

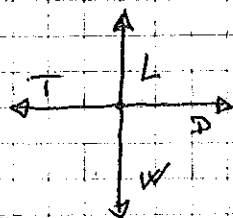
STABILITÀ ED EQUILIBRIO

La stabilità è la capacità di un velivolo di ripri
○ stivare un equilibrio perturbato.

Prima di parlare di stabilità dobbiamo, quindi, parlar
di equilibrio in quanto ci dovremo prima assi
rare che il velivolo sia in equilibrio e poi discu
teremo della sua stabilità. ^{Gli} ~~Le~~ condizioni di equi
librio sono di 2 tipi: statico e dinamico.

Affinché l'aereo risulti essere in equilibrio
dinamico si deve avere che la risultante

○ di tutte le forze agenti su esso sia
uguale a zero. Questo equivale a dire che la
risultante di tutte le forze ^{deve} ~~esterna~~ ^{deve} eguagliare il
peso, in modulo, ed avere verso opposto. Allora
le condizioni di equilibrio sono:



$$\begin{cases} L = W \\ T = D \\ M_{CG} = 0 \end{cases}$$

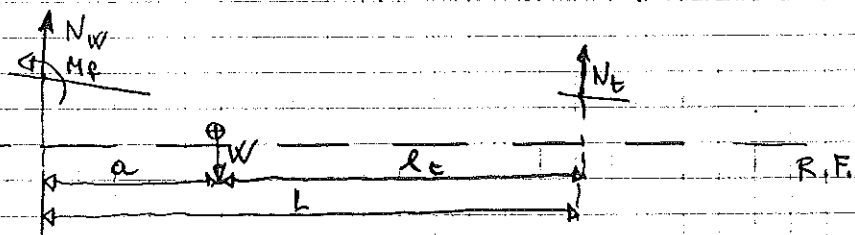
Da esse discende che solo se il velivolo percor
re una traiettoria rettilinea esso può essere
in equilibrio in quanto su traiettoria curva
la portanza è pari ad n volte il peso.
In sostanza solo in ~~corrente~~ volò rettilineo
uniforme sussiste l'equilibrio.

Appena si ha una forza portante diversa dal
○ peso si va incontro ad una condizione di
volò detta VOLO MANOVrato in cui il fatto
re di contingenza è diverso da 1.

N.B. Si definisce manovrabilità di un velivolo la sua capacità di rispondere all'azione del pilota che lo allontana dalle condizioni di equilibrio

In tale condizione, tra l'altro, il velivolo è sede di un sistema di forze di inerzia legate alle accelerazioni che ora sorgono a causa del non equilibrio. Osserviamo che una salita a V indicata (IAS) costante non è una condizione di equilibrio perché la velocità cambia con la quota e dunque è presente una forza di inerzia (retardante) che richiede aumento di spinta. Diamo ora la seguente definizione:

CARICO DI EQUILIBRIO: è il carico sull'impennaggio orizzontale che mette il velivolo in condizioni di equilibrio; è, quindi, quel carico gravito al quale non sono presenti forze di inerzia.



Vediamo quanto vale questo carico (nella figura è N_t) e da chi dipende.

Trascurando le componenti parallele alla R.F., che sono piccole rispetto a quelle normali, si ha che le condizioni di equilibrio diventano

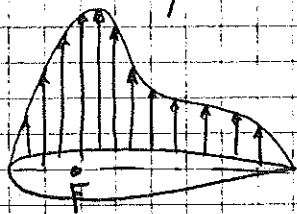
$$\begin{cases} N = W \\ M_{C.G.} = 0 \end{cases}$$

N.B. Scrivo N e non L perché suppongo che la corda alare sia poco inclinata rispetto al piano di riferimento rispetto al quale voglio analizzare l'equilibrio quindi ~~però~~ $L \hat{=} N$. Ora l'altro la R.F. assumiamo che già esista al nostro studio di progettazione in quanto, poiché stiamo studiando d'equilibrio, vuol dire che abbiamo già abbozzato la fase preliminare del progetto che conosciamo, più o meno, la posizione del baricentro. Qual'è uso N e non L perché voglio studiare l'equilibrio rispetto a R.F. La condizione $M_{Cg} = 0$ si scrive:

$$1) N_w \cdot a + M_f = N_t \cdot l_t$$

(Considero solo le forze più importanti; trascuro quindi anche il momento focale di coda)

N.B. È presente il M_f dell'ala perché suppongo di applicare ^{la forza d'asc.} nel fuoco dell'ala e non nel centro di pressione (suo punto di applicazione) ^{naturale}. Tale momento si ottiene come somma



dei contributi delle singole forze elementare per il braccio (distanza del fuoco). La somma dei contributi a dx dà un momento picchiante mentre i contributi di dx danno un momento cabrante.

L'azione complessiva, essendo l'area di distribuzione maggiore di quella di sinistra, è picchiante perciò $C_{mp} < 0$. Se incremento la curvatura

del profilo il picco di pressione si sposta più a destra rendendo ancora più marcato l'effetto visto in precedenza, e rendendo il C_{mf} ancora più negativo. Ecco perché piccole curvature danno C_{mf} piccoli - Con un profilo deformato si avrebbero C_{mf} positivi. fine nota

Il segno + davanti al M_p è generico perché non conosco il verso effettivo di M_p .

Sfruttando la prima condizione di equilibrio:

$$N_t + N_w = W \Rightarrow N_w = W - N_t$$

Sostituendo nella 1):

$$N_t l_t = (W - N_t) a + M_p \Rightarrow$$

$$N_t = \frac{W a}{L} + \frac{M_p}{L} = \frac{W a}{L} + C_{mf} \frac{c S q}{L}$$

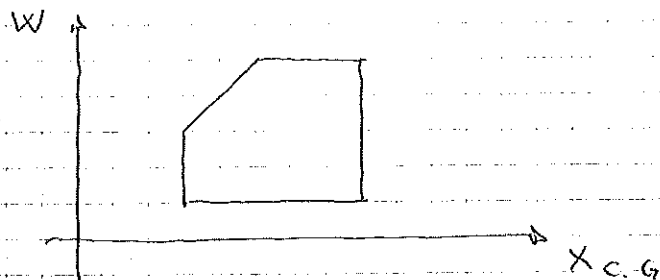
Perciò:

$$2) N_t = N_t(W, q, a) \equiv N_t(W, q, x_{c.g.})$$

Ovviamente N_t dipende anche dalla particolare geometria del velivolo (cioè dipende da S, c, L) ma per un assegnato velivolo vale la 2).

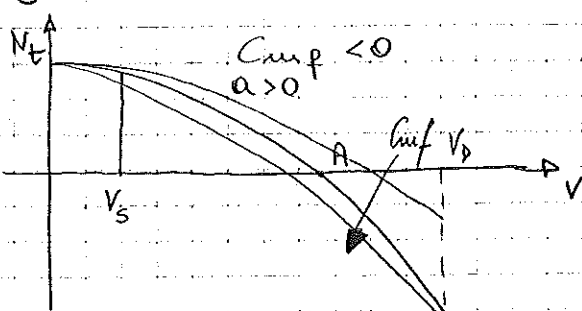
Il carico in coda dipende, oltre che dal peso, anche dalla posizione p del baricentro perché per ogni aereo esiste un involucro peso-baricentro in cui vengono riportate tutte le possibili posizioni del baricentro per un assegnato peso. Ne consegue perciò che il peso W non individua un'unica

condizione di centramento



Questo inviluppo fa parte dei requisiti regolamentari dell'aeroplano. Inoltre il pilota, prima del decollo ed in volo, deve accertarsi che il baricentro sia contenuto in questo inviluppo fino all'atterraggio.

Supponendo ora che l'aeroplano sia dato, quindi siano noti W e XCG , il legame tra N_t e la velocità è:



V_s = velocità di stallo

V_b = velocità di affondata

Tale dipendenza non è più una parabola nel campo compressibile perché il C_{mf} risente molto del M perciò solo se $C_{mf} = \text{costante}$ vale il grafico superiore.

Si vede che al crescere della velocità il carico in coda decresce e, dopo il punto A , cambia anche il suo verso (Ricorda che N_t positivo significa carico verso l'alto), si volge così verso il basso.

La diminuzione di carico, con V , ~~del~~ sul piano orizzontale si traduce in un progre

sivo incremento del carico sull'ala e quindi
 un incremento della sua resistenza indotta.
 A partire da V_S si vede che, se aumenta α
 V_i , il carico sul piano orizzontale diminuisce
 mentre aumenta il carico sull'ala. Allo
 stesso tempo diminuisce la resistenza indotta
 sul piano di coda ed aumenta quella dell'
 ala. Tuttavia questo non è preoccupante
 perché l'ala, che ha elevati allungamenti,
 è più idonea a portare carico del piano
 orizzontale che, per motivi strutturali, pre-
 sente basso allungamento. Oltre il punto
 A, però, le cose peggiorano perché la portan-
 za in coda cresce, in valore assoluto, e
 quindi cresce anche la resistenza indotta.
 (legata al C_L)
 Si è visto che la condizione migliore si
 ha quando il piano di coda è appena
 portante. Se fossimo nel punto A N_t sare-
 be zero e avremmo ~~che~~ solo resistenza
 parassita perciò tanto vale fare lavorare
 un poco anche le code in modo, che
 l'altro, da scaricare anche l'ala.
 Da quanto detto si capisce come un velivolo con
 un C_{mf} fortemente negativo presenta il carico di
 equilibrio che diventa subito negativo per poi con-
 tinuare ad aumentare verso il basso. Questo peggiora
 l'Efficienza del velivolo. Ne consegue che
~~che~~ un velivolo con un C_{mf} forte non ci fa
piacere.

