

## STABILITA' LONGITUDINALE

### DIMENSIONAMENTO PIANO DI CODA ORIZZONTALE

Il dimensionamento del piano di coda orizzontale consiste nel ricercare la coppia di valori geometrici  $b_t$  apertura che soddisfa le due condizioni critiche :  
 $S_t$  superficie

- 1) Minimo margine di stabilità , posizione del baricentro  $X_{C.G.} = 0.30$  massimo arretrato.
- 2) Equilibrio all'atterraggio , posizione del baricentro  $X_{C.G.} = 0.18$  massimo avanzato.

La prima è critica nei confronti della stabilità , mentre la seconda è critica nei confronti dell'equilibrio, cioè bisogna verificare che nella configurazione di atterraggio si riesca con la deflessione massima del piano a raggiungere l'equilibrio allo stallo.

#### Condizione 1) Condizione critica per la stabilità

Si considera l'espressione dell'indice di stabilità a comandi liberi che è quella più gravosa per la

stabilità :  $\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{CL}}} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}_t$  , si impone  $\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{CL}}} \leq -0.05$  ossia un margine di stabilità del 5% .

Calcoliamo i vari parametri da inserire nella espressione dell'indice di stabilità :

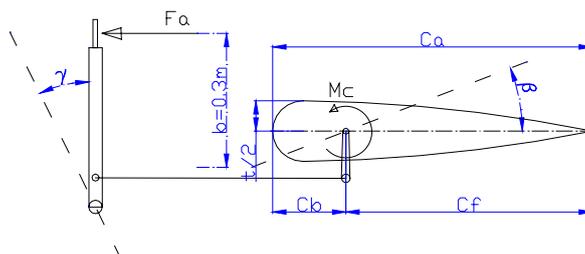
$$X_a = X_{C.G.} - X_{CA_{VP}} = 0.30 - 0.175 = 0.125$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.4 \quad \text{Valore critico di downwash} \rightarrow \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) = 0.6$$

$V_t = \frac{S_t l}{S_w c} = 0.137 S_T$  con  $S_w = 27 m^2$  ,  $c = 1.83 m$  ,  $l = 6.76 m$  distanza tra i fuochi tra i due piani.

Scelto un rapporto tra le superfici  $\frac{S_{equilib}}{S_{tail}} = 0.4 \rightarrow \tau = 0.6$  efficacia dell'equilibratore

Con la stessa procedura fatta per gli alettoni , calcoliamo i coefficienti di cerniera.



Scegliamo un rapporto corde  $\frac{c_t}{c} = 0.4$  ,  $\frac{c_b}{c_f} = 0.30 \rightarrow \left\{ \begin{matrix} C_{h\alpha} = -0.183 \\ C_{h\delta} = -0.244 \end{matrix} \right\}$  , quindi  $\frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} = 0.75$  e

$\left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) = 0.55$  si è scelto un profilo naca 0012 . l'asse di cerniera è al 20% della corda dell'equilibratore. I valori dei coefficienti sono ricavati dal McCornick.

Inoltre  $a_t = \frac{a_0}{1 + \frac{57.3a_0}{\pi \frac{b_t^2}{S_t}}} = \frac{0.35b_t^2}{\pi b_t^2 + 6.3S_t}$  è pendenza retta di portanza del piano di coda , con

