1}{2} m V^2$, per i fluidi vale $E_C = \frac{1}{2} \rho V^2$ (*energia specifica o pressione*)
- **Energia di Pressione** : è l'energia posseduta da un corpo sotto forma di pressione.

- Per il Principio di Conservazione dell'Energia, trascurando le perdite, la somma:

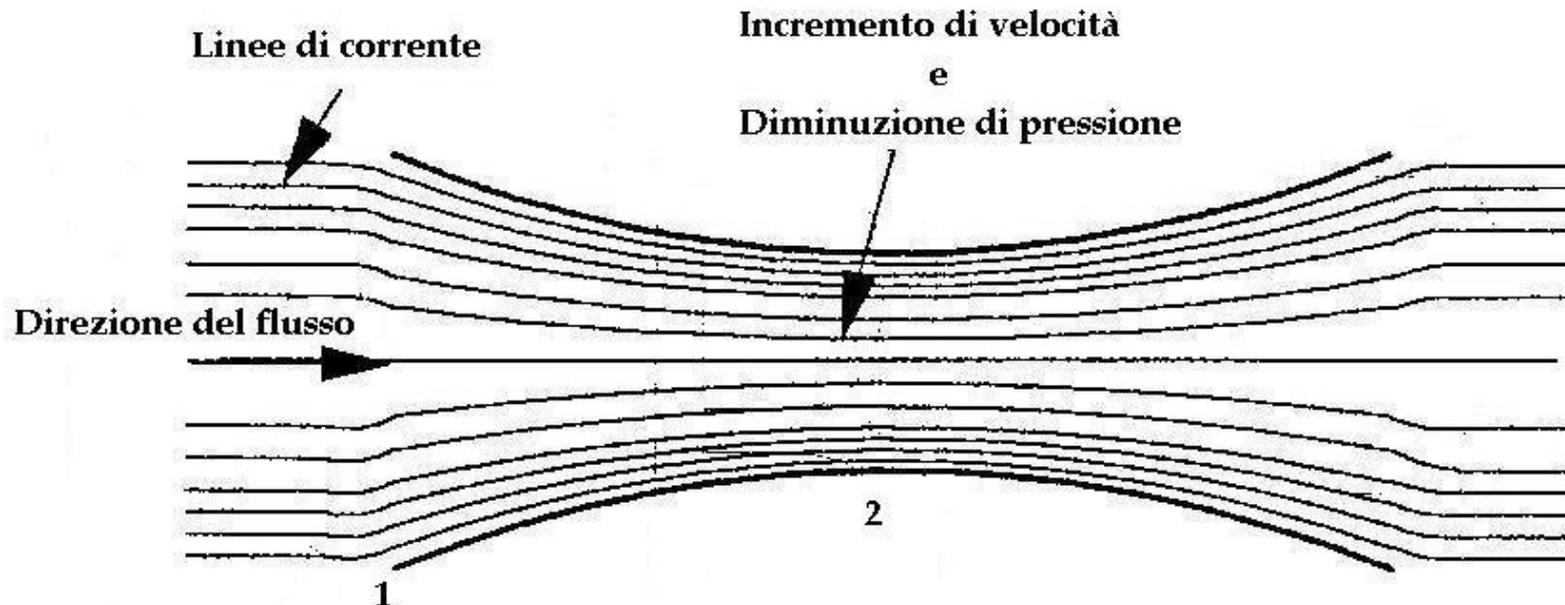
Energia Potenziale + Energia Cinetica + Energia di Pressione = Costante

- La formulazione di tale principio per i fluidi è dovuta al fisico svizzero Daniel Bernoulli e va sotto il nome di *Teorema di Bernoulli*

$$\rho gh + \frac{1}{2} \rho V^2 + P = \text{costante}$$

- Scrivendo il principio di conservazione della massa e dell'energia per un condotto convergente divergente per le sezioni 1 e 2 si avrà $V_2 > V_1$, $P_2 < P_1$.

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2$$
$$\rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + P_1 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho V_2^2 + P_2$$



Principio di Conservazione dell'Energia

- Scrivendo il principio di conservazione della massa e dell'energia per un condotto convergente divergente per le sezioni 1 e 2 si avrà $V_2 > V_1$, $P_2 < P_1$.

