

PROGETTO GENERALE DEI VELIVOLI

L'equilibrio di un sistema è lo stato fisico per il quale la risultante delle forze applicate è uguale e contraria alla forza peso (non lo sono la virata e la richiamata dove ciò non è vero).

La stabilità di un sistema è la capacità di fronteggiare cause perturbatrici (persistenti o meno) a fronte di uno stato di equilibrio.

Ovvero come capacità di tornare in condizioni di equilibrio al cessare delle cause perturbatrici (è così che si studia la stabilità).

Poi bisogna vedere di che intensità è la causa perturbatrice, per esempio:

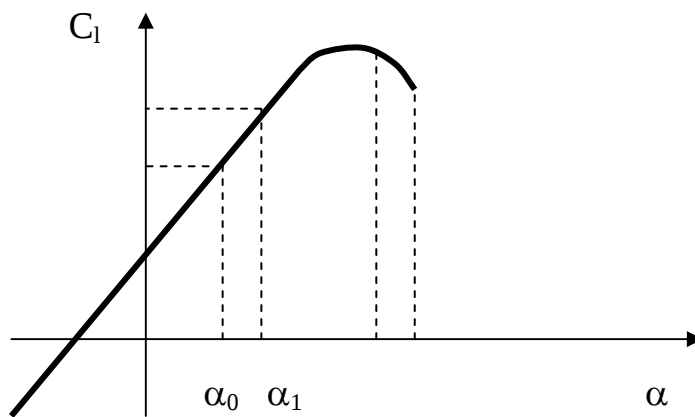


Figura 1

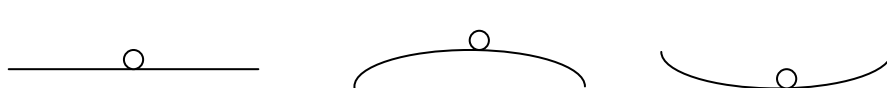
Se vado da α_0 ad α_1 si ha una variazione proporzionale, una risposta proporzionale e questo fino alla zona non lineare, dove per esempio accade il contrario.

Ciò ci dice che deve essere data ad un sistema una piccola perturbazione per studiarne la stabilità, piccola cioè da non far variare il modo di funzionamento del sistema stesso.

In realtà avremmo sbagliato a dare la definizione di stabilità, che sta per ‘stare’, allora dovrebbe essere la capacità di stare dove sta, dove viene osservato.

Ma allora non è coinvolta la condizione di equilibrio. Noi vogliamo studiare sistemi in equilibrio, introducendo e poi togliendo la perturbazione (o lasciandola) e vedendo cosa succede.

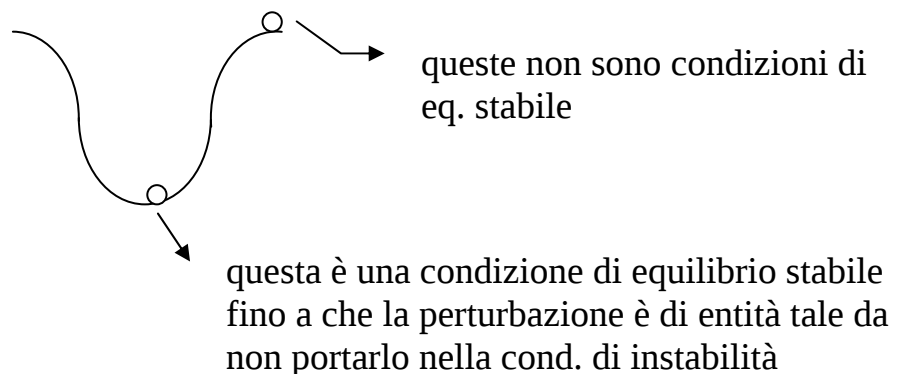
Le perturbazioni devono essere tali da non portare il sistema fuori dal campo di risposta lineare.



Equilibri: Indifferente
Instabile
Stabile

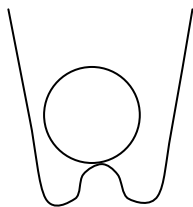
Il caso di equilibrio stabile è quello del pendolo o equivalentemente il terzo riportato precedentemente. Si nota che se non ci fosse attrito, diagrammando la posizione della sfera nel tempo, si avrebbe un andamento ondulatorio indefinito e non smorzato, e quindi una stabilità indifferente che, a differenza del caso reale che è una condizione statica, è una condizione dinamica.

Per la stabilità statica non è necessario verificare il ritorno del sistema, ma è *necessario e sufficiente che il sistema abbia la tendenza a ritornarci*, ovvero che ci sia una variazione, per esempio, di una forza (ΔF) nella direzione del ritorno (cosa che non succede nel caso di equilibrio instabile, in cui ΔF è nella direzione opposta). Supponiamo ora di considerare:



Globalmente non si può dire che tale sistema sia stabile.

Nel seguente caso:



la sfera è stabile, ma è tale da potersi trovare in due posizioni. È stabilmente statica, ma dinamicamente non lo è poiché può oscillare. Si parla in tal caso di *stabilità pratica*.

CONDIZIONI DI EQUILIBRIO E STABILITA' DEL VELIVOLO

1) Da precedenti considerazioni si è pervenuti a:

- a) introduzione del sistema portante, velivolo generalizzato, individuato analiticamente dalle seguenti equazioni (trascurando la spinte e le forze parallele alla velocità asintotica) e dalla seguente configurazione:

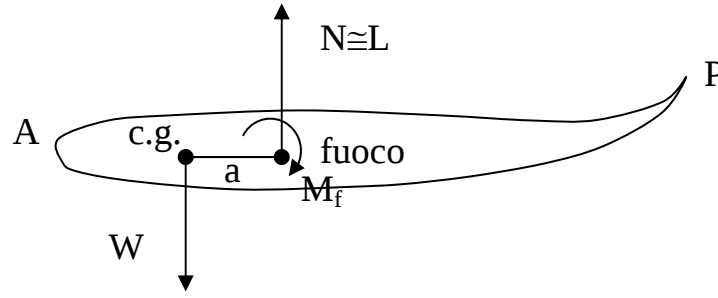


Figura 2

Si ha che :

$$M_{c.g.} = N \cdot a + M_f = 0 \quad \text{Eq. 1}$$

con $a > 0$ quando il baricentro (c.g.) è posto dietro il fuoco¹.

$$C_{mf} = -\frac{a}{c} C_N = -\frac{a}{c} C_L \quad \text{Eq. 2}$$

dove c è la corda di riferimento ed il segno negativo è dovuto al fatto che si considerano tutti i momenti positivi e nel caso di fig.2 a è negativo.

$$N = W \quad \text{Eq. 3}$$

dove N è perpendicolare ad un piano di riferimento che in genere è quello di progetto.

Si ha inoltre:

$$C_{mc.g.} = C_{mf} + \frac{a}{c} C_N \quad \text{Eq. 4}$$

E si può indicare l'indice di stabilità statica come:

$$\frac{dC_{mc.g.}}{dC_N} = \frac{a}{c} < 0 \quad \text{Eq. 5}$$

- b) se la geometria del sistema è fissa (è così fisso il baricentro), dalla Eq.2 si vede che sussiste una ed una sola condizione di equilibrio per la quale sia verificata l'uguaglianza; il C_N di equilibrio cresce al crescere di C_{mf} (dalla nota relazione che lega il C_l alla velocità, è ovvio che essa decresce); C_{mf} è positivo per equilibrio stabile (ciò equivale a considerare a negativo, cioè *il baricentro è posizionato davanti il fuoco*).
- c) Se si vuole un sistema in grado di operare in un dato campo di velocità (ovvero di C_L) si deve adottare una geometria variabile tale che, al crescere di C_L , deformi il sistema generalizzato con l'apice posteriore P, che ruoti verso

¹ Il fuoco è il fuoco della parabola metacentrica di stabilità (luogo dei punti di tangenza delle risultanti aerodinamiche al variare dell'assetto). Il fuoco è tale che i momenti sono costanti rispetto ad esso.

l'alto rispetto all'apice anteriore A; nel caso della figura 2 si è adottato il simbolo del profilo 'reflex', cioè con la linea media riflessa verso l'alto nella zona del bordo d'uscita (tale è ad esempio il caso del velivolo tutt'ala di tipo a delta).

- d) Il sistema portante generalizzato, sopra individuato con un profilo alare generalizzato, può essere specializzato nell'insieme di due superfici portanti, come avviene per i velivoli usuali:

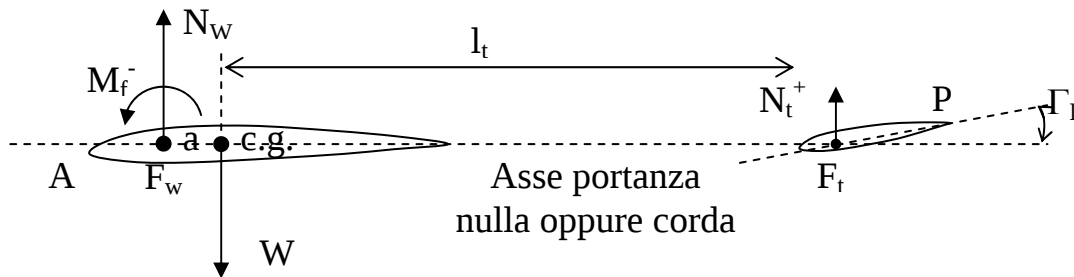


Figura 3

_ anche se il baricentro cade dietro il fuoco dell'ala, esso invece si trova avanti il fuoco dell'intero sistema (aereo).

_ se si assume che la superficie portante principale sia disposta anteriormente e sia geometricamente invariabile, dovrà essere geometricamente variabile quella posteriore nel senso che il suo asse di portanza nulla formi con l'asse di portanza nulla della superficie fissa anteriore un angolo Γ_1 , che viene detto *angolo diedro longitudinale* (riferendosi, più che a detti assi, ai piani di cui detti assi sono traccia sul piano della figura 3, piano di simmetria del sistema).

_ è questo il caso più comune di sistema portante di un velivolo.

_ al crescere di C_L di equilibrio dovrà crescere l'angolo Γ_1 , cioè il piano posteriore (*impennaggio orizzontale di coda*) deve ruotare P verso l'alto.

_ nel caso il piano sia del tipo tutto mobile, esso ruoterà interamente nel senso sopra specificato.

_ se il piano è composto di una parte fissa (*stabilizzatore*) e di una parte mobile (*equilibratore*), sarà questo a ruotare verso l'alto in modo che l'asse di portanza nulla ruoti nel verso secondo cui Γ_1 aumenta al crescere di C_L (ovvero Γ_1 è tanto più grande quanto più grande è l'assetto, con angolo diedro piccolo per assetto veloce).

_ le equazioni caratteristiche sono, in questo caso:

$$W = N_{wing} + N_{tail} \quad \text{Eq. 6}$$

$$M_{c.g.} = N_w \cdot a - N_t \cdot l_t + M_f \quad \text{Eq. 7}$$

tipicamente riconducibili alle Eq. 1 e 3.

_ se si inverte il ruolo fra le due suddette superfici, cioè la superficie fissa e principale è la posteriore, si ha la configurazione 'canard'. In questo caso per

accrescere il diedro longitudinale al crescere di C_L si dovrà spostare l'apice anteriore verso l'alto rispetto all'apice posteriore P, ma 'mutuamente parlando' il discorso è lo stesso: cioè l'apice posteriore, visto da quello anteriore, va verso l'alto:

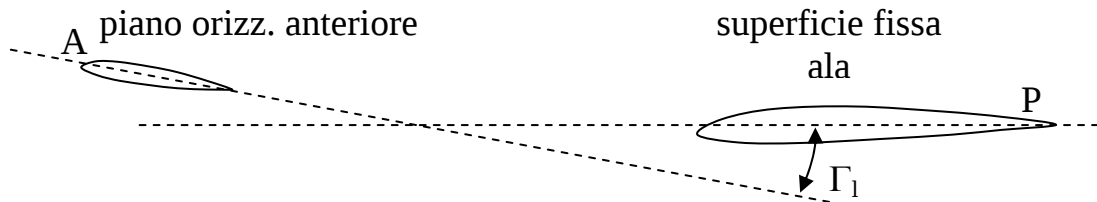


Figura 4

- e) il punto F assume anche il significato di punto neutro² di stabilità statica, così come si vede dalla Eq.5, essendo il punto neutro definito come il punto occupato dal baricentro e che comporta l'annullamento della stabilità statica (stiamo parlando quindi di equilibrio indifferente, ossia quando il c.g. è in F, punto neutro, se c'è equilibrio (ovvero è $C_{mf}=0$) esso sussiste ad ogni assetto, cioè il velivolo è 'indifferente' ad assumere qualsiasi assetto, ovvero si lascia spostare da un assetto ad un altro senza opporre alcuna resistenza e resta nell'assetto al quale viene condotto e lasciato).

2) Configurazione a due superfici portanti - ala anteriore
(Velivolo comune)

Abbiamo:

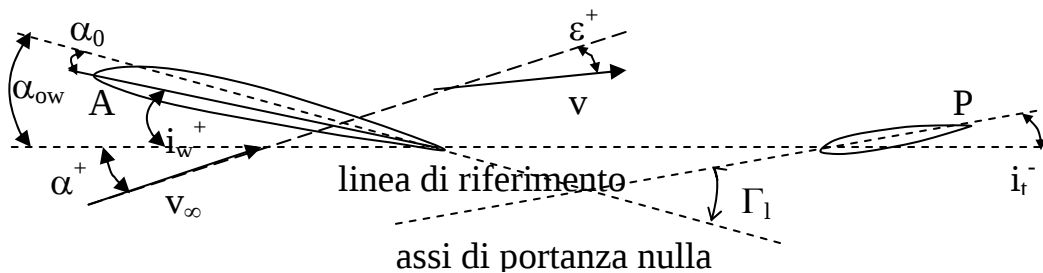


Figura 5

dove ϵ^+ è l'angolo di downwash.

Per un tale sistema si possono scrivere le equazioni:

$$C_{Lw} = a_w \cdot (\alpha_w + \alpha_{0w}) \quad \text{Eq. 8}$$

² Il punto neutro è la posizione del baricentro che annulla la stabilità. Per variare la condizione di volo (ovvero cabrare, picchiare...) si può variare la posizione del baricentro (cosa poco pratica) o variare la geometria per variare il C_{mf} . Ciò può essere fatto spostando, per esempio per cabrare o picchiare, verso l'alto o verso il basso l'estremo posteriore del piano di coda, questo in configurazione standard, nel caso di formula canard, per ottenere lo stesso effetto si deve invertire lo spostamento.

Ovvero per l'ala (wing) il coefficiente di portanza è proporzionale all'angolo di incidenza totale, dato dalla somma dell'angolo α_w formato dalla corrente con una linea di riferimento e dall'angolo α_{0w} che la retta di portanza nulla del profilo forma con la stessa linea.

$$C_{Lt} = a_t \cdot (\alpha_t - \varepsilon + i_t) \quad \text{Eq. 9}$$

Analogo discorso si può fare per il coefficiente di portanza del piano orizzontale di coda. Si tenga presente ora che l'incidenza della corrente è variata a causa del downwash indotto dall'ala. Alternativamente l'espressione per C_{Lt} può essere scritta come:

$$C_{Lt} = a_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \alpha_w + a_t (i_t - \varepsilon_0) \quad \text{Eq. 10}$$

Avendo sostituito ad ε la sua espressione in dipendenza dell'angolo α_w e dell'angolo α_{0w} . Secondo le seguenti uguaglianze:

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dC_{Lw}} C_{Lw} = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha_w} \alpha_w \quad \text{Eq. 11}$$

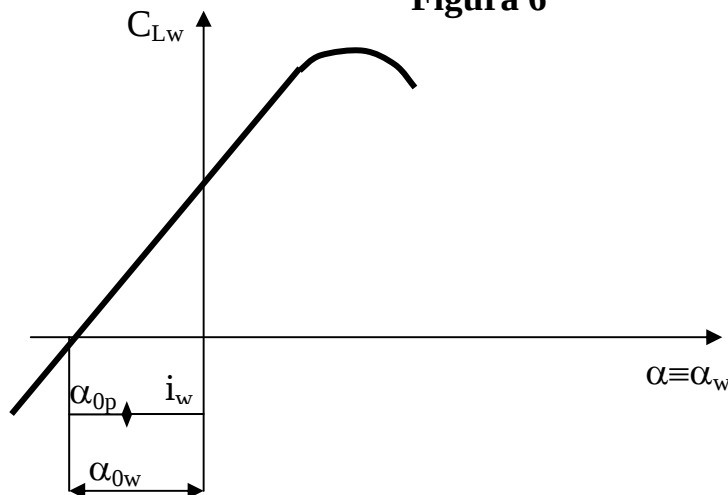
con

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha_w} = \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \quad \text{Eq. 12}$$

e

$$\varepsilon_0 = \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_{0w} \quad \text{Eq. 13}$$

Figura 6



Ricaviamo ora il $C_{mc.g.}$ trascurando le forze parallele alla linea di riferimento (che sono secondarie).

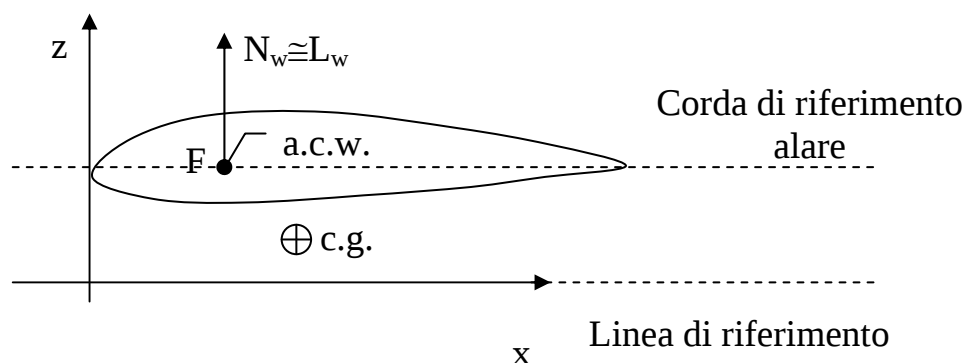


Figura 7

Indicando la corda alare³ con c_w , si può scrivere:

$$C_m = C_{mc.g.} = \frac{M_{c.g.}}{q_\infty S_w c_w} = C_{mf_w} + x_a C_{L_w} - C_{L_t} \bar{v}_t \eta_t \quad \text{Eq. 14}$$

dove si è indicato con a.c.w. il centro aerodinamico dell'ala (aerodynamic center) che coincide con il fuoco:

$$C_{mf_w} = C_{ma.c.w.} = C_{m0w}^4 \quad \text{Eq. 15}$$

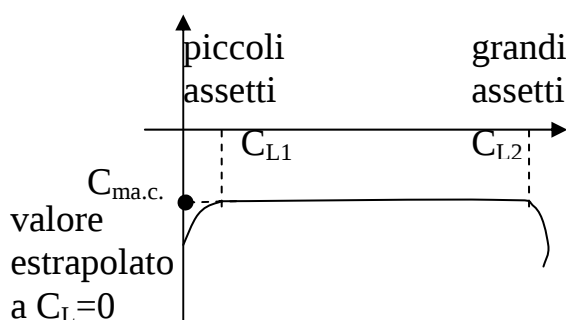


Figura 8

³ La corda media aerodinamica è quella corda su cui risulta applicata tutta la portanza, e può essere definita nei due modi seguenti:

$\int C_L c \, db$ se si usa il carico

$\int C_{MF} c \, db$ se si usa il momento focale. Se tale momento è costante si ha che la corda aerodinamica media coincide con quella geometrica media.

In realtà tali due corde così calcolate sono praticamente coincidenti.

⁴ Si è introdotto $C_{m0w} = C_{ma.e.w.}$ poiché, assumendosi costante $C_{ma.c.}$, questo coincide anche con C_{m0w} in generale (nel caso non fosse così, come può accadere per particolari profili, si assumerà il valore estrapolato a $C_L=0$), ed in tale modo si viene ad evidenziare che il $C_{mc.g.}$ varia linearmente con il C_{L_w} .

con x_a l'ascissa del centro aerodinamico rispetto a quella del centro di gravità.

$$x_a = \frac{x_{c.g.} - x_{a.c.w.}}{c_w} \quad \text{Eq. 16}$$

$$\bar{v}_t = \frac{S_t l_t}{S_w c_w} \quad \text{Eq. 17}$$

che viene detto 'rapporto volumetrico di coda' o anche 'volume di coda'.

E con η_t indichiamo il rapporto tra le pressioni dinamiche del piano di coda e dell'ala:

$$\eta_t = \frac{q_t}{q_\infty} \quad \text{Eq. 18}$$

Si è anche assunto $C_{Nw}=C_{Lw}$ e $C_{Nt}=C_{Lt}$.

(Si avverte che il rapporto η_t sarà implicitamente inglobato in a_t quando non figura).

