

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale  
Modulo di PRESTAZIONI

Docente : Ing. F. NICOLOSI

**CAP. 9**

**AUTONOMIE DI DISTANZA E DI DURATA**

## **9.1 Autonomia di distanza e di durata – Velivoli ad elica**

Quando Charles Lindberg effettuò il suo spettacolare volo trans-atlantico nel 1927, ad egli non importavano poi così tanto i concetto di velocità massima, di rateo di salita o di tempo di salita. La cosa più importante era, per quel volo, la massima distanza che avrebbe potuto percorrere con il carico di combustibile a disposizione del suo “Spirit of St. Louis”. Quindi l’autonomia di distanza fu la specifica più importante nel progetto e nella costruzione di quel celebre aeroplano. L’autonomia di distanza è stata per tutti i velivoli progettati fino ad oggi un requisito fondamentale di progetto, in particolar modo per quelli destinati al trans-oceanico o trans-continentale.

L’*autonomia di distanza* (*range*, in inglese) di un velivolo si definisce come la distanza totale, misurata al suolo, percorsa con un pieno di combustibile. Una grandezza legata all’autonomia di distanza è l’*autonomia di durata* (*endurance*, in inglese), definita come il tempo totale per il quale un velivolo è capace di volare con un pieno di combustibile. A seconda dell’impiego tipico di un velivolo è importante avere un’autonomia di distanza oppure un’autonomia di durata massima possibile. I parametri che rendono massime queste due grandezze sono diversi a seconda se si considerano velivoli propulsi ad elica o a getto. In questo capitolo verranno discussi i velivoli ad elica.

### **9.1.1 Considerazioni fisiche**

Tra i fattori che determinano l’autonomia di distanza e di durata, uno dei più importanti è il consumo specifico di combustibile (*specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l’abbreviazione *SFC*). Esso è una caratteristica del motore installato a bordo del velivolo. Per motori a pistoncini il consumo specifico si definisce come *peso di combustibile consumato per unità di potenza installata e per unità di tempo*. In termini dimensionali il consumo specifico si esprime come

$$SFC = \frac{(kp) \text{ di combust.}}{(hp) \cdot (h)}$$

dove *kp*, il peso, *hp*, i cavalli di potenza, ed *h*, ore, sono unità di misura del sistema tecnico.

Si consideri inizialmente l’autonomia di durata. Intuitivamente è naturale pensare che per rimanere in volo per un periodo più lungo possibile è necessario utilizzare la quantità minima possibile di combustibile per unità di tempo (il numero minimo di *kp* per ora). In termini dimensionali questa quantità è proporzionale alla potenza richiesta ed al consumo specifico

$$\frac{(kp) \text{ di combust.}}{(h)} \propto (SFC) \cdot (hp_R)$$

dove il simbolo  $\propto$  sta per “proporzionale” ed  $hp_R$  indica la potenza richiesta. Quindi il minimo consumo di *kp* di combustibile in un ora si ottiene in condizioni di minima potenza richiesta al volo  $hp_R$ . Poiché un consumo *orario* minimo di combustibile determina una massima autonomia di durata, si può concludere che:

*La massima autonomia di durata di un velivolo ad elica si ottiene con un volo in condizioni di minima potenza richiesta.*

Questa condizione è rappresentata in fig. 9.1. Poiché, come già visto in precedenza, la minima potenza richiesta al volo si verifica quando è massimo il valore del rapporto  $C_L^{3/2} / C_D$  si può anche affermare che:

*La massima autonomia di durata di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto  $C_L^{3/2} / C_D$  sia massimo.*

Adesso si consideri l'autonomia di distanza. Per coprire la massima distanza il buon senso suggerisce di usare la minor quantità possibile di  $kp$  di combustibile per  $km$ . In termini dimensionali si può scrivere la relazione di proporzionalità

$$\frac{(kp) \text{ di combust.}}{(km)} \propto \frac{(SFC) \cdot (hp_R)}{V}$$

dove compare la velocità di volo  $V$  in  $km/h$ . Quindi il minimo consumo *chilometrico* di combustibile,  $kp$  per  $km$ , si ottiene in condizioni di minimo di  $hp_R / V$ . Il valore minimo di tale rapporto corrisponde a sua volta, come già visto, al valore massimo dell'efficienza  $L/D$ . Si può concludere che:

*La massima autonomia di distanza di un velivolo ad elica si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto  $C_L / C_D$  sia massimo.*

Questa condizione è rappresentata in fig. 9.1.