$$\rho V_1 A_1 = \rho V_2 A_2$$

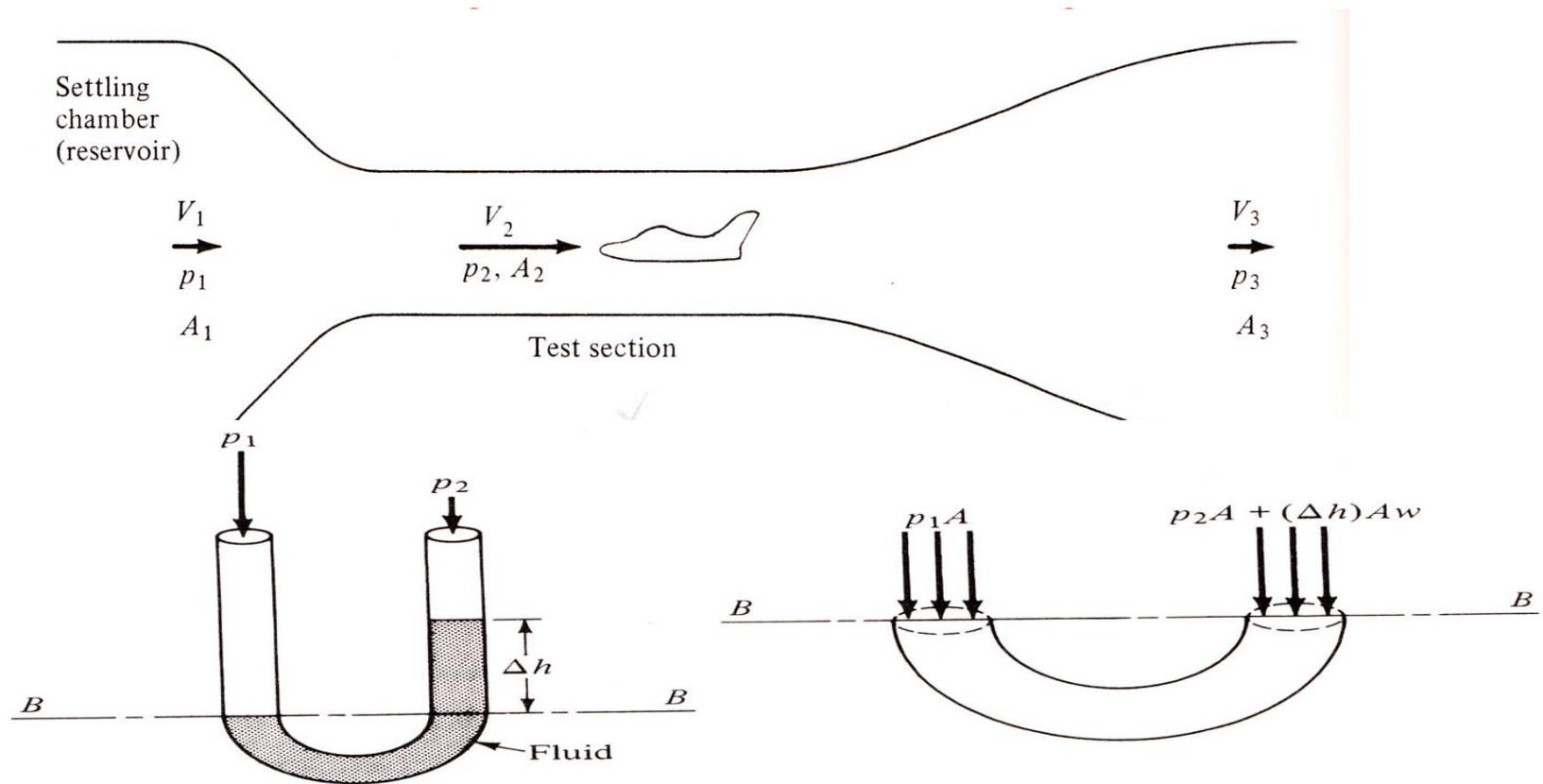


Figure 4.15 Force diagram for a manometer.

$$P_a + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_t = \text{Constant}$$

$$q = P_t - P_a = \frac{1}{2} \rho V^2$$

$$V = \sqrt{\frac{2(P_0 - P_a)}{\rho}}$$

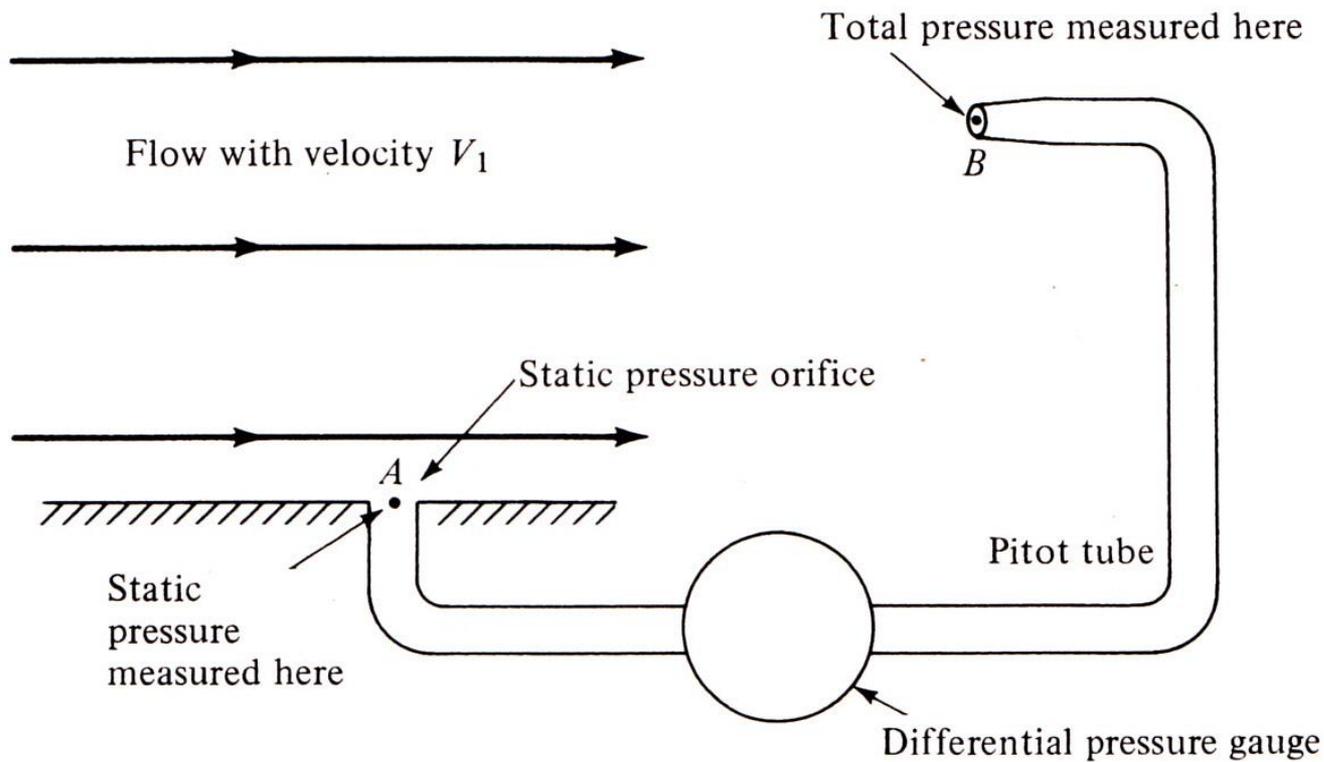
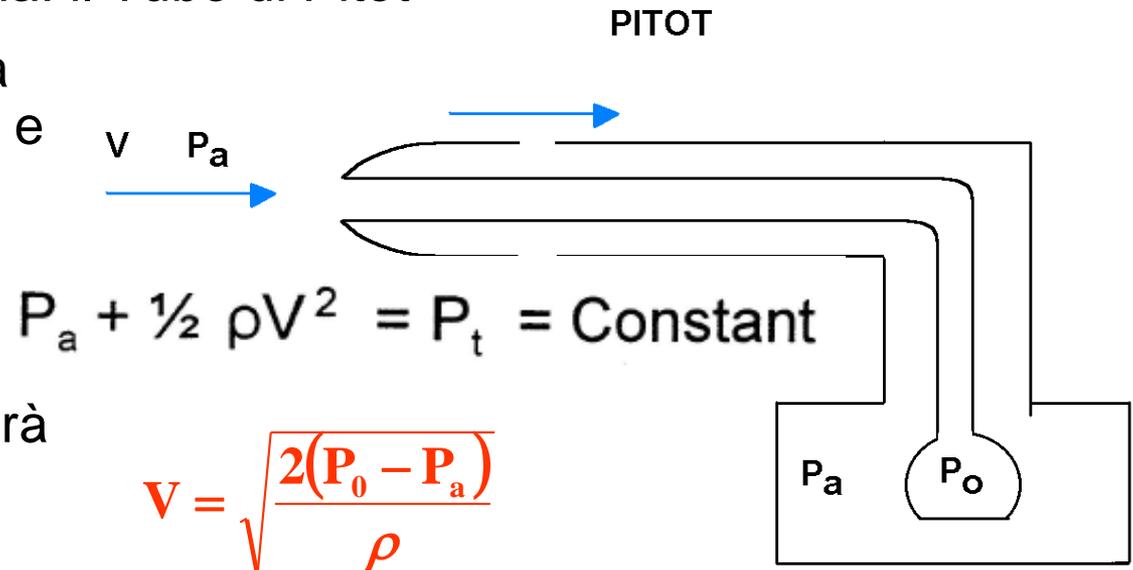