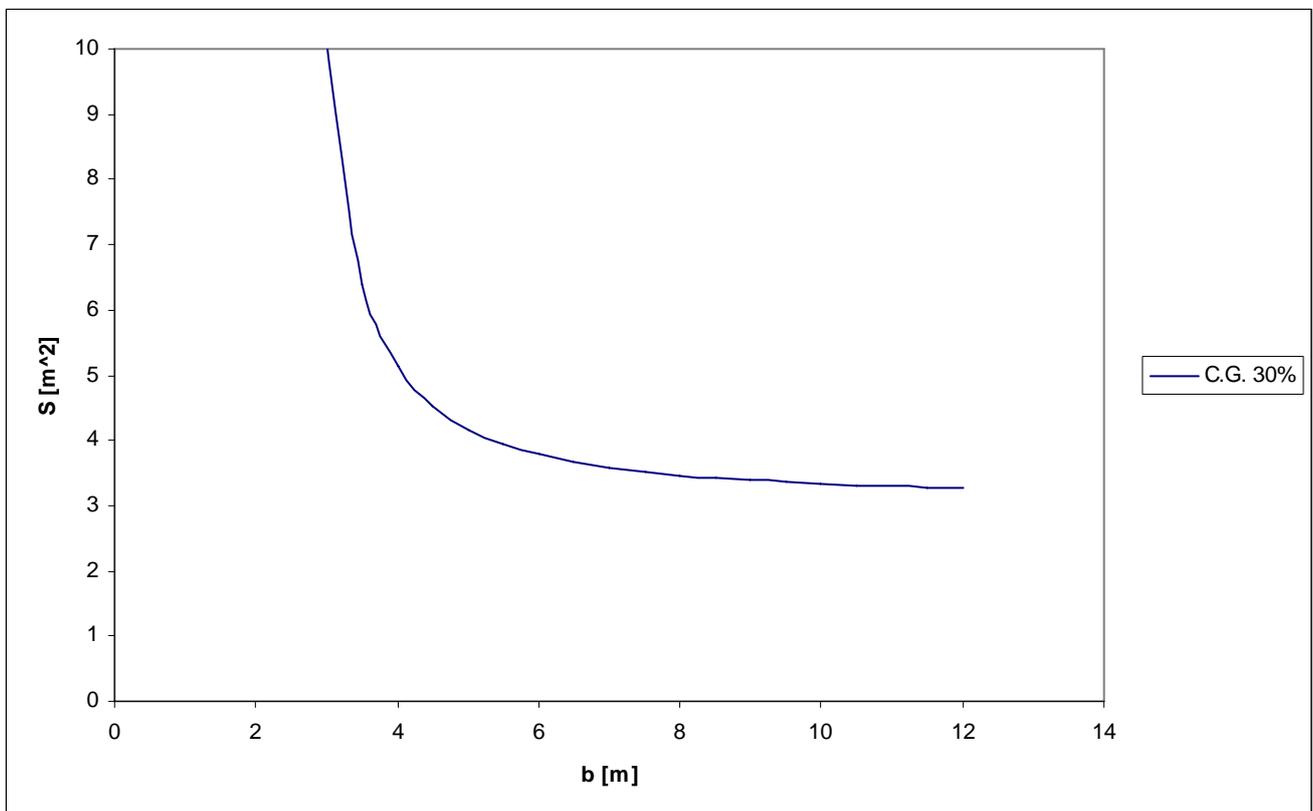
$a_0 = 0.11^\circ$  pendenza della lastra piana.

Sostituendo tutti questi dati nella espressione dell'indice di stabilità otteniamo la prima curva limitativa  $f(b_t, S_t)$  . Andando a sviluppare i conti, deve essere:

$$X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}_t = -0.05 \rightarrow 0.125 - \frac{3.89b_t^2}{\pi b_t^2 + 6.3S_t} \cdot 0.6 \cdot 0.55 \cdot 0.137S_t = -0.05$$

da cui si ottiene:

$$S_t = \frac{0.55b_t^2}{0.176b_t^2 - 1.1}$$



## CONDIZIONE 2) Condizione critica per il controllo longitudinale

Per la condizione di equilibrio si usa l'espressione del coefficiente di momento e lo si impone nullo.

$$C_m = C_{mAC_{VP}} + \left[ X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_t \right] C_{Le} - a_t \bar{V}_t K [i_{T0} + \tau \delta_e - \alpha_{0W}]$$

Bisogna considerare due condizioni all'atterraggio :

