

## Capitolo 6: Piano orizzontale

Il piano orizzontale di coda, come si sa, è necessario alla stabilità longitudinale del velivolo e, con la sua parte mobile, da la possibilità di equilibrare il velivolo intorno all'asse di beccheggio in ogni condizione di volo. E' dunque in base a queste sue due funzioni che è stato dimensionato.

Innanzitutto è stato scelto il profilo NACA 0010.

Prima di incominciare ad illustrare quanto fatto si reputa necessario, per chiarezza, indicare le convenzioni e la simbologia applicata:

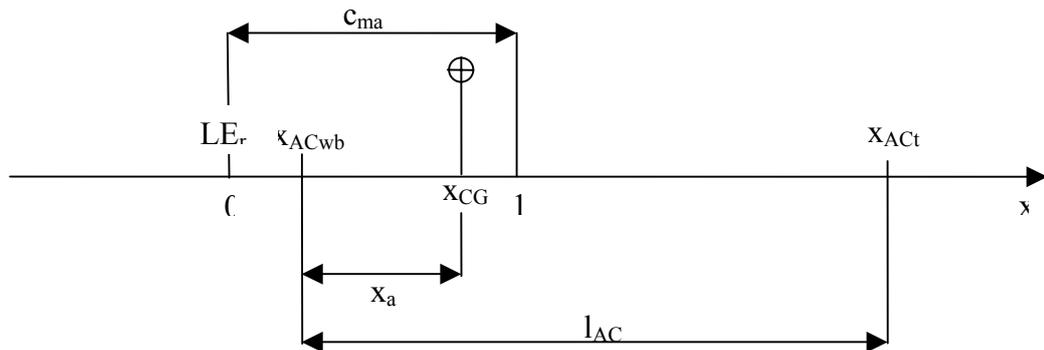


Figura 6.1: nomenclatura delle distanze caratteristiche

E' stato dunque preso il bordo d'attacco del profilo di radice dell'ala come origine dell'asse longitudinale x, e tutte le misure sono state adimensionalizzate con la corda media aerodinamica dell'ala. Per prima cosa è stata presa in considerazione la condizione di volo più critica per la stabilità longitudinale del velivolo, ossia il volo a comandi liberi con baricentro massimo arretrato. La derivata di stabilità che determinante in questo caso è espressa dalla seguente formula:

$$\frac{\partial c_m}{\partial c_L} = x_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{c_{h\alpha}}{c_{h\delta}} \right) \overline{V}_t'$$

È stato imposto un margine statico minimo (in valore assoluto) di -0.04, ossia che  $\frac{\partial c_m}{\partial c_L} \leq -0.04$ .

Dai dati geometrici di ala e fusoliera, già dimensionate, è stato possibile calcolare che  $x_{ACwb} = 0.283$  e dopo aver imposto  $x_{CG} = 0.42$  come baricentro massimo arretrato, si ottiene  $x_a = 0.137$ .

Il downwash è stato stimato con l'ausilio dei grafici seguenti:

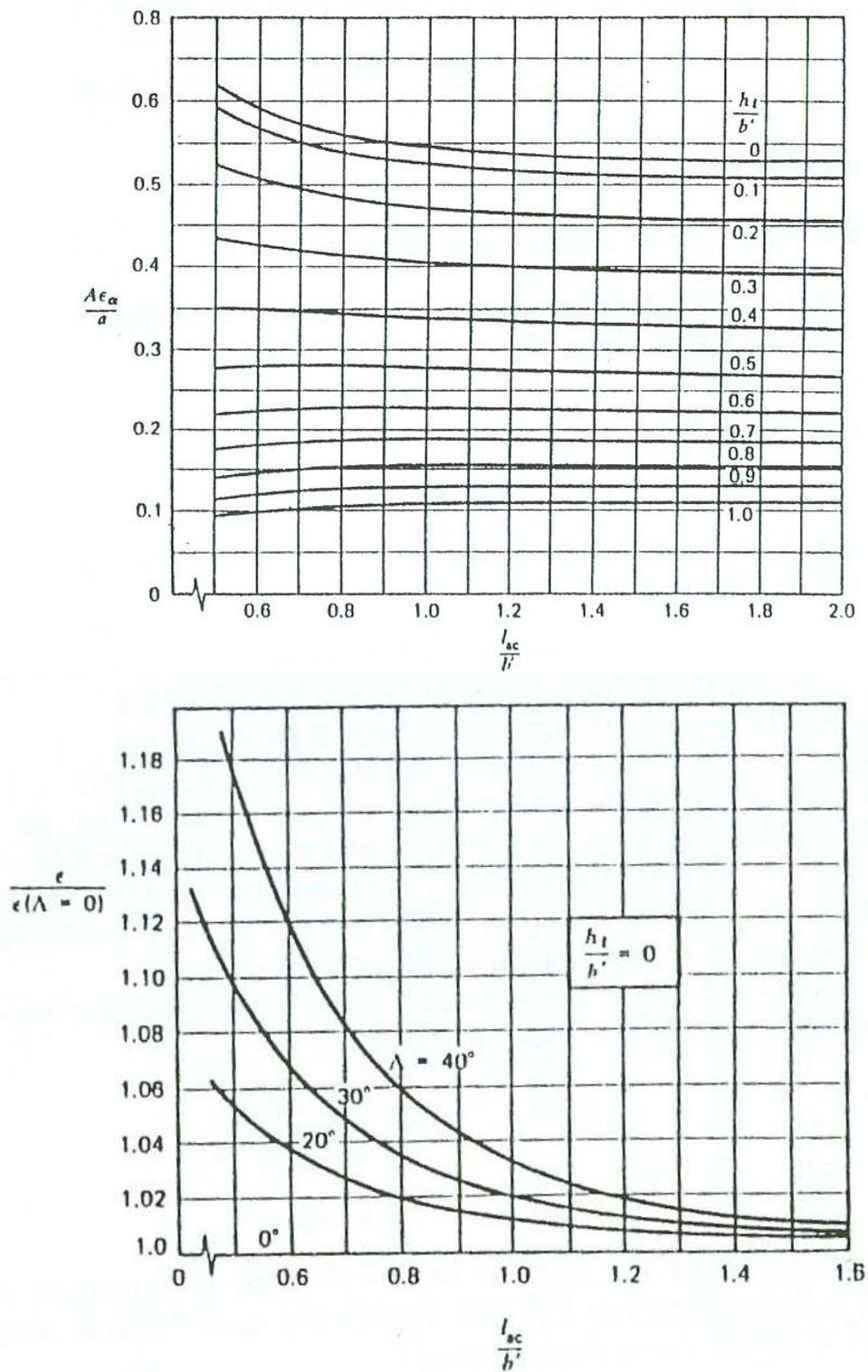


Figura 6.2: Diagrammi per la determinazione del downwash

dove si entra con il parametro  $\frac{l_{ac}}{b'}$  in cui  $b' = \frac{\pi}{4} b$ ; per  $l_{ac}$  è stato preso un valore di tentativo di 26m in accordo con le dimensioni della fusoliera, mentre l'apertura alare  $b$  è già nota.

Si è ottenuto quindi  $\frac{l_{ac}}{b'} = 0.624$  e dunque  $\frac{A\varepsilon_\alpha}{a} = 0.56$  in cui con  $A$  e  $\varepsilon_\alpha$  si sono indicati rispettivamente allungamento alare e  $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ . E' stato così possibile determinare il downwash e si è ottenuto:  $\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.340$ . Questo modello però è valido in caso di freccia nulla ed è quindi stato usato il secondo grafico di *Figura 2* per tenere in conto della freccia, dal quale risulta  $\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.353$ , che è quindi il valore corretto da inserire nella formula.  
 Dal seguente grafico è stata stimata l'efficienza  $\tau$  dell'equilibratore:

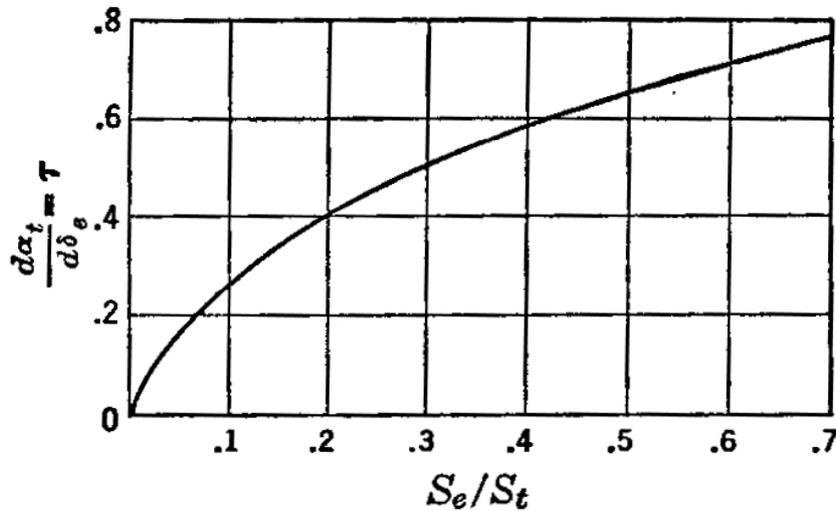


Figura 6.3: Efficienza dell'equilibratore

entrando con  $\frac{S_e}{S_t} = 0.35$  stimato a partire da velivoli simili, si è determinato  $\tau = 0.55$ .

Le derivate del coefficiente di momento di cerniera sono state stimate con le seguenti relazioni:

$$c_{h\alpha} = -0.55 \frac{b_e}{b_t} k_1 \left( \frac{c_e}{c_t} \right) k_1 \left( \frac{t}{c} \right) k_1 (BR) k_1 \left( \frac{1}{AR} \right)$$

$$c_{h\delta} = -0.89 \frac{b_e}{b_t} k_2 \left( \frac{c_e}{c_t} \right) k_2 \left( \frac{t}{c} \right) k_2 (BR) k_2 \left( \frac{1}{AR} \right)$$

dove i coefficienti  $k_i(\dots)$  sono stati ricavati dai seguenti grafici

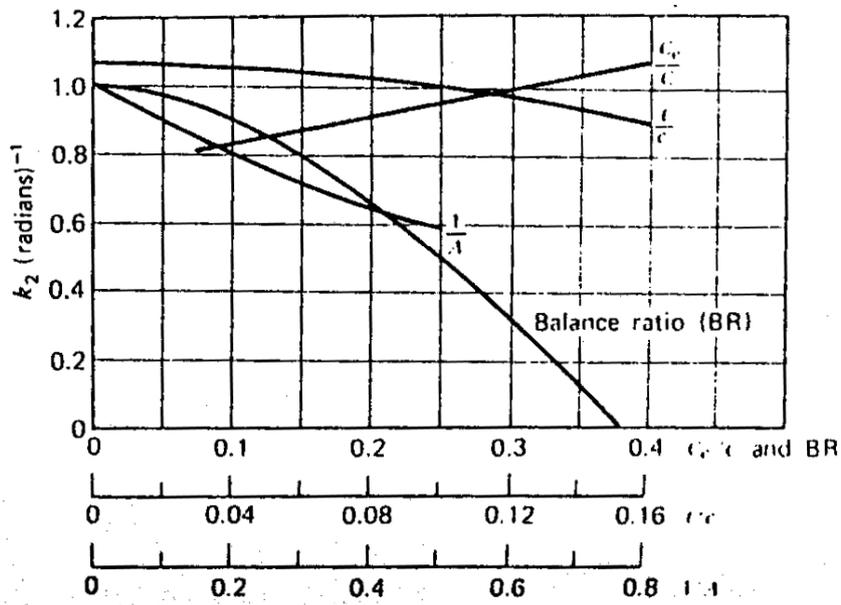
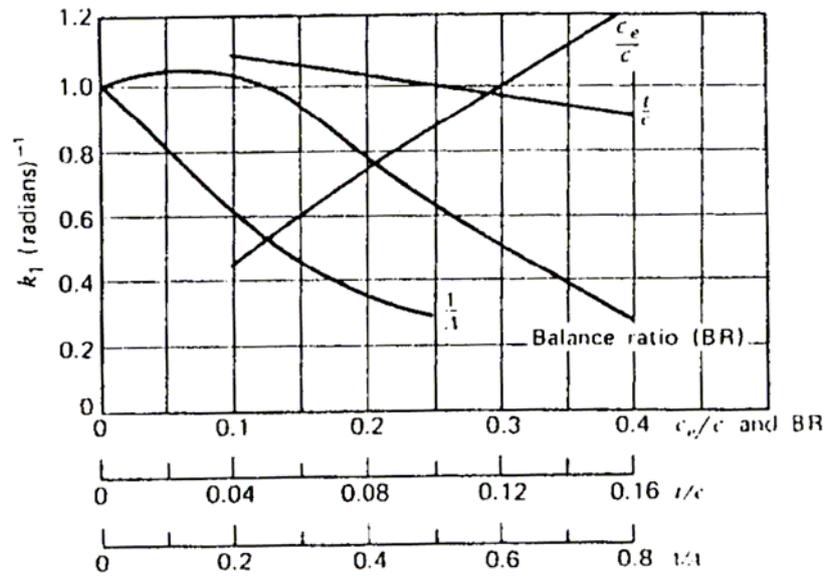