Allora la situazione ottimale è data da N_t posiz.
fissi ma piccoli in modo da avere più resistenza
○ indotta sull'ele che in coda. Nella scelta dei
profili alari cercheremo di utilizzare quelli con
Cup piccoli, in valore assoluto, e negativi ($-3 \div -4$
centesimi $\approx 0.02 \div -0.04$).

Per velivoli lenti, tipo elianti, si può accettare un
Cup anche dell'ordine di -0.1 mentre i veli-
li più veloci devono avere un Cup dell'ordine
dei centesimi, quindi più piccolo.

Nota 1.

La R.F. è la linea di costruzione della fusoliera.
Rispetto ad essa le ordinate di fusoliera vanno
poste ortogonalmente, Risolvere è rispetto ad ex
che si misura il calciamento della coda dell'e
l'angolo del velivolo sull'orizzonte ecc...

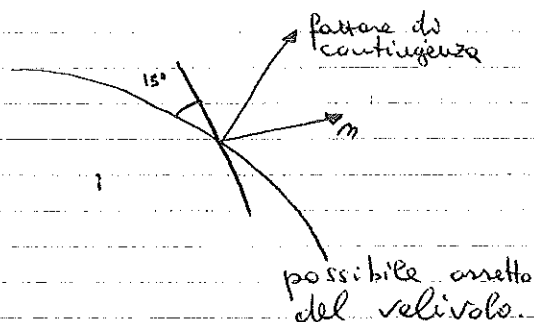
Definita questa linea ad essa saranno riferiti i
○ carichi normali. A tale proposito ricordiamo
che si definisce fattore di carico normale n il
rapporto tra il risultante delle forze normali a un
piano di riferimento ed il peso:

$$n = \frac{\sum N}{W}$$

Il piano di riferimento, solitamente, è quello d
cui la R.F. è la traccia.

Il fattore di contingente è diverso. Infatti
○ esso è il rapporto tra le forze normali alla
traiettoria e il peso e può essere anche

sensibilmente diverso del fattore di carico normale n .



Nota 2.

Facciamo ora una digressione sulle corde.

Dal punto di vista del progetto non dobbiamo vincolarci alle corde medie aerodinamiche in quanto sempre preferibile riferirsi alle corde alla radice per conoscere il posizionamento dell'ala rispetto all'fusoliere. Ora l'altro se l'ala risulta svergolata la C.M.A. è quella alla radice differisce per un certo angolo invece se l'ala è rastmata le 2 corde sono diverse proprio per lunghezza.

Di C.M.A. non ne esiste una sola, in quanto essa è legata alla forza e momento utilizzati per definirla. Ad esempio la portanza è:

$$L = \int C_L \frac{1}{2} \rho v^2 c(y) dy$$

La C.M.A. sarà quella sulla quale si trova il centro di pressione in ogni istante.

Se invece considero il momento nel suo inflesso quale sarà presente un $C^2 dy$ e quindi la C.M.A. definita sarà diversa da quella precedente.

te. Ancora, se considero la resistenza la sua distribuzione lungo l'ala è diversa da quella delle portante e quindi sarà diversa anche la c.m.a.

A alcune volte la c.m.a. viene fatta coincidere con la corda media geometrica definita da:

$$\bar{c} = \frac{S}{b} = \frac{1}{b} \int_{-b/2}^{b/2} c \, dy$$

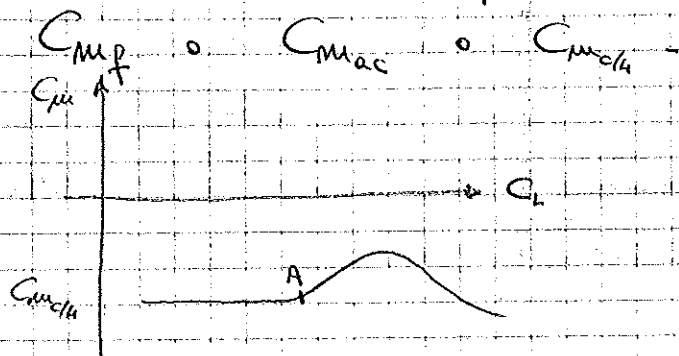


Nota 3

Nel bilancio dei momenti abbiamo visto che N_x era applicata nel fuoco. Questo punto ha una particolare proprietà:

Fuoco: è il punto per il quale il momento è indipendente dell'angolo d'attacco (si chiama fuoco perché negli studi iniziali di aerodinamica tale punto veniva individuato come fuoco delle parabole ipercentriche del profilo). Degli Inglesi è

chiamato Centro Aerodinamico. Il coefficiente di momento rispetto a tale punto è indicato



Si vede che rispetto al punto a $c/4$ il momento risulta costante una volta a tutte le incidenze, perciò solo fino al

punto A, il punto a $c/4$ coincide con il fuoco. Questo è prodotto da fenomeni non lineari, che

sorgono quando si va verso lo stello, e ci spostano il fuoco. Nel caso disegnato il fuoco si sposta più avanti rispetto al punto a $c/4$.

Si assume, tuttavia, il fuoco coincidente con il punto a $c/4$ perché, per grosse incidenze di incidenza, si ha che i due punti coincidono.

Nota 4

Abbiamo visto che la condizione di E_{max} per un velivolo si ottiene quando il piano di coda risulta un poco portante. Questa condizione può ^{for} variare il C_{D0} del velivolo, soprattutto se prendiamo in stato calcolato facendo riferimento ad una particolare situazione. Infatti:

$$C_{D0} = C_{D0W} + C_{D0fusdiera} + \left\{ \begin{array}{l} \text{tutto ciò che è interferenza e} \\ \text{resistenza indotta di organi div} \\ \text{dall'ala; quindi anche resistenza} \\ \text{indotta del piano di coda} \end{array} \right.$$

Ne consegue che la polare di un velivolo equilibrato è diversa dalla polare dello stesso velivolo non equilibrato. Quindi se, ~~partendo da~~ ⁱⁿ una situazione di non equilibrio, ho in corrispondenza di un certo α un fissato C_L , lo stesso C_L potrei non ottenerlo allo stesso α di prima, ~~quando~~ ^{se} equilibrio il velivolo per effetto del cambiamento di polare.

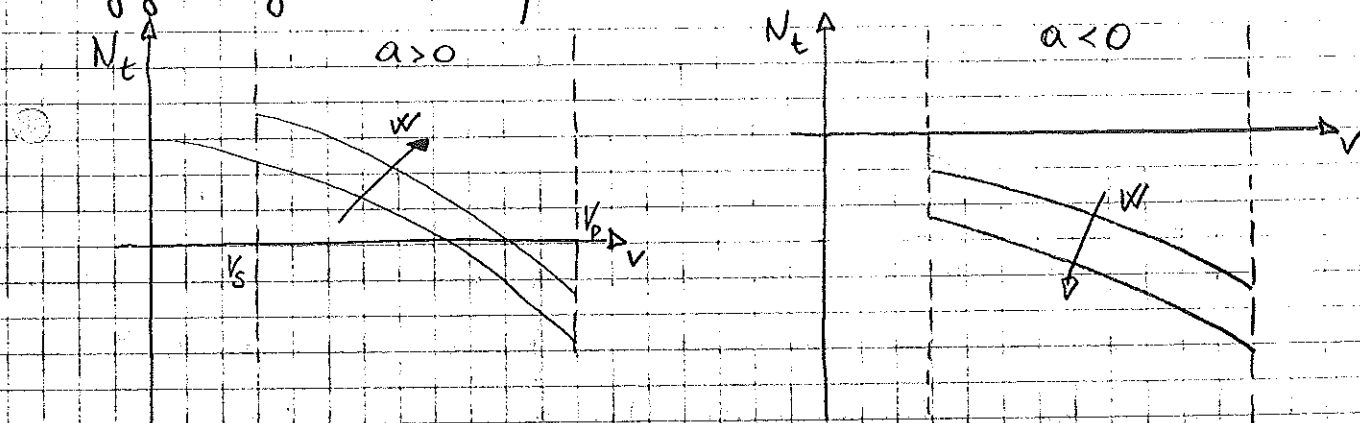
Lezione del 7 febbraio.

La volta scorsa abbiamo visto l'espressione del carico ~~di equilibrio~~ sul piano di coda. Essa, nella sua forma più generale, si scrive:

$$1) N_t = m W \frac{a}{L} + \frac{1}{2} \rho \varepsilon \frac{C_{mf}}{L} S V^2 \bar{c}$$

dove $\bar{c}$ è la corda media aerodinamica ed in cui il C_{mf} è negativo (Solo per profili deportati il C_{mf} è maggiore di zero).