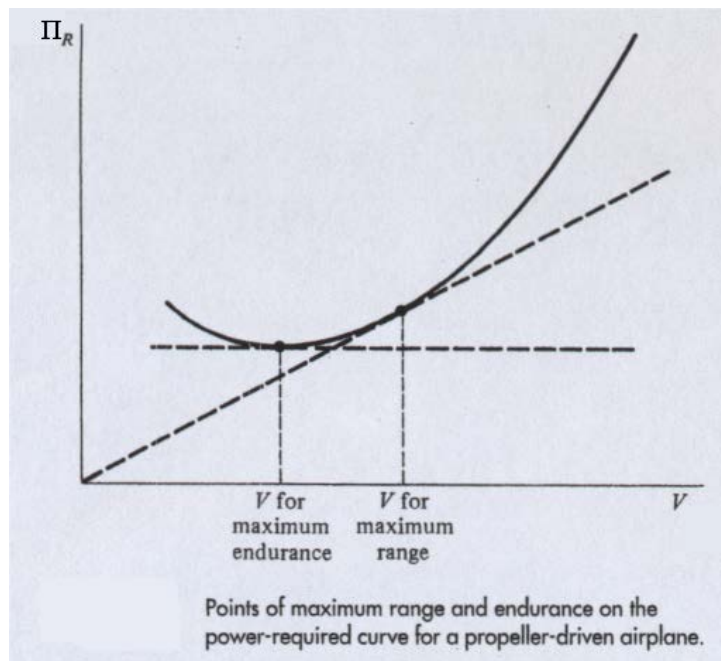


Fig. 9.1

### 9.1.2 Formulazione quantitativa

Le importanti conclusioni del paragrafo precedente sono conseguenza di semplici ragionamenti fisici. In questo paragrafo vengono sviluppate delle espressioni che quantificano queste conclusioni e che permettono il calcolo pratico delle autonomie di un velivolo propulso ad elica.

Nelle formule delle autonomie il consumo specifico deve essere considerato in unità di misura *consistenti* con il sistema adottato, cioè in

$$\frac{(kp) \text{ di combust.}}{(kp \cdot m / s) \cdot s} \text{ oppure } \frac{(N) \text{ di combust.}}{(J / s) \cdot s}$$

Per chiarezza si indicherà con  $c$  il consumo specifico quando espresso in unità consistenti.

Si consideri il prodotto  $c\Pi dt$ , dove  $\Pi$  è la potenza del motore e  $dt$  è un piccolo incremento di tempo. Le dimensioni di questo prodotto sono

$$c P dt = \frac{(kp) \text{ di combust.}}{(kp \cdot m / s) \cdot s} = \frac{kp \cdot m}{s} = (kp) \text{ di combust.}$$

Quindi,  $cPdt$  rappresenta la variazione infinitesima di peso di combustibile dovuta al consumo del motore nell'intervallo di tempo  $dt$ . Il peso totale  $W$  del velivolo è la somma del peso strutturale e del carico pagante, contributi questi invarianti nel tempo, e del peso del combustibile, contributo variabile durante la missione di volo. Qui si assume che una qualsiasi variazione del peso istantaneo  $W$  del velivolo si dovuta solo alla diminuzione del peso di combustibile stivato nei serbatoi. Si indichi con  $W_0$  il *gross weight*, cioè il peso del velivolo con pieno di combustibile e carico pagante a bordo, con  $W_F$  il peso istantaneo del combustibile e con  $W_1$  il peso dell'aeroplano (con carico pagante a bordo) senza combustibile. Da queste definizioni si ha

$$W_1 = W_0 - W_F$$

$$dW_F = dW = -c\Pi dt$$

$$dt = -\frac{dW}{c\Pi} \quad (9.1)$$

Il segno meno della eq. (9.1) è necessario poiché ad un incremento positivo di tempo ( $dt > 0$ ) corrisponde una diminuzione di peso di combustibile quindi del velivolo ( $-dW < 0$ ). Integrando l'eq. (9.1) tra gli istanti  $t = 0$ , in cui  $W = W_0$ , e  $t = En$ , in cui  $W = W_1$  (serbatoio svuotato) si ha

$$\int_0^{En} dt = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c\Pi}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c\Pi} \quad (9.2)$$

Nella eq. (9.2)  $En$  è l'autonomia di durata espressa in secondi.

Per ottenere un'analogia espressione dell'autonomia di distanza si moltiplichino l'eq. (9.1) per la velocità  $V$ :

$$V \cdot dt = -\frac{V \cdot dW}{c\Pi} = ds \quad (9.3)$$

ottenendo a primo membro un incremento di percorso  $ds = Vdt$  coperto nel periodo di tempo infinitesimo  $dt$ . La distanza totale percorsa durante il volo è pari all'integrale della (9.3) tra le condizioni  $s = 0$ , in cui  $W = W_0$ , ed  $s = R$ , in cui  $W = W_1$  (serbatoio svuotato). Si ha

$$\int_0^R ds = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c\Pi}$$

$$R = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c\Pi} \quad (9.4)$$

Nella eq. (9.4)  $R$  è l'autonomia di distanza espressa in metri.