Figura 6.4: Diagrammi per la determinazione delle costanti in  $C_{ha}$  e  $C_{h\delta}$

I parametri di ingresso come  $b_e/b_t$  sono stati stimati a partire da disegni di velivoli simili e sono:

$$\frac{c_e}{c_t} = 0.32 \quad \frac{t}{c} = 0.1 \quad BR = 0.21 \quad AR = 3.51 \quad \frac{b_e}{b_t} = 1.09$$

Si precisa che  $BR = \sqrt{(c_b/c_f)^2 - (t/2c_f)^2}$

con la simbologia della seguente figura

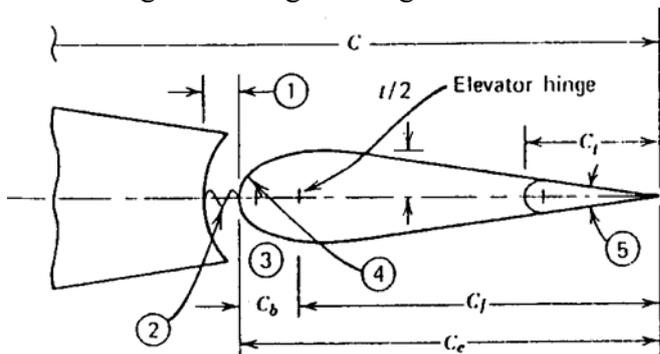


Figura 6.5: Lunghezze caratteristiche dell'equilibratore

Si è così ottenuto:  $c_{h\alpha} = -0.193$   $c_{h\delta} = -0.456$ .

Infine il coefficiente angolare della retta di portanza del piano di coda può essere espresso dalla seguente relazione:

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi \cdot AR}{2 + \sqrt{\frac{AR^2 \cdot \beta^2}{K^2} \left( 1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{\frac{c}{4}}}{\beta^2} \right) + 4}}$$

$$\beta^2 = 1 - M^2$$

$$K = \frac{C_{l\alpha} \cdot \beta}{2\pi}$$

e il rapporto volumetrico è definito come  $\overline{V}_t' = \frac{l_{ac} S_t}{c_{ma} S_w}$ . Per il coefficiente di portanza del profilo ( $C_{l\alpha}$ ) si è utilizzato un valore di 0.1127 [1/°], ricavato considerando un profilo NACA 0010 e numero di Reynolds pari a  $10^7$ . Quindi imponendo la derivata di stabilità  $\frac{\partial c_m}{\partial c_L} = -0.04$  si ottiene una

relazione tra la superficie e l'apertura del piano orizzontale di coda, dato che tutti gli altri parametri sono noti o esprimibili anch'essi tramite superficie e apertura: ovviamente questa relazione rappresenta il vincolo di stabilità longitudinale del velivolo.

Per il secondo vincolo è stata invece presa in considerazione la condizione più critica per l'equilibrio del velivolo, ossia l'atterraggio con baricentro massimo avanzato (al 28%). Infatti in atterraggio i flap sono deflessi al massimo il che aumenta il momento a picchiare dell'ala che quindi a parità di altre condizioni richiede maggiore deportanza sul piano di coda; inoltre il baricentro avanzato se da un lato facilita la stabilità del velivolo dall'altro rende più difficile manovrare ossia portare il velivolo all'assetto necessario ad iniziare la manovra di atterraggio.