Figure 4.17 Schematic of a Pitot-static measurement.

- Considerando la relazione di Bernoulli per un fluido incomprimibile si vede che la pressione è massima quando $V = 0$.
- Tale valore di pressione è detto **Pressione di Ristagno P_0** .
- Sul Principio del teorema di Bernoulli si basa un tipico dispositivo, montato sui velivoli, utilizzato per conoscere la velocità relativa dell'aereo rispetto all'aria: il Tubo di Pitot

- Il Tubo di Pitot misura la pressione di ristagno P_0 e la **pressione statica P_a** ossia la pressione del flusso alla velocità di v
- La velocità di volo per il Teorema di Bernoulli sarà dunque pari a:



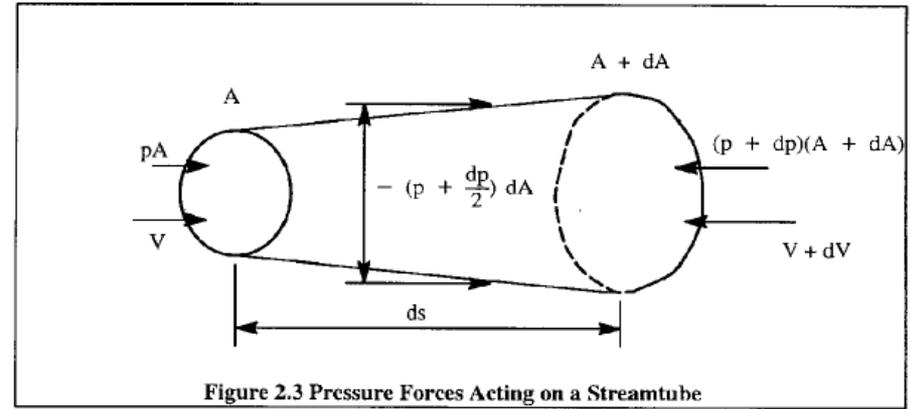
MISURA VELOCITA'

EQUAZIONE BERNOULLI

(conservazione energia)

$$P_a + \frac{1}{2} \rho V^2 = P_t = \text{Constant}$$

$$q = P_t - P_a = \frac{1}{2} \rho V^2$$



$$V_t = \sqrt{\frac{2q}{\rho}}$$

Velocità vera rispetto all'aria

ponendo $q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$

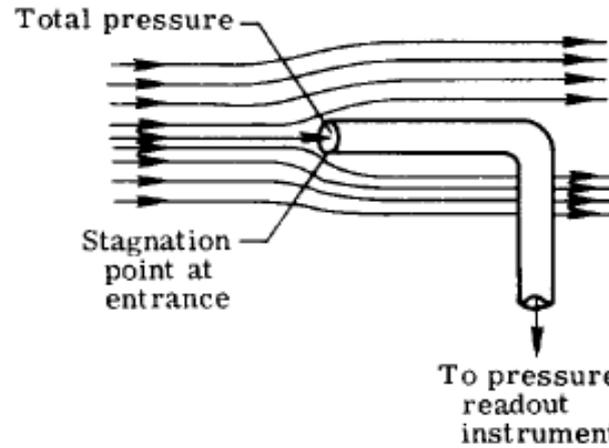
$$V_t = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} V_e$$