Le eqq. (9.2) e (9.4) possono essere rappresentate graficamente, come mostrato dalle in fig. 9.2a e 9.2b. L'autonomia di distanza  $R$  può essere calcolata determinando l'area sottesa dal grafico della

grandezza  $V/(cP)$  in funzione del peso  $W$ , tra gli estremi  $W_0$  e  $W_1$ . L'autonomia di durata  $En$  può essere calcolata determinando l'area sottesa dal grafico della grandezza  $1/(cP)$  in funzione del peso  $W$ , tra gli estremi  $W_0$  e  $W_1$ .

Le eqq. (9.2) e (9.4) rappresentano una formulazione generale ed accurata per il calcolo delle autonomie e possono essere applicate all'intera missione, cioè a partire dalle prime fasi di volo, decollo e salita inclusi, fino all'atterraggio, ammesso che siano disponibili i valori istantanei delle grandezze  $W$ ,  $V$ ,  $c$  e  $P$  durante tutti i segmenti di volo considerati. In alternativa alle formule (9.2) e (9.4), che sebbene accurate sono lunghe e tediose da valutare graficamente, si possono considerare delle espressioni analitiche più semplici ma approssimate per il calcolo di  $En$  ed  $R$ , note col nome di *Formule di Breguet*.

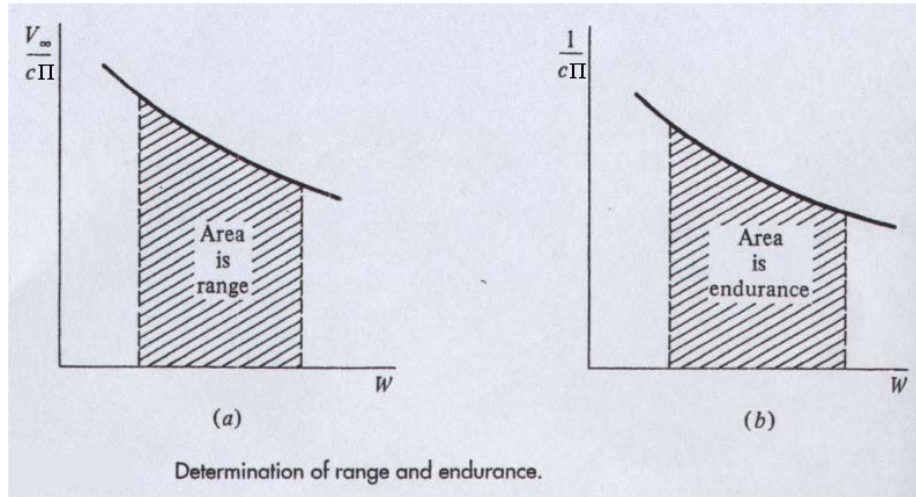


Fig. 9.2

### 9.1.3 Formule di Breguet (velivoli ad elica)

In volo livellato ed uniforme è noto che la *potenza richiesta*  $\Pi_R$  è pari a  $DV$ . Per rimanere in tali condizioni il pilota regola la manetta in modo che la *potenza disponibile*  $\Pi_D$  della combinazione motore-elica sia esattamente pari a quella richiesta:  $\Pi_D = \Pi_R = D \cdot V$ . Si ricordi che, detta  $P$  la *potenza all'albero motore* ed  $\eta$  il rendimento dell'elica, si ha che  $P_D = \eta \cdot P$ , quindi

$$\Pi = \frac{\Pi_D}{\eta} = \frac{D \cdot V}{\eta} \quad (9.5)$$

Se si sostituisce la (9.5) nella (9.4) si ottiene

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot dW}{c \Pi} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V \cdot \eta \cdot dW}{c D V} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot dW}{c D} \quad (9.6)$$

Moltiplicando la funzione integrando della (9.6) per  $W/W$  ed osservando che in volo livellato uniforme la portanza eguaglia il peso istantaneo,  $L = W$ , si ottiene

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{W}{W} \frac{\eta \cdot dW}{c D} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{D} \frac{dW}{W} \quad (9.7)$$

A differenza della eq. (9.4) che è esatta e generale, l'eq. (9.7) contiene ora l'assunzione che il volo si mantenga livellato ed uniforme dunque non sarebbe applicabile a tutte le fasi di volo come la (9.4). La (9.7) viene ulteriormente semplificata assumendo che  $\eta$ ,  $L/D = C_L/C_D$  ed il consumo

specifico  $c$  si mantengano costanti durante il volo. Questa assunzione è ragionevole se si considera la fase di volo in cui il velivolo viaggia in condizioni di crociera. La (9.7) sotto queste ipotesi diviene

$$R = -\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W}$$

$$\boxed{R = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1}} \quad (9.8)$$

L'eq. (9.8) è una delle formule classiche dell'ingegneria aeronautica ed è nota col nome di *formula di Breguet per l'autonomia di distanza*. Essa fornisce una rapida stima dell'autonomia di distanza con un'accuratezza che tipicamente si aggira intorno al 10÷20%. Ti tenga bene presente che nell'applicazione della (9.8) devono essere utilizzate delle unità di misura consistenti con il sistema scelto. Ad esempio, se il consumo specifico  $c$  viene dato in  $[N/(J/s)/s]$  l'autonomia la (9.8) fornisce l'autonomia  $R$  in metri, mentre se si utilizzano unità di misura anglosassoni, con  $c$  in  $[lb/(lb \cdot ft/s)/s]$  la (9.8) fornisce  $R$  in piedi.