Dunque:

$$C_m = C_{m0w} + a_w \left[x_a - \frac{a_t}{a_w} \bar{v}_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] \alpha_w - a_t \bar{v}_t (i_t - \varepsilon_0) + x_a a_w \alpha_{0w} \quad \text{Eq. 19}$$

ove si sono sostituite le espressioni delle Eq. 10 ed 8 nella 14 e dopo semplici manipolazioni si è ottenuta la Eq. 19. (Ricordiamo che il C_m è il coefficiente di momento del baricentro). Scrivendo la Eq. 19 come somma di una parte non dipendente dall'incidenza dell'ala e di una parte ad essa proporzionale, si ottiene:

$$C_m = C_{m0} + k \alpha_w \quad \text{Eq. 20}$$

dove si è scritto:

$$k = a_w \left[x_a - \frac{a_t}{a_w} \bar{v}_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] \quad \text{Eq. 21}$$

$$C_{m0} = C_{m0w} - a_t \bar{v}_t (i_t - \varepsilon_0) + x_a a_w \alpha_{0w} \quad \text{Eq. 22}$$

Esprimiamo ora C_m , dalla Eq. 19, in funzione di C_{Lw} , si ha:

$$C_{Lt} = \frac{a_t}{a_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) C_{Lw} + a_t (i_t - \alpha_{0w}) \quad \text{Eq. 23}$$

dove si è tenuto conto delle espressioni di C_{Lw} e di C_{Lt} .

$$C_m = C_{m0w} + \left[x_a - \frac{a_t}{a_w} \bar{v}_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] C_{Lw} - a_t \bar{v}_t (i_t - \alpha_{0w}) \quad \text{Eq. 24}$$

dove, ricordando la Eq. 21 si ottiene:

$$C_m = C_{m0} + \frac{k}{a_w} C_{Lw} \quad \text{Eq. 25}$$

$$C_{m0} = C_{m0w} - a_t \bar{v}_t (i_t - \alpha_{0w}) \quad \text{Eq. 26}$$

Per l'equilibrio deve essere $C_m=0$, cioè si ha un C_{m0} per ogni C_{Lw} (se C_{m0} è fisso c'è un solo assetto di volo, ovvero un solo C_{Lw}) e affinché sia verificata l'eguaglianza deve essere, per $C_{Lw}>0$, $\frac{k}{a_w} < 0$. Inoltre per trovare il fuoco deve

essere $k=0$, in modo che il coefficiente di momento C_m sia indipendente dall'assetto.(c.g.=a.c.). Si ha allora che $\frac{k}{a_w}$ diventa l'indice di stabilità e se esso è

zero, il sistema ha stabilità nulla.

Osservazioni

a) C_m risulta funzione lineare di C_{Lw} , o di α_w .

b) La costante k o $\frac{k}{a_w}$ è l'indice di stabilità statica $\frac{dC_m}{d\alpha_w}$, $\frac{dC_m}{dC_{Lw}}$ ⁵ Si ha allora:

$$\frac{dC_m}{d\alpha_w} = \frac{dC_m}{dC_{Lw}} a_w \quad \text{Eq. 27}$$

$$\frac{dC_m}{d\alpha_w} = k \quad ; \quad \frac{dC_m}{dC_{Lw}} = \frac{k}{a_w} \quad \text{Eq. 28}$$

c) il punto neutro, N_0 , ottenuto con:

$$\frac{dC_m}{d\alpha_w} = \frac{dC_m}{dC_{Lw}} = 0 \quad \text{Eq. 29}$$

ricordando l'Eq. 16:

$$N_0 = \frac{x_{a.c.w.}}{c} + \frac{a_t}{a_w} \bar{v}_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad \text{Eq. 30}$$

⁵ Ci si riferisce in genere al dC_L poiché esso ingloba sia le perturbazioni in termini di α che di velocità.

⁶ Dove se il primo termine è maggiore di zero, il contributo dell'ala è instabilizzante, il secondo termine è composto da un primo rapporto che è una risposta di portanza alla variazione dell'assetto e da una fattore tra parentesi che tiene conto dell'influenza dell'ala sul piano di coda.

è uno ed uno solo perché C_m è lineare e non richiede, pertanto, il calcolo dell'indice di stabilità a $C_m=0$.

N_0 risulta funzione (ma 'debole') della posizione del baricentro, che entra in $\bar{v}_t$ (il braccio l_t varia poco con $x_{c.g.}$).

- d) se C_m non fosse lineare bisognerebbe calcolare l'indice di stabilità a $C_m=0$, come mostrato nella seguente figura:

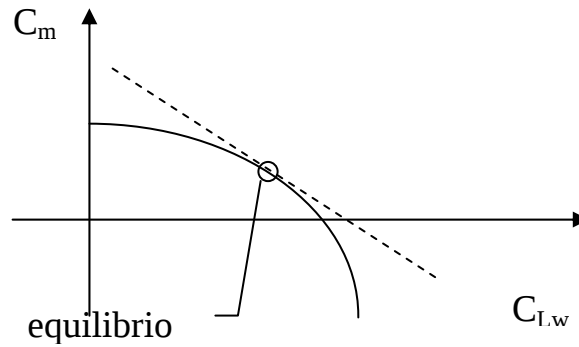


Figura 9

Ciò equivale a scrivere:

$$\left(\frac{dC_m}{dC_{Lw}} \right)_{C_m=0} \quad \text{Eq. 31}$$

ricordando che per poter studiare la stabilità si deve considerare un punto di equilibrio.

- e) Il C_{m0} contiene in sé tutte le asimmetrie, se il profilo è simmetrico, $\alpha_{0w}=0$ ed $i_t=0, C_{m0}=0$. Esso è somma di un contributo dell'ala, che è C_{m0w} , e di una parte funzione della posizione del c.g. in $\bar{v}_t$; poiché deve essere :

$$C_{m0} > 0 \quad \text{Eq. 32}$$

affinché ci sia almeno un C_{Lw} di equilibrio (diverso da zero), e poiché il C_{m0w} è generalmente non positivo per ali usuali, deve risultare:

$$i_t - \alpha_{0w} < 0 \quad \text{Eq. 33}$$

ovvero:

$$i_t < \alpha_{0w} \quad \text{Eq. 34}$$

e richiamando la definizione di diedro longitudinale, Γ_l , si ha:

$$\Gamma_l = \alpha_{0w} - i_t > 0 \quad \text{Eq. 35}$$

ricordando che i_t è stato assunto maggiore di zero nello stesso verso di α_{0w} e che α_{0w} è, generalmente, di pochi gradi ($1^\circ \div 5^\circ$) per velivoli usuali, risulta che i_t è generalmente non positivo.

- f) la posizione del c.g. dà luogo alla seguente situazione tipica, considerando il caso che il centro di gravità si trovi al 20% della corda media aerodinamica ed il caso che esso si trovi al 30%.

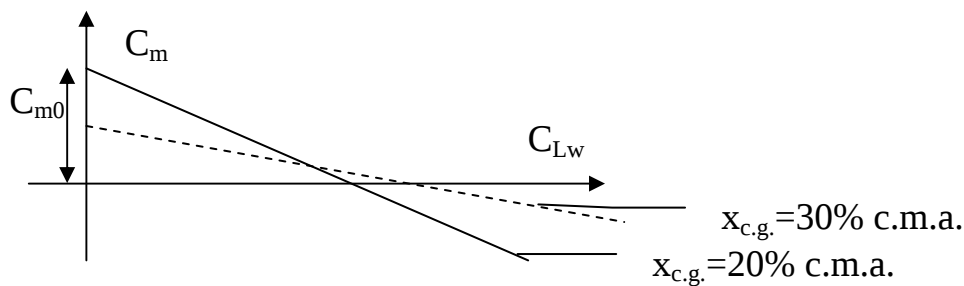


Figura 10

- g) l'indice di stabilità è dato dalla differenza fra la posizione del punto neutro $c \cdot N_0$ e quella del c.g.:

$$\frac{dC_m}{dC_{Lw}} = - \left[N_0 - \frac{x_{c.g.}}{c} \right] < 0 \quad \text{Eq. 36}$$

ciò stabilisce che il centro di gravità deve trovarsi davanti al punto neutro, inoltre ciò determina anche la perfetta identità con il velivolo generalizzato, la Eq. 5 e la Eq. 36 sono identiche, ovvero:

$$\frac{a}{c} = \frac{x_{c.g.}}{c} - \frac{x_f}{c} \quad \text{Eq. 37}$$

il fuoco F del velivolo generalizzato (che può anche definirsi punto neutro di stabilità) coincide col punto neutro della configurazione qui in esame. Tale punto può, parimenti perciò; definirsi come il fuoco del velivolo totale⁷:

PUNTO NEUTRO $\equiv$ FUOCO VELIVOLO TOTALE

- h) il fuoco del velivolo totale, punto neutro, cade dietro il fuoco dell'ala (o del velivolo parziale, cioè il velivolo privato del piano di coda), secondo la quantità:

$$\Delta x_f = N_0 - x_{a.c.w} = \frac{a_t}{a_w} \bar{v}_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad \text{Eq. 38}$$

⁷ Questa è una estrapolazione poiché anche in questo caso il momento rispetto a questo punto è costante, e quindi per analogia lo chiamo fuoco.

i) il termine a secondo membro della Eq. 38 è l'effetto stabilizzante del piano di coda (si ricorda qui che $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ è l'effetto del downwash calcolato sul piano di coda).

j) Per accrescere il C_{Lw} di equilibrio è necessario modificare la geometria della superficie assunta mobile (piano di coda) nel verso che vede aumentare C_{m0} e cioè il diedro longitudinale, riducendo l'angolo i_t (cioè l'apice posteriore P deve spostarsi verso l'alto rispetto all'apice anteriore A, esattamente come per il velivolo generalizzato).

k) Questa trattazione, pur nella sua efficacia, presenta i seguenti difetti od inconvenienti:

1. si articola solo sull'equazione di equilibrio alla rotazione $C_m = 0$, sicché il C_{Lw} di equilibrio, a $C_m = 0$, dovrà essere poi garantito dall'altra condizione di equilibrio (alla traslazione) data dalla Eq. 6, il che comporta un carico di coda N_t , ovvero C_{Lt} , di equilibrio che altera i_t e quindi C_{m0} ; dualmente si può dire, osservando le Eq. 6 e 7 nonché la Eq. 14, che per un dato C_{Lw} , che si vuole di equilibrio, ci sarà un C_{Lt} dato dall'equazione $C_m = 0$, che non necessariamente soddisfa l'equazione di equilibrio alla traslazione Eq. 6 (anche se in pratica, generalmente, lo squilibrio eventuale è lieve).
2. la posizione del punto neutro dipende, in modo 'debole', dalla posizione del c.g. che entra in $\bar{v}_t$. ciò inficia la definizione concettuale di fuoco che è una caratteristica 'assolutamente' aerodinamica.
3. C_m dipende dal c.g. che entra in $\bar{v}_t$. anche ciò è indesiderato in quanto $C_{m0}=C_{mf}$ deve essere una caratteristica 'assolutamente' aerodinamica.

l) questa trattazione è analoga a quella sviluppata da Perkins.

3) NUOVA TRATTAZIONE

Si osserva ,preliminarmente, che se si assume come variabile indipendente in C_m non già il C_{Lw} , bensì il C_L totale agente sul sistema, si dovrà avere che, quando tale coefficiente (o forza totale) è nullo il momento (ovvero il C_{m0}) dovrà essere una coppia pura, quindi indipendente dal punto intorno al quale si computa M, vuoi che sia il c.g., vuoi che sia il fuoco o altro punto.

Assumere il C_L del sistema, e non già C_{Lw} , come C_L di equilibrio appare anche nella sua evidente convenienza fisica.

Dunque, assumendo C_L come variabile indipendente, si dovrà avere: C_{m0} indipendente dal c.g., i_t e Γ_1 indipendenti dal c.g., N_0 indipendente dal c.g., come è desiderabile.

Dunque (sempre confondendo C_L con C_N):

$$C_N \cong C_L = C_{Lw} + \frac{S_t}{S_w} \eta_t C_{Lt} \quad \text{Eq. 39}$$

la Eq. 14 diventa allora:

$$C_m = C_{m0w} + x_a C_L - C_{Lt} \bar{v}_t' \eta_t \quad \text{Eq. 40}$$

$$\overline{v}_t' = \overline{v}_t + x_a \frac{S_t}{S_w} = \frac{S_t}{S_w} \left(\frac{l_t}{c} + x_a \right) = \frac{S_t l}{S_w c} \quad \text{Eq. 41}$$

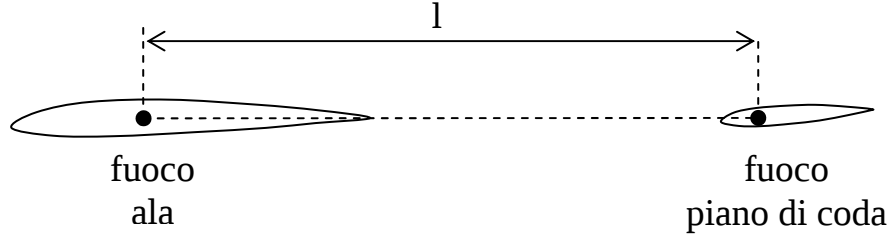


Figura 11

dove l rappresenta la distanza tra i fuochi dell'ala e del piano di coda .

Introduciamo l'angolo di attacco del sistema, α , tale che :

$$C_L = a \cdot \alpha \quad \text{Eq. 42}$$

$$\alpha = \alpha_w + \alpha_0 \quad \text{Eq. 43}$$

In base alle Eq. 8, 13, 23, 39, risulta (eguagliando i membri della Eq. 39 e 42):

$$a = a_w \left[1 + \frac{a_t S_t}{a_w S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] \quad \text{con } a > a_w \quad \text{Eq. 44}$$

$$\alpha_0 = \frac{a_w}{a} \alpha_{0w} + \frac{a_t S_t}{a S_w} (i_t - \varepsilon_0) \quad \text{Eq. 45}$$

che rappresenta l'angolo di portanza nulla del sistema, ed il rapporto del primo addendo a secondo membro tiene conto del fatto che ora si sta considerando la pendenza della retta di portanza del sistema totale, non dei singoli componenti.

$$|\alpha_0| < |\alpha_{0w}| \quad ; \quad \alpha_0 \cong \alpha_{0w} \quad \text{Eq. 46}$$

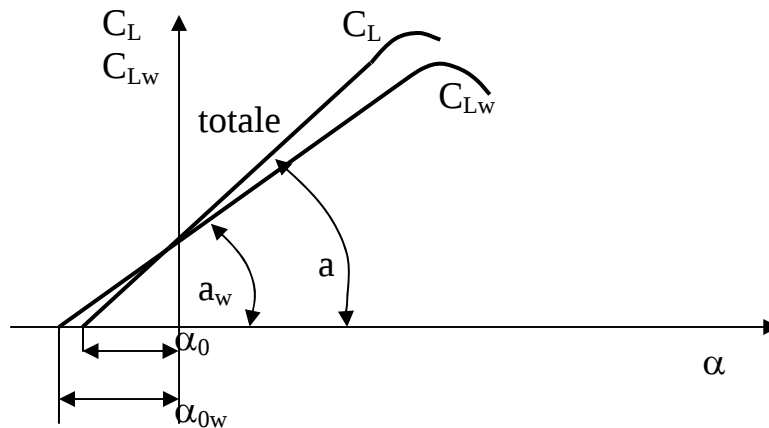


Figura 12

Esprimiamo ,ora , C_{Lt} in funzione di α , o di C_L .

Dalla Eq. 10 si ricava:

$$C_{Lt} = a_t \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \alpha + C_{Lt0} = \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) C_L + C_{Lt0} \quad \text{Eq. 47}$$

$$C_{Lt0} = a_t (i_t - \varepsilon_0) \left[1 - \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] - a_t \frac{a_w}{a} (\alpha_{0w} - \varepsilon_0) \quad \text{Eq. 48}$$

$$C_{Lt0} = a_t \alpha_{t0} \quad \text{Eq. 49}$$

$$\alpha_{t0} = (i_t - \varepsilon_0) \left[1 - \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] - \frac{a_w}{a} (\alpha_{0w} - \varepsilon_0) \quad \text{Eq. 50}$$

In base alla Eq. 44, risulta:

$$\alpha_{t0} = \frac{1}{\left[1 + \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]} (i_t - \alpha_{0w}) = k (i_t - \alpha_{0w}) = -k \Gamma_l \quad \text{Eq. 51}$$

Il valore di k dipende dalla geometria del velivolo. Esso è prossimo all'unità, ma sempre inferiore. Se si adottano, per esempio, valori tipici:

$$\frac{a_t}{a_w} = 0.7 \quad ; \quad \frac{S_t}{S_w} = 0.22 \quad ; \quad \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.4$$

risulta $k \approx 0.92$ tipico.

Il valore di k dunque è poco diverso da 1 e può essere tipicamente assunto pari a 0.9.

Dunque ricordando l'Eq. 35, si ha:

$$\alpha_{t0} \cong -0.9 \Gamma_l < 0 \quad \text{Eq. 52}$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{a_t S_t}{a_w S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)} \quad \text{Eq. 53}$$

Per quanto concerne il momento, risulta:

$$C_m = C_{m0w} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] C_L - C_{Lt0} \bar{v}_t' \eta_t \quad \text{Eq. 54}$$

dove ricordiamo che x_a è la posizione del fuoco del velivolo parziale, e che in $\bar{v}_t'$ non compare più il baricentro, sicché tutta l'equazione è indipendente da esso.

$$C_m = C_{m0w} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right] C_L - a_t \bar{v}_t' \alpha_{t0} \quad \text{Eq. 55}$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m_{CL}} \cdot C_L \quad \text{Eq. 56}$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m_\alpha} \cdot \alpha \quad \text{Eq. 57}$$

$$C_{m_{CL}} = \frac{C_{m_\alpha}}{a} = x_a - \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{v}_t' \quad \text{Eq. 58}$$

Ricordando la Eq. 44 risulta:

$$C_{m_{CL}} = \frac{C_{m_\alpha}}{\alpha} = x_a - \frac{\bar{a}}{1 + \bar{a}} \frac{l}{c} \quad \text{Eq. 59}$$

ove con $\bar{a}$ si è indicato il termine dipendente dalla geometria del velivolo:

$$\bar{a} = \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad \text{Eq. 60}$$

Risulta anche:

$$C_{m0} = C_{m0w} - a_t \bar{v}_t' \alpha_{t0} \quad \text{Eq. 61}$$

ovvero, in base alla Eq. 51:

$$C_{m0} = C_{m0w} - a_t \bar{v}_t' k (i_t - \alpha_{0w}) \quad \text{Eq. 62}$$

$$C_{m0} = C_{m0w} - a_t \bar{v}_t' k \Gamma_l = C_{m0w} + \frac{a_t \bar{v}_t'}{1 + \bar{a}} \Gamma_l \quad \text{Eq. 63}$$

Il punto neutro $\left(\frac{dC_m}{dC_l} = 0 \right)$ risulta:

$$N_0 = \frac{x_{a.c.w.}}{c} + \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad \text{Eq. 64}$$

$$N_0 = \frac{x_{a.c.w.}}{c} + \frac{\bar{a}}{1 + \bar{a}} \frac{l}{c} = \frac{x_{a.c.w.} + \bar{l}}{c} \quad \text{Eq. 65}$$

$$\bar{l} = \frac{\bar{a}}{1 + \bar{a}} l \quad \text{Eq. 66}$$

dove il termine $\bar{l}$ non dipende più dal baricentro e viene chiamato ‘spostamento del fuoco’.

$$C_{m_{C_L}} = \frac{x_{c.g.}}{c} - N_0 = \frac{x_{c.g.} - (x_{a.c.w} + \bar{l})}{c} \quad \text{Eq. 67}$$

Osservazioni

- Si riscontra che C_{m0} non dipende dalla posizione del baricentro, bensì solo dalla geometria del velivolo, come era desiderato.
- Si riscontra che l'indice di stabilità dipende da l e non più da l_t (che dipende dalla posizione del centro di gravità) e che il punto neutro non dipende più dalla posizione del baricentro, come era desiderato.
- Il velivolo (o l'equilibrio) è stabile (staticamente) se il c.g. cade avanti al punto neutro, fuoco del velivolo.
- Il punto neutro, ovvero il fuoco del velivolo, arretra rispetto al fuoco dell'ala (a.c.w) della quantità $\bar{l}$, che dipende solo dalla geometria, quindi il punto neutro dipende solo (per dati Re e $Mach$) dalla geometria.
- La quantità $\bar{l}$ viene chiamata 'spostamento del fuoco' dell'ala, per 'merito' del piano orizzontale, in un punto che assume la definizione di fuoco di tutto il sistema ala-piano.
- Al simbolo $\bar{a}$ può essere dato il nome di 'pendenza ridotta del piano' (pendenza della retta di portanza, o di forza normale...).
- La funzione $C_m(C_L)$ è illustrata dalla seguente figura:

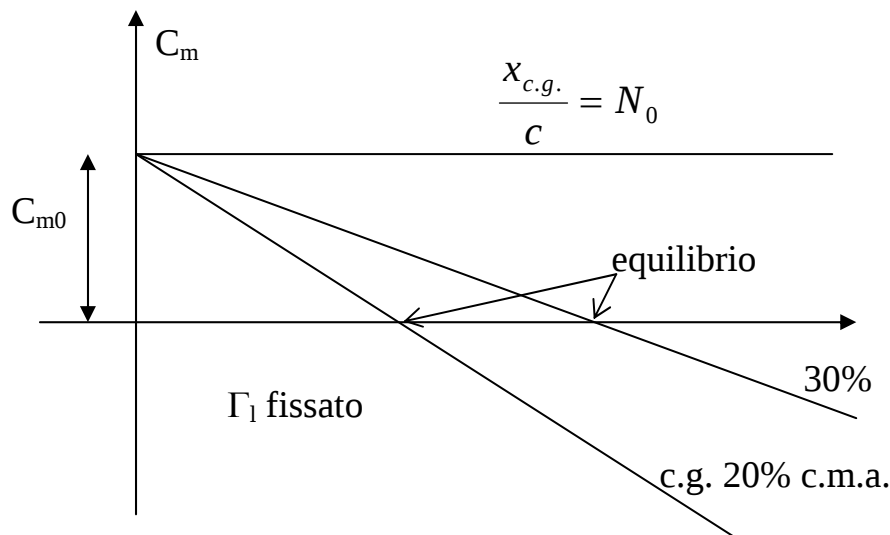


Figura 13

Si raffronti con la Figura 10, qui il C_{m0} è unico.