Velocità equivalente

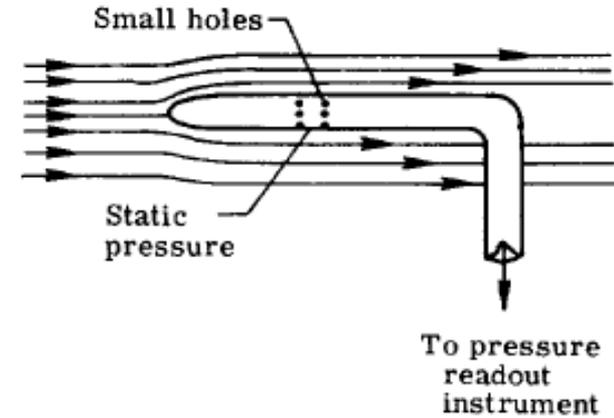
MISURA VELOCITA'

$$q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$$

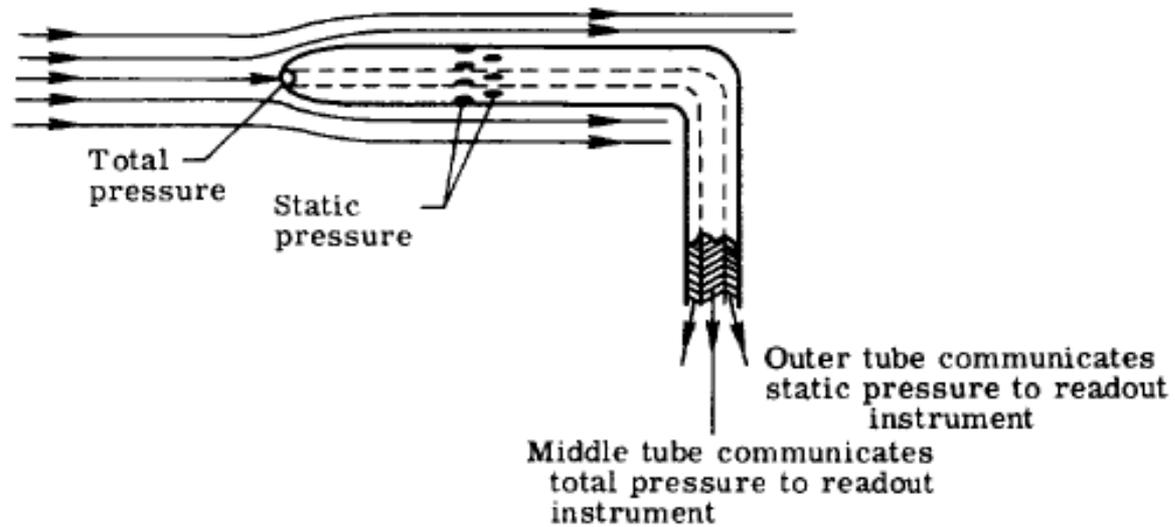
$$V_e = (2 * q / \rho_0)^{1/2}$$



(a) Pitot tube.

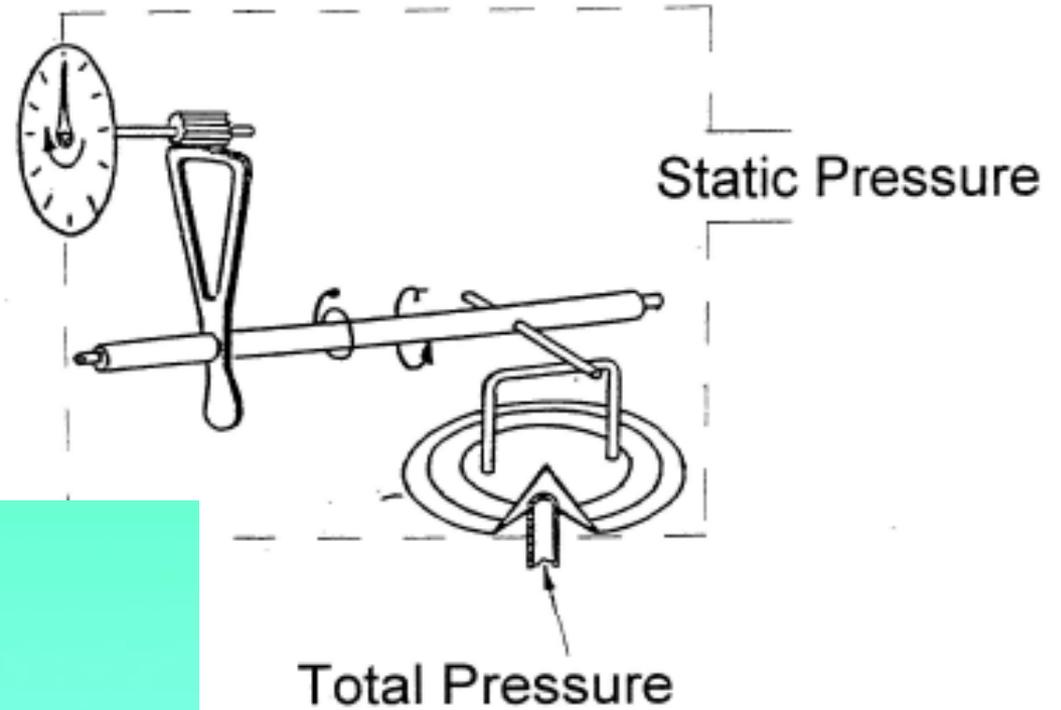


(b) Static tube.

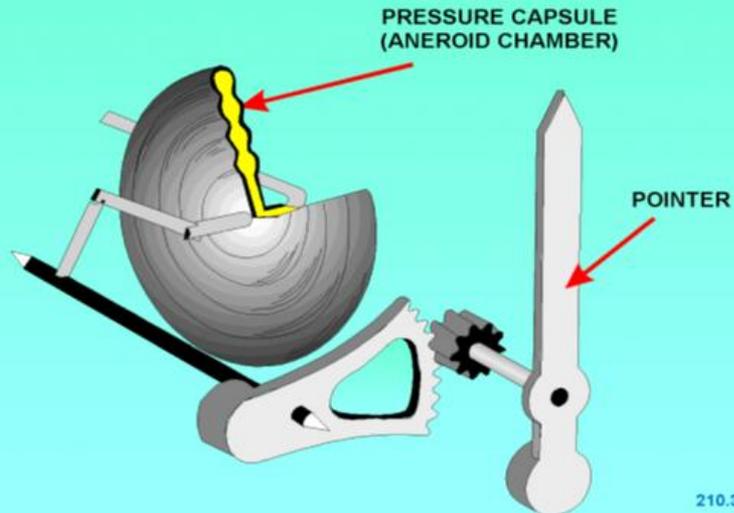


(c) Pitot-static tube.