Se si guardano i vari termini che compaiono nella formula di Breguet (9.8) si possono fare delle osservazioni che rispettano ciò che suggerirebbe il senso comune, cioè che per rendere massima l'autonomia di distanza di un velivolo con motore a pistoncini accoppiato ad un elica si deve avere:

1. una efficienza  $\eta$  dell'elica massima possibile,
2. un consumo specifico  $c$  minimo possibile,
3. un rapporto  $W_0/W_1$  massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante stivabile  $W_F$ ,
4. cosa più importante di tutte, una efficienza di volo pari a quella massima  $(L/D)_{\max}$ . Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di distanza massima si deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica  $E = L/D$  massima. La formula di Breguet conferma mostra che  $R$  è *direttamente proporzionale* ad  $L/D$ . Ciò spiega perché nel progetto di un velivolo si cerca di realizzare un'alta efficienza aerodinamica e perché negli anni '70, quando la crisi energetica ha imposto bassi consumi di combustibile, questo parametro progettuale è diventato così importante.

Ragionando analogamente a quanto fatto per la ottenere (9.8) la formula di Breguet per l'autonomia di durata si ottiene ricordando che in volo livellato ed uniforme, cioè quando  $\Pi = D \cdot V / \eta$  e  $W = L$ , la (9.2) diventa

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c \Pi} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta \cdot dW}{c DV} = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{L}{DV} \cdot \frac{dW}{W}$$

Essendo poi  $L = W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$  e quindi  $V = \sqrt{2W / (\rho S C_L)}$  si ha

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S C_L}{2}} \frac{dW}{W^{3/2}}$$

Assumendo che si mantengano costanti i valori di  $\eta$ ,  $C_L$ ,  $C_D$ ,  $c$  e  $\rho$  (altitudine costante) durante il volo l'ultima equazione diventa

$$En = -\frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S C_L}{2}} \cdot \int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{W^{3/2}} = 2 \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{\frac{\rho S}{2}} \left( W^{1/2} \Big|_{W_0}^{W_1} \right)$$

ovvero

$$En = \frac{\eta}{c} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2 \rho S} \cdot (W_1^{-1/2} - W_0^{-1/2}) \quad (9.9)$$

La eq. (9.9) è la formula di Breguet per l'autonomia oraria quando il consumo specifico  $c$  è espresso in unità di misura consistenti.

Se si guardano i vari termini che compaiono nella formula di Breguet (9.9) si può osservare che per avere una autonomia di durata massima, per un velivolo con motore a pistoncini e propulso ad elica, si deve avere:

5. una efficienza  $\eta$  dell'elica massima possibile,
6. un consumo specifico  $c$  minimo possibile,
7. un carico di carburante stivabile  $W_F = W_0 - W_1$ , massimo possibile,
8. un volo al massimo valore del rapporto  $C_L^{3/2} / C_D$ ,
9. un volo ad un'altitudine minima possibile, cioè al livello del mare, essendo  $En \propto \sqrt{\rho}$  e decrescente con la quota crescente.

E' interessante notare che, secondo le approssimazioni alla base della derivazione delle formule di Breguet, l'autonomia di durata  $E$  dipende dalla quota mentre quella di distanza  $R$  ne resta indipendente.

Si ricordi inoltre che quanto detto finora vale per velivoli con motori alternativi e propulsi ad elica. Le dipendenze di  $R$  ed  $E$  dagli altri parametri cambiano per velivoli con motore a getto.

Le formule 9.8 e 9.9 non risultano di facile uso, dato che è presente il consumo  $c$  e non SFC.

Si possono scrivere le due seguenti relazioni (svolvendo le opportune modifiche per cambiare unità di misura) :

$$R = 603.5 \cdot \frac{\eta_p}{SFC} \cdot \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{W_0}{W_1} \quad (9.8-bis)$$

che fornisce il valore di  $R$  in [Km] con SFC in [lb/(hp h)] (intorno a 0.5 per un motore a pistoncini e 0.7 per un turboelica).

La 9.9 si modifica invece con la :

$$En = 53.5 \cdot \frac{\eta_p}{SFC} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \sqrt{2 \rho S} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right] \quad (9.9-bis)$$

con  $En$  in [ore] e  $W$  espresso in [Kg]

E' chiaro che le precedenti relazioni possono essere usate per calcolare la massima autonomia di distanza e la massima autonomia oraria di un velivolo ad elica :

$$R_{MAX} = 603.5 \cdot \frac{\eta_p}{SFC} \cdot E_{MAX} \ln \frac{W_0}{W_1} \quad R_{MAX} - ELICA$$

che fornisce il valore di R in [Km] con SFC in [lb/(hp h)] (intorno a 0.5 per un motore a pistoni e 0.7 per un turboelica).