- Il C_L di equilibrio può crescere accrescendo Γ_l , ossia riducendo (in senso negativo) i_t , ovvero ruotando l'asse di portanza nulla del piano in modo che l'apice posteriore P (bordo d'uscita) vada verso l'alto.

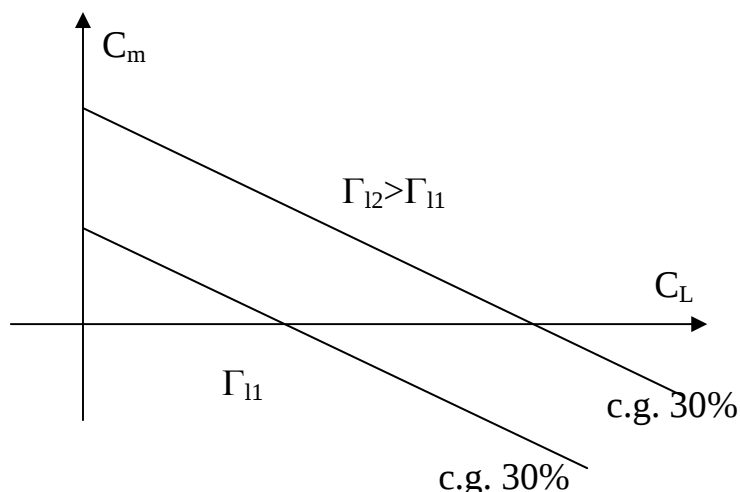


Figura 14

- i) Il sistema analizzato, ala-piano, è perfettamente riconducibile, o identificabile, col sistema portante generalizzato, come è facile riscontrare (profilo reflex).
- j) Tutte le asimmetrie sono 'confinare ed accumulate' in C_{m0} .

4) Sistema Velivolo

Il velivolo si compone di un corpo-fusoliera (Body), di una superficie portante principale (ala-Wing), di una superficie portante (o deportante) secondaria, qui assunta in coda, piano orizzontale di coda (Tail plane).

Si consideri separatamente il piano dal resto del velivolo, che viene definito velivolo parziale (Wing-Body).

Tutte le trattazioni riportate sopra restano valide ed applicabili a questo sistema con le seguenti sostituzioni evidenti:

$$a_{wb} \rightarrow a_w \quad \text{Eq. 68}$$

$$\alpha_{wb} \rightarrow \alpha_w \quad \text{Eq. 69}$$

$$C_{m0wb} \rightarrow C_{m0w} \quad \text{Eq. 70}$$

$$x_{a.c.wb} \rightarrow x_{a.c.w} \quad \text{Eq. 71}$$

5) $C_L(\alpha)$ di equilibrio

Adesso vediamo la curva di portanza del velivolo equilibrato. Bisogna precisare che condizioni di volo riflette.

Se spostato il baricentro più avanti, ho che in coda ho bisogno di un carico minore o addirittura deportante nel caso esso si trovi più avanti del fuoco del velivolo parziale. Ad ogni spostamento in avanti del c.g. ho una riduzione della portanza del piano di coda, sicché fissato l' α e quindi il C_{Lw} dell'ala, il C_L dell'intero sistema si riduce.

Se il centro di gravità coincide con il fuoco dell'ala allora $l=l_i$.

Guardando alla Figura 11, il fuoco dell'ala si trova generalmente in avanti tra il 20-25% della corda, se si considera il velivolo solo ala; ancora più avanzato, attorno al 15%, se si considera anche la fusoliera, perché essa introduce un contributo cabrante e quindi instabilizzante.

Dalla Eq. 40 eguagliando a zero il secondo membro ($C_m=0$) si ha C_{Lte} di equilibrio alla rotazione:

$$C_{Lte} = \frac{C_{m0w} + x_a C_{Le}}{v_t' \eta_t} \quad \text{Eq. 72}$$

e dalla Eq. 39, introducendo il C_{Lte} :

$$C_{Le} = C_{Lw} \frac{l}{l_t} + C_{m0w} \frac{c}{l_t} \quad \text{Eq. 73}$$

Ricordando la Eq. 8, risulta:

$$C_{le} = a_e (\alpha_w + \alpha_{0e}) \quad \text{Eq. 74}$$

$$a_e = a_w \frac{l}{l_t} \quad \text{Eq. 75}$$

$$\alpha_{0e} = \alpha_{0w} + \frac{C_{m0w}}{a_w} \frac{c}{l} \quad \text{Eq. 76}$$

Osservazioni

- a) C_{Le} dipende, per un dato α_w (ovvero C_{Lw}), dalle posizioni del c.g., che entra in $l_t = l - x_a c$. più avanti si trova il c.g., più piccolo è il C_{Le} per un dato assetto, e viceversa.

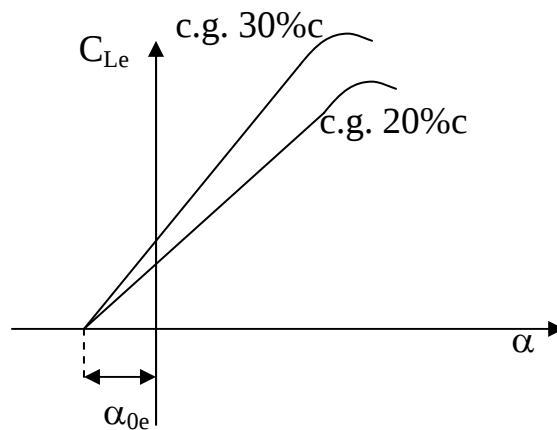


Figura 15

⁸ C_{Lte} è anche il coefficiente di carico di bilanciamento a meno di alcuni fattori.

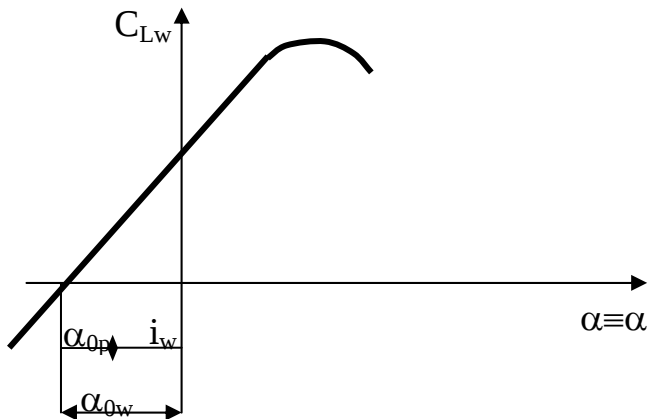
- b) Conviene non spostare il c.g. avanti al fuoco dell'ala per non ridurre il contributo dell'ala, C_{Lw} , con un rapporto $\frac{l}{l_t} < 1$.
- c) Conviene tenere C_{m0w} (che è negativo⁹, in generale, per velivolo convenzionale) quanto più piccolo possibile (in valore assoluto) per ridurre l'effetto sfavorevole sul $C_{Le \max}$ (stallo) nonché sul C_{Lte} (ciò può portare al peggioramento dell'efficienza aerodinamica¹⁰ globale del velivolo).
- d) L'angolo di portanza nulla, α_{0e} , dipende solo dalla geometria dell'ala e dal rapporto $\frac{c}{l}$, che pure è un parametro geometrico, e non dalla posizione del baricentro, cioè dipende solo dalle asimmetrie presenti (α_{0w} e C_{m0w}).
- e) La pendenza della retta di portanza, a_e , ed α_0 sono diverse dalle omologhe date dalle Eq. 44 e 45. esse non dipendono da ε e da $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, né dai rapporti caratteristici $\frac{a_t}{a_w}$ ed $\frac{S_t}{S_w}$, in quanto esse riguardano condizioni di equilibrio di forze (o di coefficienti di forze), indipendenti dagli angoli di incidenza specifici di ala e coda.
- f) La curva $C_{Le}(\alpha_w)$ va utilizzata solo per studiare stati di equilibrio, quindi in problemi di prestazioni di volo, non per analisi di stabilità. Nelle analisi di stabilità è vero che si parte da uno stato di equilibrio, quindi da un C_{Le} , ma la perturbazione ΔC_L (ovvero $\Delta \alpha_w$) è concettualmente diversa da ΔC_{Le} : se si considera $C_{Le} + \Delta C_{Le}$ è pur sempre un C_L di equilibrio, quindi il velivolo vi permane senza tuttavia potersi dire 'neutro'.
In sostanza, se si segue con il ΔC_{Le} la curva $C_{Le}(\alpha_w)$ si dispone il piano di coda sempre con una geometria che realizza un C_{Lte} di equilibrio (alla rotazione) e quindi il velivolo non dispone di un momento 'ristoratore' (che tende a riportare il velivolo nella condizione di equilibrio iniziale).
- g) Per studi di stabilità va utilizzata la curva $C_L(\alpha_w)$ data dall'Eq. 42 che dà il C_L del velivolo per fissata geometria. Non si deve confondere la circostanza che il $\frac{dC_m}{dC_L}$ (indice di stabilità) va considerata a $C_L = C_{Le} = \frac{C_{m0}}{C_{m_{CL}}}$ (vedi Eq.56) con la circostanza che esiste la curva $C_{Le}(\alpha_w)$. La curva $C_L(\alpha)$ ha, al massimo, un solo C_L di equilibrio.

⁹ $C_{m0w} < 0$, vuol dire di per sé un contributo deportante sul piano di coda, poiché se si ha un momento picchiante, si deve avere un carico sulla coda diretto verso il basso per l'equilibrio, vedi Eq. 72.

¹⁰ Perché così operando si perde in termini di C_{Le} e allora si deve aumentare quello del velivolo parziale per portare lo stesso peso, così facendo aumento la C_{Di} dell'ala e, anche se deportante, quella del piano di coda.

- h) Per un dato α_w , il C_L è in generale diverso da quello dato dalla Eq. 42, in quanto sono diversi gli angoli di portanza nulla α_0 ed α_{0e} e le pendenze a ed a_e ; per $C_{Le}=C_L$ si hanno, in generale, due α_w diversi.
- i) Le stesse osservazioni valgono per il velivolo parziale, con i medesimi passaggi al punto 4 (Sistema Velivolo): $a_w \rightarrow a_{wb}$, ecc.

ALA ISOLATA

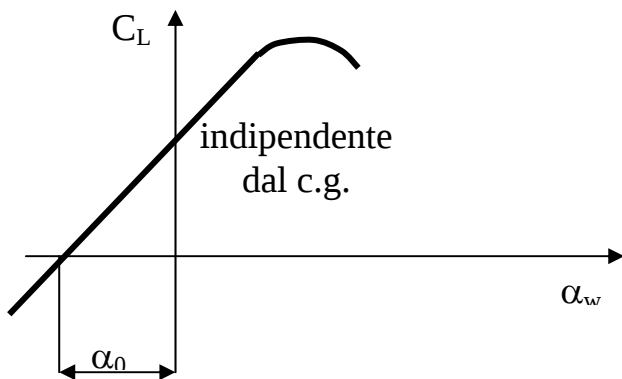


$$C_{Lw} = a_w (\alpha_w + \alpha_{0w})$$

i_w = calettamento della c.m.a. (o altra corda) rispetto al piano di riferimento (o linea).

α_{0p} = angolo di portanza nulla del profilo c.m.a. o, semplicemente, dell'ala stessa.

VELIVOLO TOTALE GEOMETRIA FISSA STUDI DI STABILITA'

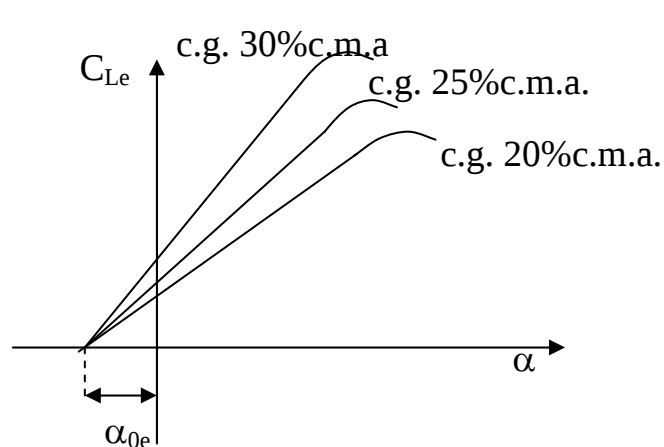


$$C_L = a \cdot \alpha$$

$$a = a_w \left[1 + \frac{a_t S_t}{a_w S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]$$

$$\alpha_0 = \frac{a_w}{a} \alpha_{0w} + \frac{a_t S_t}{a S_w} (i_t - \varepsilon_0)$$

EQUILIBRIO STUDI DI PRESTAZIONI



$$C_{Le} = C_{Lw} \frac{l}{l_t} + C_{m0w} \frac{c}{l_t}$$

$$C_{le} = a_e (\alpha_w + \alpha_{0e})$$

$$a_e = a_w \frac{l}{l_t}$$

$$\alpha_{0e} = \alpha_{0w} + \frac{C_{m0w}}{a_w} \frac{c}{l}$$

APPENDICE 1

È importante sottolineare, per il nostro studio, la differenza tra il momento focale e, per esempio, il momento calcolato rispetto ad $\frac{1}{4}$ della corda.

Dal grafico seguente è facile ricavare la posizione del fuoco rispetto al 25% della corda, infatti, supponendo che la curva del $C_m \frac{1}{4}$ sia una retta, si ha:

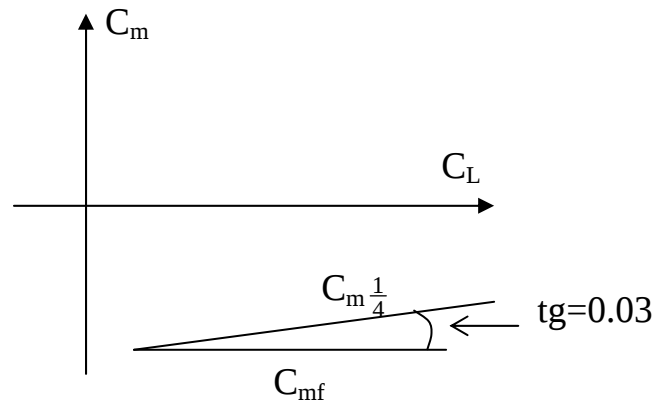


Figura 16

Ove, determinato il valore della tangente dell'angolo formato dalla retta del momento focale (che si ricorda è costante), e dalla curva del momento rispetto al punto ad $\frac{1}{4}$ della corda, esso dovrà essere sottratto alla posizione del punto ad $\frac{1}{4}$ di c.

Infatti, guardando il grafico, si evince che all'aumentare dell'assetto la risposta del velivolo è tale da dar luogo ad un minor (in valore assoluto) momento picchiante (è negativo) e quindi il fuoco si deve trovare in posizione più avanzata ($x_f=0.25c-0.03c=0.22c$, cioè al 22% della corda). Inoltre se la curva del $C_m \frac{1}{4}$ non è una retta si ha che, al variare dell'assetto, varierà anche la posizione del fuoco.

APPENDICE 2

Per la determinazione del C_{m0} , spesso ci si può trovare di fronte a curve come nel caso seguente:

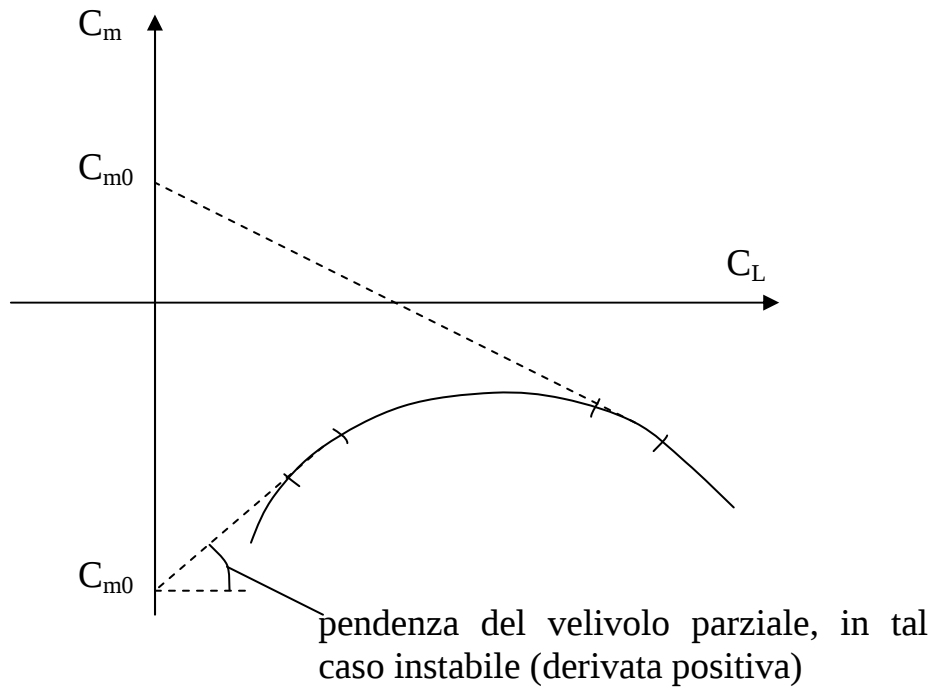


Figura 17

dove tale curva si può avere per velivoli ad ala alta, non riferito al fuoco, ma, per esempio, riferito al 20% della corda per $z=15\%$.

In generale si può ridurre il diagramma in determinati segmenti, per cui è possibile fare le stesse generalizzazioni su C_{m0} , come quelle fatte precedentemente.

L'ANGOLO i_t PER L'EQUILIBRIO

Esistono due tipi di piani di coda, un piano tutto mobile (detto stabilatore), ed uno composto da una parte fissa (stabilizzatore) ed una mobile (equilibratore).

Se ci riferiamo all'asse di portanza nulla i funzionamenti dei due sistemi sono uguali. Lo stabilatore si comporta come un profilo simmetrico, ed i_t è l'angolo formato dalla corrente con la retta di portanza nulla. Se tale piano mobile non è simmetrico, l'angolo di portanza nulla è maggiore o minore di zero a seconda che tale piano sia ricurvo verso l'alto (presenta cioè la concavità verso l'alto) o verso il basso.

Per l'altro tipo di piano, invece, si può avere una curvatura della parte fissa, per esempio per facilitare la cabrata. Questo perché, qualora si modificasse la posizione dell'equilibratore per cabrare, la parte fissa, mutandosi il flusso intorno ad esso, si troverebbe a dare un contributo di portanza, che si oppone alla manovra di cabrata richiesta.

È possibile scrivere:

$$i_t = i_{t0} + \tau \delta_e \quad \text{Eq. 77}$$

con

$$\tau = \frac{d\alpha_{0l}}{d\delta_e} \quad \text{Eq. 78}$$

dove: i_{t0} è l'angolo dell'asse di portanza nulla dell'impennaggio rispetto alla linea di riferimento a $\delta_e=0$ (vedi Figura 5).

α_{0l} è l'angolo di portanza nulla dell'impennaggio.

δ_e è l'angolo di deflessione dell'equilibratore (positivo verso il basso).

τ è detto *indice di efficacia* dell'equilibratore, indica cioè la variazione dell'angolo dell'asse di portanza nulla per un grado di variazione di δ_e .