La formula 1) se $m \neq 1$ ci fornisce il cosiddetto carico di bilanciamento mentre se $m=1$ ^{si} ottiene il carico di equilibrio. In particolare se in essa si introduce $m = m_{lim}$, nel diagramma non si può partire dalla V_S , ma si dovrà partire dalla velocità di manovra V_P , in quanto al di sotto di tale velocità il velivolo non è in grado di raggiungere il fattore di carico limite.

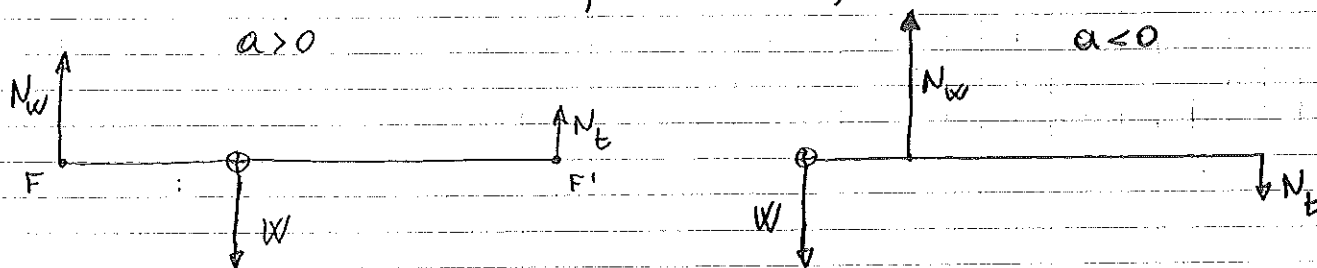


Ricordiamo che da un punto di vista progettuale interessa avere C_{mf} piccoli per cui dovremmo adottare profili poco curvi.

Vediamo ora come varia N_t se W varia.

A tale proposito ~~de~~ si dovranno studiare le 2 configurazioni corrispondenti ad $a > 0$

(baricentro arretrato rispetto al fuoco) e $a < 0$ (baricentro avanzato rispetto al fuoco).



N.B. Supponiamo allineati i fuochi ed il baricentro.

Caso $a > 0$

Dalla formula 1) si vede che, supponendo nullo il momento, N_E è maggiore di zero, quindi rivolto verso l'alto. Allora se cresce il peso W , il termine $\frac{W a}{l}$ cresce. Esso rappresenta il valore di N_E per $V=0$ per cui, se W aumenta, la curva del diagramma precedente trasla verso l'alto parallelamente a se stessa.

Caso $a < 0$

Sempre dalla formula 1) si osserva che N_E risulta minore di zero, quindi rivolto verso il basso per $V=0$. All'aumentare di W la curva trasla parallelamente a se stessa verso il basso. Dal punto di vista dell'efficienza aerodinamica questo è un aspetto piuttosto "sgradevole" in quanto, all'aumentare di W , il carico in essa diventa sempre più negativo (quindi aumenta in valore assoluto) e questo comporta un aumento del carico sull'ala. In definitiva si avrà un aumento della resistenza (soprattutto indotta) sia dell'ala che del piano orizzontale. Questo si traduce in un aume

to degli effetti parassiti, dove, con tale dizione si intende l'evenienza dell'ala che porta più del peso mentre il piano di coda porta verso il basso.

N.B. Nello schema con $a > 0$ si ha che N_t , soprattutto alle alte velocità, può rivolgersi verso il basso. Apparentemente ciò provoca un momento cabruante che potrebbe squilibrare il velivolo. Tuttavia non bisogna dimenticare che in F è presente anche il momento focale, di genere picchiante, che può equilibrare una situazione di questo genere.

Nel caso di $a < 0$ N_t è rivolto verso il basso. A prescindere dalle formule N_t non può che avere quel verso per garantire che ci possa essere equilibrio.

Nella pratica a è sempre maggiore di zero per permettere il baricentro davanti al fuoco comporta che il C_{mf} sia piccolissimo (al limite zero) per limitare gli effetti parassiti. In effetti se il C_{mf} fosse uguale a zero si potrebbe tollerare il baricentro davanti al ^{fuoco} baricentro in quanto avremmo N_t negativo una costante con V . Vediamo ora cosa succede se varia a , cioè varia la posizione del baricentro.

Se il baricentro arretra, cioè aumenta a , diminuisce il braccio delle forze N_t . Ne consegue che, affinché sia garantito l'equilibrio, il modulo di N_t deve aumentare. In effetti anche

tore a equivale, come risultato, ad aumentare W . Perciò un aumento di a si traduce in una traslazione della curva (N_t, v) equivalente ad un aumento di W .

Quindi all'arretrare del baricentro, il carico in coda cresce. Questo non sempre ci fa piacere perché N_t elevato comporta una forte resistenza indotta del piano orizzontale, a causa dei suoi bassi allungamenti.

Viceversa se il baricentro avanza (a diminuisce), N_t diminuisce e c'è il rischio che esso possa diventare negativo.

In definitiva:

- è conveniente che il baricentro arretri
- è sfavorevole un avanzamento del baricentro.

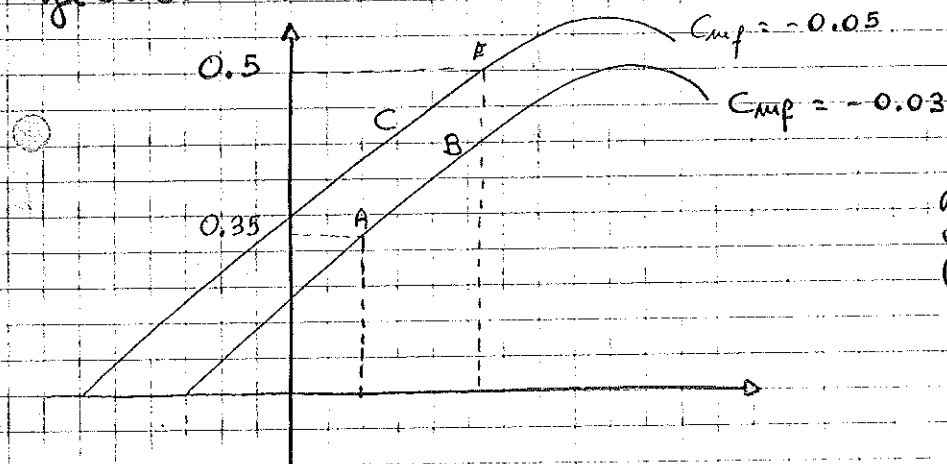
L'avanzamento del baricentro comporta un peggioramento dell'efficienza. Con l'arretramento, invece, l'efficienza E può peggiorare ma non nella stessa misura causata dall'avanzamento. Ricorda che $G_1 (G_1, AR^{-1})$

Dal punto di vista del progetto, se ci si trova a lavorare con corde medie aerodinamiche piccole (ed es. oli con forti AR, a parità di S , hanno corde più piccole di corrispondenti oli con AR minori) si è avvantaggiati circa i carichi di bilanciamento in quanto corde piccole comportano momenti piccoli.

In sostanza forti AR attenuano il ^{momento} ~~Carico~~ per cui ci si può permettere profili un po' più curvi; questo si sposa bene con le esigenze

dei velivoli con forti AR (motoristiche ed alianti).

- Viceversa i velivoli a getto presentano AR minori e dunque corde più grandi e momenti più intensi. Ne consegue che si dovrà abbassare il C_{mf} ^{per mantenere N_z in limiti accettabili} riducendo la curvatura dei profili. Ciò si abbina bene alle esigenze del getto e soprattutto viste le alte velocità raggiungibili da esso.



La curva C è relativa ad un profilo più curvo (angolo di portanza nella maggiore in valore assoluto).

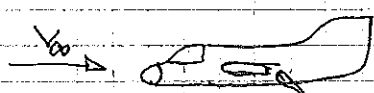
- I punti A ed E sono gli assetti ottimali, del getto e della motoristica rispettivamente, con riferimento ad un volo di crociera.

- Il getto infatti viene utilizzato a C_L piccoli ($0.3 \div 0.4$ circa) mentre l'elica viene utilizzata a C_L maggiori ($0.5 \div 0.6$ circa).

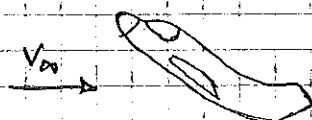
Dal diagramma precedente si osserva che, per un fissato α , il C_L aumenta se incremento la curvatura del profilo. Ne consegue che un profilo più curvo può essere adottato da un velivolo relativamente lento, come la motor-elica, per la quale

- se si ha interesse ad avere un C_L alto, prossimo a quello di E_{max} . La maggiore curvatura

del profilo comporta, comunque, forti C_{mf} tuttav-
i forti AR della motovelica (o di un aliante)
attenuano questo effetto. Il velivolo a getto,
invece, che vola a piccoli assetti e quindi a
piccoli C_L , ha bisogno di un profilo ueno
curvo ($C_{mf}(\text{getto}) \cong -0.03$; $C_{mf}(\text{ELICA}) \cong -0.05$).
Per questo motivo i velivoli supersonici hanno p-
fili quasi simmetrici tanto che nel volo subsoni-
(basse velocità) essi hanno bisogno di mettere
un po' di FLAP, per avere maggiori C_L . In
questo modo, anche se peggiora la resistenza
dell'ala in quanto il C_{mf} aumenta in valore a-
soluto, si riduce l'angolo di attacco totale in
quanto lo stesso C_L si ottiene ad α minori.
Si ha così una diminuzione della resistenza tot-
le perché diminuisce la resistenza offerta da
la fusoliera. Infatti si passa dalla situazione
B a quella A.