La 9.9 si modifica invece con la :

$$En_{MAX} = 53.5 \cdot \frac{\eta_p}{SFC} \cdot \left( \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \right)_{MAX} \sqrt{2 \rho S} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{W_1}} - \frac{1}{\sqrt{W_0}} \right] \quad En_{MAX} - ELICA$$

con En in [ore] e W espresso in [Kg]

### 9.1.4 Esercizio

Stimare le massime autonomie di distanza e di durata per il velivolo ad elica CP-1(vedi cap.8), le cui caratteristiche sono riportate in fig. 9.3. Si consideri un valore del consumo specifico (SFC) del motore alternativo pari a 0.45 lb di combust. / (hp di potenza · h). Si assuma un *gross weight* del velivolo  $W_0 = 2950 \text{ lb}$  ed un'efficienza dell'elica  $\eta = 0.8$ . Si consideri che il serbatoio è capace di contenere 65 gal di gasolio aeronautico, che ha un peso specifico di 5.64 lb / gal.

La superficie di riferimento S è in questo caso pari a 174 ft<sup>2</sup>. Si assuma infine un volo a un'altitudine livello del mare con densità dell'aria  $\rho = 0.002377 \text{ lb} / \text{ft}^3$ .

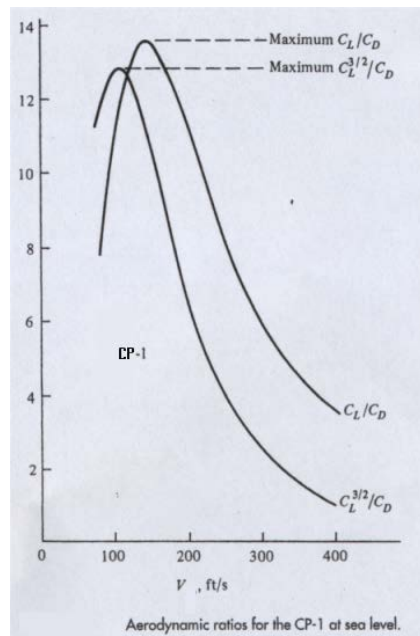


Fig. 9.3

### Soluzione

La formula di Breguet per l'autonomia di distanza (9.8) richiede un valore del consumo specifico c in unità consistenti:

Dalla fig. 9.3 si valutano i valori di

$$\max\left(\frac{C_L}{C_D}\right) = 13.62, \quad \max\left(\frac{C_L^{3/2}}{C_D}\right) = 12.81$$

I grafici di fig. 9.3 esprimono caratteristiche aerodinamiche del velivolo e sono stati ottenuti da calcoli relativi al volo a livello del mare. Ciononostante i *valori massimi* di  $C_L/C_D$  e di  $C_L^{3/2}/C_D$  non dipendono dalla quota né dalla velocità ma dipendono solo dal progetto aerodinamico dell'aeroplano.

Dai dati si calcola un peso di combustibile  $W_F = 65 \cdot 5.64 = 367 \text{ lb}$ . Il peso a secco sarà quindi  $W_1 = 2950 - 367 = 2583 \text{ lb}$ . Per un'efficienza dell'elica  $\eta = 0.8$  si ha una autonomia di distanza massima pari a

$$R_{\text{MAX}} = 1940 \text{ Km}$$

ed un'autonomia di durata

$$En_{\text{MAX}} = 14.4 \text{ ore}$$

## **9.2 Autonomia di distanza e di durata – Velivoli a getto**

Per un velivolo a getto il consumo specifico di combustibile si definisce come *peso di combustibile consumato per unità di spinta installata e per unità di tempo*. Si osservi che, a differenza dei velivoli ad elica (accoppiata con motore alternativo), in questa definizione è usata la spinta anziché la potenza. Questo è dovuto al fatto che per aeroplani a getto il consumo di combustibile dipende fisicamente dal livello di spinta prodotta dal motore mentre per i velivoli ad elica dipende fisicamente dalla potenza che il motore rende disponibile all'albero. Questa differenza porta allo sviluppo di formule di Breguet differenti per il calcolo dell'autonomia di distanza e di durata di velivoli a getto.

In termini dimensionali il consumo specifico di velivoli a getto (*thrust-specific fuel consumption*, in inglese; comunemente indicato con l'abbreviazione *SFCJ*) si trova in letteratura la definizione seguente

$$SFCJ = \frac{(\text{kp}) \text{ di combust.}}{(\text{kp}) \text{ di spinta} \cdot (\text{h})} \quad \text{o anche} \quad \frac{\text{lb di comb}}{\text{lb di spinta} \cdot (\text{h})}$$

in unità di misura del sistema tecnico (si noti l'inconsistenza dell'unità di misura del tempo).