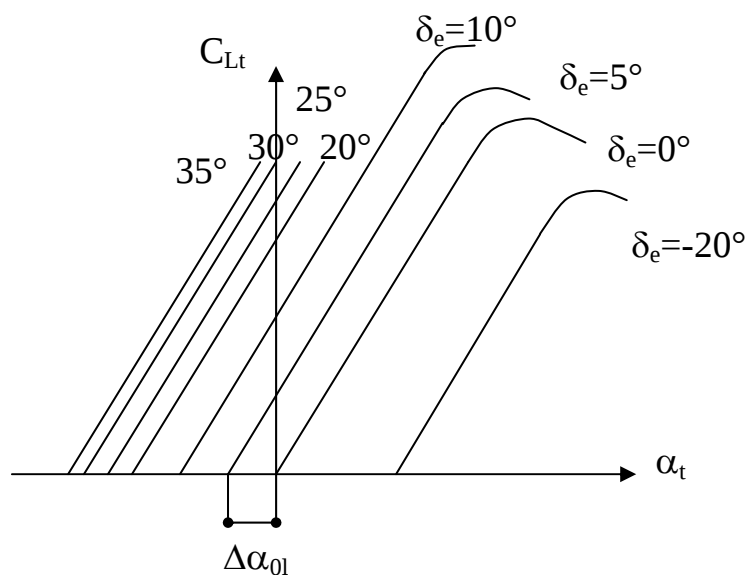


Figura 18

Come si vede dalla figura esso è costante fino a circa $\delta_e=15^\circ$, oltre tale valore τ decresce, ovvero i segmenti individuati sull'asse α_t sono sempre più piccoli, ma per ragioni di snellezza dell'analisi verrà assunto costante per cui si può assumere

$$\tau = \frac{\Delta\alpha_{0l}}{\Delta\delta_e}.$$

Tornando alla figura si capisce che, dato che la parte mobile è in grado di spostare l'asse di portanza nulla, più grande è $\Delta\alpha_{0l}$ a parità di $\Delta\delta_e$, maggiore è l'efficacia intesa come capacità di spostare l'asse di portanza nulla del piano di coda.

Si possono avere grossi angoli di δ_e se per esempio l'allungamento alare dell'ala è piccolo, per cui si hanno fenomeni di downwash forti tali da permettere di avere elevati δ_e .

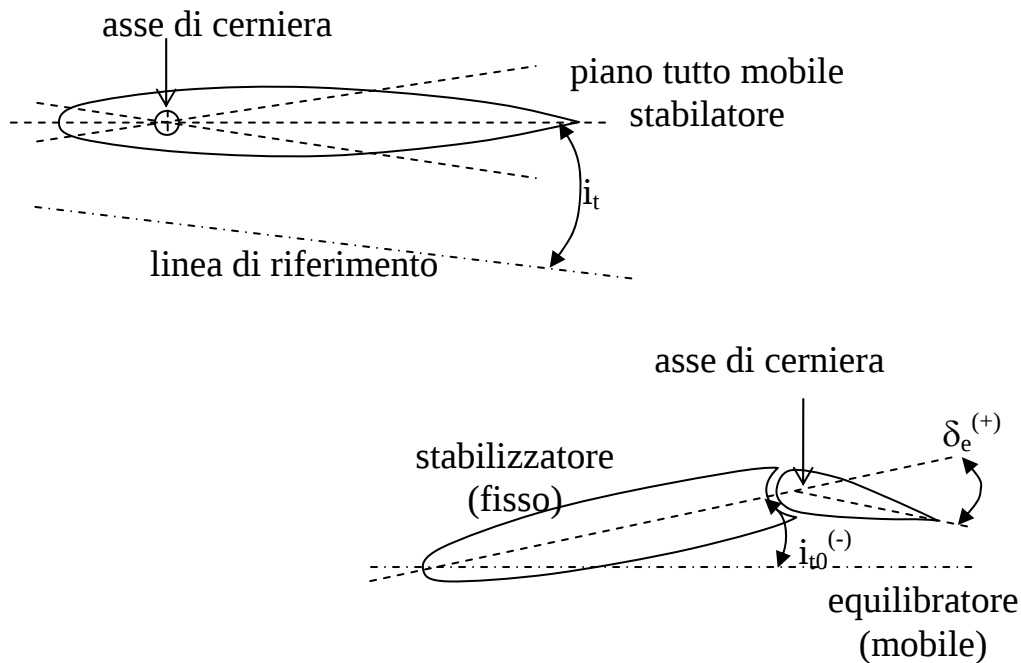


Figura 19

STABILATORE

Tale piano deve dare equilibrio e stabilità al sistema. Per l'equilibrio alla rotazione deve essere $C_m=0$, che fornisce dalle Eq. 56 e 62:

$$i_{te} = \alpha_{0w} + \frac{C_{m0w}}{-C_{mi}} + \frac{C_{mCL}}{-C_{mi}} C_{Le} \quad \text{Eq. 79}$$

dove:

$$C_{mi} = -a_t \bar{v}_t' k \quad \text{Eq. 80}$$

è la 'potenza' (intesa come capacità) di controllo del piano, ovvero come capacità del piano di cambiare il momento del velivolo per ogni grado di variazione del

calettamento i del piano; inoltre il C_{m0} potrebbe non essere lo stesso al variare di C_L , dipende infatti dal tratto di curva cui ci riferiamo (vedere Appendice 2, pag.23).

$i_{te} = i_t$ per l'equilibrio.

Guardando alle Eq. 51, 56 e 62 si ha:

$$C_{mi} = \frac{dC_m}{di_t} = \frac{dC_{m0}}{di_t} < 0$$

che rappresenta proprio la definizione di C_{mi} .

$$i_{te} = i_{te0} - \frac{C_{m_{CL}}}{C_{mi}} C_{Le} = i_{te0} + \frac{di_{te}}{dC_L} C_{Le} \quad \text{Eq. 81}$$

dove i_{te0} è la parte fissa a $C_L=0$ e raccoglie in sé tutte le asimmetrie e che abbiamo scritto uguale a:

$$i_{te0} = \alpha_{0w} + \frac{C_{m0w}}{-C_{mi}} \quad \text{e} \quad \frac{di_{te}}{dC_L} < 0 \quad \text{Eq. 82}$$

dove il rapporto a secondo membro rappresenta il numero di gradi che ci vogliono per vincere il C_{m0} , cioè quanti gradi devo dare per vincere il momento a portanza nulla. L'Eq. 82 ci dice che per avere un momento picchiante c'è bisogno di avere i_{te0} negativi, cioè gradi a cabrare, poiché $-C_{mi}>0$ e $C_{m0w}<0$ per momento a picchiare.

Introducendo, ora, il diedro longitudinale $\Gamma_1 = \alpha_{0w} - i_{te}$ di equilibrio, si ottiene:

$$\Gamma_{le} = \Gamma_{le0} + \frac{d\Gamma}{dC_{Le}} C_{Le} = \Gamma_{le0} + \frac{C_{m_{CL}}}{C_{mi}} C_{Le} \quad \text{Eq. 83}$$

(si ricordi che $C_{m_{CL}} < 0$). Il rapporto $\frac{C_{m_{CL}}}{C_{mi}}$ ci dice che più stabile è il velivolo, maggiore è il momento che devo imprimere per variare l'assetto.

$$\Gamma_{le0} = \frac{C_{m0w}}{C_{mi}} \quad \text{Eq. 84}$$

In base a quanto detto possono essere disegnate le due seguenti figure, una rappresentativa dell'angolo di incidenza del piano in funzione dell'assetto di equilibrio, al variare di diverse posizioni del baricentro; l'altra dell'angolo diedro longitudinale in funzione dell'assetto, al variare di diverse posizioni del baricentro.

Dalla Figura 20 si vede che i_{te0} è positivo perché la retta ha pendenza negativa, inoltre al massimo assetto, se questo è molto forte, si può avere un funzionamento in zona non lineare del piano di coda.

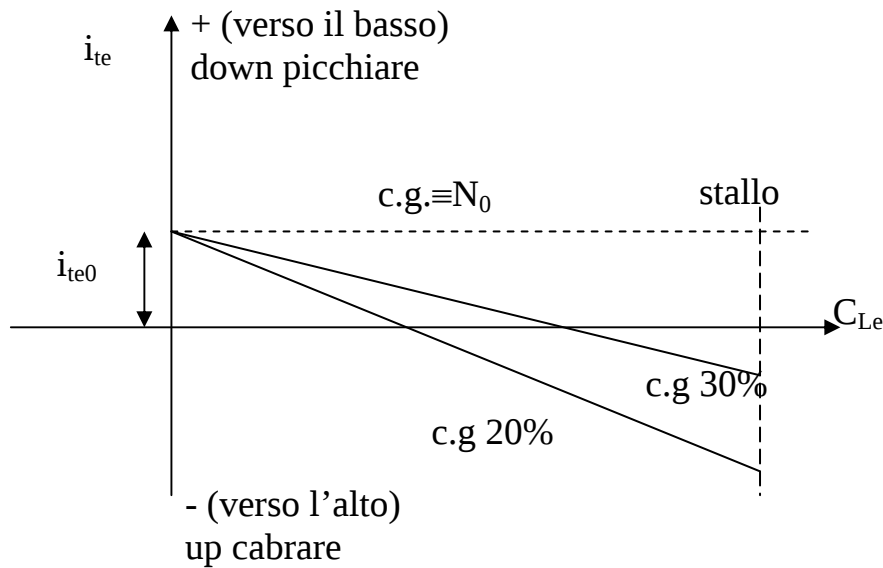


Figura 20

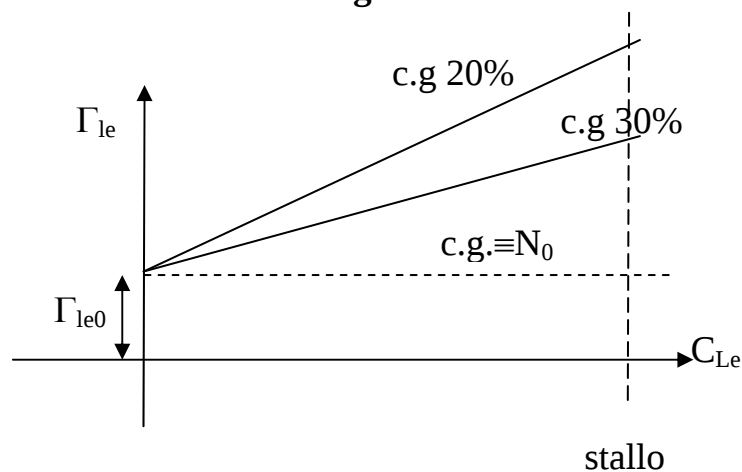


Figura 21

Assumiamo questi risultati con riferimento allo 'stabilizzatore'.

Osservazioni

- Al crescere di C_{Le} si deve accrescere (verso il basso) i_{te} , in accordo con quanto detto nel caso del velivolo generalizzato, ovvero si deve accrescere l'angolo diedro longitudinale, che resta sempre positivo.
- A $C_{Le}=0$, i_{te0} è maggiore, minore o uguale di zero a seconda che $\frac{C_{m0w}}{C_{mi}}$ sia minore, maggiore o uguale ad α_{0w} (si ricordi sempre che è $C_{mi}<0$ e $C_{m0w}>0$).
- Il rapporto $\frac{C_{m0w}}{C_{mi}}$ assume un ruolo importante nel definire l'angolo diedro longitudinale a $C_{Le}=0$ (vedi Eq. 84).
- All'avanzare del baricentro è richiesto un maggior angolo i_{te} ed un maggiore angolo Γ_{le} . Se il baricentro si trova in N_0 , qualunque angolo è di equilibrio, come deve risultare, essendo nullo l'indice di stabilità.

e) Osserviamo ora alcuni casi di non stabilità.

Il $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ ¹¹ non è sempre costante al variare dell'assetto in relazione alla particolare configurazione del velivolo (vedi anche 'Alcune considerazioni sul downwash'). Si hanno le situazioni delineate in figura:

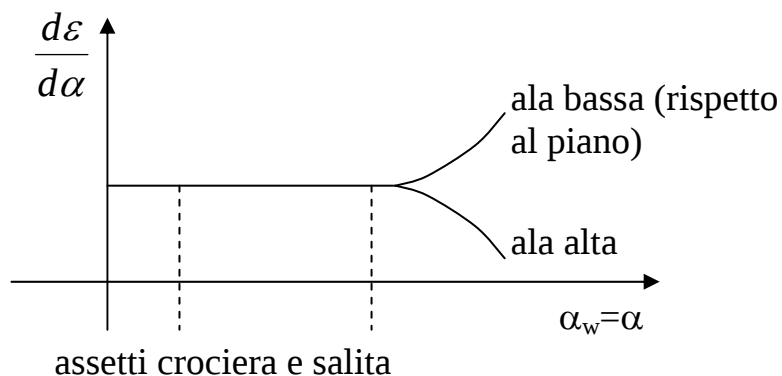


Figura 22

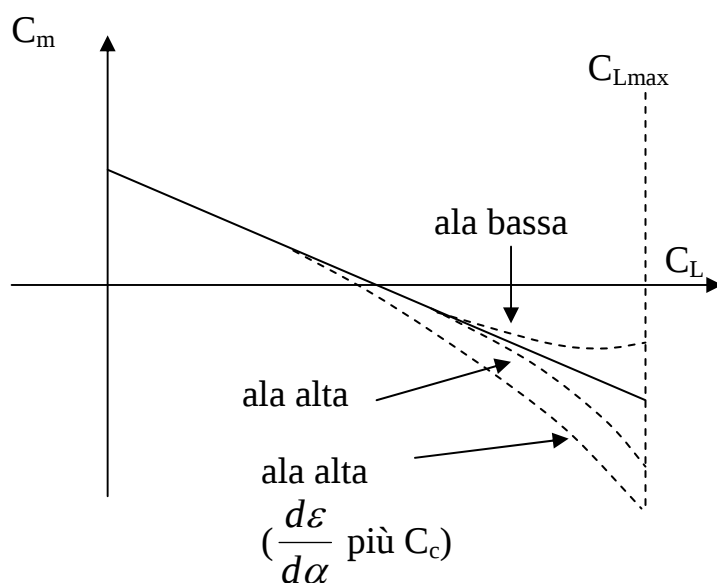


Figura 23

Effetto C_c se l'ala è montata sopra la fusoliera.

Si noti anche il contributo della forza parallela (coefficiente C_c) che introduce un contributo alla stabilità, detta pendolare (v. Perkins).

¹¹ Il $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ aiuta se si deve cabrare, perché devia la corrente ed allora il δ_e è più piccolo, ma un $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ è sfavorevole alla stabilità. Perché, partendo dall'equilibrio, dando un $\Delta\alpha$ a cabrare, se si ha un forte downwash, questo aiuta la cabrata, ma la risposta del sistema ad opporsi al $\Delta\alpha$, cioè a picchiare per la stabilità, è più piccola. Allora il fuoco si sposta in avanti.

Per la configurazione ad ala alta rispetto al piano, dunque, ci sono due contributi ‘non lineari’, per l’ala bassa il contributo ‘pendolare’ è praticamente nullo (in questo caso l’ala è da intendersi montata sotto la fusoliera).

Altro possibile contributo non lineare è rinvenibile in a_t ed a_w . Questi parametri, come è noto dall’aerodinamica, si riducono agli alti assetti, elevati C_{Lt} e C_{Lw} (α_t ed α_w). La riduzione di a_t si riflette sfavorevolmente sul C_{mi} e sul $C_{m_{CL}}$ (vedi Eq. 58, 59 e 60). Poiché $C_{m_{CL}}$ è composto dalla somma di due termini, di cui uno solo dipende da a_t in modo praticamente diretto, risulta che

il rapporto $\frac{C_{m_{CL}}}{C_{mi}}$ cresce al decrescere di a_t . Ciò si può chiaramente riscontrare

analizzando tale rapporto, che risulta nella forma (vedi Eq. 58 e 80):

$$\frac{C_{m_{CL}}}{C_{mi}} = \frac{x_a}{-a_t v_t' k} + \frac{S_t}{a_w S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \frac{l}{c(1+\bar{a})} \frac{1}{v_t' k} \cong \frac{n}{a_t} + m > 0$$

dove il segno $\cong$ si riferisce al termine $\bar{a}$ piccolo rispetto all’unità, termine che contiene a_t . Bisogna fare in modo che il piano non lavori mai a bassi a_t , cioè non ci si deve trovare mai a grossi assetti del piano.

D’altra parte anche il termine $\frac{C_{m0w}}{C_{mi}} > 0$ cresce al crescere di a_t .

Ne risulta una non linearità in i_{te} (vedi Eq. 79) accentuata a forti C_{Le} ed un i_{te0} minore: cioè in definitiva aumentano le deflessioni del piano a cabrare al crescere di C_{Le} .

Va però subito detto che tale ragionamento, puramente matematico, va affiancato controllando l’effettivo valore del C_{Lte} per determinare se si è fuori dal campo lineare di $C_{Lt}(\alpha_t)$.

Dalla Eq. 72 si vede che, a piccoli assetti di volo, C_{Le} piccoli, il C_{Lte} è piccolo (basta introdurre valori tipici ed usuali nella 72). A forti C_{Le} , nel caso di baricentro massimamente arretrato ($x_a \cong 0.25$ tipico), con profilo alare poco curvo (C_{m0w} piccolo, dell’ordine di -0.02), si hanno forti C_{Lte} (si richiama anche che il carico di bilanciamento in tali condizioni ha valori positivi e notevoli) particolarmente se il volume di coda è piccolo ed $\eta_t < 1$. Non si può escludere il caso (velivolo mal dimensionato) che il C_{Lte} risulta maggiore di quello che il piano può ‘fisiologicamente’ dare (si ricorda che il piano ha basso allungamento e lavora a Reynolds praticamente pari a metà di quello dell’ala, per non parlare degli effetti del Mach).

In tal caso non si può raggiungere il C_{Lw} massimo di cui l’ala, di per sé, è capace, cioè ci si deve fermare prima poiché il piano di coda non ce la fa.

Al di là di tale situazione c’è da dire che il piano tutto mobile, indipendente dall’assetto del velivolo, in condizioni ‘statiche’, non ha altre limitazioni sostanziali se non quelle relative alle dimensioni della barra, all’escursione angolare o lineare di questa, nonché agli sforzi di barra, come sarà visto in seguito.

Avendo quindi riscontrato che la non linearità è limitata agli alti assetti, eventualmente, il valore di i_{te0} resterà intoccato da tali considerazioni (ciò va a correggere quanto detto a metà della pagina precedente, nella fase iniziale dell'analisi) perché la variazione di a_t poteva essere ovunque, invece deve essere per alti assetti.

Ne risulta una curva di $i_{te}(C_{Le})$ come in figura:

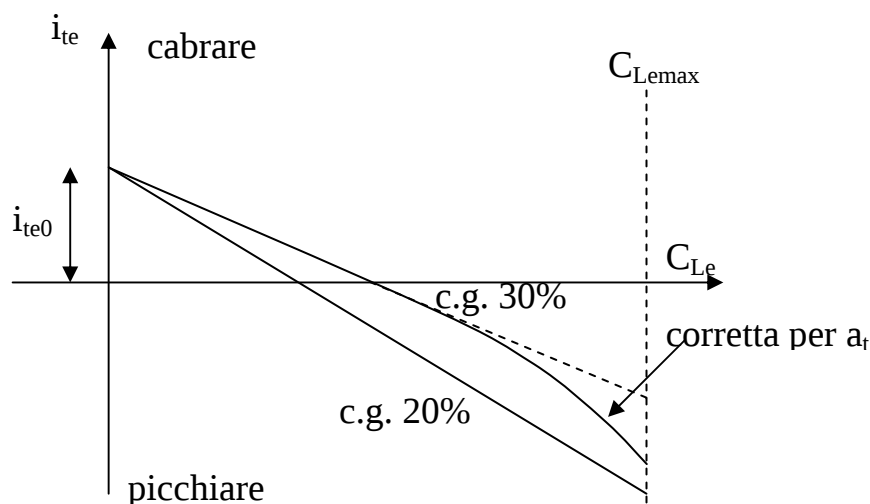


Figura 24

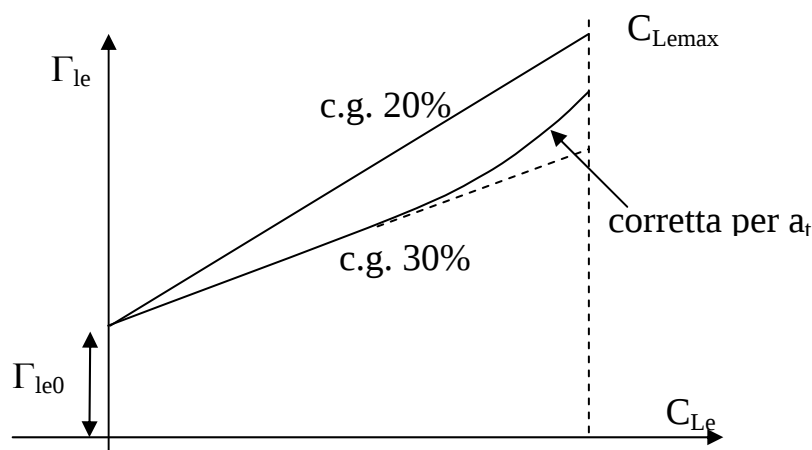


Figura 25

La curva $C_m(C_L)$ risulterà ancora più accentuata verso la zona negativa nel campo dei grandi C_L (vedi Figura 23), come di seguito illustrato.