- 1) effetto suolo
- 2) Flap deflessi , nel nostro caso  $\delta_F = 45^\circ$

Per l'effetto suolo il downwash si riduce del 10% , quindi  $\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.563$  ,  $\left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) = 0.437$

Inoltre  $\frac{a_t}{a}$  va scalato per 1.03 , indice ricavato dal Perkins con  $AR=8$  e  $\frac{d_g}{b/2} = 1$  con  $d_g$  distanza dal suolo .

$$X_a = X_{C.G.} - X_{CA_{VP}} = 0.18 - 0.175 = 0.005$$

Per effetto dei flap deflessi avremo un nuovo angolo di portanza nullo  $\alpha_{0W} = -15.15^\circ$

$$C_{mCA_{VP}} = C_{mCA_{VP\delta=0}} + \Delta C_{mCA_{VP\delta=45^\circ}} = -0.111 - 0.39 = -0.50 \quad , \text{dove } \Delta C_{mCA_{VP\delta=45^\circ}} \text{ è ricavato dal Perkins}$$

$$C_{Le} = 0.3 \quad \text{in crociera}$$

$K = 0.9$  valore sperimentale

$$\delta_e = \delta_{e_{\max}} = -25^\circ \quad \text{a cabrare}$$

Per quanto riguarda il calettamento  $i_{T0}$  , esso si ricava dal  $\delta_e$  di equilibrio in crociera , imponendo cioè che esso sia nullo in quanto vogliamo che in crociera ci sia la minore resistenza parassita.

$$\text{Quindi imponendo} \quad \delta_{ee_{Cr}} = \frac{\alpha_{0W} - i_{T0}}{\tau} - \frac{C_{mCA_{VP}}}{C_{m\delta}} - \frac{C_{mCL_B}}{C_{m\delta}} C_{Le} = 0$$

$$\text{Tenendo conto che} \quad C_{mCL_B} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_t = -0.11 \quad \text{e} \quad C_{m\delta} = -a_t V_t K \tau = -0.030$$

Si suppone che l'angolo di portanza nulla dell'ala con flap deflessi di  $45^\circ$  sia :

$$\alpha_{0W} = -2.15^\circ - 4^\circ = -6.15^\circ$$

Imponendo dalla condizione 1)  $b_t = 5.0m$  ,  $S_t = 4.5m^2$   $\rightarrow V_t = 0.62$

Si ottiene che  $i_{T0} = -1.76^\circ$  calettamento del piano di coda per la crociera