### **9.2.1 Considerazioni fisiche**

Per un velivolo a getto l'autonomia di durata massima di un velivolo a getto si ottiene per un minimo consumo di  $kp$  di combustibile per ora, analogamente ad un velivolo ad elica. Per un velivolo a getto si ha

$$\frac{(\text{kp}) \text{ di combust.}}{\text{h}} = SFCJ \cdot T_D$$

dove  $T_D$  è la spinta disponibile. Si ricordi per un volo livellato ed uniforme il pilota di un velivolo a getto regola la manetta della spinta affinché la spinta disponibile eguagli quella richiesta  $T_R$  dal volo a quella particolare velocità:  $T_D = T_R$ . Quindi si può affermare che:

*La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo in condizioni di minima spinta richiesta.*

Questa condizione è rappresentata in fig. 9.4. Poiché, come già visto in precedenza, la minima spinta richiesta al volo si verifica quando è massimo il valore del rapporto  $L/D$  si può anche affermare che:

*La massima autonomia di durata di un velivolo a getto si ottiene con un volo ad una velocità tale che il rapporto  $C_L/C_D$  sia massimo.*

Adesso si consideri l'autonomia di distanza. Come per i velivoli ad elica anche per i velivoli a getto il senso comune suggerisce che per coprire la massima distanza si deve utilizzare la minor quantità possibile di  $kp$  di combustibile per  $km$ . In termini dimensionali si può scrivere la relazione di proporzionalità

$$\frac{(kp) \text{ di combust.}}{km} \propto \frac{(SFCJ) \cdot (T_D)}{V}$$

Il minimo consumo di  $kp$  di combustibile per chilometro, per volo livellato uniforme, ovvero se  $T_D = T_R$ , corrisponde a condizioni in cui è minimo il rapporto  $T_R/V$ . A sua volta il rapporto  $T_R/V$  è la pendenza di una retta passante per l'origine nel diagramma di fig. 9.4 ed intersecante la curva della spinta richiesta in funzione della velocità di volo. Il minimo valore di questa pendenza si ha quando la retta è tangente al diagramma.

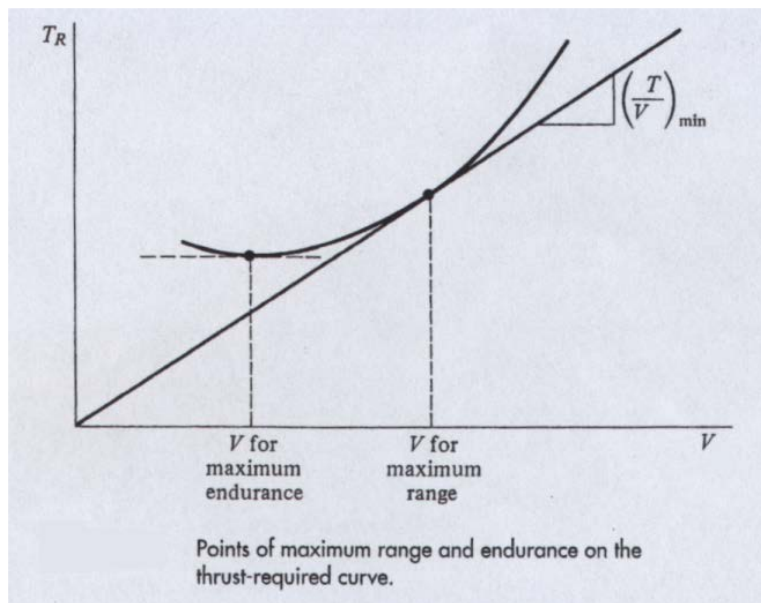


Fig. 9.4

Le condizioni aerodinamiche che determinano questa condizione di tangenza della retta passante per l'origine con la curva della potenza richiesta si ottengono come segue.

Si osserva che in volo livellato uniforme si ha l'uguaglianza della spinta richiesta con la resistenza aerodinamica,  $T_R = D$ , oltre che del peso alla portanza,  $W = L$ , e si ottiene

$$\frac{T_R}{V} = \frac{D}{V} = \frac{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_D}{V} = \frac{1}{2} \rho V S C_D, \quad V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$$

quindi, sostituendo la seconda nella prima si ha

$$\frac{T_R}{V} = \frac{1}{2} \rho S C_D \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} \propto \frac{1}{C_L^{1/2} / C_D}$$

che esprime il fatto che la minima pendenza  $T_R/V$  corrisponde al massimo valore di  $C_L^{1/2}/C_D$ . Si può dunque affermare che:

*La massima autonomia di distanza di un velivolo a getto si ottiene con un volo ad una velocità tale da avere un rapporto  $C_L^{1/2}/C_D$  massimo.*