Si deve osservare che a forti assetti anche la a_w si riduce, anzi si può dire che, se da una parte a_w sicuramente si riduce, e sensibilmente (a C_{Lmax} si ha $a_w=0$), non si può associare a tale riduzione necessariamente quella della a_t , poiché questa è legata al C_{Lt} che non necessariamente deve essere alto, come sopra delineato.

La riduzione di a_w aumenta il gradiente $C_{m_{C_L}}$, aumenta la stabilità (perché riduce la risposta instabilizzante dell'ala data una certa perturbazione), cioè il contributo stabilizzante del piano di coda in rapporto ad a_w (vedi Eq. 58).

Aumenta, quindi, anche $\frac{di_{te}}{dC_{Le}}$ (vedi la Eq. 81). Si veda la Eq. 40 e si effettui la perturbazione $\Delta\alpha_w$: ne risulta un ΔC_L piccolo se a_w è ridotta; quindi il ΔC_{L_t} dato da $a_t \Delta\alpha_w \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$ (vedi la Eq. 10) acquista maggior peso 'stabilizzante'.

Oppure, si applichi la perturbazione ΔC_L , ne risulta un $\Delta\alpha_w$ tanto più grande quanto più piccolo è a_w con le stesse conclusioni di cui sopra.

Quindi a forti assetti la curva $C_m(C_L)$ è più pendente verso il basso per quanto riguarda a_w . Concludendo graficamente:

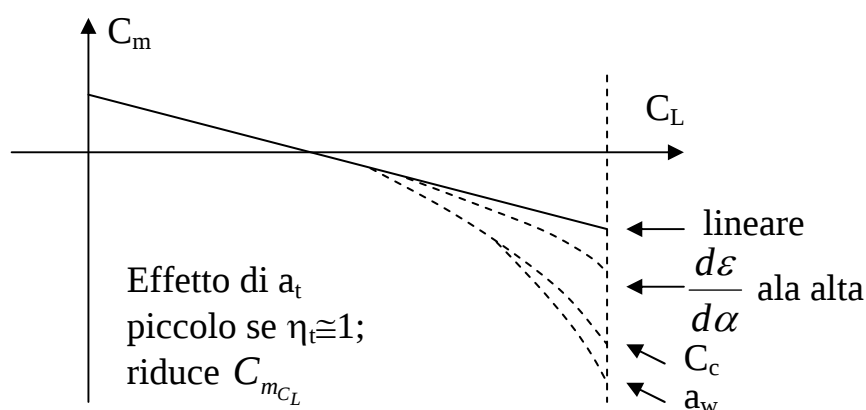


Figura 26

NOTA 1. Si ricorda che in a_t è inglobato η_t . Pertanto nelle precedenti osservazioni va tenuto anche conto di η_t . Una discussione particolare su η_t non può in questa sede essere fatta, poiché η_t dipende molto dalla configurazione, dai piccoli o dai forti assetti, dall'influenza del propulsore (qui omessa). In generale si può dire che (in assenza di effetti del propulsore) le possibilità di avere notevoli abbassamenti di η_t , sono relativi alla configurazione di ala bassa, in quanto a forti assetti il piano può entrare nella scia dell'ala (fenomeno da evitare, salvo che marginalmente a α_{wmax} , come sarà in futuro mostrato; si richiama anche il superstallo di cui si parlato in precedenti lezioni). Se dunque si riduce η_t a forti assetti, per l'ala bassa, la relativa curva i_{te} sarà più pendente (minor C_{mi}).

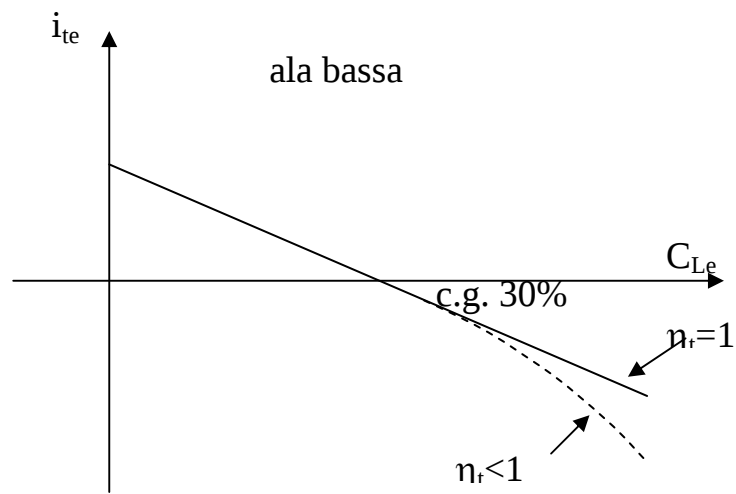


Figura 27

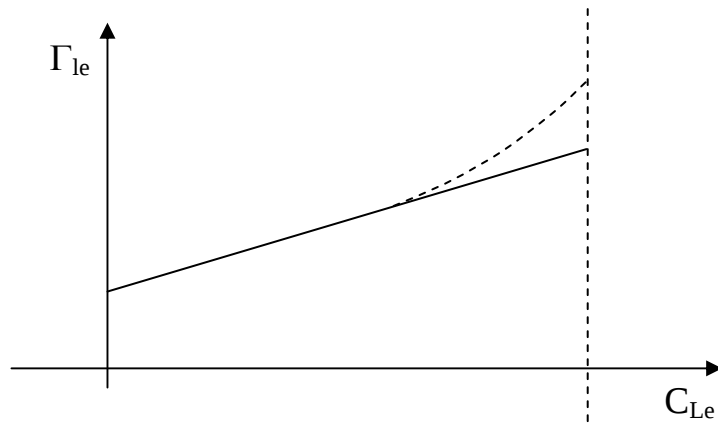


Figura 28

Per l'ala bassa (rispetto al piano) il C_m è confinato così:

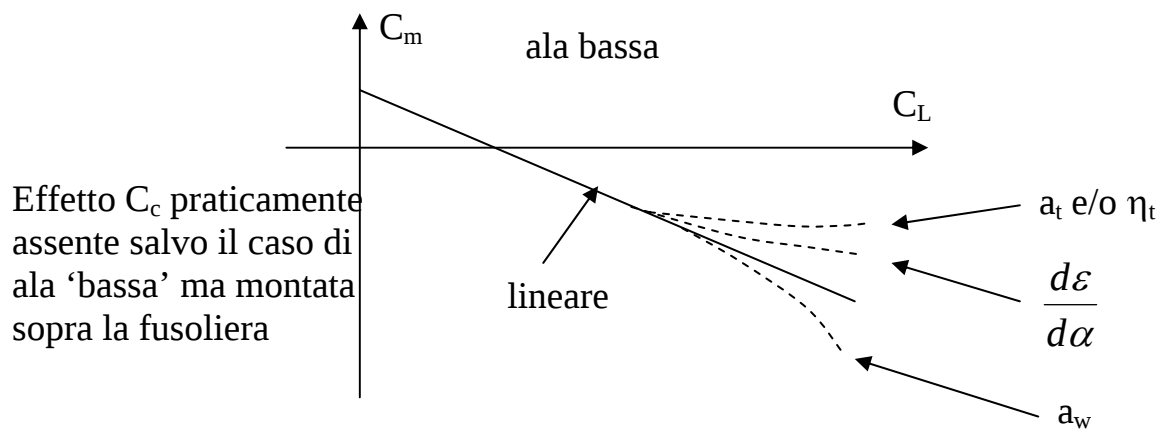


Figura 29

NOTA 2

Non è strettamente corretto parlare di stabilità, o indice di stabilità, $C_{m_{C_L}}$ relativamente alle curve C_m nel campo non lineare. Quando tale confusione viene in pratica operata, ciò è tollerabile se serve solo ai fini di una semplificazione del discorso, cioè del dire.

Infatti per parlare di stabilità si deve prima garantire l'equilibrio, cioè bisogna prima equilibrare il velivolo e poi controllare se la condizione è stabile. Matematicamente bisogna considerare:

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L} \right)_{C_L=C_{Le}} \quad \text{oppure} \quad \left(\frac{dC_m}{d\alpha_w} \right)_{\alpha_w=\alpha_w \text{ di equilibrio}}$$

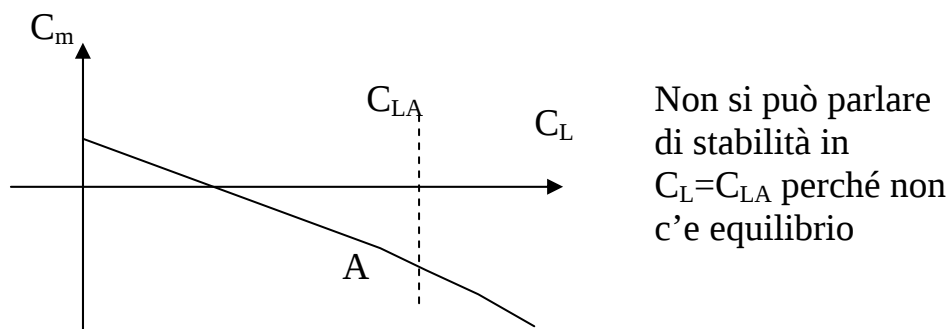


Figura 30

Nel campo non lineare non si può scrivere la $C_m(C_L)$ o $C_m(C_{Lw})$ o $C_m(\alpha_w)$, come le Eq. 20 o 25 o 56 perché le formule lineari che legano i C_L agli assetti possono non più valere se la non linearità in C_m è dovuta ad a_w od ad a_t od a $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ (vedi le Eq. 8, 9, 10 e 11).

Si possono scrivere solo le Eq. 14 e 40 per C_m e la Eq 39 per C_L .

Scriviamo così il C_m :

$$C_m = C_{m0} + f(C_L) \quad \text{Eq. 85}$$

ove la $f(C_L)$ è la funzione che interpreta la variazione con C_L , come nella figura seguente:

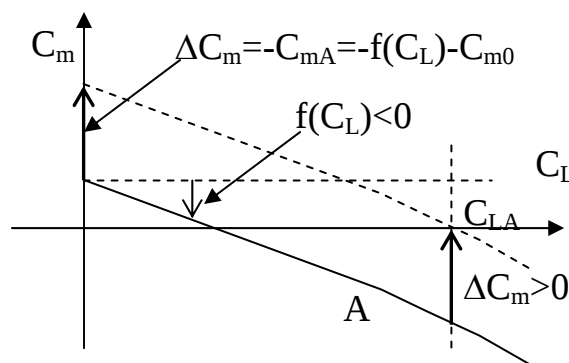


Figura 31

Poiché C_{m0} non risente degli effetti non lineari dovuti ad a_t , a_w , $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, η_t (in generale come sopra illustrato), ipotizzando anche che

C_{m0w} non cambia a forti assetti (cosa non sempre vera, questo è un punto da approfondire in sede di progetto dell'ala, e comunque in sede aerodinamica, perché è coinvolto sia il profilo alare sia la forma in pianta dell'ala, la configurazione rispetto alla fusoliera, il Reynolds ed il Mach), si può dire che l'indice di stabilità può essere calcolato per ogni C_L , quindi anche per $C_L=C_{LA}$ (vedi Figura 30). Infatti il C_L di equilibrio, ad esempio C_{LA} , può essere ottenuto con una traslazione verso l'alto (in questo caso) della curva $C_m(C_L)$ della quantità $\Delta C_m = -C_{mA}$ (che porta a zero il C_m in C_{LA}). In tal caso allora si può parlare di stabilità, o calcolare l'indice di stabilità, ad ogni C_L della curva $C_m(C_L)$.

La variazione di ΔC_m si realizza con una variazione dell'angolo i_t a cabrare.

Al di fuori di tali casi l'analisi deve essere fatta in termini di α_w , cioè bisogna scrivere il $C_m(\alpha_w)$ corredato delle curve $C_{Lw}(\alpha_w)$, $C_{Lt}(\alpha_w)$ e procedere allo stesso modo precedentemente indicato

calcolando l'indice di stabilità $\left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)$ o $\left(\frac{dC_m}{d\alpha_w}\right)$ a $C_L=C_{Le}$ senza

pretendere di pervenire a formule semplici ed esplicite dell'indice di stabilità e degli angoli di governo del piano di coda.

APPENDICE 3

Parliamo adesso brevemente del carico di bilanciamento in coda.

Esso si ottiene da due condizioni di equilibrio, una è quella di equilibrio alla rotazione intorno al baricentro, l'altra alla traslazione verticale.

Tornando alla Eq. 72, riportata per comodità qui di seguito, moltiplicandola per la pressione dinamica e per la superficie del piano di coda essa esprime il carico dinamico dell'ala (vedi Eq.18 e 41) :

$$C_{Lte} = \frac{C_{m0w} + x_a C_{Le}}{v_t' \eta_t}$$

$$L_b = \frac{C_{m0w} S_w c q}{l} + \frac{C_{Le} S_w q x_a}{l} = \frac{C_{m0w} S_w c q}{l} + \frac{W x_a}{l} \quad \text{Eq. 86}$$

dove ricordiamo x_a è la distanza del baricentro dal fuoco del velivolo parziale, W il peso del velivolo, S_w la superficie dell'ala, c la corda, q la pressione dinamica asintotica, C_{m0w} il momento focale dell'ala a $C_L=0$. essendo partiti da una relazione scritta all'equilibrio essa sarà valida in tali condizioni, cioè il carico L_b sarà di equilibrio, ma se tale relazione la ad una condizione non di equilibrio (per esempio la richiamata o la virata) esso sarà un carico di bilanciamento, ovvero se si introduce un fattore n detto *fattore di carico normale* nel secondo termine a secondo membro della Eq. 86, si ha il carico di bilanciamento cercato, che per $n=1$ diventa quello di equilibrio.

$$L_b = \frac{C_{m0w} S_w c q}{l} + \frac{n W x_a}{l}$$

Vogliamo sapere come L_b varia al variare della velocità. Si vede che il secondo termine della Eq. 86 è maggiore o minore di zero a seconda che lo sia x_a , come riportato nei seguenti schemi:

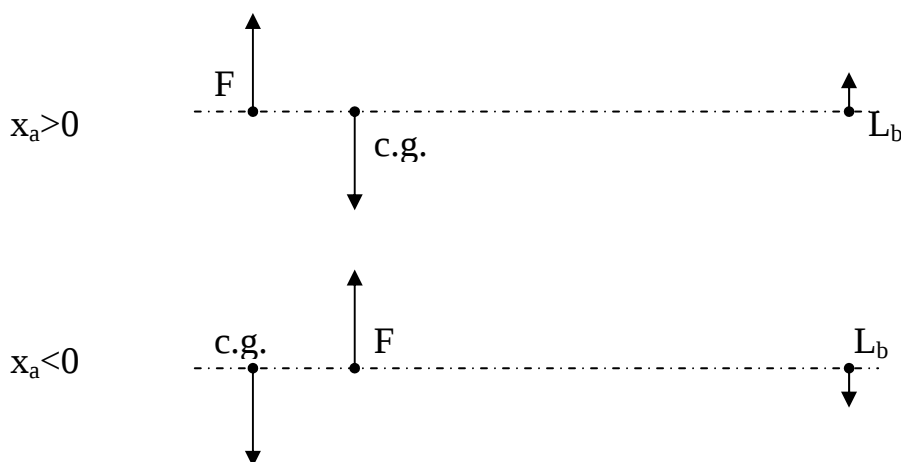


Figura 32

Il primo termine è invece negativo perché lo è il C_{m0w} .

Scrivendo $q = \frac{1}{2} \rho V^2$ si ottiene:

$$L_b = \frac{C_{m0w} S_w c \frac{1}{2} \rho V^2}{l} + \frac{n W x_a}{l}$$

il termine $\frac{C_{m0w} S_w c \frac{1}{2} \rho}{l}$ rappresenta la curvatura della parabola diagrammata di seguito:

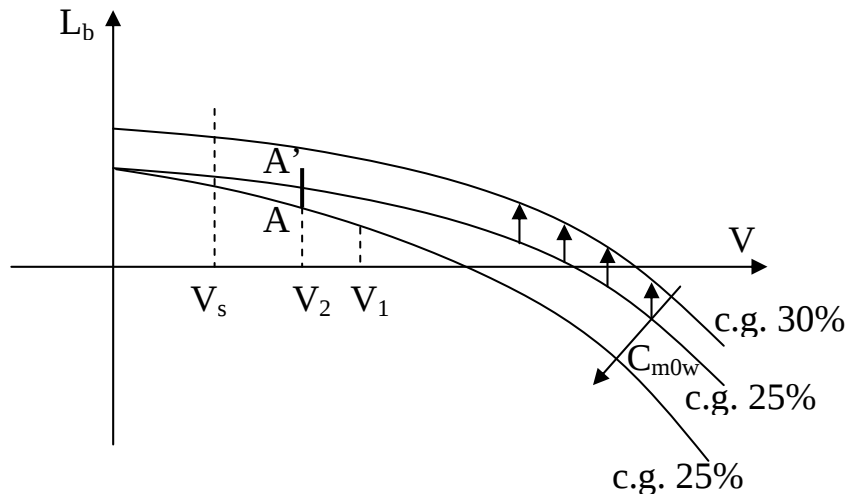


Figura 33

Da tale figura si può vedere come, fissata la posizione del baricentro, se il C_{m0w} è più forte (cioè al crescere del momento picchiante), in valore assoluto, poiché ricordiamo che è negativo, il piano di coda porta di meno o deporta di più.

Se si sposta il baricentro la curva trasla parallelamente a sé stessa, ovvero a parità di velocità, e quindi di assetto, il piano di coda porterà di più, o sarà meno deportante.

Quello che si cerca di fare è rendere, in condizione di crociera, il piano di coda abbastanza scarico, ovvero si cerca di lavorare, in un certo intervallo di velocità di crociera, ad $L_b \approx 0$, o quantomeno si fa in modo che esso sia leggermente positiva (per l'efficienza del velivolo, il valore massimo si ha per L_b poco più grande di zero).

Il valore assunto dal C_{m0w} dei profili in genere è dell'ordine dei centesimi, si può avere, però, un profilo ad alto C_{m0w} (circa -0.1 , per esempio), purché esso voli a basse velocità, per ridurre gli effetti che un tale alto valore di C_{m0w} può avere sulla condizione di carico del piano.

Guardando ancora alla Eq. 86, si vede che se il rapporto $\frac{c}{l}$ è molto piccolo, ciò permette di avere un C_{m0w} che può essere anche più grande (al limite minore, in valore negativo, di -0.1).

Pensando al velivolo nella sua interezza si ha che, data una certa V , se si manovra a cabrare, si avrà in aumento di C_L , un angolo i_t a cabrare maggiore, ma ciò non vuol dire che la portanza del piano sia diminuita, anzi essa aumenta.

Infatti, ipotizzando che inizialmente il piano di coda sia bloccato, si supponga che il velivolo subisca una variazione di assetto a cabrare, ovvero che si porti dalla velocità

V_1 alla velocità V_2 , il piano di coda, così bloccato, vedrà aumentare la sua portanza, ma più di quanto sia necessario perché l'assetto attuale del velivolo sia equilibrato (cioè si porta nel punto A' di Figura 33 anzicchè nel punto A). supposto ora che il piano sia libero di muoversi, esso, per l'equilibrio, dovrà ruotare nel senso che vede aumentare l'angolo i_t (si ricorda sempre che è negativo) in valore assoluto, riducendo sì la portanza del piano di coda, ma in maniera tale che essa sia maggiore di quella dell'assetto iniziale.

Guardando quindi i grafici, supposto di portarsi da una velocità V_1 ad una V_2 minore, si vede dal diagramma di Figura 33 che L_b aumenta.

Dal diagramma di i_t in funzione di C_L , si vede che all'aumentare dell'assetto, cioè al diminuire della velocità, l'angolo aumenti in valore assoluto.

STABILIZZATORE – EQUILIBRATORE

In questo caso le equazioni sono fondamentalmente le stesse del caso dello stabilizzatore, ma qui compare il τ , essendo il piano meno efficace.

In base alla Eq. 77, la Eq. 79 diventa, introducendo il δ_e di equilibrio:

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{m0w}}{C_{m\delta}} - \frac{C_{m_{CL}}}{C_{m\delta}} C_{Le} \quad \text{Eq. 87}$$

$$C_{m\delta} = \frac{dC_m}{d\delta} = \frac{dC_{m0}}{d\delta_e} = -a_t \bar{v}_t' k \tau < 0 \quad \text{Eq. 88}$$

si osservi che la potenza di controllo $C_{m\delta}$ è uguale al C_{mi} (invero i due termini coincidono se si assume $\tau=1$ nel caso dello stabilizzatore).