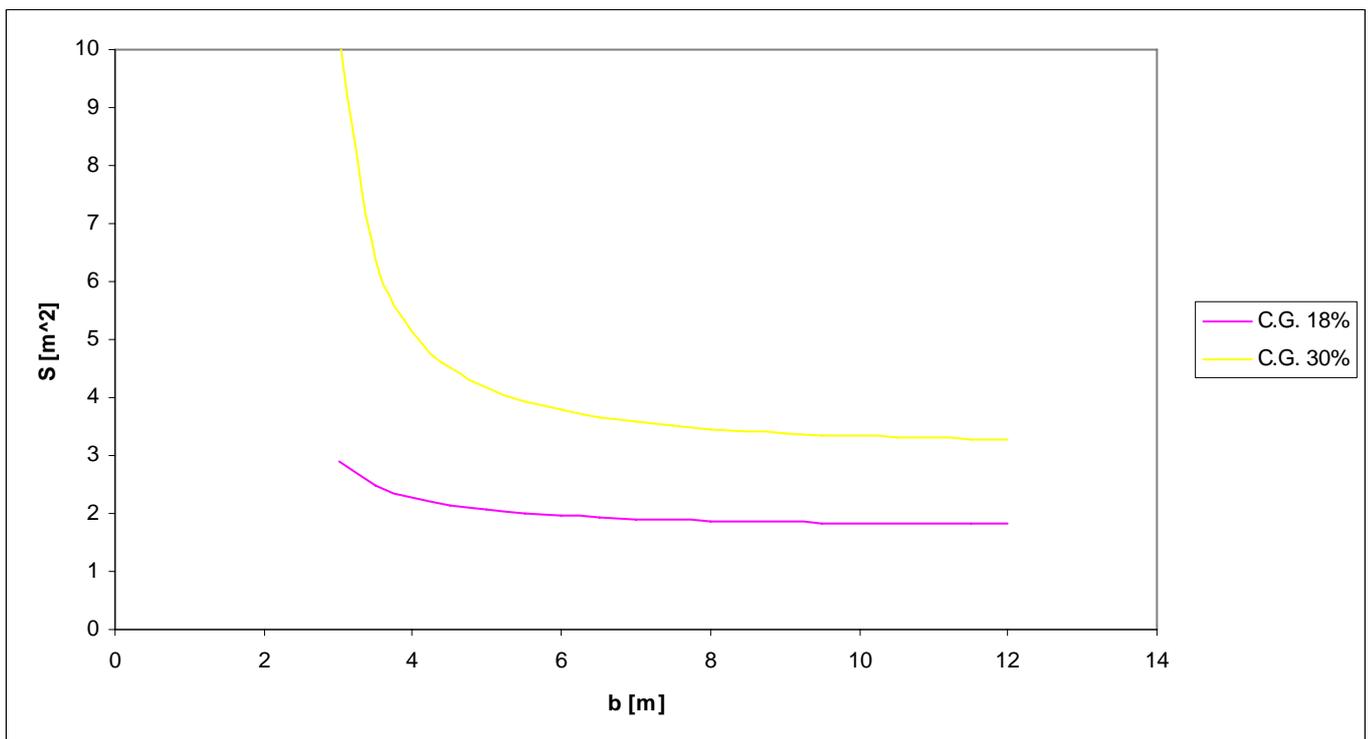
A questo punto abbiamo tutti i parametri da inserire nella espressione del momento , in cui sviluppando tutti i passaggi otteniamo una seconda curva limitativa relativa alla condizione critiche all'atterraggio.

$$-0.5 + \left[ 0.005 - \frac{3.89b_t^2}{\pi b_t^2 + 6.3S_t} \cdot 0.6 \cdot 0.137S_t \right] \cdot 0.3 - \frac{0.35b_t^2}{\pi b_t^2 + 6.3S_t} \cdot 0.137S_t \cdot 0.9 \cdot [-1.75 + 0.6(-25) - 6.15] = 0$$

sviluppando ancora :  $-0.5 + 0.0015 - \frac{0.096b_t^2 S_t}{\pi b_t^2 + 6.3S_t} + \frac{0.985b_t^2 S_t}{\pi b_t^2 + 6.3S_t} = 0 \rightarrow 0.5 = \frac{0.889b_t^2 S_t}{\pi b_t^2 + 6.3S_t}$  si ha:

$$S_t = \frac{1.57b_t^2}{0.889b_t^2 - 3.15}$$

Riportando sullo stesso grafico entrambe le curve , possiamo scegliere le dimensioni del piano di coda nella regione al di sopra di entrambe , per restare in sicurezza.



Come si può vedere i valori di apertura e superficie imposti per l'equilibrio in crociera sono abbastanza validi , per cui in definitiva si sceglie un piano orizzontale con queste dimensioni:

$$\begin{aligned} b_t &= 5.0m \\ S_t &= 4.5m^2 \\ c_t &= 0.9m \end{aligned}$$

## VERIFICA DI STABILITA'

La verifica della stabilità consiste nel calcolare i margini statici a comandi bloccati e a comandi liberi, questo sia in condizioni di equilibrio che in manovra.

