



Capitolo 9. Impennaggio orizzontale.

9.1. Introduzione.

Prima di procedere con il dimensionamento del piano orizzontale di coda è necessaria la conoscenza di una serie di informazioni, come il posizionamento geometrico dello stesso piano, strettamente connesso con il calcolo del *downwash* prodotto dall'ala ai vari angoli di attacco, il posizionamento del centro aerodinamico del velivolo parziale ed il valore del coefficiente di momento focale del velivolo parziale. Ciascuna di queste informazioni può essere ricavata in modo più o meno approssimato a seconda del metodo di valutazione che si sceglie di adottare. Nei paragrafi seguenti, vengono brevemente descritte le metodologie di calcolo ed i corrispondenti risultati.

9.2. Calcolo del *downwash*.

Per il calcolo del *downwash* è possibile utilizzare un *software* che implementa una rielaborazione del *report* NACA 648. I dati di ingresso, necessari alla esecuzione



del programma, possono essere schematicamente divisi in tre gruppi, con riferimento alla sezione di radice dell'ala e quindi al piano di simmetria del velivolo.

- Geometria* - $i_w = 3.5^\circ$ $(c.m.a.)_w = 6.4 \cdot m$ $(c.m.a.)_h = 4.03 \cdot m$

$x_{l.e.}^w = 21.5 \cdot m$ (distanza del bordo di attacco dell'ala dalla prua del velivolo)

$x_{l.e.}^h = 49.6 \cdot m$ (distanza del bordo di attacco dell'impennaggio orizzontale dalla prua del velivolo)

$d_z^{w-h} = 2.01 \cdot m$ (distanza lungo l'asse verticale tra i fuochi di ala ed impennaggio orizzontale)

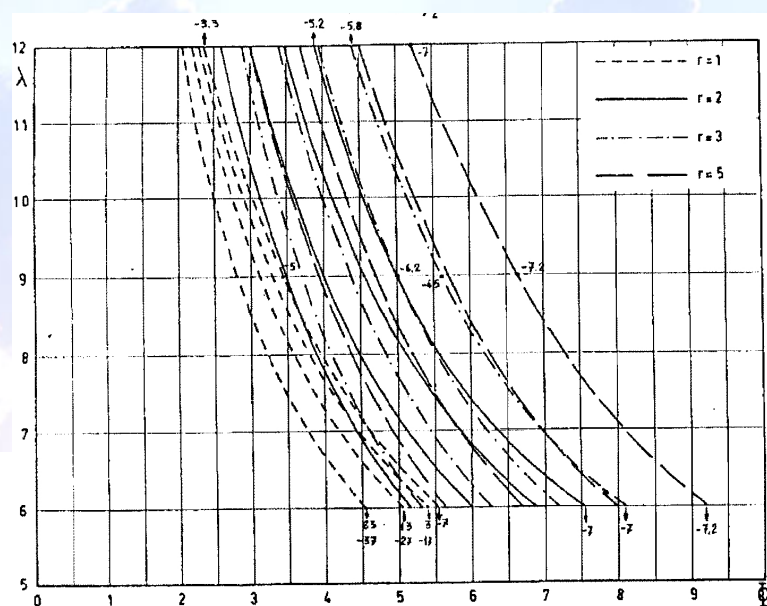
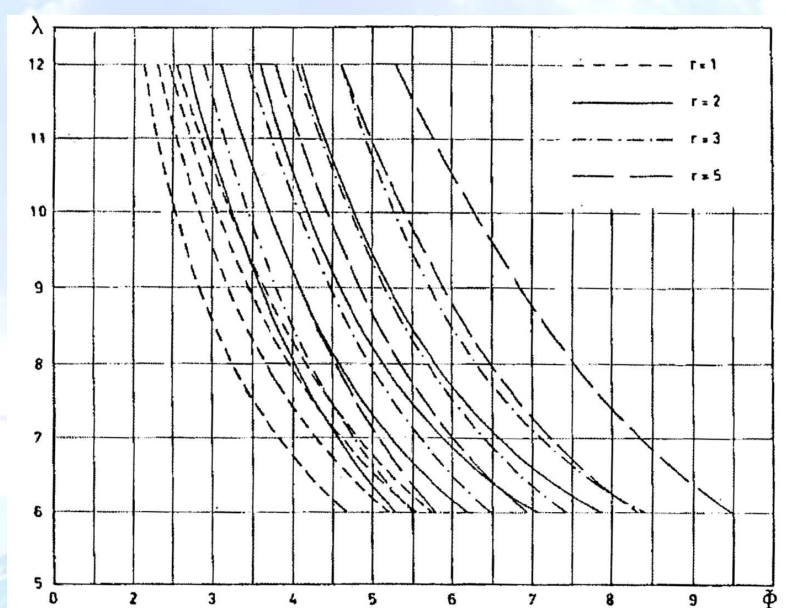
$b_w = 60 \cdot m$ (apertura alare)

$AR = 9$ (allungamento alare)

$\lambda = 0.25$ (rapporto di rastremazione alare)
- Aerodinamica* - valori del C_L^w al variare di α_w .
- Funzione Φ* - per fissati valori di AR e λ , sono necessari i valori assunti dalla funzione Φ in corrispondenza delle quattro curve, relative a $1/\lambda$, per x pari al 70%, 80% e 90% della semiapertura alare. Infine, si calcola il valore di m' ovvero di m sulla quarta curva, relativa $1/\lambda$, letto dal diagramma a $x = 80\%$ di $b/2$.