Si ha dunque (in campo lineare):

$$\delta_{ee} = \delta_{ee0} + \frac{d\delta_{eeC_{Le}}}{dC_{Le}} \quad \text{Eq. 89}$$

$$\delta_{ee0} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{m0w}}{C_{m\delta}} \quad \text{Eq. 90}$$

che contiene tutte le asimmetrie del sistema. i_{t0} è l'angolo di calettamento del piano rispetto alla linea di riferimento.

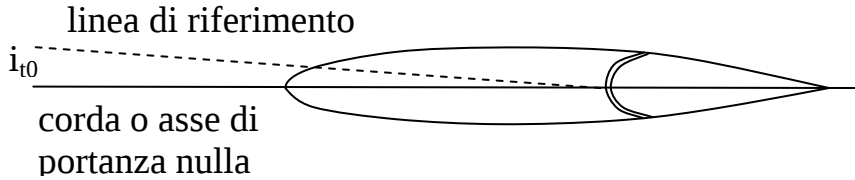


Figura 34

$$\frac{d\delta_e}{dC_{Le}} = - \frac{C_{m_{CL}}}{C_{m\delta}} \quad \text{Eq. 91}$$

$$\delta_{ee0} = \frac{\Gamma_{l0}}{\tau} - \frac{C_{m0w}}{C_{m\delta}} \quad \text{Eq. 92}$$

il δ_{ee0} (calcolato a $C_L=0$) è dato dal diedro longitudinale iniziale più una parte dovuta al momento focale.

$$\Gamma_{l0} = \alpha_{0w} - i_{t0} \quad \text{Eq. 93}$$

Osservazioni

- a) si assuma l'analogia con il caso 'stabilizzatore': compare $C_{m\delta}$ al posto di C_{mi} , δ_e al posto di i_t , in δ_{e0} compare $\frac{\Gamma_{l0}}{\tau}$ al posto di α_{0w} .

- b) L'angolo diedro longitudinale di equilibrio, Γ_{le} resta ovviamente immutato e dato dalle Eq. 83 ed 84.
- c) È stato introdotto il diedro Γ_{l0} relativo a $\delta_e=0$ (profilo neutro), da non confondersi con Γ_{le0} (di equilibrio).
- d) Fino a δ_e dell'ordine di 15° , la presente trattazione è valida, in quanto τ resta costante. Oltre tale valore di δ_e , τ decresce fino a svanire per δ_e dell'ordine di $30^\circ \div 35^\circ$ (dipende dalla configurazione del piano, dal Reynolds e dal Mach...). Pertanto, la diminuzione di τ , introduce effetti di non linearità notevoli in aggiunta a quelli studiati nel caso stabilizzatore. Lo studio andrebbe affrontato in modo diverso. Tuttavia, ai fini della comprensione di quanto accade e per capire aspetti progettuali si osservi la seguente figura:

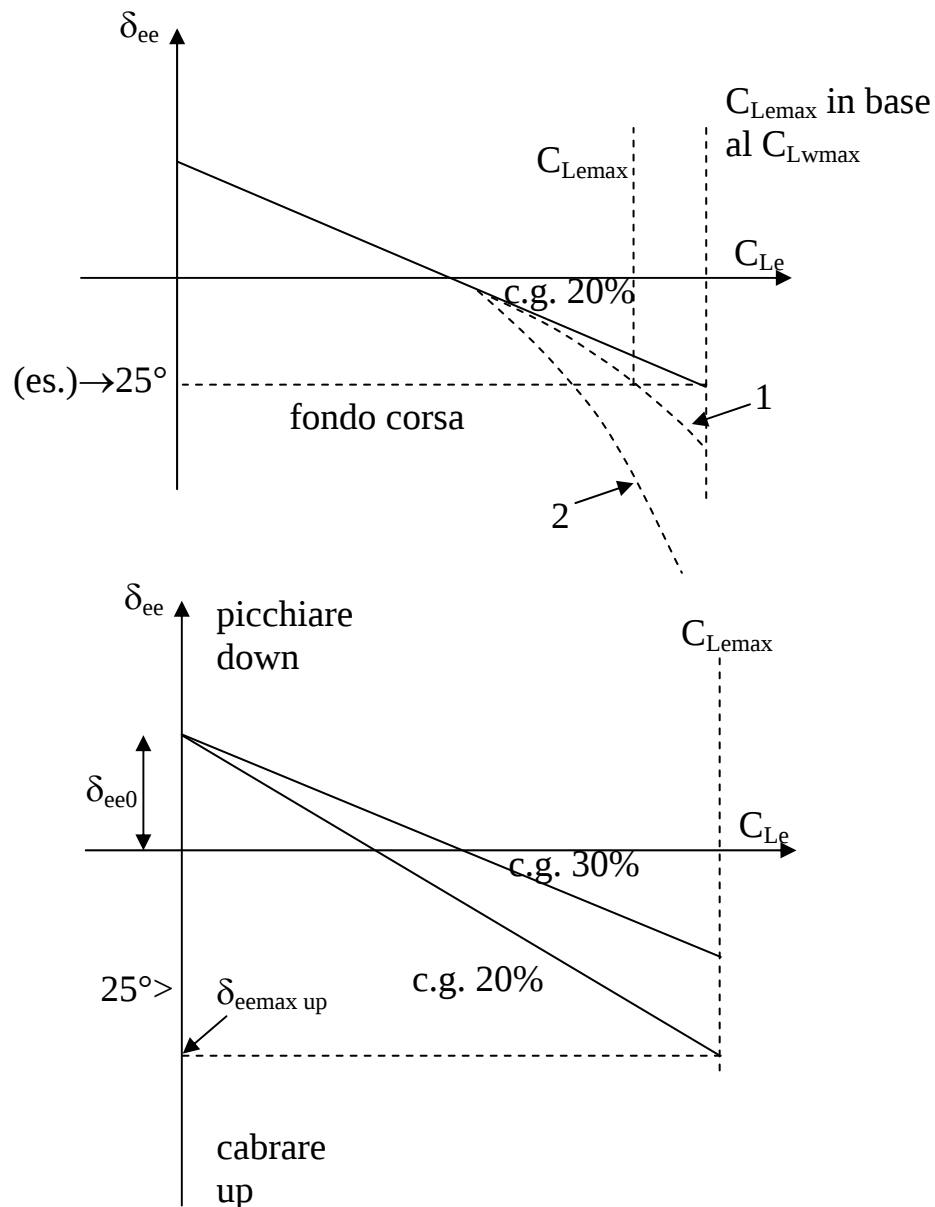
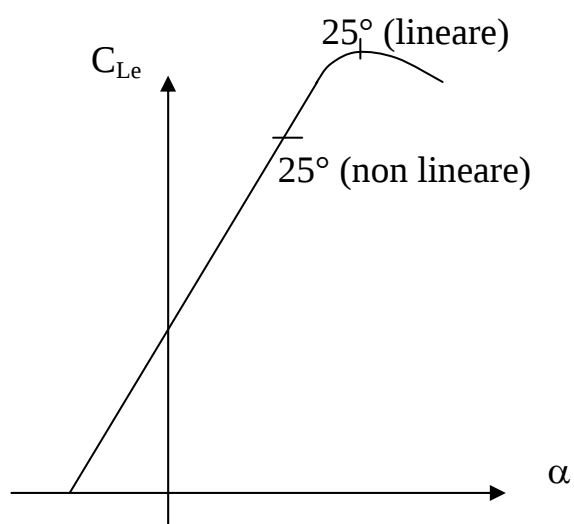


Figura 35

In definitiva la riduzione della potenza di controllo può richiedere un δ_{ee} sempre più grande a cabrare, per cui, se il fondo corsa è, ad esempio, a 25° , si deve rinunciare al C_{Lwmax} di cui l'ala è capace. Tale situazione è ovviamente da evitare. Si può osservare, dalla Figura 35, che, se vale il caso 1, posso incrementare il δ_{ee} oltre i 25° ; ciò è possibile per come si presenta la figura. Tuttavia è da controllare poi la situazione degli sforzi di barra.



Se la riduzione del τ è più drastica, come nel caso 2 (dipende dal profilo e dalla configurazione, da Re e da $M...$) la riduzione del C_{Lemax} è inevitabile. Ciò è aggravato in decollo ed atterraggio (maggiore C_{m0w}).

- e) L'effetto del c.g. è eguale al caso analizzato per lo stabilizzatore.
- f) Gli effetti della non linearità dovuti ad a_t , analizzati nel caso stabilizzatore, restano immutati. C'è da dire che la non linearità di a_t può essere più marcata, in questo caso, dovuto al fatto che il profilo del piano si compone di una parte fissa e di una parte mobile (il che può agire sfavorevolmente sullo strato limite). Si veda anche il punto k).

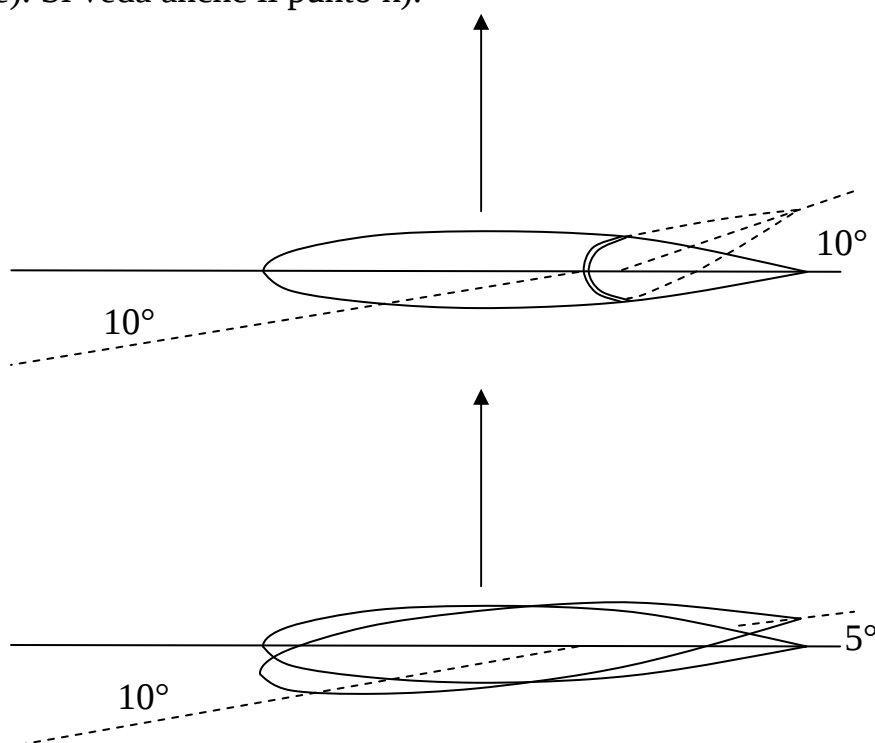


Figura 36

In definitiva si ha che, supponendo una variazione di assetto di 10° che faccia aumentare la portanza del piano di coda, per ripristinare la condizione di equilibrio, nel caso dello stabilizzatore sarà necessaria una variazione del calettamento di circa 5° , nel caso dello stabilizzatore – equilibratore, sarà necessaria una deflessione della parte mobile di circa 10° , essendo tale tipo di piano di coda meno efficace.

- g) Il piano stabilizzatore – equilibratore è dunque più limitato nella sua potenza di controllo e nelle escursioni dell'equilibratore, a causa del fatto che una parte del piano, lo stabilizzatore, deve seguire l'assetto del velivolo, mentre lo stabilizzatore ne è indipendente. Ne consegue che per impiego su uno stesso velivolo parziale, lo stabilizzatore avrà un volume, ovvero una superficie, alquanto minore, con beneficio in peso ed efficienza totale del velivolo.
- h) In base al punto g) sorge una domanda: allora perché non si usa solo lo stabilizzatore? A tale risposta si risponderà in altra sede, stante anche la complessità della risposta.¹²
- i) A parziale risposta del quesito precedente e, comunque in generale, si può limitare l'inconveniente della non linearità di τ , calibrando il piano, ovvero l'angolo i_{t0} a seconda delle esigenze. Per gli alti assetti si incrementa il diedro Γ_{10} aumentando l'angolo di calettamento i_{t0} a cabrare, il che sposta in alto il δ_{ee0} e fa rientrare la curva nell'ambito desiderato (vedi Figura 35). Dunque, in decollo ed atterraggio ci sarà un i_{t0} diverso dalla crociera e la stessa crociera potrebbe avere due diversi i_{t0} (crociera 'lenta', crociera 'veloce'). Ciò accade, ad esempio, nei velivoli commerciali di linea. In sostanza si tratta di un espediente che dimostra quanto forte sia il peso della non linearità dovuta alla non costanza di τ . Tale espediente fa sì che l'escursione di δ_e sia sempre limitata nei 15° circa.

La condizione di atterraggio è particolarmente gravosa (a prescindere dall'influenza del propulsore) in quanto il C_{m0w} è il più forte e manca l'angolo ε

che allevia il δ_{ee} , cioè, a causa dell'effetto suolo, il $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ è molto piccolo come

pure è piccolo ε , sicché l' ε non aiuta più il δ_{ee} , sicché aumenta il $C_{m_{CL}}$ e quindi

la pendenza $\frac{d\delta_{ee}}{dC_{Le}}$. Vedremo che questa sarà una delle condizioni più gravose

di progetto del piano orizzontale.

- k) A forti assetti del velivolo, richiedendosi forti δ_{ee} a cabrare, la situazione tipica è quella nella figura seguente:

¹²In via preliminare, si può dire che la risposta risiede nei problemi di stabilità dinamica che lo stabilizzatore presenta per velivoli di certe dimensioni e per velocità di circa $300+350 \frac{Km}{h}$. In tali casi, infatti, s'innesca un'instabilità per rotazione del piano che arriva a distruggere l'aereo.

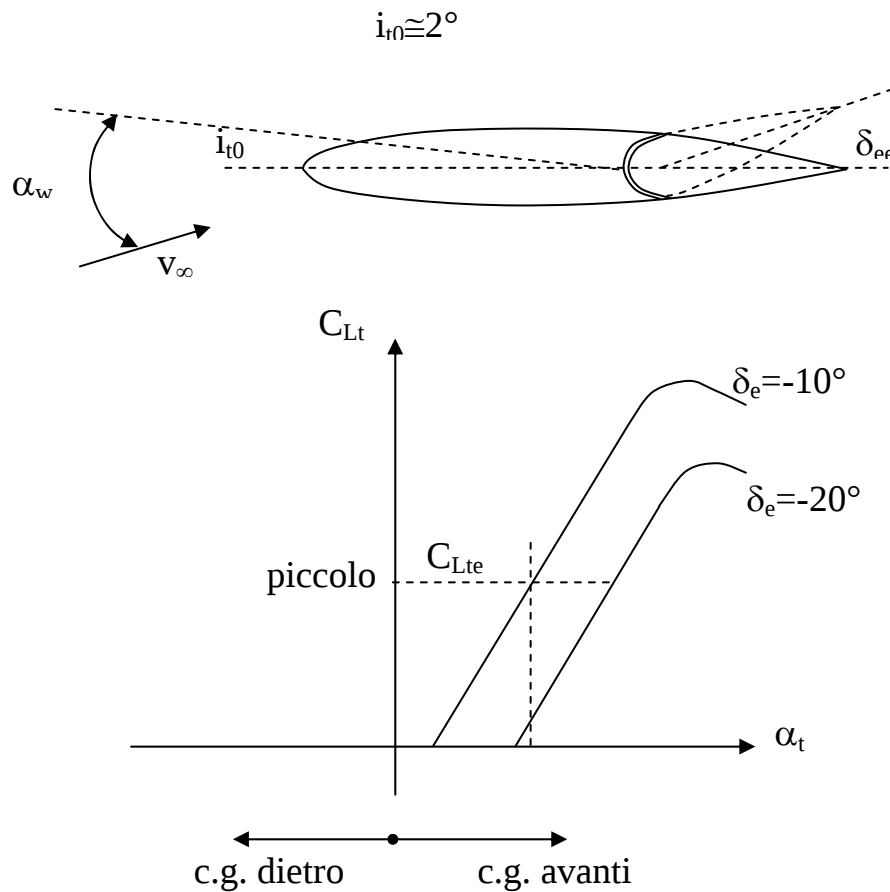


Figura 37

Si osserva che, essendo i_{t0} piccolo (ordine di pochi gradi, $2^\circ \div 5^\circ$), a forti α_w , il piano fornirà un piccolo C_{Lte} , per cui la pendenza a_t resta più o meno inalterata (cioè costante), salvo che in caso di c.g. molto avanti (δ_{ee} molto forti).

In tal caso il C_{Ltmax} viene molto ridotto; d'altra parte con c.g. molto avanti il carico in coda, quindi C_{Lt} , a bassa velocità è ridotto, il che attenua la 'deficienza' portante del piano.

Con c.g. arretrato, invece, si richiede meno δ_{ee} e più C_{Lt} ; ciò è 'convergente'.

GOVERNO E STABILITA' STATICA LONGITUDINALE A COMANDI LIBERI

1) Caso 'stabilizzatore'

Consideriamo uno stabilizzatore con l'asse di cerniera eccentrico rispetto all'asse dei fuochi (per semplicità assumiamo anche tali assi paralleli fra di loro; ciò comunque non inficia la validità della trattazione), e 'libero' di ruotare (ciò non soggetto a sforzo sul comando).

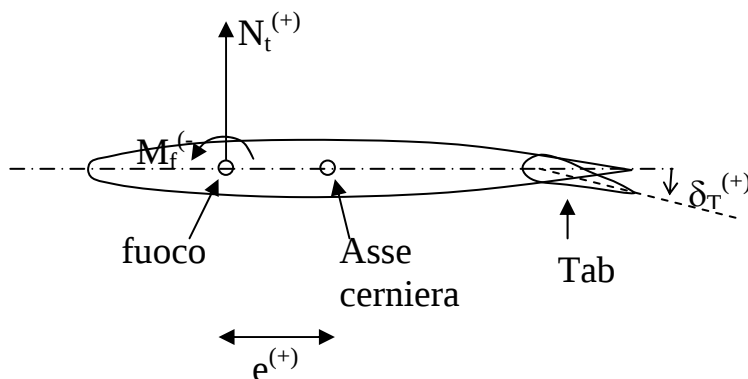


Figura 38

L'eccentricità positiva come in Figura 38, richiede che il piano sia dotato di una aletta, detta Tab, che ha la funzione di introdurre un momento intorno all'asse di cerniera, deflettendosi come in figura, per bilanciare il momento di N_t . Ossia la condizione di equilibrio alla rotazione del piano richiede che il momento di cerniera sia nullo.

$$M_h = C_h q S_t c_t = 0 \quad \text{Eq. 94}$$

dove la t a pedice sta per tail (coda) da non confondersi con quella che in seguito starà ad indicare il tab, ovvero T; c_t è la corda media aerodinamica del piano; S_t è la superficie del piano.

$$C_h = 0 \quad \text{Eq. 95}$$

$$C_h = C_{nt} \frac{e}{c_t} + C_{mf} \quad \text{Eq. 96}$$

dove il C_{mf} è introdotto dal tab.

$$C_{mf} = C_{mf0} + C_{mf\delta} \delta_T \quad \text{Eq. 97}$$

dove, C_{mf0} è nullo se il tab non è inclinato ed il profilo è neutro, ed inoltre:

$$C_{mf\delta} = \frac{dC_{mf}}{d\delta_T} < 0 \quad \text{Eq. 98}$$

che rappresenta la variazione di momento focale per la variazione di un grado di δ_T .

$$\delta_T = -\frac{C_{nt}}{C_{mf\delta}} \frac{e}{c_t} + \delta_{T0} \quad \text{Eq. 99}$$

dove il δ_{T0} è richiesto per eliminare il C_m del profilo se non è simmetrico.

$$\delta_{T0} = -\frac{C_{mf0}}{C_{mf\delta}} \quad \text{Eq. 100}$$

Quindi per ogni assetto di volo ci sarà un δ_T . Al ridursi della velocità di volo cresce il $C_{nt}=C_{nte}$ (vedi la Eq. 72, con $C_{Lt}\approx C_{nt}$), essendo in generale $x_a>0$, quindi cresce il δ_T nel caso che $e>0$ (δ_T a picchiare¹³). Ma al ridursi della velocità l'angolo di calettamento i_{te} (vedi le Eq. 79 e la Figura 20), decresce (il che porta il velivolo a cabrare), ovvero diventa più negativo, con l'assetto.

Dunque, δ_T risulta in opposizione all'angolo i_{te} aggravando la situazione (perché così il piano risulterebbe meno efficace, poiché si dovrebbe equilibrare, poi, l'azione che il tab introduce perché ne riduce la pendenza, per $e>0$ che è quindi sfavorevole all'efficienza del piano) dall'Eq. 79, particolarmente con il baricentro avanzato. Pertanto l'eccentricità positiva non si applica.

L'eccentricità negativa (cerniera avanti al fuoco) non si attua per motivi di stabilità (come vedremo più avanti). Quindi si adotta $e=0$.