MISURA VELOCITA' e QUOTA



ANEROID BAROMETER



MISURA VELOCITA' e QUOTA

Il Numero di Mach (fisico austriaco Ernst Mach, 1838-1916)

$$M \hat{=} \frac{\text{flight speed}}{\text{speed of sound}} = \frac{V}{a}$$

Subsonic aircraft: $M \leq 0.7$

Transonic aircraft: $0.7 < M < 1.4$

Supersonic aircraft: $1.4 \leq M < 5$

Hypersonic aircraft: $M \geq 5.$

Gas praticamente incompressibile se $M < 0.30$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

VELOCITA' VERA, EQUIVALENTE E CALIBRATA

Dall'anemometro, basato sulla misura della pressione differenziale tra totale e statica, viene misurata la CAS.

L'anemometro è calibrato con l'equazione di Bernoulli incomprimibile, cioè:

$$V_C \text{ (CAS)} = \sqrt{\frac{2 \cdot q}{\rho_0}}$$

Se stiamo volando a velocità tali che il numero di Mach non è nel range della incomprimibilità ($M < 0.30$) la misura è errata perché dovremmo considerare l'equazione Comprimibile, cioè anche l'effetto della pressione.

$$V_E \text{ (EAS)} = V_C - \Delta V_C \quad \text{con } \Delta V_C = f(V_C, \text{Quota})$$

Infine la EAS va corretta per ottenere la velocità vera in quanto non si è ancora considerato l'effetto della densità alla quota alla quale ci troviamo:

$$V_T \text{ (TAS)} = \frac{V_E}{\sqrt{\sigma}}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

$$q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$$

$$V_t = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} V_e$$



Stessa pressione dinamica

$$\left(\frac{1}{2}\right) \rho V_t^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \rho_0 V_e^2$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = \sqrt{\sigma} V_t$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

$$q = \frac{1}{2} \rho_0 V_e^2$$

$$V_t = V_e \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} = \frac{1}{\sqrt{\sigma}} V_e$$

Un velivolo vola a 3000 m ed ha una velocità vera (true airspeed) di 120 nodi. Che cosa legge l'anemometro? Quanto vale la pressione statica, la pressione dinamica e la pressione totale (o di ristagno)?

$$V = 120 * 0.5144 = 61.73 \frac{m}{s} \quad V_{cal inc} = V_{eq} = \sqrt{\sigma} * V = \sqrt{\frac{.9090}{1.2250}} * 61.73 = 53.17 \frac{m}{s}$$

= 103.4 nodi

$$P(3000 \text{ m}) = 70,100 \text{ Pa}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right) \rho V_t^2 = \left(\frac{1}{2}\right) \rho_0 V_e^2 = q = 0.5 * .9090 * 61.73^2 = 1731 \text{ Pa}$$

$$V_e = \sqrt{\frac{2q}{\rho_0}} = \sqrt{\sigma} V_t \quad P_{tot} = P_0 = P + q = 70100 + 1731 = 71831 \text{ Pa}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

BERNOULLI COMPRIMIBILE

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{P_s}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{Constant.}$$

$$\frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_a}{\rho_a} + \frac{V^2}{2} = \frac{\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_t}{\rho_t}$$

$$V_t = \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma - 1)} \frac{P_a}{\rho_a} \left[\left(\frac{q_c}{P_a} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]}$$

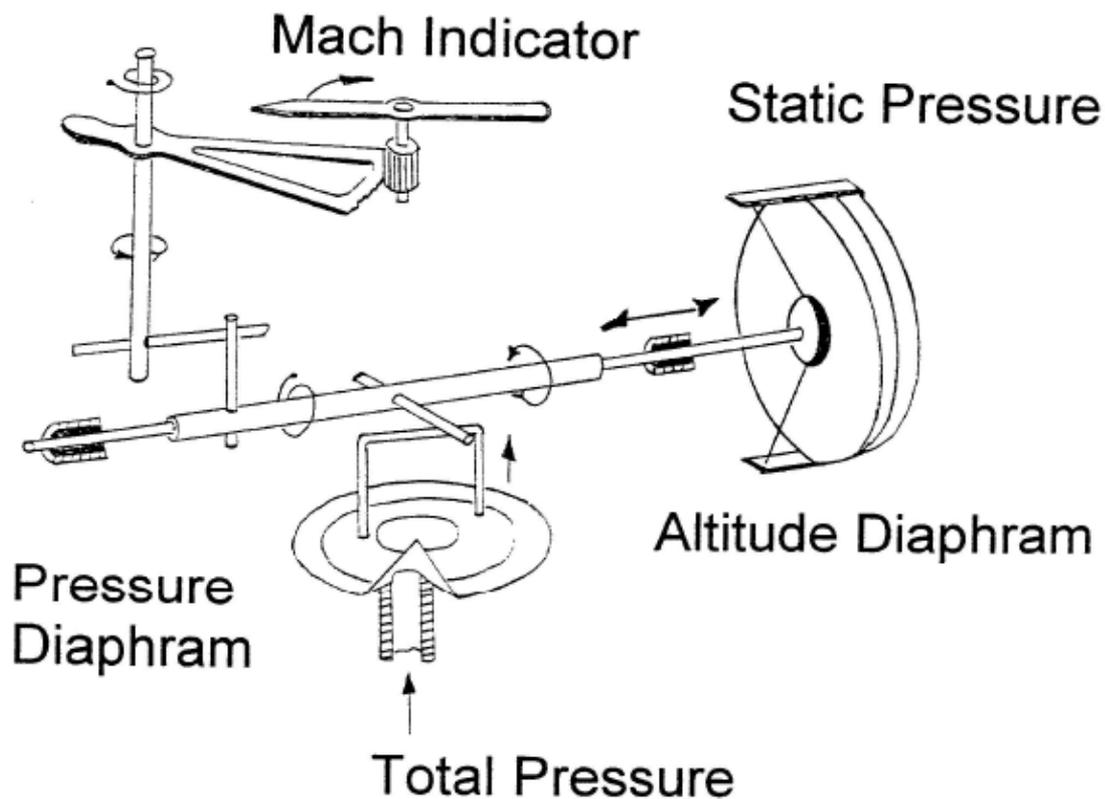
$$V_t^2 = \frac{2a^2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{P_0 - P}{P} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right] = 5a^2 \left[\left(\frac{P_0 - P}{P} + 1 \right)^{0.2857} - 1 \right] \quad (23)$$