Il coefficiente di momento dell'intero velivolo è esprimibile con la seguente:

$$c_m = c_{mACwb} + \left[ x_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \overline{V}_t' \right] c_L - a_t \overline{V}_t' k [i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}]$$

dove  $c_{mACwb}$  è quello che tiene in conto dei flap deflessi (è stato aggiunto  $\Delta c_{mACflap} = -0.19$  al coefficiente di momento in configurazione pulita).

Poiché ci troviamo in atterraggio è stato tenuto in conto anche l'effetto suolo; operativamente i valori ordinari sono stati moltiplicati per degli opportuni coefficienti correttivi: le pendenze delle rette di portanza di ala e piano di coda sono state moltiplicate rispettivamente per 1.02 e 1.03 mentre il downwash è stato diminuito del 10%.

Il coefficiente di portanza è quello in atterraggio, fissato in precedenza a  $C_L = 2$ .

Da dati di letteratura si è assunto  $k = 0.9$ . L'angolo di deflessione dell'equilibratore sarà quello massimo a cabrare (dato che stiamo prendendo una situazione limite) ed è stato qui assunto  $\delta_e = -25^\circ$ . Infine l'angolo di calettamento del piano di coda  $i_{t0}$  è stato determinato imponendo che in crociera la deflessione dell'equilibratore è nulla, questo per minimizzare la resistenza del piano di coda. E' stato infatti imposto che:

$$0 = \delta_e = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{c_{mACwb}}{c_{m\delta}} - \frac{c_{mCL}}{c_{m\delta}} c_L$$

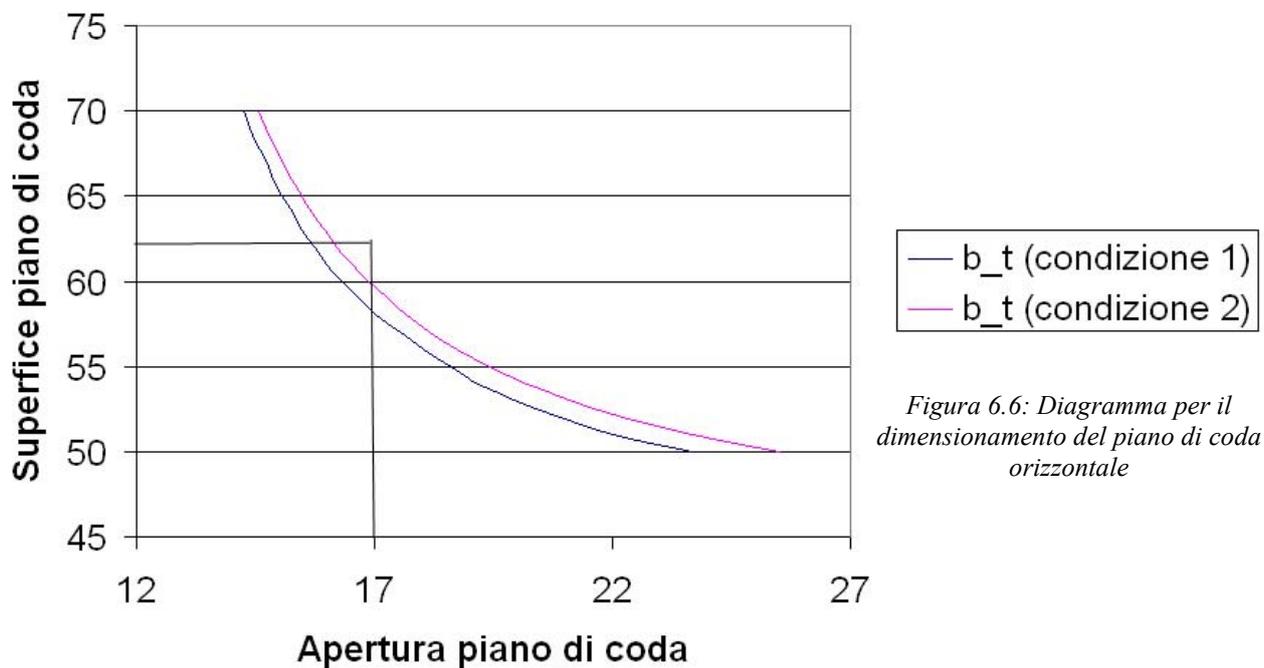
$$c_{m\delta} = -a_t \bar{V}_t k \tau$$

$$c_{mCL} = x_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_t$$

Dove tutti i parametri vanno intesi in condizioni di crociera e dove quindi l'unica incognita è il calettamento. Risulta quindi  $i_{t0} = -5.88^\circ$ .