Allora il δ_T sarà diverso da zero solo nel caso di profilo asimmetrico, e risulterà costante e pari a δ_{T0} (vedi Eq. 100). Esso serve a 'simmetrizzare' il profilo. Il profilo asimmetrico viene usato, in posizione 'rovescia', per dotare il piano di un più elevato C_{Lmax} rispetto al profilo simmetrico.

Dunque, con $e=0$ il piano non ha bisogno del tab nella funzione sopra illustrata. Ma il tab è ugualmente richiesto per introdurre uno sforzo di barra (più o meno) crescente con la rotazione dello stabilizzatore.

Infatti, nel caso $e=0$, ogni variazione di calettamento (o assetto) i_t del piano provoca variazioni di portanza applicata nel fuoco (quindi senza momento di cerniera). Il pilota, allora, non avverte così nessuna 'reazione' sulla barra e la sposta senza alcuno sforzo; non risulta quindi in condizione di 'sentire' l'entità della manovra che sta attuando con evidente incertezza e pericolosità della sua azione.

Come si vedrà in seguito, lo sforzo di barra dovrà rispondere a determinati requisiti regolamentari ed operativi. Allora il piano deve essere dotato dell'aletta, tab, che deve deflettersi nel verso da introdurre un momento di cerniera in contrasto con l'azione (il momento) del pilota: cioè verso l'alto se l'azione del pilota è a cabrare e viceversa.

L'aletta, in tale funzione, viene detta 'aletta di momento' o 'anti-tab' (questo termine sarà chiarito in seguito). Il rapporto cinematico $G = \frac{\Delta\delta_T}{\Delta i_t}$ è

un fondamentale parametro di progetto del piano. Le deflessioni coniugate

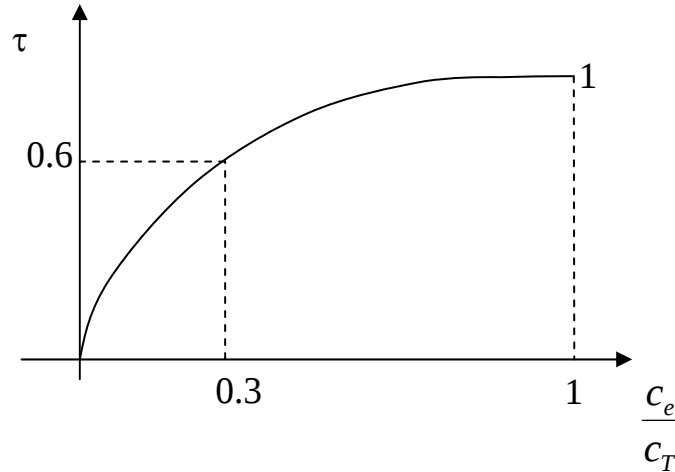
¹³Ovvero il δ_T cresce in maniera da contrastare il momento orario intorno all'asse di cerniera dovuto al C_{nt} . D'altra parte si vede dalla Eq. 8 che al crescere di C_{nt} , essendo $e>0$ e vista l'Eq. 98, δ_T deve aumentare. Qui il termine picchiare è riferito al piano di coda.

di δ_T ed i_t sono tali da esaltare le caratteristiche di portanza massima del piano (un più elevato C_{Lmax}) : in sostanza ‘ δ_T aiuta i_t ’.

Ne consegue una maggiore portanza di controllo del piano, poiché per un Δi_t a cabrare (una variazione nel verso negativo di i_t) si ha una deflessione (cinematica) $\Delta \delta_T$ a cabrare per cui l’asse di portanza nulla del profilo (o del piano) varia dell’angolo:

$$\Delta i_t + \tau_T \Delta \delta_T = \Delta i_t (1 + \tau_T G) \quad \text{Eq. 101}$$

essendo τ_T l’indice di efficacia del tab (bidimensionale per il profilo, tridimensionale per lo stabilizzatore).



Avendo indicato con c_e la corda dell’equilibratore e con c_T la corda del tab, la variazione dell’indice di efficacia del tab è riportato nella figura precedente, con ovvio significato.

Ricordando la definizione di potenza di controllo C_{mi} (vedi Eq. 80), possiamo scrivere:

$$C_{mi} = -a_t \bar{v}_t' k (1 + \tau_T G) \quad \text{Eq. 102}$$

come si vede, essendo $G > 1$ (in generale), il tab accresce ‘l’autorità’ del piano, già di per sé più alta del piano composto da stabilizzatore ed equilibratore.

L’aletta tab assume anche un’altra funzione, di trimmaggio. In tale funzione l’aletta viene detta ‘di compensazione’ od, in inglese, ‘trim-tab’.

Ma che significa la parola TRIM? nel linguaggio comune inglese vuol dire ‘eliminare l’eccesso di qualcosa da qualcosa’, cioè nettare, ripulire, regolare, etc... In aeronautica il termine sta per indicare equilibrio, volo equilibrato; in tal senso il termine trim si riferisce all’eliminazione dell’eccesso (analiticamente in più od in meno) di momento rispetto a quello richiesto dalla condizione di equilibrio, cioè rispetto a $C_m = 0$.

Lo stesso termine viene usato anche per indicare una condizione di volo con sforzo (o sforzi) nullo su un particolare (o su tutti) i comandi principali di volo, quindi una condizione di equilibrio del velivolo, con l’aggiunta della condizione di sforzo nullo sul comando, cioè con comando (tutto il

cinematismo e la superficie di governo) in equilibrio. In tal senso il termine trim si riferisce all'eccesso di sforzo sul comando rispetto a quello nullo.

Ovviamente, se si assume che una condizione di volo di un velivolo sia con sforzo nullo sul comando (sui comandi), tale condizione è anche di equilibrio.

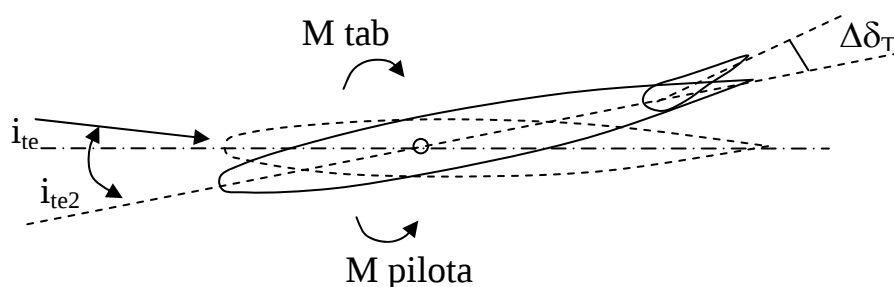
Quindi, 'velivolo trimmato' può significare, semplicemente, velivolo equilibrato o più in generale, velivolo equilibrato e con sforzo nullo sul comando (comandi). In pratica vige usualmente la seconda accezione.

Per evitare confusione, si userà la dizione 'condizione (o stato) di equilibrio' (non trimmata) per indicare l'equilibrio con sforzo sul comando non necessariamente nullo, e 'condizione di equilibrio trimmata' per indicare una condizione di equilibrio con sforzo nullo.

Ciò premesso e precisato, vediamo come funziona il tab dello stabilizzatore in aggiunta alla funzione anti-tab sopra descritta.

Assumiamo, per ora, lo stabilizzatore con profilo simmetrico, più usuale. Essendo opportuno, come sopra visto, incernierare lo stabilizzatore sull'asse dei fuochi (o asse focale-medio) il δ_T (vedi l'Eq. 99) per ogni assetto di volo è nullo, cioè il piano resta simmetrico. Ma deve assumere il calettamento i_{te} richiesto dal C_{Le} di volo. Chi conferisce al piano il richiesto i_{te} ? Il pilota.

Ma con quale azione? Immaginiamo che sussista una data condizione di equilibrio trimmata con un dato i_{te} e $\delta_T=0$. se il pilota vorrà cambiare velocità, dovrà cambiare l'angolo i_{te} della quantità Δi_{te} . Se fa ciò operando sulla barra, il tab si defletterà di $G\Delta i_{te}$ introducendo un momento di cerniera, in contrasto col movimento del piano, che bilancia lo sforzo del pilota quando si sarà realizzato l'angolo richiesto nella nuova condizione di equilibrio.



Per annullare lo sforzo, cioè per trimmare il piano, ovvero il velivolo, si dovrà eliminare il δ_T senza alterare l'angolo i_{te} di equilibrio della nuova condizione. Per fare ciò il velivolo è dotato di un impianto indipendente dal comando longitudinale principale, detto impianto del trim o impianto di compensazione longitudinale (che sarà mostrato a parte).

Il pilota agisce sulla ruota del trim e riduce a zero il δ_T che si era instaurato a seguito del Δi_{te} , mentre mantiene la barra 'quasi' fissa, ovvero l' i_{te} quasi immutato. Quando δ_T si è azzerato, lo sforzo diventa nullo ed il pilota può lasciare la barra.

Si è detto ‘quasi’, poiché al ridursi di δ_T l'angolo i_{te} deve leggermente crescere per recuperare la perdita dell'effetto di δ_T , cioè, più tecnicamente detto, al ridursi di δ_T si riduce la potenza di controllo C_{mi} perché si riduce G ; in sostanza il trim agisce in opposizione al cinematismo che dà G fino ad annullarlo.

In definitiva in condizione di equilibrio trimmata, la potenza di controllo dello stabilizzatore è quella data dall'Eq. 80, ovvero dalla Eq. 102 a $G=0$. In condizione di volo equilibrata, ma non trimmata il C_{mi} è dato dalla Eq. 102 ed è più elevato. Ora, condizioni di volo prolungato non trimmato non esistono e pertanto il C_{mi} è dato dalla Eq. 80. in condizioni di volo manovrato, cioè con $n \neq 1$, il pilota applica uno sforzo sulla barra, per cambiare l' i_{te} , a causa dell'anti-tab; se mantiene lo sforzo per la durata della manovra (come in generale accade) il C_{mi} è dato dall'Eq. 102 ed è maggiore.

Se il pilota trimma la manovra (non si può parlare di condizione di equilibrio, perché in manovra non c'è equilibrio) nel senso che aziona il trim per annullare (o ridurre) lo sforzo, come può accadere in una lunga virata corretta di regime, anche in tal caso il C_{mi} è dato dalla Eq. 102.

In definitiva, C_{mi} è dato dalla Eq. 80 o dalla 102 se il volo (ovvero il velivolo) è trimmato o non trimmato, indipendentemente dell'essere o meno in equilibrio, e cioè per evidenziare:

<u>VOLO TRIMMATO</u>		<u>VOLO NON TRIMMATO</u>	
Equilibrato	non equilibrato (manovra)	Equilibrato	non equilibrato (manovra)
	$C_{mi} = -a_t \bar{v}_t' k$		$C_{mi} = -a_t \bar{v}_t' k(1 + \tau_T G)$

In sintesi i punti ‘chiave’ di funzionamento del tab dello stabilizzatore sono:

- In primo luogo il tab deve esserci per esercitare la funzione anti-tab, cioè di aletta di momento per reazionare lo sforzo del pilota.
- Lo stesso tab funziona da trim-tab quando il pilota lo aziona per annullare lo sforzo, portando a zero il δ_T , dopo una manovra o dopo un cambiamento di condizione di equilibrio.

Il tab ha anche un impiego diverso da a) e b), assume una funzione di comando dello stabilizzatore nei cambiamenti di condizioni di equilibrio (in manovra è poco usata tale funzione per i motivi che emergeranno più avanti). Si immagini di avere una condizione di volo equilibrata caratterizzata dalla velocità V_1 . Se si vuole portare il velivolo in una nuova condizione caratterizzata da una velocità V_2 , ad esempio minore di V_1 , il pilota deve variare l'angolo i_{te1} di una quantità Δi_{te} a cabrare.

Egli può operare tirando la barra, come sopra descritto, e successivamente azionando il comando del trim per azzerare il δ_T che si instaura a causa del cinematismo (G).

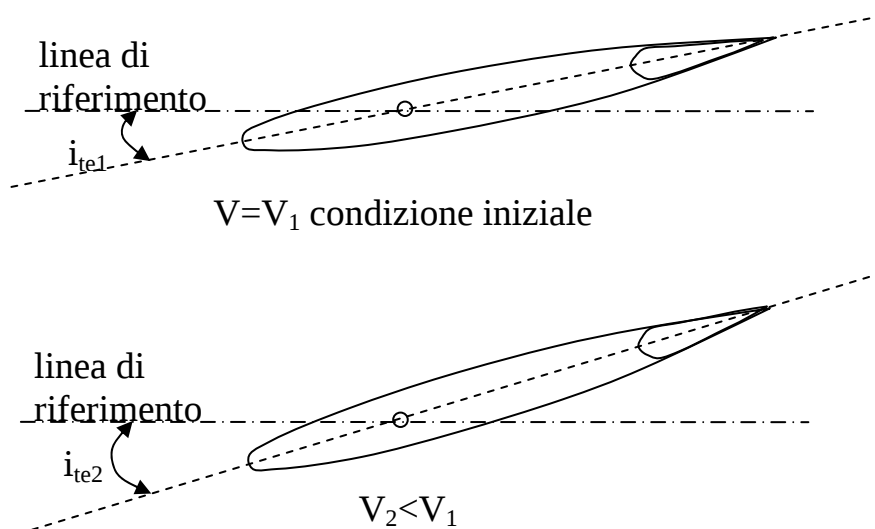


Figura 39

Ma il pilota può anche agire sul comando del trim a cabrare. Cosa accade in tal caso? Consideriamo che il piano sia bloccato, se azioniamo il trim a cabrare, accade che il tab si deflette come nella Figura 40, nella fase 1.

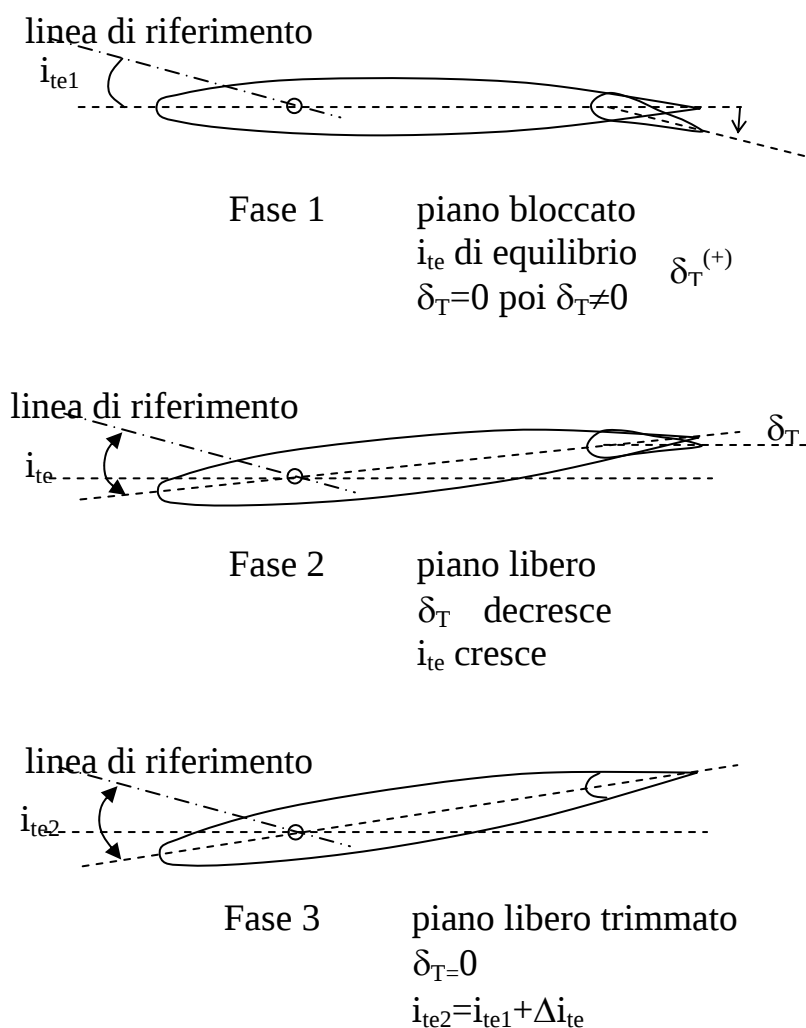
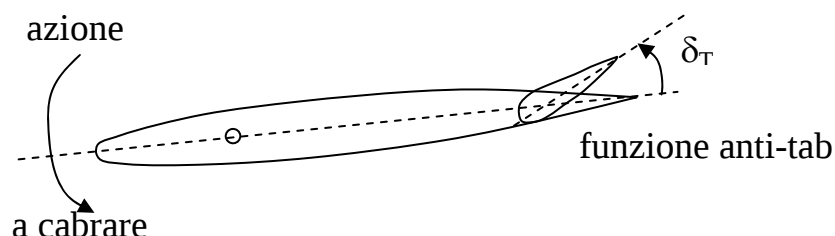


Figura 40

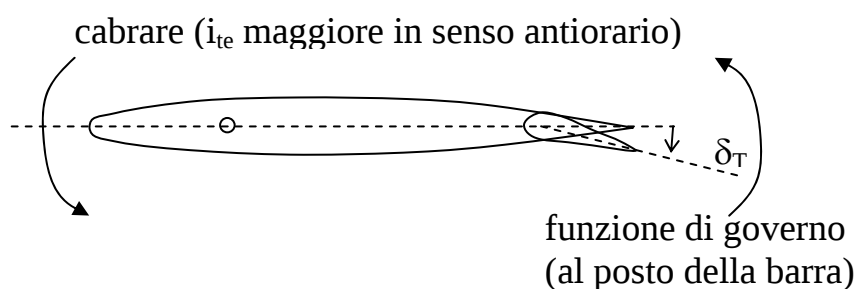
Se si libera il piano (trascurando le forze di inerzia in questa analisi delle sole fasi iniziale e finale), esso si disporrà nel senso di accrescere i_t a cabrare per effetto del momento di cerniera introdotto dal tab. Ma, nel mentre, il piano ruota a cabrare, il cinematismo stabilizzatore-tab richiama il tab, concordemente, a cabrare (cioè verso l'alto) fino ad annullare il δ_T (fase intermedia 2)¹⁴. Quando si raggiunge questa condizione di $\delta_T=0$ si ha la fase finale 3.

Va subito precisato che, quando il tab si deflette verso l'alto azionato dallo stabilizzatore, cioè funziona da anti-tab, si dice 'a cabrare' perché esso aumenta la potenza di controllo, cioè agisce concordemente al movimento dello stabilizzatore che è a cabrare. Quando, invece, il tab è usato per azionare (cambiare i_{te}) lo stabilizzatore a cabrare (aumento di i_{te} in senso antiorario, come è noto) esso deve deflettersi verso il basso per introdurre un momento di cerniera antiorario, come richiesto.

In definitiva:



Lo stabilizzatore comanda il tab



Il tab comanda lo stabilizzatore

Figura 41

Nella realtà il suddetto passaggio dalla Fase 1 alla Fase 3 avviene gradualmente. Cioè nel mentre il tab inizia a spostarsi (di un infinitesimo $d\delta_T$, teoricamente) lo stabilizzatore inizia a ruotare (di un infinitesimo di_t). In pratica a causa di eventuali attriti nell'impianto del comando stabilizzatore,

¹⁴ Per successivi spostamenti si hanno sempre condizioni di equilibrio (più o meno).

nonché di fenomeni di strato limite, è necessario superare un piccolo δ_T , diciamo δ_{Ta} , per essere efficace, cioè perché il piano ruoti.

Tale δ_{Ta} dovrà essere abbastanza piccolo perché esso maschera la stabilità del velivolo, nel senso che per $\delta_T < \delta_{Ta}$ il velivolo non dà segno di risposta, non reagisce, come se fosse 'indifferente' (stabilità nulla...).

Quindi, si potrà verificare che la 'simmetria' aerodinamica del profilo si realizza anche con un $\delta_T \neq 0$ e $\delta_T \leq \delta_{Ta}$, cioè lo stabilizzatore sia trimmato con $\delta_T \leq \delta_{Ta}$ (momento netto di cerniera nullo).

Per ridurre il δ_{Ta} esistono alcuni espedienti fra i quali quello indicato in Figura 42 (applicato sul P68, P66...).

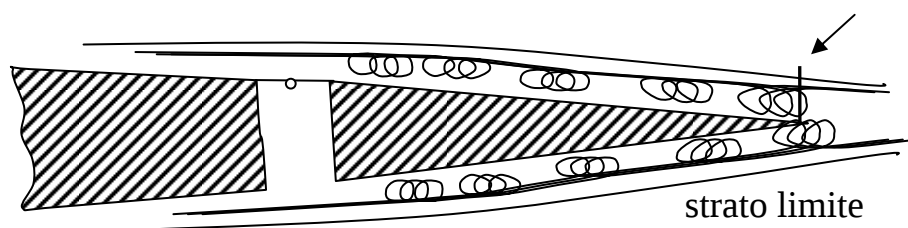


Figura 42

Quindi le funzioni del tab-stabilizzatore sono tre: la prima (la più importante) è anti-tab, la seconda è la trim-tab, strettamente legata alla prima, la terza è la funzione di governo. In tale ultima funzione, il compensatore longitudinale o la tab-governo, viene anche detto 'impianto di comando secondario' per distinguerlo da quello principale relativo alla barra.