Situazione A
(con flap)



Situazione B
(senza flap)

Esercizio: calcolo della polare di un velivolo qual-
siasi preso dal Jaceis, note che siano le
sue prestazioni. E' un problema aperto
in quanto la soluzione non è univoca
perché non si dispone di tutti i dati e
si dovranno fare delle assunzioni.

Lezione del 12 Febbraio.

Per la lezione scorsa abbiamo visto il carico di equilibrio ed il carico di bilanciamento. In particolare il carico di bilanciamento è quel carico che "equilibra" il velivolo in una condizione che, in realtà, non è di equilibrio in quanto il fattore di carico n è diverso da 1.

STABILITÀ

La stabilità di un sistema è la capacità di STARE nella condizione in cui viene osservato anche in presenza di perturbazioni.

Spesso si parla di stabilità come un attributo dell'equilibrio per cui si fanno coincidere le dizioni sistema stabile e sistema in condizioni di equilibrio stabile. In questa ottica, quindi, la stabilità è una caratteristica dell'equilibrio.

Tuttavia i due concetti di stabilità ed equilibrio sono tra loro disgiunti: si può avere equilibrio senza preoccuparsi della stabilità (l'equilibrio può essere stabile, instabile ...), così come si può parlare di stabilità con riferimento ad una situazione di non equilibrio. Per esempio un velivolo in una virata corretta di regime è in una condizione di volo non equilibrato (volo manovrato), tuttavia si può studiare se la virata risulta essere stabile o meno.

Comunque, nell'accezione comune, la stabilità si riferisce a condizioni di equilibrio.

N.B. La stabilità può essere anche definita come la

capacità del sistema di fronteggiare le perturbazioni.

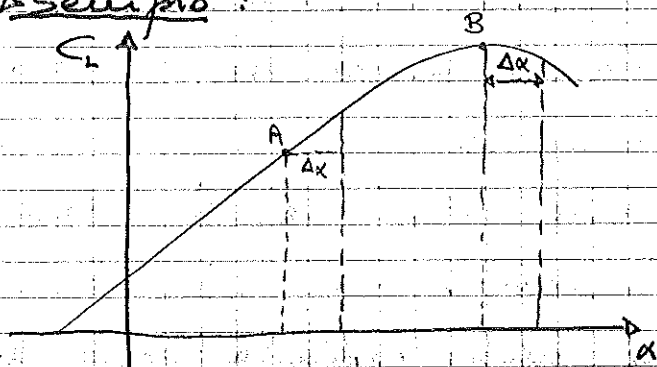
Vediamo ora qual'è la procedura da adottare per indagare sulla stabilità dell'equilibrio di un sistema:

- 1) Si considera il sistema in equilibrio
- 2) si introduce una perturbazione piccola
- 3) si elimina la perturbazione
- 4) si controlla se il sistema torna autonomamente e definitivamente (cioè dopo un transitorio iniziale durante il quale il sistema può fare ciò che vuole) nelle condizioni iniziali di equilibrio.

Ovviamente prima il sistema torna nella situazione di equilibrio, più esso è stabile.

Circa la piccolezza delle perturbazioni, si dirà che esse sono tali se non spostano il sistema in un'altra situazione in cui cambia la fenomenologia che regge intorno al sistema. Se dunque il sistema, perturbato da una perturbazione non piccola, non torna nelle condizioni di equilibrio iniziali certo non potremo dire che esso non era in equilibrio stabile.

Esempio:

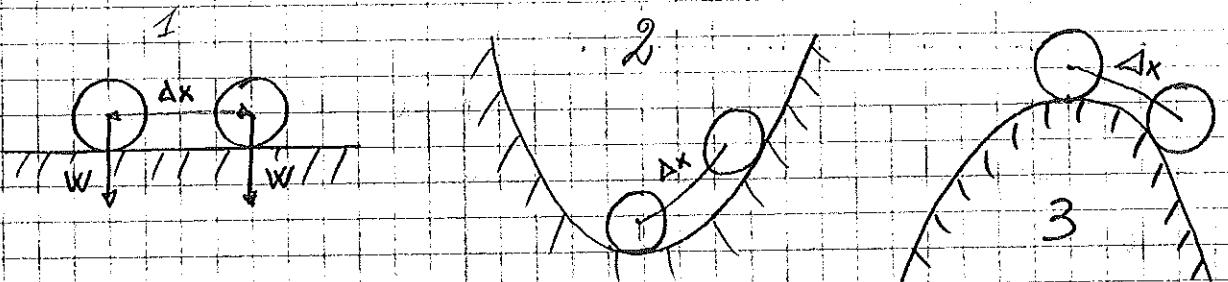


Se mi trovo in A e perturbo con un certo Δx avrò un comportamento che è completamente differente se, dal punto B, perturbo con lo stesso Δx in quanto il velivolo va in stallo, cioè va in una zona in cui la fenomenologia è completamente diversa da quella iniziale. Se il velivolo eventualmente non tornasse in B non potremmo essere sicuri che non lo faccia perché non è stabile. Ne consegue che la perturbazione deve essere piccola e tanto più piccola quanto più

il sistema è non lineare.

N.B. Quando si parla di stabilità di un sistema essa deve essere tale qualunque sia la perturbazione. Se però si parla di stabilità dell'equilibrio ecco che le perturbazioni devono essere piccole perché si potrebbero avere sistemi non lineari per i quali, a seconda da dove si parte, si può avere stabilità o meno.

Facciamo ancora qualche esempio.



In questo caso il sistema è la superficie più la pallina.

Caso 1) Sistema neutro: spostando la pallina di un qualsiasi Δx essa resta dove è stata posizionata. Si parla di sistema in equilibrio indifferente.

Una perturbazione su questo sistema sposta il sistema stesso in una nuova situazione di equilibrio. Il sistema quindi non è reattivo, nel senso che non è capace di stare laddove è inizialmente osservato quando insorge una perturbazione. Si parla ^{anche} di SISTEMA INDIFFERENTE.

Caso 2) Sistema stabile

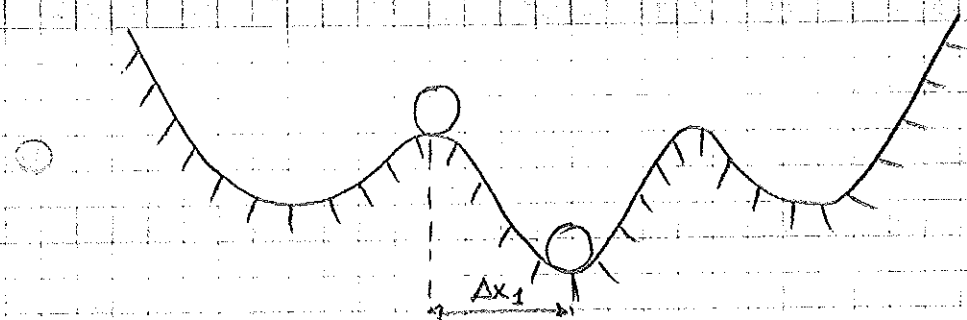
Spostando la sfera di un Δx essa, dopo una serie di oscillazioni, torna definitivamente nella posizione iniziale. Tuttavia se il sistema fosse considerato senza attrito esso risulterebbe praticamente indifferente. Infatti la pallina si lascia spostare in una qualunque posizione e oscilla, se non c'è attrito, tra queste posizioni e quella simmetrica. In effetti il sistema diventa a stabilità nulla. Non possiamo dire che sia instabile perché, pur non essendo attrito, la pallina non si allontana indefinitamente dalla posizione di equilibrio.

Caso 3) Sistema instabile

Spostando la pallina di un Δx essa si allontana sempre più dalla posizione di equilibrio. Quindi:

stabilità $\Rightarrow$ ritorno definitivo
instabilità $\Rightarrow$ allontanamento definitivo.

Consideriamo un altro sistema:



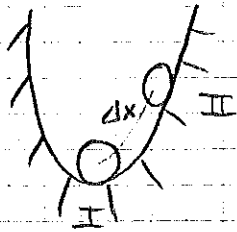
Questo sistema, nella sua globalità, non ha comportamento uniforme - Infatti se $\Delta x \leq \Delta x_1$ il sistema è stabile ma se $\Delta x > \Delta x_1$ esso diventa instabile. Diventa allora importante definire se l'entità della perturbazione, piccola o grande, se si vuole studiare la stabilità dell'equilibrio. Tuttavia circa la nozione di stabilità non possiamo dire che il sistema sia stabile in quanto la stabilità prescinde dall'entità della perturbazione (dunque si può dare anche un $\Delta x > \Delta x_1$). Se la posizione del sistema è funzione di più variabili $P = P(x_1, \dots, x_n)$ affinché il sistema sia stabile esso deve esserlo rispetto a tutte le variabili.