### VOLO EQUILIBRATO

Margine a comando bloccato :

$$X_{C.G} = 0.18 \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\partial C_m}{\partial C_L} \right)_{BL} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_t = -0.33$$

$$X_{C.G} = 0.30 \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\partial C_m}{\partial C_L} \right)_{BL} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}_t = -0.21$$

Punto neutro a comandi bloccati

$$\boxed{N_0 = 0.51} \quad \text{CMA}$$

Margine a comando libero :

$$X_{C.G} = 0.18 \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\partial C_m}{\partial C_L} \right)_{FREE} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}_t = -0.18$$

$$X_{C.G} = 0.30 \quad \rightarrow \quad \left( \frac{\partial C_m}{\partial C_L} \right)_{FREE} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}_t = -0.06$$

Punto neutro a comandi liberi

$$\boxed{N'_0 = 0.36} \quad \text{CMA}$$

### VOLO MANOVRATO

$$N_m = N_0 - \frac{63gl_t C_{m\delta} \rho}{2 \frac{W}{S} \tau} = 0.51 + 0.049 = 0.56 \quad \boxed{N_m = 0.56}$$

$$N'_m = N'_0 - 57.3 \frac{C_{m\delta}}{C_{h\delta}} \frac{S}{W} \left[ \frac{\rho}{2} gl_t \left( C_{h\alpha} - 1.1 \frac{C_{h\delta}}{\tau} \right) \right] = 0.36 + 0.045 = 0.4 \quad \boxed{N'_m = 0.40}$$

## SFORZI DI BARRA - TAB

Per il calcolo degli sforzi di barra seguiamo le leggi del Perkins .

Per lo stabilizzatore - equilibratore 
$$F_S = GS_e c_e \left( \frac{W}{S} \right) \frac{C_{h\delta}}{C_{m\delta}} \left( \frac{dC_m}{dC_L} \right)_{Free} \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_{TRIM}} \right)^2 \right]$$
 dove

$$C_{m\delta} = -a_t V_t K \tau = -0.030 \quad ,$$

$G = 0.3$  rapporto di trasmissione

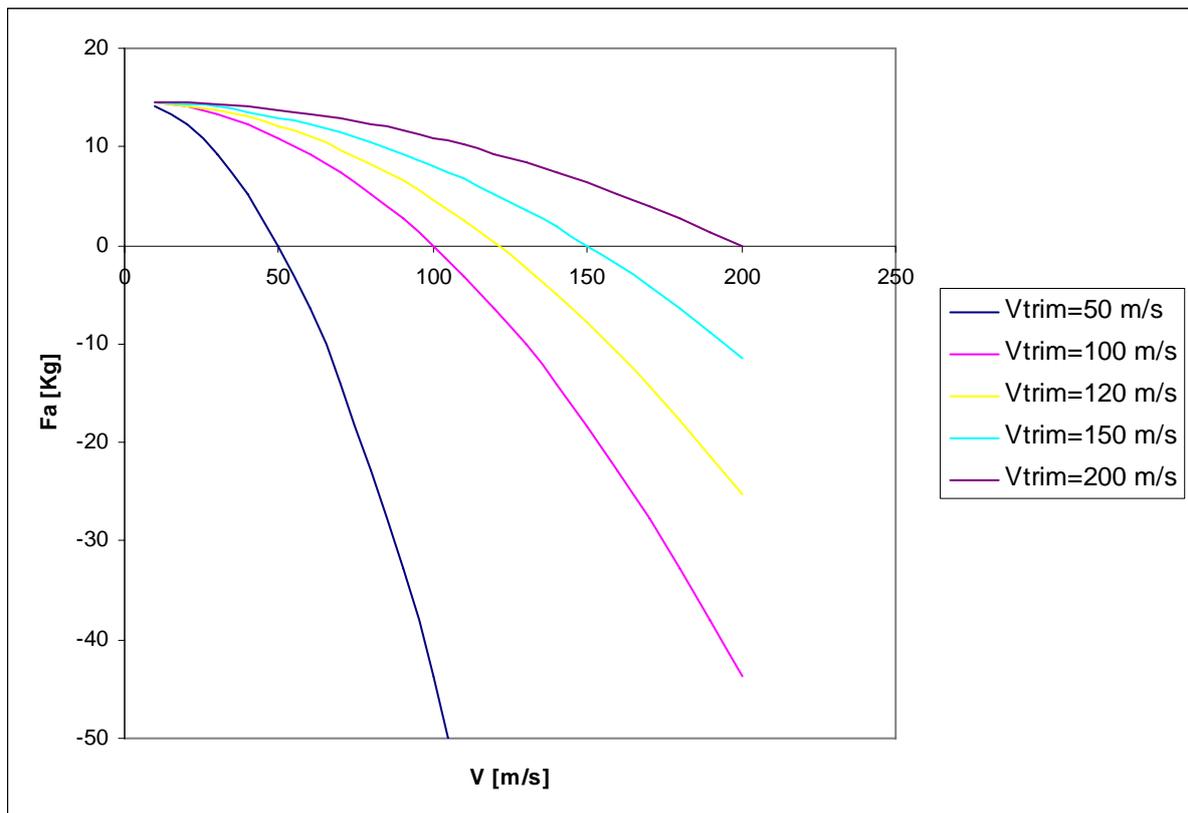
$$\frac{S_e}{S_t} = 0.4 \quad , \quad S_e = 0.4 \cdot 4.5 = 1.8 m^2$$