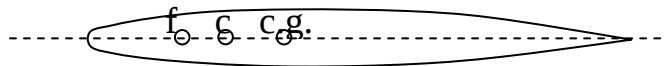
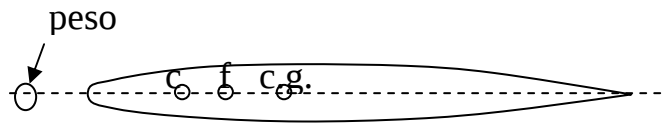
Passando a trattare il comportamento dello stabilizzatore nei riguardi della stabilità statica si ha quanto segue.

Poiché ogni variazione dell'assetto del velivolo provoca una variazione di carico sullo stabilizzatore applicata nel fuoco, e quindi sull'asse di cerniera, l'angolo di equilibrio i_{te} dello stabilizzatore non cambia quando si conferisce al velivolo in equilibrio una perturbazione statica $\Delta\alpha$.

Ciò significa che la risposta stabilizzante dello stabilizzatore è la stessa sia a comando bloccato che a comando libero, poiché questo si comporta come se fosse bloccato. Se l'asse di cerniera fosse dietro il fuoco, l'angolo i_t aumenterebbe e, con la concomitante deflessione (cinematica) del tab (nella funzione anti-tab), comporterebbe una risposta stabilizzante maggiore; ma si è visto che per ragioni di equilibrio non conviene disporre l'asse di cerniera dietro il fuoco e quindi si ritorna alla situazione sopra descritta (stabilità a comando libero uguale alla stabilità a comando bloccato).

Se l'asse di cerniera fosse avanti al fuoco ne scaturirebbe una riduzione di stabilità a comando libero, pertanto tale posizione viene scartata, confermando come posizione più opportuna quella in corrispondenza dell'asse dei fuochi. Inoltre, la posizione avanzata dell'asse di cerniera viene anche evitata per ragioni di bilanciamento massico del piano (asse avanti al fuoco richiede un peso maggiore...).

Guardando le seguenti figure si capisce come, nella prima, dovendo bilanciare tale piano staticamente e dinamicamente, l'asse del baricentro deve passare per l'asse di cerniera, almeno. Allora in tale caso sarebbe



necessario mettere un peso avanti per bilanciare. Questa è una delle ragioni per cui l'asse di cerniera non va mai davanti al fuoco.

Nel secondo caso si ha una riduzione delle masse di bilanciamento, alla meglio se $c \equiv c.g.$ non si usano masse. In più, per una perturbazione si potrebbe avere un ΔL nel fuoco tale da vincere l'azione del tab e far finire il piano al fondo corsa.

2) Caso 'equilibratore-stabilizzatore'

L'equilibrio del velivolo con δ_{ee} data dalla Eq. 87 (ovvero dalla Eq.89), comporta in generale l'applicazione di uno sforzo da parte del pilota (o altro) sul comando, per contrastare (equilibrare) il momento aerodinamico (talora è presente anche un momento di diversa natura, per ora non necessario da definirsi) intorno all'asse di cerniera dello equilibratore. Pertanto non può essere studiata la stabilità a comando libero (la condizione di equilibrio del velivolo non è anche di equilibrio dell'equilibratore; si richiama che la stabilità è requisito dell'equilibrio). Vediamo dunque come si analizza l'equilibrio dell'equilibratore.

Il momento intorno all'asse di cerniera, di natura aerodinamica, è usualmente così scritto (vedi anche la Figura 43):

$$HM(HingeMoment) = q\eta_t S_c c_c C_{he} \quad \text{Eq. 103}$$

dove:

S_c è la superficie dell'equilibratore (la c sta per 'control') dietro l'asse di cerniera.

c_c è la corda dell'equilibratore (media) dietro l'asse di cerniera

$$C_{he} = C_{h0} + C_{h\alpha}\alpha + C_{h\delta}\delta_e + C_{h\delta_T}\delta_T \quad \text{Eq. 104}$$

coefficiente di momento d'equilibrio, dove:

C_{h0} è il coefficiente di momento di cerniera del profilo originario (medio) dell'equilibratore, per $\alpha=0$ (ovviamente $\delta_e=\delta_T=0$).

$$C_{h\alpha} = \left(\frac{\partial C_{he}}{\partial \alpha} \right)_{\delta_e, \delta_T \text{ fissati}} ; \quad C_{h\delta} = \left(\frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_e} \right)_{\alpha, \delta_T} ; \quad C_{h\delta_T} = \left(\frac{\partial C_{he}}{\partial \delta_T} \right)_{\alpha, \delta_e}$$

Per un profilo simmetrico è $C_{h0}=0$.

La condizione di equilibrio (aerodinamico) dell'equilibratore è:

$$C_{he} = 0 \quad \text{Eq. 105}$$

se il velivolo è in una condizione di volo equilibrata e con equilibratore equilibrato, esso è in una condizione (di volo) di equilibrio trimmata (come si è illustrato nel caso 'stabilizzatore').

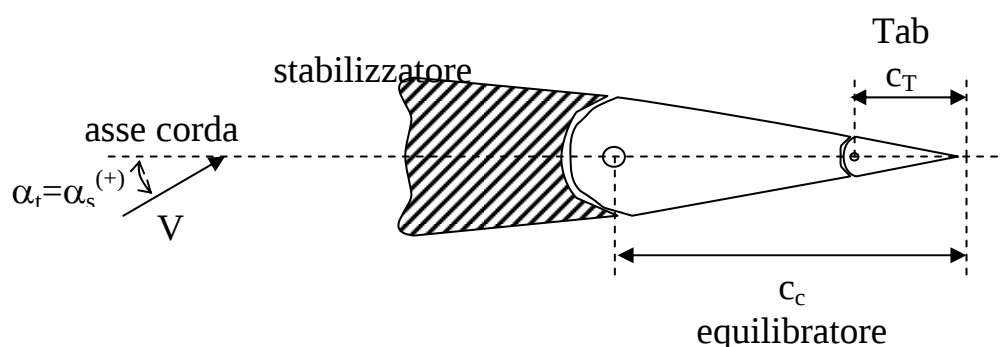


Figura 43

Ora esaminiamo il caso in cui il tab sia assente.

La condizione di equilibrio dell'equilibratore lasciato libero, senza sforzo, dà, senza tab:

$$\delta_{eF} = -\frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \alpha$$

In generale $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ sono dello stesso segno (negativo nella convenzione in uso in letteratura, vedi Perkins) per α positivo (come in figura).

Il risultato è come nella seguente figura:

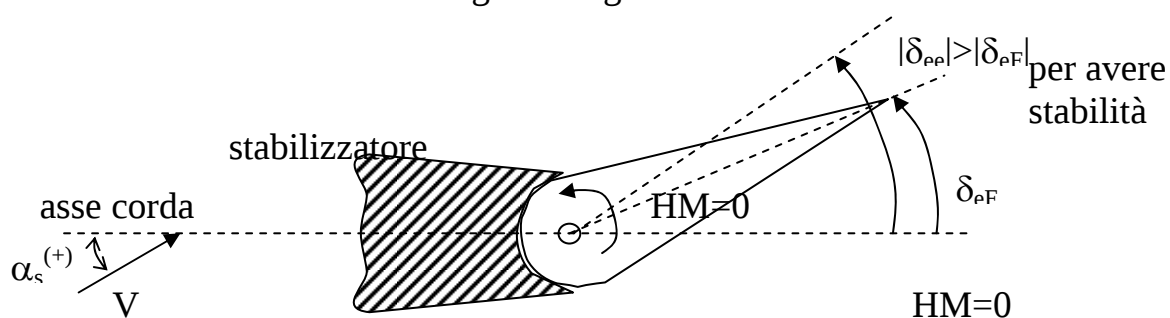


Figura 44

Il δ_{eF} viene detto angolo di 'flottaggio' dal termine inglese 'float', ovvero angolo di sbandieramento, per indicare che l'equilibratore si dispone nel

‘letto’ della corrente locale¹⁵. Se tale angolo risulta minore del δ_{ee} , relativo al C_{Le} che determina l’ α considerato (δ_e di equilibrio), il pilota dovrà supplire con uno sforzo di barra per portare l’equilibratore da δ_{eF} a δ_{ee} .

Se risulta $\delta_{eF} = \delta_{ee}$ non ci sarà bisogno dell’intervento del pilota, in tal caso il velivolo sarà equilibrato e trimmato, cioè sarà in una condizione di equilibrio trimmata. Solo in tal caso, potendo lasciare libero il comando, si potrà parlare di verifica di stabilità statica del velivolo (a comando libero). Allora introduciamo la perturbazione, piccola, in α , cioè diamo un $\Delta\alpha$ al velivolo e vediamo quale risposta esso dà.

Ci sarà la risposta del velivolo parziale e la risposta dell’impennaggio orizzontale.

La risposta del velivolo parziale è evidentemente la stessa studiata nel caso del comando bloccato. La risposta della coda è (vedere le formule precedenti necessarie) :

$$\Delta\alpha_s = \Delta\alpha_t = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\Delta\alpha \quad \text{Eq. 106}$$

si ha:

$$\Delta C_m = -\Delta C_{Lt} \bar{v}_t' \eta_t \quad \text{Eq. 107}$$

con

$$\Delta C_{Lt} = a_t \left[\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\Delta\alpha + \tau \Delta\delta_{eF} \right] \quad \text{Eq. 108}$$

In termini non finiti, ma differenziali, si ha (inglobando η_t in a_t) :

$$\frac{dC_m}{d\alpha} = -a_t \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) + a_t \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \quad \text{Eq. 109}$$

ovvero, ricordando le Eq. 42 e 58:

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L}\right)_{c.l.} = -\frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) + \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} + x_a \quad \text{Eq. 110}$$

$$\frac{d\delta_{eF}}{d\alpha} = \frac{d\delta_{eF}}{d\alpha_s} \frac{d\alpha_s}{d\alpha} = -\frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad \text{Eq. 111}$$

Dalla Eq. 110 si vede che la risposta del piano è composta di un primo termine stabilizzante, uguale a quello precedentemente ottenuto a comando bloccato (vedere l’Eq. 64), e di un secondo termine, riduttivo della stabilità, che riflette la condizione di comando libero. Tale contributo è generalmente

¹⁵ Questo avviene perché si ha un diagramma delle pressioni sull’equilibratore la cui risultante non passa per l’asse di cerniera dello stesso, sicché si disporrà ad un angolo δ_{eF} .

instabilizzante (>0) perché $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ sono generalmente dello stesso segno (<0); esso è in stretta correlazione con l'angolo di flottaggio. L'indice di stabilità a comando libero può essere così scritto:

$$\left(\frac{dC_m}{dC_L} \right)_{c.l.} = -\frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) + x_a \quad \text{Eq. 112}$$

La differenza fra i punti neutri sarà (chiamando N_0' quello a comando libero):

$$N_0 - N_0' = -\frac{C_{m\delta}}{a} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \quad (\text{gener.} > 0) \quad \text{Eq. 113}$$

il punto neutro a comandi liberi, quindi cade in generale più avanti, cioè si perde in stabilità statica. Si osservi che un equilibratore più 'portante' ($C_{m\delta}$ più forte, per esempio aumentando la corda), a parità di ogni altra cosa, è più instabilizzante a comando libero. Si osservi anche che un equilibratore molto efficace (τ forte, alto rapporto $\frac{C_c}{C_t}$) può notevolmente abbattere la

stabilità a comando bloccato se ha un elevato rapporto $\frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}}$.

Pertanto nel progetto dell'impennaggio bisognerà curare che tale rapporto sia adeguatamente basso in relazione al τ . La tecnica adottabile per tale scopo passa attraverso lo studio di $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ in relazione alla geometria dell'equilibratore; tale studio esula da questo contesto e sarà sviluppato in apposita lezione.

Ora c'è da osservare che l'assunzione $\delta_{eF} = \delta_{ee}$ equivale ad affermare che il velivolo realizza il δ_{ee} , cioè il proprio equilibrio alla rotazione (l'equilibrio alla traslazione si intende realizzato con un corrispondente valore di C_{Lw} , vedere NOTA 2, pag. 34) a qualunque assetto, indipendentemente dall'azione del pilota, cioè anche in assenza dello stesso.

Cosa significa ciò? Significa che se interviene, a partire da una condizione di equilibrio trimmata, una causa perturbatrice che sposta l'assetto del velivolo di $\Delta\alpha$, questo non 'reagisce', ma permane nella nuova condizione di equilibrio perché questa è di equilibrio trimmato.

Il velivolo, dunque, se risulta $\delta_{ee} = \delta_{eF}$, può assumere qualunque assetto di equilibrio trimmato senza l'aiuto del pilota: esso è 'indifferente' nei riguardi dell'assetto.

Siamo in presenza di un velivolo 'neutro' nei confronti della stabilità a comandi liberi (stabilità nulla). Verifichiamo ciò analiticamente. Dovrà risultare che a partire da una condizione di equilibrio trimmata, $\delta_{ee} = \delta_{eF}$, una variazione di assetto $\Delta\alpha$ provochi una variazione dell'angolo di flottaggio

pari proprio alla variazione dell'angolo di equilibratore necessaria per equilibrare il velivolo nel nuovo assetto, cioè:

$$\begin{cases} \delta_{ee} = \delta_{eF} \\ \Delta\delta_{eF}(\Delta\alpha) = \Delta\delta_{ee}(\Delta\alpha) \end{cases} \quad \text{Eq. 114}$$

Dalla Eq. 87 :

$$\Delta\delta_{ee} = -\frac{C_{m_{CL}}}{C_{m\delta}} a \Delta\alpha = \frac{x_a - \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)}{\tau a_t \bar{v}_t'} a \Delta\alpha \quad \text{Eq. 115}$$

Eguagliando la Eq. 115 al $\Delta\delta_{eF}$ deducibile dalla Eq. 111, si ha:

$$\left[x_a - \frac{a_t}{a} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \right] \frac{a}{a_t} = -\tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \bar{v}_t' \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \quad \text{Eq. 116}$$

tale relazione comporta l'annullarsi dell'indice di stabilità a comandi liberi (vedere l'Eq. 110), come volevasi dimostrare.

Orbene la condizione $\delta_{eF} = \delta_{ee}$ non si dovrà mai verificare per avere un velivolo stabile staticamente a comando libero. Allora come soddisfare la Eq. 105? Cioè, come trimmare l'equilibratore, ovvero il velivolo senza incorrere nella necessità di $\delta_{eF} = \delta_{ee}$? Evidentemente ci vorrà un dispositivo idoneo. Questo è rappresentato dal tab (che finora è stato assunto assente). Assumendo dunque la presenza del tab nella sua funzione di trimmaggio (trim-tab) si può realizzare la Eq. 105, con $\delta_T \neq 0$, in generale.

$$\delta_{TT} = -\frac{C_{h0}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \alpha_s - \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} \delta_e \quad \text{Eq. 117}$$

dove, come al solito, il primo pedice T si riferisce al tab, e con il secondo pedice T si è inteso indicare la condizione di trimmaggio.

Se l'angolo δ_e che si realizza è quello necessario ad equilibrare il velivolo, il δ_{TT} sarà detto δ_{Te} (trimmaggio ed equilibrio alla rotazione):

$$\delta_{Te} = -\frac{C_{h0}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \alpha_s - \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} \delta_{eeT}^{16} \quad \text{Eq. 118}$$

si deve subito osservare che se il δ_{ee} è ottenuto con trimmaggio, cioè δ_{eeT} , esso non coincide con il δ_{ee} dato dalla Eq. 87 a causa della riduzione della efficacia dell'equilibratore dovuta al tab che si deflette in opposizione, come si vede dalla seguente figura (tipica, in generale); per C_{Le} grandi si ha:

$$|\delta_{ee}| < |\delta_{eeT}| \quad \text{Eq. 119}$$

¹⁶ Si osservi che, in questo caso, il δ_{eeT} è anche angolo di flottaggio. Quindi la condizione di eguaglianza fra angolo di flottaggio e l'angolo per l'equilibrio del velivolo, senza annullare la stabilità, può essere assicurata dal tab.

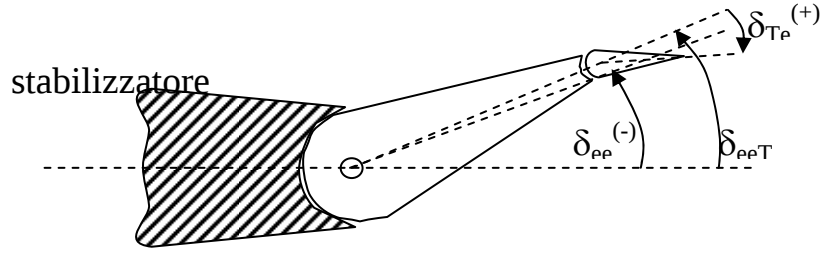


Figura 45

Ciò è dovuto al fatto che, per ottenere la stessa efficacia, dato che la presenza del trim-tab la riduce, si dovrà deviare maggiormente l'equilibratore.

Riscontriamo ciò con l'analisi. L'angolo i_t è dato (come l'Eq. 77):

$$i_t = i_{t0} + \tau \delta_{eeT} + \tau_T \delta_{Te} \quad \text{Eq. 120}$$

Per avere δ_{Te} analizziamo α_s (ricordando le Eq. 11, 43 e 45):

$$\begin{aligned} \alpha_s &= \alpha_w - \varepsilon + i_{t0} = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)(\alpha - \alpha_0) - \varepsilon_0 + i_{t0} = \\ &= \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\alpha - \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\left(\frac{a_w}{a} - \frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w} \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\alpha_{0w} - \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w} i_t + i_{t0} \end{aligned} \quad \text{Eq. 121}$$

Posto:

$$A = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\left[\frac{a_w}{a} - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\left(1 - \frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w}\right)\right] \quad \text{Eq. 122}$$

$$B = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\frac{a_t}{a} \frac{S_t}{S_w} \quad \text{Eq. 123}$$

risulta:

$$\alpha_s = \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\alpha - A\alpha_{0w} - Bi_t + i_{t0} \quad \text{Eq. 124}$$

$$\begin{aligned} \delta_{Te} &= -\frac{C_{h0}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}}\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\alpha + \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}}A\alpha_{0w} + \\ &+ \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}}Bi_t - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}}i_{t0} - \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}}\delta_{eeT} \end{aligned} \quad \text{Eq. 125}$$

in base alla Eq. 120, la Eq. 125 diventa:

$$\delta_{Te} = -\frac{C_{h0}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \alpha + \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} A \alpha_{0w} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} (1-B) i_{t0} +$$

$$- \left(\frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} B \tau \right) \delta_{eeT} + \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} B \tau_T \delta_{Te}$$

Eq. 126

da cui

$$\delta_{Te} = \delta_{Te0} + \delta_{Te\delta} \cdot \delta_{eeT} + \delta_{Te\alpha} \cdot \alpha$$

Eq. 127

con

$$\delta_{Te0} = -\frac{1}{C} \left[\frac{C_{h0}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} A \alpha_{0w} + \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} (1-B) i_{t0} \right]$$

Eq. 128

$$\delta_{Te\delta} = \frac{\partial \delta_{Te}}{\partial \delta_{eeT}} = -\frac{1}{C} \left(\frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} B \tau \right)$$

Eq. 129

$$\delta_{Te\alpha} = -\frac{1}{C} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

Eq. 130

$$C = 1 - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \tau_T B$$

Eq. 131

Si osservi che δ_{Te} è funzione lineare di δ_{eeT} e di α .

Ricaviamo ora l'angolo i_t (dalla Eq. 120):

$$i_t = i_{t0} + \tau \delta_{eeT} + \tau_T \delta_{Te0} + \tau_T \delta_{Te\delta} \delta_{eeT} + \tau_T \delta_{Te\alpha} \alpha$$

$$i_t = (\tau + \tau_T \delta_{Te\delta}) \delta_{eeT} + i_{t0} \left[1 - \frac{\tau_T}{C} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} (1-B) \right] +$$

$$- \frac{\tau_T}{C} \left(\frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} A \alpha_{0w} \right) - \frac{\tau_T}{C} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \alpha$$

Elaboriamo ora alcuni termini:

$$\tau + \tau_T \delta_{Te\delta} = \tau \left(1 + \frac{\tau_T}{\tau} \delta_{Te\delta} \right) = \frac{1 - \frac{\tau_T}{\tau} \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}}}{1 - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} B \tau_T} \tau$$

$$i_{t0} \left[1 - \frac{\tau_T}{C} \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}} (1 - B) \right] = i_{t0} \frac{1 - \tau_T \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta_T}}}{C}$$

osserviamo che l'indice effettivo dell'efficacia dell'equilibratore 'trimmato', in condizione di equilibrio trimmato, è:

$$\tau_e = \tau \left(1 - \frac{\tau_T}{\tau} \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_T}} \right)$$

da cui si evince che $\tau_e < \tau$,