In conclusione una cosa è il concetto di stabilità, inteso sul termine stare, ed un'altra è l'analisi di stabilità, per la quale si parte dall'equilibrio, si produce una perturbazione piccola e, dopo averla tolta, si studia se il sistema torna definitivamente alla condizione iniziale di equilibrio.

Passiamo ora allo studio di un sistema dinamico. Si parla di **STABILITÀ STATICA** quando si esami-

ua il comportamento del sistema supponendolo privato delle forze di inerzia.

Ad esempio nel caso del sistema 2 delle pagine precedenti, se si allontana la pallina dalla posizione di equilibrio e la si lascia andare, essa, supponendo che non ci sia attrito, oscilla indefinitamente intorno ed a tale ^{posizione} $\bar{x}$, a causa delle forze d'inerzia.



Ma se si suppone che tali forze non ci siano, la pallina, portata nella posizione II, ritornerà definitivamente nella posizione I.

Ebbene, quando c'è la tendenza del sistema a tornare nelle condizioni iniziali di equilibrio di riposo che il sistema è staticamente stabile.

Vediamo ora la differenza tra stabilità statica e stabilità dinamica.

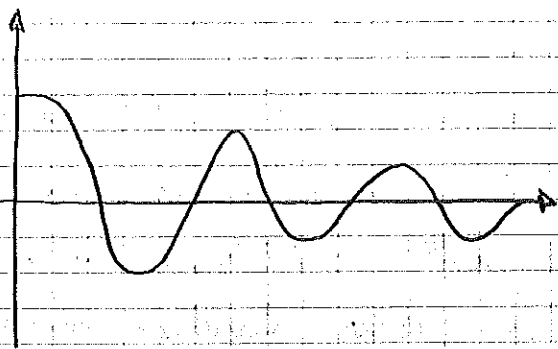


fig. 1

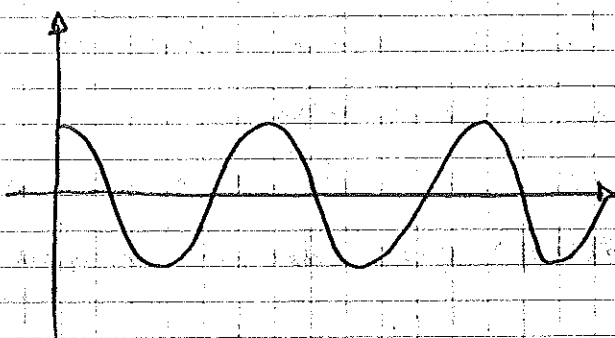


fig. 2

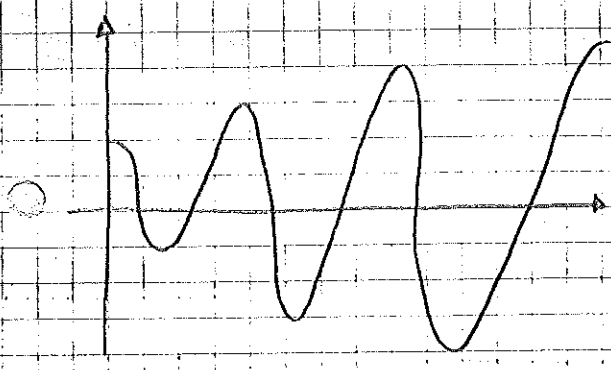


fig. 3

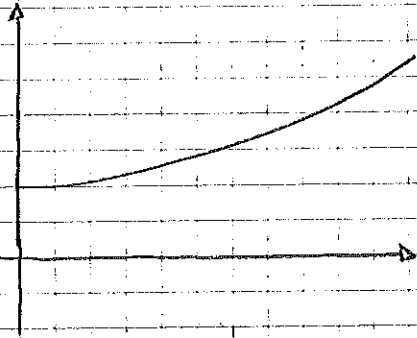


fig. 4

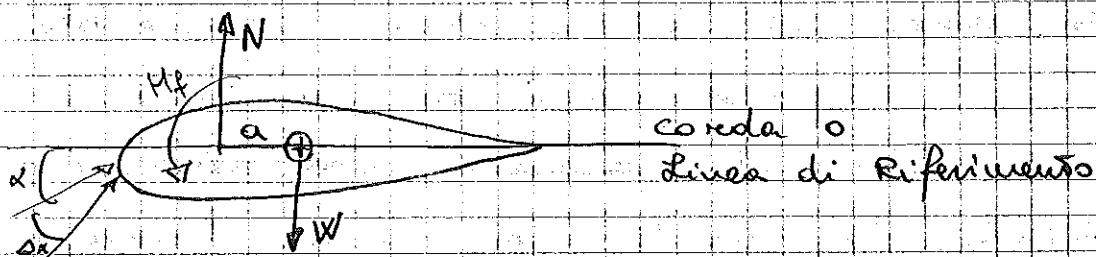
- I casi di figg. 1-2-3 sono relativi a sistemi staticamente stabili in quanto il sistema tende sempre a tornare nelle condizione di equilibrio (asse della zero) tuttavia:
 - la fig. 1 è relativa ad un sistema che è anche dinamicamente stabile in quanto le oscillazioni tendono via via a smorzarsi
 - la fig. 2 è relativa ad un sistema dinamicamente indifferente in quanto il sistema tende a tornare nella posizione di equilibrio (staticamente stabile) ma non vi torna definitivamente
 - la fig. 3 è, invece, relativa ad un sistema che è dinamicamente instabile in quanto l'ampiezza delle oscillazioni cresce sempre più
- La fig. 4 è rappresentativa di un sistema che risulta sia staticamente che dinamicamente instabile in quanto non si ha tendenza a tornare nella posizione di equilibrio (instab.

lità statica) e la posizione perturbata è sempre più distante da quella di equilibrio (instabilità dinamica).

Da quanto detto consegue che la stabilità statica è condizione necessaria ma non sufficiente per la stabilità globale.

Dal punto di vista dello studio le perturbazioni che ci occuperemo saranno perturbazioni infinitesime, ~~per~~ certamente piccole per qualunque sistema. Ora l'altro se il sistema è lineare, cioè esistono situazioni che alterano il suo comportamento, si può considerare una qualunque perturbazione, in particolare quella infinitesima. Se però il sistema è non lineare posso considerare lineare nell'intorno del punto iniziale (sistema linearizzabile) e però le perturbazioni che devo considerare dovranno essere infinitesime.

Adesso vediamo di applicare i concetti di stabilità al velivolo. A tale proposito supponiamo che il velivolo risulti essere un tutt'uno. La situazione si può schematizzare con le figure dove si suppone, tra l'altro di applicare la risultante aerodinamica nel Fuoco.



La condizione di equilibrio di questo sistema (trascurando S_{pianta} e $R_{resistenza}$ che essendo applicate lungo la corda si elidono) è (ovvero a $N=W$):

$$M_{c.g.} = 0 \Leftrightarrow N a + M_f = 0$$

N.B. Metto $+ M_f$ perché considero non assegnato il segno di M_f .

Quindi:

$$M_f = -N a \Leftrightarrow C_{mf} = -\frac{a}{c} C_N$$

Perciò se $N > 0$ e $a > 0$ (cioè baricentro avanzato rispetto al fuoco) la condizione di equilibrio impone che $M_f < 0$.

Vediamo se tale condizione è di equilibrio stabile. A tale proposito ci dovrà produrre una perturbazione su ognuno dei parametri da cui dipende C_N (non si perturba il peso W in quanto si suppone costante). Intanto

$$C_N = C_N(\alpha, q, M, C_T)$$

La dipendenza di C_N da q viene è diretta ma è legata agli effetti aer elastici che q produce sul velivolo - Tali deformazioni alterano la geometria dell'aereo modificando C_N .

La dipendenza da M è dovuta alla diversa fenomenologia nel campo di volo prodotto dal n° di Mach, mentre la dipendenza da C_T è presente perché la propulsione prod

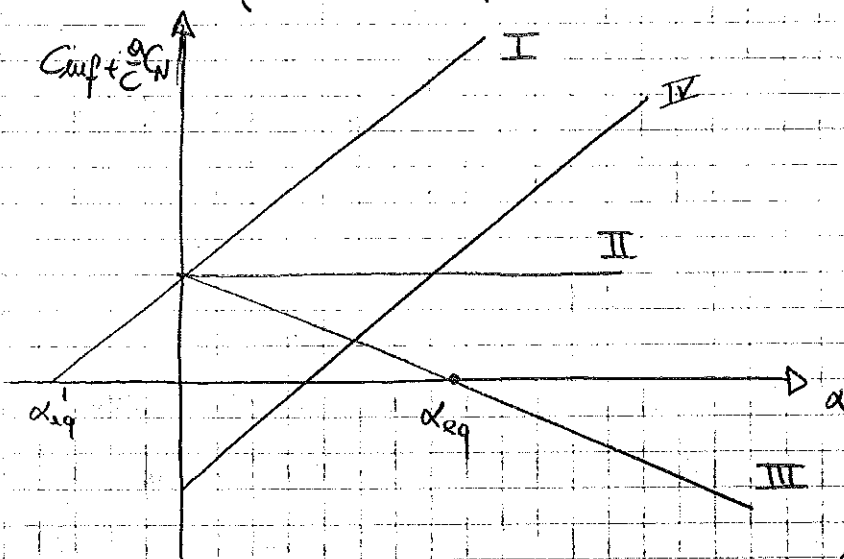
ce diverse configurazioni aerodinamiche.