$$\frac{c_e}{c_{tail}} = 0.4 \quad , \quad c_e = 0.4 \cdot 0.9 = 0.36 m \quad \tau = 0.6$$

$$\left( \frac{dC_m}{dC_L} \right)_{Free} = X_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}_t = -0.06 \quad \text{Si ha infine:}$$

$$F_S = 14.7 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{V}{V_{TR}} \right)^2 \right]$$

Diagrammiamo lo sforzo richiesto sulla barra in funzione della velocità e quindi dell'assetto al variare della velocità di trimmaggio . In crociera  $V = 120 \frac{m}{s}$  circa .



Per il progetto del tab dobbiamo determinare la deflessione del tab necessaria affinché si abbia lo sforzo nullo sulla barra alla velocità di crociera di  $120 \frac{m}{s}$  circa, che rappresenta quindi la velocità di trimmaggio.

Occorre stabilire la superficie occupata dal tab rispetto a quella dell'equilibratore.

Scegliamo  $\frac{b_{tab}}{b_e} = 0.25$  da cui  $b_{tab} = 0.25 \cdot 5 = 1.25m$

Inoltre essendo  $c_e = 0.36m$  e scegliendo  $\frac{c_{tab}}{c_e} = 0.20 \rightarrow c_{tab} = 0.072m$

La superficie del tab sarà :  $S_{TAB} = 0.09m^2$

Dal McCormick si ricava che  $\frac{b_3}{k} = 0.7$  da cui  $C_{h\delta t} = -0.157$  valore già scalato per l'apertura

quindi la deflessione del tab sarà :

$$\delta_t = -\frac{2 \cdot G S_e c_e}{\rho V_{Trim}^2 S_t c_t C_{h\delta t}}$$

Sostituendo i valori si ottiene la legge al variare della velocità di trimmaggio :

$$\delta_t = \frac{47445}{V_{Trim}^2}$$

In particolare alla velocità di crociera  $120 \frac{m}{s}$  sarà necessario per un volo trimmato  $\delta_t = 3.3^\circ$

Per le altre velocità avremo :g

$$50 \frac{m}{s} \rightarrow \delta_t = 18^\circ$$

$$100 \frac{m}{s} \rightarrow \delta_t = 4.74^\circ$$

$$150 \frac{m}{s} \rightarrow \delta_t = 2.11^\circ$$

$$200 \frac{m}{s} \rightarrow \delta_t = 1.18^\circ$$

Riportiamo il disegno del piano di coda : (le misure sono in cm)