## 9.2.2 Formulazione quantitativa – Formule di Breguet (velivoli a getto)

Si indichi con  $c_t$  il consumo specifico per velivoli a getto in unità di misura consistenti, espresso ad esempio in

$$\frac{(kp) \text{ di combust.}}{(kp) \text{ di spinta} \cdot (s)} \quad \text{oppure} \quad \frac{(N) \text{ di combust.}}{(N) \text{ di spinta} \cdot (s)}$$

e sia  $dW$  la variazione elementare di peso del velivolo per effetto del consumo di combustibile nell'intervallo di tempo  $dt$ . Si ha che

$$\begin{aligned} dW &= -c_t T_D dt \\ dt &= -\frac{dW}{c_t T_D} \end{aligned} \quad (9.10)$$

Integrando la (9.10) tra gli istanti  $t = 0$ , in cui  $W = W_0$ , e  $t = En$ , in cui  $W = W_1$  (serbatoio svuotato) si ha

$$\int_0^{En} dt = En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_t T_D}$$

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{dW}{c_t T_D} \quad (9.11)$$

Nella eq. (9.11)  $En$  è l'autonomia di durata espressa in secondi. Osservando ancora che in volo livellato uniforme si ha  $T_D = T_R = D$ , e  $W = L$ , si ottiene

$$En = -\int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{dW}{W} \quad (9.11)$$

Se si assume che il consumo specifico  $c_t$  e l'efficienza  $L/D$  siano costanti la (9.11) diventa

$$En = \frac{1}{c_t} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1} \quad (9.12)$$

Dalla nella formula (9.12), nota come *formula di Breguet per l'autonomia di durata per velivoli a getto*, si osservi che per rendere massima l'autonomia di durata di un velivolo a getto si deve avere:

1. un consumo specifico  $c_t$  minimo possibile,
2. un rapporto  $W_0/W_1$  massimo possibile, ottenibile con un più elevato possibile carico di carburante  $W_F$ ,
3. una efficienza di volo pari a quella massima  $(L/D)_{\max}$ . Questo conferma quanto osservato qualitativamente nelle pagine precedenti. Cioè che per un'autonomia di durata massima un velivolo a getto deve volare mantenendo un'efficienza aerodinamica  $E = L/D$  massima.

Si osservi anche che, secondo le ipotesi fatte, l'autonomia di durata  $En$  di un velivolo a getto non dipende dalla quota attraverso la  $\rho$ .

Ora si consideri l'autonomia di distanza, dalla (9.10), moltiplicando per  $V$ , si ha

$$ds = V \cdot dt = - \frac{V \cdot dW}{c_t T_D} \quad (9.13)$$

dove  $ds$  è la distanza elementare al suolo percorsa dal velivolo a getto nell'intervallo  $dt$ . Integrando la (9.13) tra le condizioni  $s = 0$ , in cui  $W = W_0$ , ed  $s = R$ , in cui  $W = W_1$  (serbatoio vuoto) si ha

$$\int_0^R ds = R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t T_D} dW \quad (9.14)$$

Notando sempre che per volo livellato uniforme la manetta del motore viene portata dal pilota in una posizione tale che  $T_D = T_R$  e che, come è noto,  $T_R = W / (C_L / C_D)$ , la (9.14) diventa

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{V}{c_t} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} \quad (9.15)$$

Essendo in queste condizioni  $V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$ , la (9.15) diventa

$$R = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W} = - \int_{W_0}^{W_1} \frac{1}{c_t} \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \frac{dW}{W^{1/2}} \quad (9.16)$$

ed, ancora, assumendo costanti i valori del consumo specifico  $c_t$ , dei coefficienti aerodinamici  $C_L$  e  $C_D$ , e della  $\rho$  (quota costante), la (9.16) diventa

$$R = \frac{2}{c_t} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot (W_0^{1/2} - W_1^{1/2}) \quad (9.17)$$

La formula (9.17), nota come *formula di Breguet per l'autonomia di distanza per velivoli a getto*, permette di affermare che per ottenere la massima autonomia di distanza di un velivolo a getto si deve avere:

1. un consumo specifico  $c_t$  minimo possibile,
2. un carico di carburante  $W_F$  più elevato possibile,
3. un volo ad una velocità tale da avere un rapporto  $C_L^{1/2} / C_D$  massimo,
4. un volo ad elevata quota, cioè a bassi valori della densità dell'aria  $\rho$ , ma non al di sopra della quota critica oltre la quale le prestazioni del motore a getto si deteriorano con un aumento del consumo specifico. Ciò che è chiaro dalla (9.17) è che l'autonomia di distanza di un velivolo a getto, a parità degli altri parametri, è più bassa se si vola al livello del mare mentre cresce all'aumentare della quota entro i limiti posti dalle prestazioni del motore. Tipicamente i velivoli commerciali da trasporto civile subsonico volano in crociera a quote che vanno dai 30000 ai 40000 *ft*. Per il trasporto supersonico si passa a quote che vanno dai 50000 ai 60000 *ft*.