Tuttavia la dipendenza da q , C_T , α è poco determinante perciò si suppone che:

$$C_N = C_N(\alpha)$$

Allora introduciamo una perturbazione $\Delta\alpha$ che aumenti α . Il momento focale non cambia con α ~~ma~~ invece ciò che varia è N , che in particolare aumenta. Il sistema risponderà quindi alla perturbazione $\Delta\alpha$ con un nuovo cabrato che tende ad aumentare ancora l'incidenza. Ne consegue che la condizione iniziale di equilibrio è instabile.

Diagrammando il momento totale in funzione di α (o di C_N è lo stesso) si ^{possono individuare} 3 situazioni distinte:



La condizione di equilibrio ^($M_{tot} = 0$) si ottiene nei punti α_{eq} ed α'_{eq} , cioè in corrispondenza dell'intersezione con l'asse delle ascisse.

La retta I è relativa al caso $\alpha > 0$ e si vede che la condizione individuata da α'_{eq} è di equilibrio instabile. In fatti

asseguendo un $\Delta\alpha > 0$, si aumenta α e si induce sul profilo un momento cabrente. L'incremento di α produce un incremento ΔN di N che, essendo $a > 0$, amplifica il suddetto momento cabrente.

Viceversa la retta III, relativa ad $\alpha < 0$, individua una situazione di equilibrio stabile.

Infatti un aumento $\Delta\alpha$ di α produce sul profilo un momento cabrente ma esso è contrastato dal momento picchiante generato dall'incremento ΔN di N (legato all'incremento di incidenza) perciò il sistema torna alla condizione di $\Delta\alpha = 0$.

La retta II, così come diseguito, non individua alcuna condizione di equilibrio, essendo sempre

$C_{mf, tot} = cost$ e diverso da zero. Essa può individuare una condizione di equilibrio indifferente nel caso essa coincida con l'asse degli α ($C_{mf} = 0$ e $\alpha = 0$).

Tornando alla nostra ala si vede che la situazione in esame è quella individuata dalla retta IV ($C_{mf} < 0$ e $a > 0$). Ne consegue che la situazione di equilibrio è instabile.

Allora affinché si abbia una condizione di equilibrio stabile dovrà averosi:

1) $C_{mf} > 0$

2) $a < 0$

~~N.B. La condizione di disuguaglianza dei segni di C_{mf} ed a garantisce che M_{tot} possa essere~~

Dunque la configurazione equilibrata stabile è:

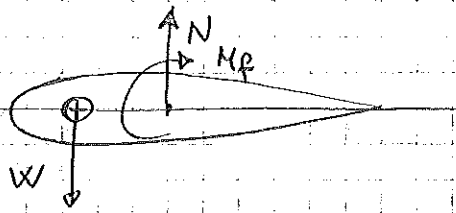
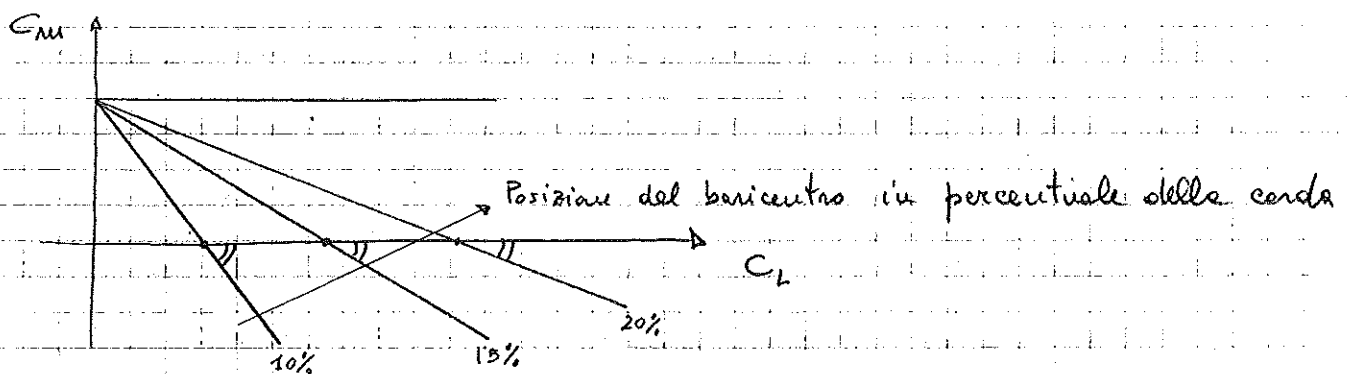


fig. 5

e la condizione di equilibrio (necessaria ma non sufficiente) per il sistema portante è:

$$C_{mf} > 0$$

Perché si abbia certamente l'equilibrio dovrà essere ^{anche} $\frac{a}{c} < 0$; si è quindi nel caso della retta III.



Il valore del C_N di equilibrio sarà:

$$C_{N_{eq}} = - \frac{C_{mf}}{\frac{a}{c}}$$

L'angolo evidenziato rappresenta la pendenza della retta $C_m(C_N)$ ed è dato proprio da $\frac{a}{c}$ - All'avvicinarsi del baricentro, cioè man mano che esso si avvicina al fuoco, tale angolo si riduce. Al limite se $a = 0$ avremmo bisogno di un $C_{N_{eq}} = \infty$. Esiste dunque per

il sistema portante, un valore minimo di $\frac{a}{c}$ per il quale si può equilibrare il volo. Se il C_N potesse andare all' ∞ anche la posizione $a=0$ sarebbe di equilibrio (purché abbinate anche alla condizione $C_{mf}=0$, infatti $C_{mf} + \frac{g}{c} C_N = 0 \Leftrightarrow$ se $a=0 \rightarrow C_{mf}=0$). Tale equilibrio sarebbe però indifferente in quanto un eventuale ΔC_N , indotto da una perturbazione $\Delta \alpha$, non avrebbe braccio rispetto al baricentro e quindi il sistema non sarebbe in grado di fronteggiare la perturbazione e si lascerebbe spostare da essa in una nuova posizione, che è ancora di equilibrio, caratterizzata da un diverso angolo di incidenza. Tuttavia c'è un errore nella fig. 5 in quanto per avere $C_{mf} > 0$ il profilo deve essere del tipo REFLEX, cioè con linea media curva verso l'alto nella parte finale.

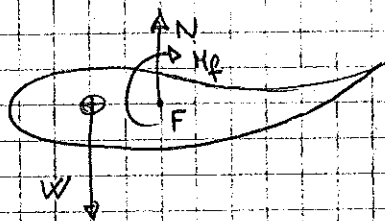
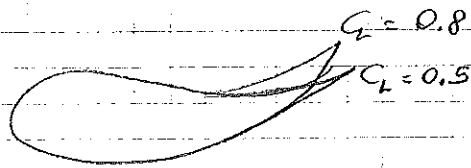


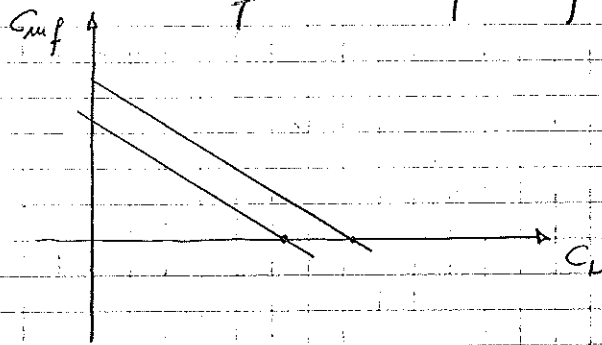
fig. 6

Per una fissata geometria e per una data posizione del baricentro davanti al fuoco risultano rispettivamente fissati C_{mf} ed a . Ne consegue che l'equilibrio si potrebbe ottenere in corrispondenza di un unico C_N e quindi di un'unica velocità. Se si vuole ~~avere equilibrio~~ avere equilibrio.

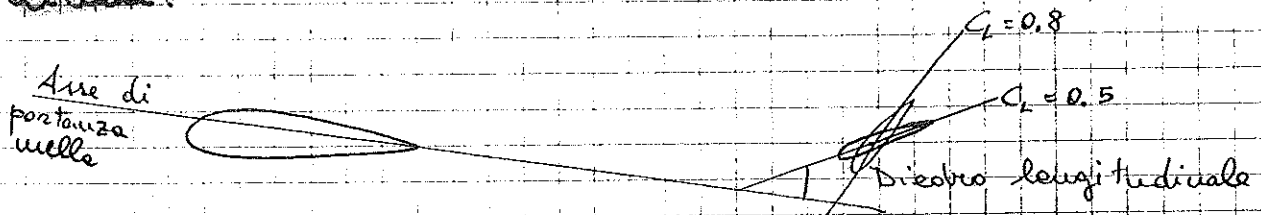
C_L diversi si dovrà prevedere la possibilità di avere una geometria variabile che consenta di variare progressivamente il C_{mf} .