Il coefficiente di momento complessivo del velivolo va imposto nullo (poiché è una condizione di equilibrio) e tutti gli altri parametri sono noti o riconducibili a funzioni di  $S_t$  e  $b_t$ , quindi analogamente alla prima condizione, si ottiene una relazione tra superficie ed apertura del piano di coda orizzontale che rappresenta il vincolo di manovrabilità longitudinale.

Possiamo quindi diagrammare le due funzioni ottenute e quindi scegliere il giusto punto di funzionamento.



È stato quindi scelto, considerando i valori tipici della categoria,  $S_t = 62.5 \text{ m}^2$   $b_t = 17 \text{ m}$ .

Il piano di coda ha quindi le seguenti caratteristiche:

|  |                 |                     |
|--|-----------------|---------------------|
| Superficie                                     | S               | 62.5 m <sup>2</sup> |
| Apertura                                       | b               | 17 m                |
| Allungamento                                   | AR              | 4.62                |
| Rastremazione                                  | $\lambda$       | 0.30                |
| Corda di radice                                | $c_r$           | 5.66 m              |
| Corda di estremità                             | $c_t$           | 1.18 m              |
| Freccia  | $\Lambda_{c/4}$ | 30°                 |
| Superficie equilibratore/S. piano completo     | $S_e/S$         | 0.35                |
| Corda equilibratore/corda media piano completo | $c_e/c$         | 0.32                |
| Apertura equilibratore                         | $b_e/b$         | 1.09                |

Tabella 6.1: Caratteristiche geometriche del piano orizzontale

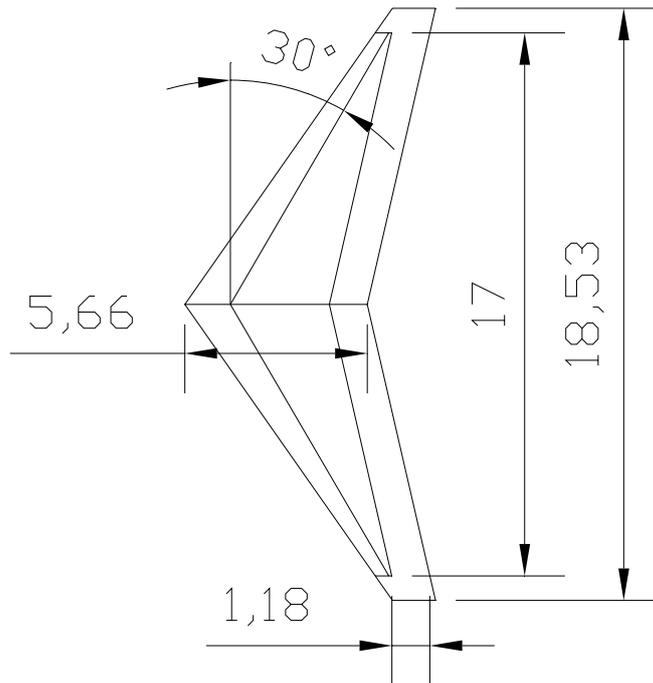


Figura 6.7: Schema in pianta del piano di coda orizzontale

### ▪ Carichi di bilanciamento

Determinate le caratteristiche geometriche e aerodinamiche del piano orizzontale, possiamo determinare le forze che esso produce nelle differenti condizioni di volo. In particolare in questa sede ci interessa la forza portante che il piano produce per equilibrare il velivolo ai diversi assetti, appunto i carichi di bilanciamento. Le equazioni di equilibrio del velivolo, alla traslazione verticale e alla rotazione si scrivono:

$$\begin{cases} C_L^w + C_L^h \cdot \frac{S_h}{S} = C_L \\ C_L^w \cdot \frac{x_a}{c_w} - C_L^h \cdot \frac{(l_{ac} - x_a)}{c_w} \cdot \frac{S_h}{S} + C_{Mac}^{wb} = 0 \end{cases}$$