Anche la 9.12 e la 9.17 possono essere trasformate per renderle di pratico utilizzo (con SFCJ al posto di  $c_t$ )

$$En = \frac{1}{SFCJ} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1} \quad (9.12\text{-bis})$$

con SFCJ in (lb/(lb h)) (circa 0.6-0.7) e En in [ore]

$$R = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left( \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right) \cdot [\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}] \quad (9.17\text{-bis})$$

con R in [Km] e W in [Kg]

Che, in relazione agli assetti di massima autonomia di distanza ed oraria diventano :

$$En_{MAX} = \frac{1}{SFCJ} \cdot E_{MAX} \cdot \ln \frac{W_0}{W_1} \quad En_{MAX} - \text{GETTO}$$

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \left( \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \right)_{MAX} \cdot [\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}]$$

o anche

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot \frac{2}{SFCJ} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho S}} \cdot \frac{\sqrt{C_{L_A}}}{C_{D_A}} \cdot [\sqrt{W_0} - \sqrt{W_1}] \quad R_{MAX} - \text{GETTO}$$

### 9.2.3 Esercizio

Stimare le massime autonomie di distanza e di durata per il velivolo a getto CJ-1, le cui caratteristiche aerodinamiche sono riportate in fig. 9.5. Si consideri un valore del consumo specifico (TSFC) del motore a getto pari a 0.6 lb di combust. / (lb di spinta · h). Si assuma un *gross weight* del velivolo  $W_0 = 19815 \text{ lb}$ . Il serbatoio è capace di contenere 1119 gal di kerosene, che ha un peso specifico di 6.67 lb/gal. La superficie di riferimento S è in questo caso pari a 318 ft<sup>2</sup>. Si assuma infine un volo ad un'altitudine di 22000 ft alla quale la densità dell'aria  $\rho = 0.00184 \text{ lb} / \text{ft}^3$ .

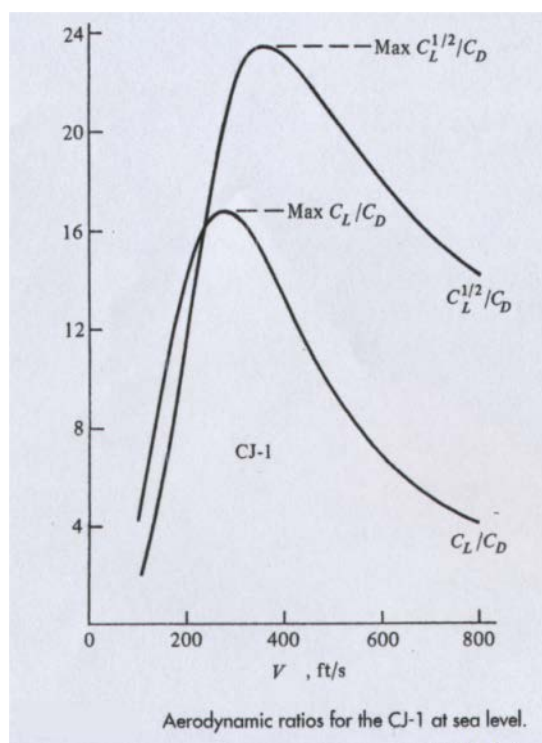


Fig. 9.5

### Soluzione

Dalla fig. 9.5 si valutano i valori di

$$\max\left(\frac{C_L}{C_D}\right) = 16.9, \quad \max\left(\frac{C_L^{1/2}}{C_D}\right) = 23.4$$

Il peso di combustibile si determina dalla capacità del serbatoio e dal peso specifico del kerosene:

$W_F = 1119 \times 6.67 = 7463 \text{ lb}$ . Il peso a secco sarà quindi  $W_1 = 19815 - 7463 = 12352 \text{ lb}$ .

Si ha quindi un'autonomia di distanza massima pari a :

$$R = 5850 \text{ Km}$$

In base alla (9.12) l'autonomia di durata è invece pari a

$$E_n = 13.3 \text{ ore}$$

Si può anche fare l'esempio del Boeing 747-300.

$$W_{TO} = 363000 \text{ Kg} \quad W_{\text{fuel}} = 120000 \text{ Kg}$$

$$W_0 = 363000 \text{ Kg} \quad W_1 = 243000 \text{ Kg}$$

$$\text{SFCJ} = 0.6 \text{ (lb/(lb h))}$$

$$b = 59.6 \text{ m} \quad S = 511 \text{ m}^2 \quad AR = 6.95$$

$$C_{Do} = 0.017 \quad e = 0.80 \quad E_{\text{MAX}} = 16$$

$$CL_E=0.54$$

$$CL_A=0.315$$

$$\left( \frac{CL^{1/2}}{CD} \right)_{MAX} = \frac{3}{4} \frac{\sqrt{0.315}}{0.017} = 24.76$$

scegliamo una quota pari a 35000 ft (quota di crociera per il 747) pari a 10600 m

$$R_{MAX} = 11.27 \cdot 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{0.385 \cdot 511}} \frac{1}{0.6} \cdot 24.76 \cdot \left[ \sqrt{363000} - \sqrt{243000} \right] = 10273 \text{ Km}$$