V_t diventa calibrata se «a» e «P» diventano quelle valutate al suolo

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura MACH

$$M = \frac{V_t}{a} = \frac{V_t}{\sqrt{\frac{\gamma P_a}{\rho_a}}}$$



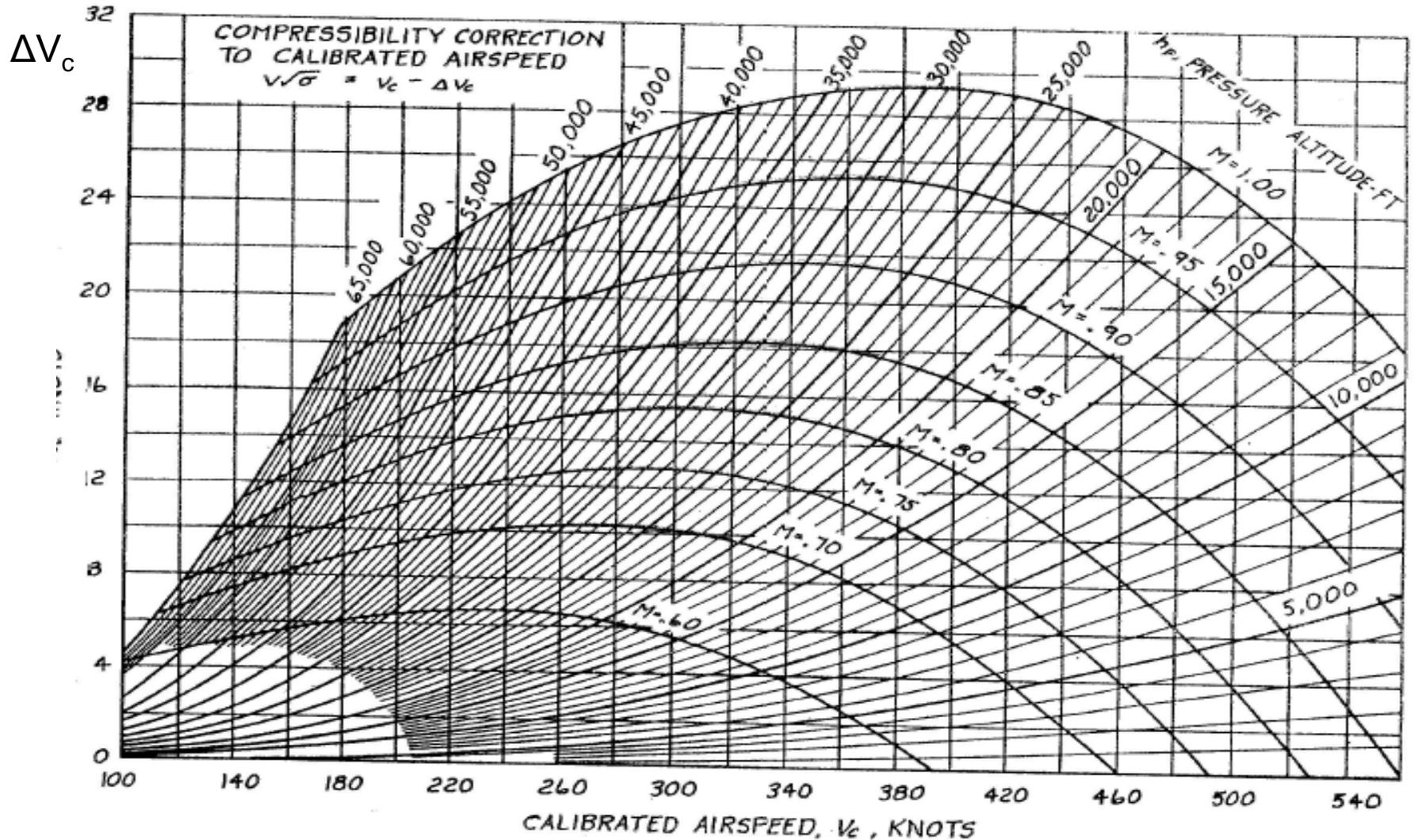
$$M = \sqrt{\frac{2}{(\gamma - 1)} \left[\left(\frac{q_c}{P_a} + 1 \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Dalla calibrata all'equivalente