In particolare al crescere del C_L si dovrà avere un C_{mf} sempre più positivo e quindi un profilo sempre più curvo.



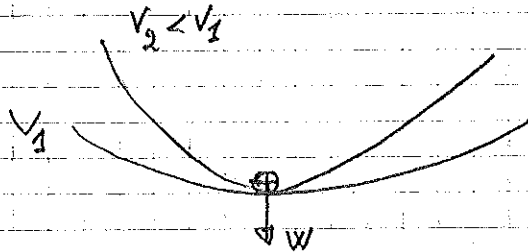
Conoscendo ora al velivolo tradizionale (ala + piano di coda posto dietro) quanto detto con porta che se si vuole equilibrare il velivolo a C_L crescenti bisognerà aumentare il diedro longitudinale.



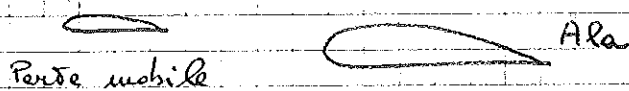
N.B. Il diedro longitudinale è riferito all'asse di portanza nulla; esso coincide con la corda della superficie se essa è tutta mobile.

In conclusione non meno che l'ala del velivolo si dispone con il bordo di attacco verso l'alto, l'ultimo bordo del sistema portante (coincidente con la parte mobile

~~anche~~ del piano orizzontale o con tutto il p.c. a seconda che esso sia tutto o in parte mobile) deve andare verso l'alto. Volendo rappresentare ciò graficamente =



Per un velivolo CANARD lo schema del sistema portante è invertito



Volendo equilibrare il velivolo ad un assetto maggiore il canard dovrà ruotare in senso opposto a quanto faceva il piano di coda. Tuttavia il concetto è sempre lo stesso: deve crescere l'angolo diedro longitudinale se il C_m cresce.

Domanda: Come si esprime questo discorso con il diagramma dei centri di bilanciamento per il quale, al crescere dell'assetto, dovremmo avere più portanza in coda?

Per il sistema portante della fig. 5 o della fig. 6 il fuoco risulta essere il cosiddetto PUNTO NEUTRO di STABILITÀ in quanto se il baricentro cade in esso la stabilità del sistema si annulla. Da un punto di vista progettuale

tale punto individua la massima posizione di arretramento del baricentro oltre la quale il velivolo diventa instabile.

N.B. La stabilità o instabilità di cui si parla è quella statica. Ne consegue che se il ^{il} centro di gravità si trova dietro al baricentro, cioè il velivolo è in equilibrio statico, tale equilibrio potrebbe non essere globale (cioè il sistema è dinamicamente instabile).

Volendo studiare la stabilità del sistema portante si introduce un Δx e si analizza la risposta $\Delta C_{m.c.g.}$ quando il Δx è statico. Si introduce il rapporto

$$\frac{\Delta C_{m.c.g.}}{\Delta x} = \text{INDICE DI STABILITÀ}$$

~~per studiare il sistema in una situazione di equilibrio instabile.~~

N.B. $C_{m.c.g.} = C_{m.p} + \frac{a}{c} C_L$

L'indice di stabilità dovrebbe essere studiato ~~con~~ a partire dalla condizione di equilibrio, in cui $C_{m.c.g.} = 0$; tuttavia il sistema, così com'è configurato è lineare quindi la pendenza della curva $C_m(C_L)$ è costante (è una retta) perciò possiamo svincolarci dal considerare il $\frac{\Delta C_{m.c.g.}}{\Delta x}$ a partire dalla condizione di equilibrio. Inoltre, poiché il sistema è lineare, risulta:

$$\frac{\Delta C_{m.c.g.}}{\Delta x} = \frac{dC_{m.c.g.}}{dx} = \frac{a}{c}$$

Tale rapporto deve risultare negativo perché il sistema sia stabile. Quindi, per il velivolo

- Tutta ciò, la condizione di stabilità si verifica se il fuoco è dietro al baricentro fa

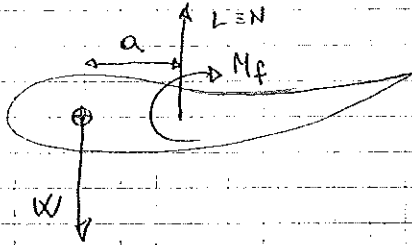
Quando $\alpha = 0 \Rightarrow \frac{\Delta C_m}{\Delta \alpha} = 0$

e annullandosi l'indice di stabilità si dice che anche la stabilità si è annullata. Il velivolo non sarà né stabile né instabile, ~~non~~ ^{e non} sarà in grado di franseggiare eventuali perturbazioni agenti su esso.

- Se il comportamento del sistema è non lineare la derivata non coincide più con il rapporto incrementale e l'indice di stabilità si fa coincidere con il $\frac{dC_{m.c.g.}}{d\alpha}$

Lezione del 14 Febbraio.

Si è visto, nelle lezioni precedenti, il sistema portante generalizzato e la sua configurazione di equilibrio stabile.



N.B. A rigore bisognerebbe ragionare su N e non su L . Tuttavia si farà l'approssimazione di potere confondere L con N .

Il coefficiente di momento rispetto al baricentro ha espressione:

$$1) C_m = C_{mf} + \frac{a}{c} C_L$$

ed il suo andamento è (essendo $a < 0$ e $C_{mf} > 0$)

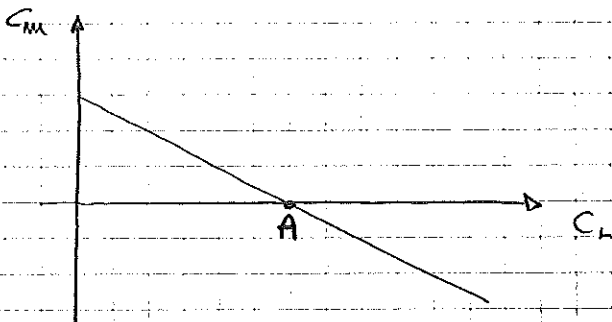


fig. 1

Il punto A è, per una fissata geometria e posizione del baricentro, l'unico punto di equilibrio in cui il C_L è:

$$C_{Leq} = - C_{mf} \frac{c}{a}$$

Nell'ipotesi che il fuoco non dipende dall'assetto, come in genere accade, cioè che C_{mf} non sia funzione di C_L , la formula 1) si può scrivere:

$$2) \quad C_m = C_{m0} + k C_L$$

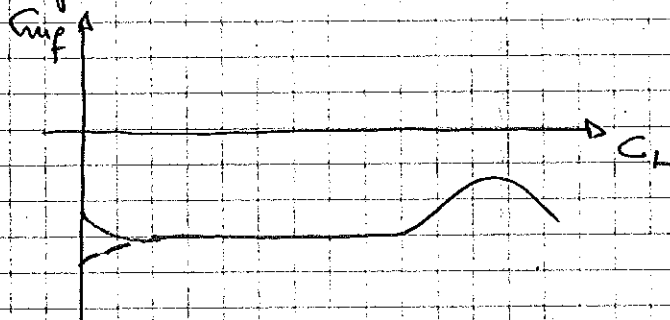
Bisogna osservare che mentre la 1) è una formula esatta la 2) non lo è in quanto per poterla scrivere abbiamo posto:

$$C_{m0} = C_{mf} \quad \text{In sostanza non è detto che il } C_m \text{ che misuro quando } C_L = 0 \text{ è coincidente con il } C_{mf}$$

mentre, a rigore;

$$C_{m0} = C_{mf} \Big|_{C_L=0}$$

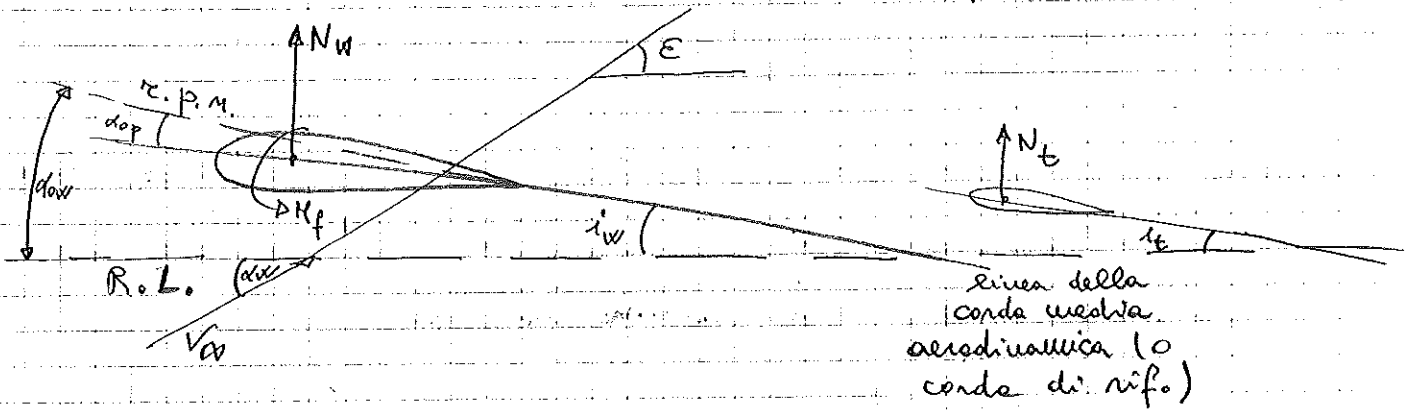
In effetti non sempre il C_{mf} rimane costante. Infatti ai piccoli e grandi assetti si possono avere variazioni di C_{mf} dovute a fenomeni non lineari che spostano il fuoco allante o indietro dal punto da cui precedentemente assunto come fuoco. Si ha cioè un andamento del tipo:



Ne consegue che la retta della fig. 1, per bassi C_L , può essere curva verso sinistra o verso destra. Questo comporterebbe una

discordanze tra il C_m ed il C_{mf} .