Tutti i parametri sono noti, quindi è possibile risolvere il sistema nelle incognite  $C_L^w$  e  $C_L^h$  per ciascuna condizione di assetto e posizione del baricentro. Riportiamo in forma tabulare e grafica i risultati ottenuti:

| $\alpha_{abs}$ | CL     | $X_{CG} = 0.28$ |         | $X_{CG} = 0.35$ |         | $X_{CG} = 0.42$ |         |
|----------------|--------|-----------------|---------|-----------------|---------|-----------------|---------|
|                |        | CL_wing         | CL_h    | CL_wing         | CL_h    | CL_wing         | CL_h    |
| -4             | -0,344 | -0,3240         | -0,1115 | -0,3225         | -0,1173 | -0,3216         | -0,1250 |
| -3,5           | -0,301 | -0,2810         | -0,1115 | -0,2796         | -0,1168 | -0,2789         | -0,1233 |
| -3             | -0,258 | -0,2380         | -0,1115 | -0,2367         | -0,1162 | -0,2361         | -0,1222 |
| -2,5           | -0,215 | -0,1950         | -0,1115 | -0,1939         | -0,1151 | -0,1934         | -0,1205 |
| -2             | -0,172 | -0,1521         | -0,1110 | -0,1510         | -0,1146 | -0,1506         | -0,1194 |
| -1,5           | -0,129 | -0,1091         | -0,1110 | -0,1081         | -0,1140 | -0,1078         | -0,1183 |
| -1             | -0,086 | -0,0661         | -0,1110 | -0,0652         | -0,1134 | -0,0651         | -0,1166 |

|      |        |         |         |         |         |         |         |
|------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -0,5 | -0,043 | -0,0232 | -0,1104 | -0,0223 | -0,1129 | -0,0223 | -0,1155 |
| 0    | 0      | 0,0198  | -0,1104 | 0,0206  | -0,1123 | 0,0204  | -0,1138 |
| 0,5  | 0,043  | 0,0628  | -0,1104 | 0,0635  | -0,1118 | 0,0632  | -0,1127 |
| 1    | 0,086  | 0,1057  | -0,1098 | 0,1055  | -0,1109 | 0,1060  | -0,1116 |
| 1,5  | 0,129  | 0,1487  | -0,1098 | 0,1492  | -0,1101 | 0,1488  | -0,1105 |
| 2    | 0,172  | 0,1917  | -0,1098 | 0,1921  | -0,1095 | 0,1915  | -0,1088 |
| 2,5  | 0,215  | 0,2347  | -0,1098 | 0,2350  | -0,1090 | 0,2343  | -0,1077 |
| 3    | 0,258  | 0,2776  | -0,1093 | 0,2779  | -0,1084 | 0,2771  | -0,1066 |
| 3,5  | 0,301  | 0,3206  | -0,1093 | 0,3208  | -0,1079 | 0,3198  | -0,1049 |
| 4    | 0,344  | 0,3636  | -0,1093 | 0,3636  | -0,1067 | 0,3626  | -0,1038 |
| 4,5  | 0,387  | 0,4065  | -0,1087 | 0,4065  | -0,1062 | 0,4053  | -0,1021 |
| 5    | 0,43   | 0,4495  | -0,1087 | 0,4494  | -0,1056 | 0,4481  | -0,1010 |
| 5,5  | 0,473  | 0,4925  | -0,1087 | 0,4923  | -0,1051 | 0,4909  | -0,0999 |
| 6    | 0,516  | 0,5354  | -0,1082 | 0,5352  | -0,1045 | 0,5336  | -0,0982 |
| 6,5  | 0,559  | 0,5784  | -0,1082 | 0,5781  | -0,1040 | 0,5764  | -0,0971 |
| 7    | 0,602  | 0,6214  | -0,1082 | 0,6210  | -0,1034 | 0,6192  | -0,0960 |
| 7,5  | 0,645  | 0,6643  | -0,1076 | 0,6638  | -0,1023 | 0,6620  | -0,0948 |
| 8    | 0,688  | 0,7073  | -0,1076 | 0,7067  | -0,1017 | 0,7047  | -0,0932 |
| 8,5  | 0,731  | 0,7503  | -0,1076 | 0,7496  | -0,1012 | 0,7475  | -0,0920 |
| 9    | 0,774  | 0,7932  | -0,1071 | 0,7925  | -0,1006 | 0,7903  | -0,0909 |
| 9,5  | 0,817  | 0,8362  | -0,1071 | 0,8354  | -0,1001 | 0,8330  | -0,0893 |
| 10   | 0,86   | 0,8792  | -0,1071 | 0,8783  | -0,0995 | 0,8758  | -0,0881 |
| 10,5 | 0,903  | 0,9221  | -0,1065 | 0,9212  | -0,0989 | 0,9186  | -0,0870 |
| 11   | 0,946  | 0,9651  | -0,1065 | 0,9640  | -0,0978 | 0,9613  | -0,0854 |
| 13   | 1,118  | 1,137   | -0,1059 | 1,1356  | -0,0956 | 1,1324  | -0,0803 |
| 15   | 1,29   | 1,3089  | -0,1054 | 1,3071  | -0,0928 | 1,3004  | -0,0753 |
| 17   | 1,462  | 1,4807  | -0,1043 | 1,4787  | -0,0906 | 1,4712  | -0,0697 |