$$V_e = (V_c - \Delta V_c)$$

$$\Delta V_c = f(V_c, H_c)$$



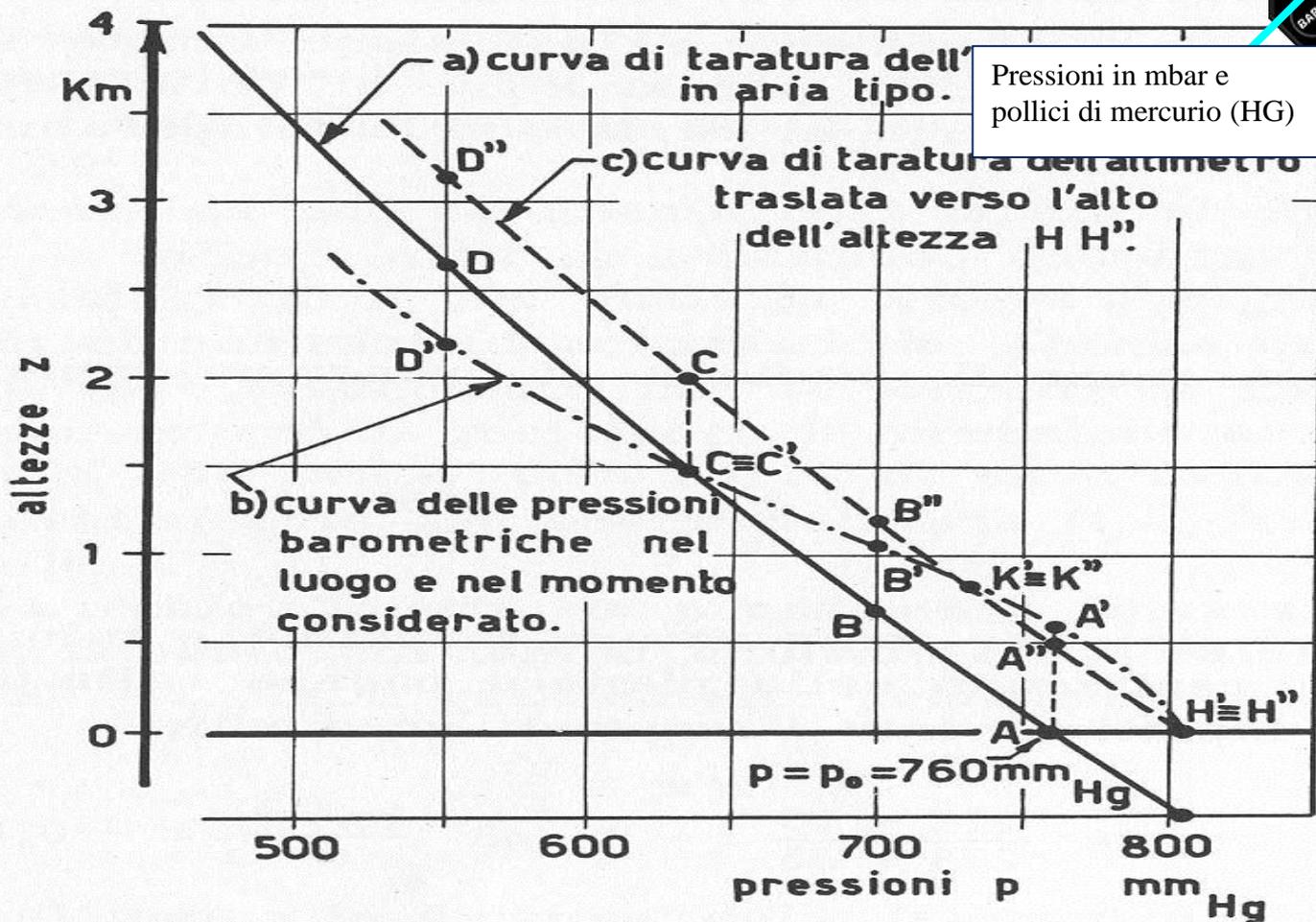
MISURA VELOCITA' e QUOTA

IAS-CAS-EAS-TAS (I C E T)

V_{ic}	Indicated airspeed (corrected for instrument calibration error only)	(IAS)	$V_{ic} = V_i + \Delta V_{ic}$ where ΔV_{ic} = instrument correction
V_c	Calibrated airspeed (instrument reading corrected for both instrument and position errors)	(CAS)	$V_c = V_{ic} + \Delta V_p$ where ΔV_p = position correction
V_e	Equivalent airspeed (instrument reading corrected for instrument, position, and compressibility errors)	(EAS)	$V_e = V_c - \Delta V_c$ where ΔV_c = compressibility correction
V_i	True airspeed (speed of the air relative to a body immersed in the air; or conversely, speed of an immersed body through the air, relative to an axis system at rest with respect to the air mass)	(TAS)	$V_T = V_e (1/\sqrt{\sigma})$ where σ = density ratio = ρ/ρ_o

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura QUOTA



Migliaia di piedi

Decine di piedi

Centinaia di piedi

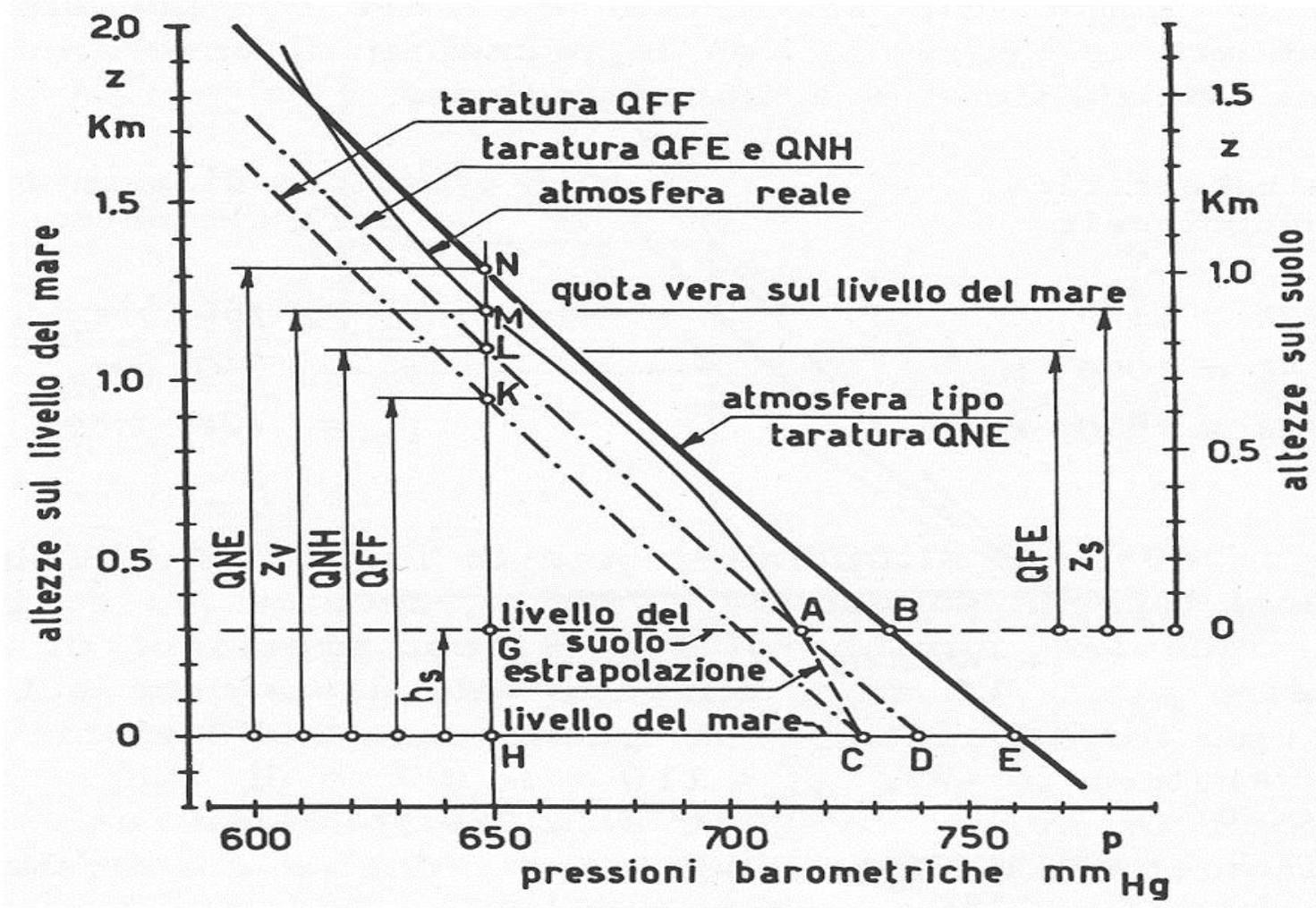
Pressioni in mbar e pollici di mercurio (HG)