Specializziamo ora il sistema portante in 2 superfici portanti, e attribuiamo alla superficie che sta davanti il ruolo di superficie principale

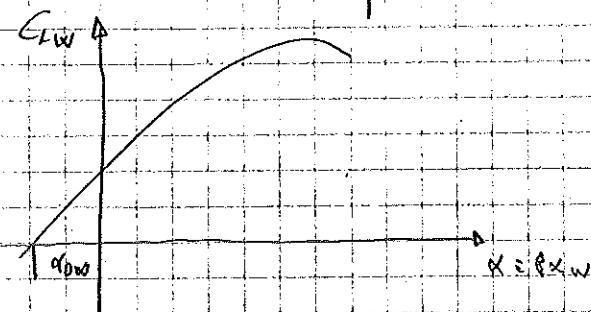


i_v : angolo di colettamento della c.m.a. rispetto
alle R.L. (solitamente $1^\circ + 2^\circ$)

α_{op} : angolo di portanza nulla del profilo, tuttavia la r.p.m. cui si fa riferimento è quella dell'ala e non del profilo.

A valle dell'ala la corrente subisce una deviazione per effetto del DOWNWASH; sia δ tale deviazione, che $\bar{\alpha}$ è anche funzione della distanza dell'ala alla quale se ne calcola.

$\alpha_{0\omega}$: angolo di ⁽⁶⁾potenza nelle di tutta l'ole
è pari a: $\alpha_{opt\omega}$



Assumiamo, poi, che il piano di code presenti un caleyamento ϵ positivo, cioè si sviluppa una perturbazione in code verso l'alto se la

corrente investe il p.o. dalla direzione di R.L.

N.B. Non si sono considerate le forze parallele alla R.L.

e il momento focale del piano di coda. Quest'ultimo non è lecito trascurarlo in un'analisi globale per ora lo si fa in quanto la superficie del piano di coda è il 20÷25% rispetto a quella di ca.

Determiniamo ora l'espressione del punto ventro di stabilità. Non verifichiamo che esso coincide con il Fuoco.

Si tengano presenti le 2 relazioni:

$$C_m = C_{m0} + \frac{a}{c} C_L$$

$$C_{eq} = - C_{mf} \frac{c}{a}$$

Intanto:

$$H) \begin{cases} C_{LW} = a_w (\alpha_w + \alpha_{0w}) \\ C_{Lt} = a_t (\alpha_w + i_t - \varepsilon) \end{cases}$$

Due altre:

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dC_{LW}} C_{LW}$$

$$\text{Ma: } dC_{LW} = a_w d\alpha_w \Rightarrow \varepsilon = \frac{d\varepsilon}{a_w d\alpha} [a_w (\alpha_w + \alpha_{0w})] =$$

$$\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_w = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \alpha_w$$

Anche ad $\alpha_w = 0$ c'è comunque un $\varepsilon \neq 0$ perché

l'ala presenta con $\alpha_{0w} \neq 0$.

Sostituendo nella (4.2) si ha:

$$5) C_{Lt} = a_t \left(1 - \frac{d\epsilon}{dx} \right) x_w + a_t (i_t - \epsilon_0)$$

In questo modo rimane legato all'angolo di attacco dell'ala il coefficiente di portanza in coda. Vediamo ora il momento.

$$M_{C.G.} = M_f + N_w a - N_t l_t$$

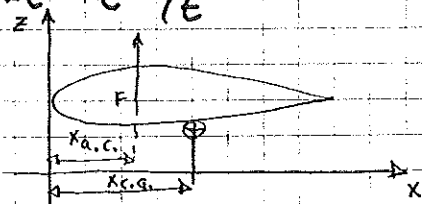
Adimensionalizzando (quindi dividendo per $S_w b$ e q_0) si ha:

$$C_{mC.G.} = C_{mf} + C_{LW} \frac{x_{C.G.} - x_F}{c} - C_{Lt} \left(\frac{S_t l_t}{S_w b} \right) \frac{q_t}{q_0}$$

$$6) C_{mC.G.} = C_{mf} + C_{LW} x_a - C_{Lt} \frac{\bar{V}_t}{z} \eta_t$$

dove:

$$x_a = \frac{x_{C.G.} - x_{a.c.w}}{c}$$



c è la corda rispetto alla quale abbiamo adimensionalizzato il C_{mf} .

$$\bar{V}_t = \frac{S_t l_t}{S_w b} = \text{volume di coda.}$$

l_t = distanza del fuoco del piano di coda dal baricentro

η_t = rapporto tra la pressione dinamica in coda e quella asintotica. Tale rapporto può essere < 1 in quanto in coda può arrivare un flusso degradato dalla scia dell'ala o della fusoliera. Tuttavia η_t può diventare anche > 1 quando la coda viene investita direttamente dal flusso trattenuto da un'elica.

Dalla 6), sostituendovi la 5) e la (4.4), si ha

$$C_M = C_{M0W} + a_W \left[X_A - \frac{a_b}{a_W} \bar{V}_E \left(1 - \frac{d\varepsilon}{da} \right) a_W - a_E \bar{V}_E (i_E - \varepsilon_0) \right] + a_W \alpha_{0W} X_A$$

dove $a_E \equiv a_E M_E$

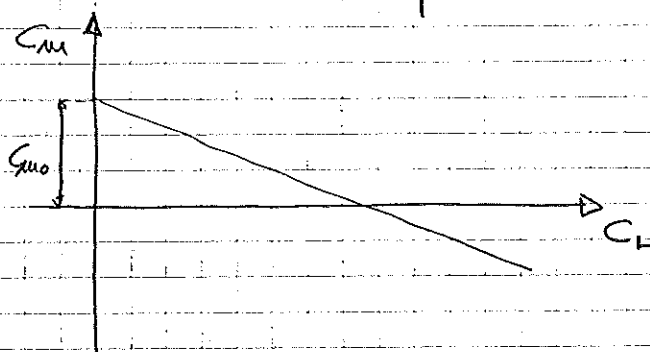
Si ponga in un coefficiente C_{M0} tutto ciò che non dipende dall'assetto cioè:

$$C_{M0} = C_{M0W} - a_E \bar{V}_E (i_E - \varepsilon_0) + a_W \alpha_{0W} X_A$$

quindi:

$$\text{4) } C_M = C_{M0} + k \alpha_W$$

L'aumento di questa retta è:



analogo a quello del velivolo generalizzato:

$$(3.1) \quad C_M = C_{M0} + \frac{a}{c} C_{LW}$$

Nella 4) il termine k è quello che contiene la posizione del baricentro così come lo era $\frac{a}{c}$ per il velivolo generalizzato.

Nel termine C_{M0} sono stati inglobati tutti i termini che non dipendono dall'assetto; essi sono tutti i termini asimmetrici, cioè quelli legati alle

asimmetrie del sistema. Ne consegue che finché sussistono asimmetrie sarà $C_{M0} \neq 0$ e nel caso si volesse $C_{M0} = 0$ bisognerebbe eliminarle.

Per fare ciò si può eliminare l'asimmetria dell'ala, ponendo $x_{ow} = 0$, e il calceamento del piano di coda, ponendo $i_t = 0$. In questo caso sarà anche $\epsilon_0 = 0$.

Adesso determiniamo il fuoco del velivolo.

Esso è quel punto intorno al quale il momento è costante con α . Per determinarlo basta porre uguale a zero la pendenza di C_m che dipende dall'incidenza $\Rightarrow$

$$k = 0 \Leftrightarrow a_w \left[x_a - \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_t \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right) \right] \alpha_w = 0 \Rightarrow$$

$$x_a = \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_t \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right)$$

$$8) \left(\frac{X.C.G.}{c} \right)_F = \frac{x_{acw}}{c} + \frac{a_t}{a_w} \bar{V}_t \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right)$$

Dalla 8) si vede che quando il baricentro si trova ad una distanza dal bordo di attacco, pari al 2° membro della 8), il momento intorno a quel punto diventerà costante, quindi tale punto è il FUOCO del sistema. Ora l'altro errore è spostato più indietro rispetto al fuoco dell'ala di una quantità, pari a $\frac{a_t}{a_w} \bar{V}_t \left(1 - \frac{d\epsilon}{d\alpha} \right)$, che dipende essenzialmente dalla geometria, essendo funzione di $a_t, \bar{V}_t, \frac{d\epsilon}{d\alpha}, a_w$.

Geniamo presente che quando il baricentro cade nel fuoco si viene ad annullare anche il $\frac{dC_m}{d\alpha}$ cioè si annulla la stabilità.