Tabella 6.2: Carichi di bilanciamento

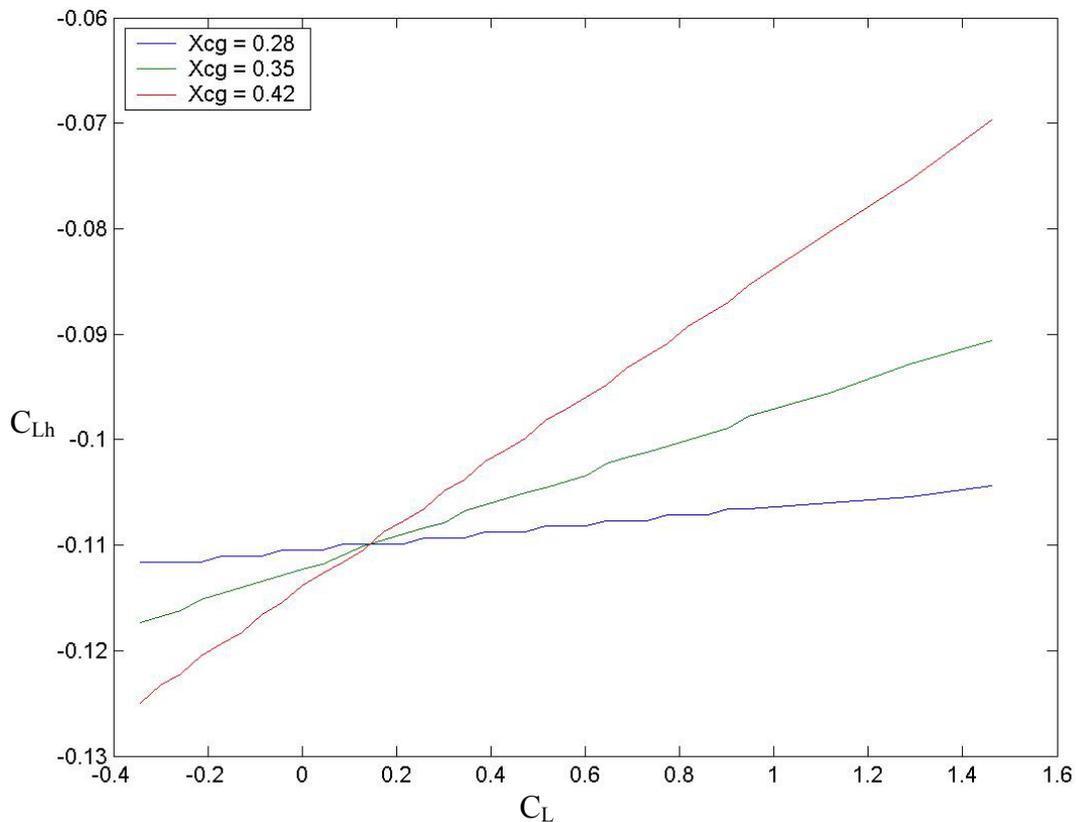


Figura 6.8: Diagramma dei carichi di bilanciamento