Rotellina di regolazione dell'offset.

Figura 5: Curva di taratura QNE di un altimetro

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Misura QUOTA – Esempio di QUOTE BAROMETRICHE



MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 1

Un altimetro tarato secondo l'atmosfera standard legge 5000 m.
La temperatura esterna misurata è di $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($268.2\text{ }^{\circ}\text{K}$).

Ricavare la densità, la density-altitude e la temperature-altitude.

Svolgimento:

Dalla tabella ricavo in corrispondenza di $z=5000\text{ m}$ $\Rightarrow p=54019\text{ Pa}$

Noto che la temperatura è ben diversa da quella che trovo a 5000 m in atmosfera standard (che è $-17\text{ }^{\circ}\text{C}$), cioè mi trovo in giorno caldo.

Posso ricavare la densità dall'equazione di stato del gas $p=\rho R T$, poiché conosco 2 quantità, cioè la pressione e la temperatura.

$$\rho = p / (RT) = 0.70\text{ Kg/m}^3 \quad \text{e ricavo} \quad \sigma = 0.70/1.225 = 0.571$$

la quota-densità corrispondente a questo σ è di circa 5450 m.

$$\text{Il valore di } \theta = (268.2)/(288.2) = 0.93 \quad \Rightarrow \text{La quota-temp. è } 3000\text{ m.}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 2

L'altimetro legge 4000 m

Se la density-altitude è 3000 m, trovare la temperatura effettiva alla quota alla quale ci troviamo.

Svolgimento:

Dalla Tabella ISA si può ricavare il

rapporto delle densità $\sigma = 0.742$ (in corrisp di 3000 m)

rapporto delle pressioni $\delta = 0.608$ (in corrisp di 4000 m)

Da cui $\theta = \delta / \sigma = 0.82$

Da cui $\Rightarrow T = -36.9 \text{ }^\circ\text{C}$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Atmosfera

ES. 3

Su un velivolo è montato un altimetro calibrato in atmosfera standard.

Un certo giorno la pressione al livello del mare (livello dell'aeroporto) è di 95000 Pa. (bassa pressione) e la temperatura misurata è di 25 °C (298 °K).

Assumendo che la variazione di temperatura con la quota sia di 6.5 °C /Km, se in volo, dopo il decollo l'altimetro segna 5000 m , qual è la vera quota al di sopra del livello del mare alla quale ci troviamo ?

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Svolgimento:

Se l'altimetro segna 5000 m , vuol dire che la pressione alla quota alla quale ci troviamo è di $p = 54019 \text{ Pa}$ (dalla tabella).

Indichiamo con 2 questa condizione e con 1 la condizione relativa alla misura effettuata alla partenza al livello del mare.

Poiché vale la legge $T(z)=T_0 - T_z z$ con $T_z = 0.0065 \text{ °C/m}$

Posso scrivere la relazione:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{5.256}$$

avendo indicato con 1 e 2 le condizioni al livello del mare alla partenza e nella

condizione di volo alla quale si vuole misurare la quota.

Dalla relazione posso ricavare T_2 , poiché le condizioni in 1 (livello del mare) sono note ed in 2 è nota.

$$T_2 = 0.898 T_1 = 267.8 \text{ °K}$$

Sapendo che la Temperatura al livello del mare è di 298 °K , ottengo una differenza di $298.2 - 267.8 = 30.4 \text{ °K}$.

Quindi posso ricavare la differenza di quota tra le due condizioni, che corrisponderà alla quota sul livello del mare alla quale ci troviamo, essendo in 1 al livello del mare.

$$z = 30.4 / 6.5 = \mathbf{4677 \text{ m}}$$

MISURA VELOCITA' e QUOTA

Esercizi

Misura velocità

- A) Un velivolo vola a 25000 ft di quota-pressione in atm ISA ad una velocità CAS di 120 kt. La sonda di temperatura misura una T di $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$. Ricavare la EAS (vel. Equivalente e la velocità VERA (TAS) in kt ed in Km/h. Quanto vale il num. di Mach ?
- B) Un velivolo leggero vola a 10000 ft a 250 Km/h di TAS. Quanto segna il suo anemometro (CAS) ? (assumere atmosfera ISA).
- C) Un velivolo ha l'anemometro che segna una CAS di 250 kt e l'altimetro che segna 20000 ft. La temperatura esterna misurata è di $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$. Quanto valgono la TAS, la EAS ed il numero di Mach ?