$m' = -6.8$		
70% $b/2$	80% $b/2$	90% $b/2$
3.9	3.8	3.7
4.7	4.5	4.4
5.4	5.4	5.3
6.4	6.2	6.1

Tabella 1 : Valori della funzione Φ .

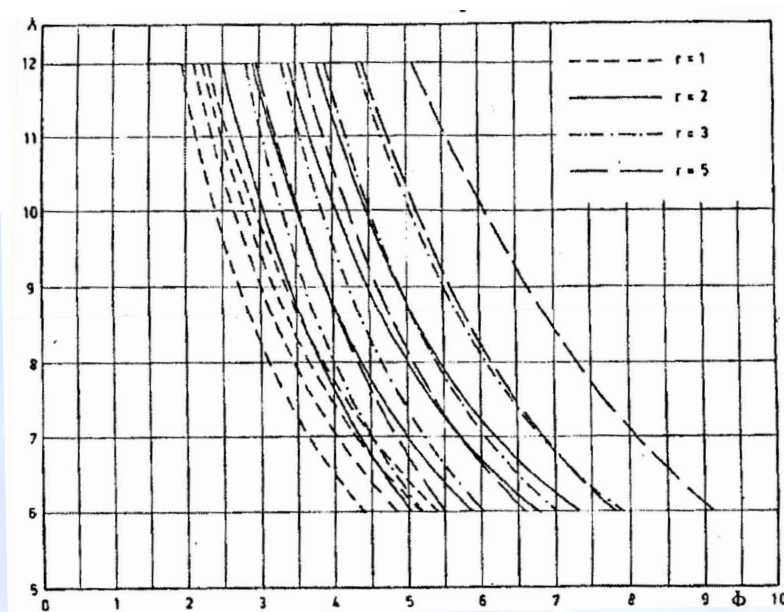
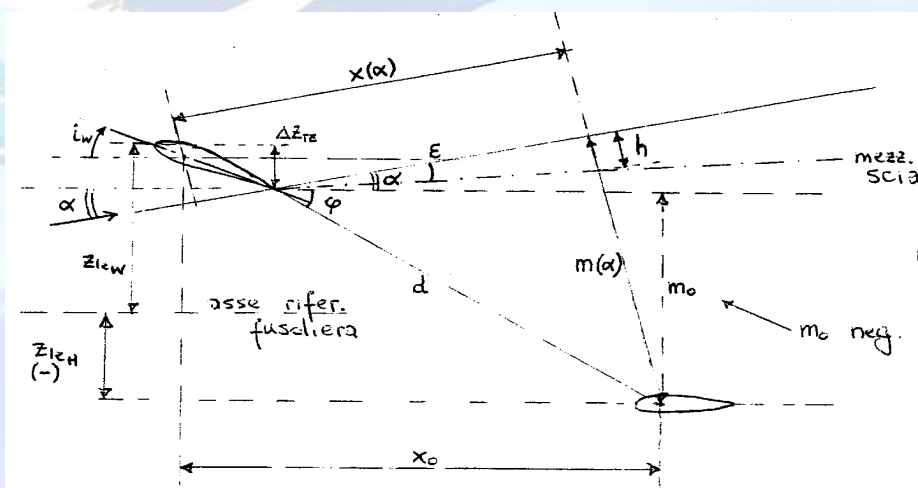
Fig. 1 : Grafici per la determinazione dei valori della funzione Φ .

Fig. 2 : Schema delle grandezze introdotte.



In questo modo, però, non si tiene conto dell'effetto dovuto all'angolo di freccia dell'ala considerata. Affinché si ottengano dei risultati accurati, è necessario ricorrere ad una correzione dei dati in uscita dal suddetto programma. Una

metodologia sufficientemente accurata è proposta dal McCormik e consiste nel moltiplicare i valori dell'angolo ε , ottenuti in corrispondenza di un angolo di freccia nullo, per un fattore che può ricavarsi attraverso il grafico di seguito

proposto in cui si entra con un valore del rapporto $\frac{l_{ac}}{b'} = \frac{x_{ac}^H - x_{ac}^w}{b' \cdot \frac{\pi}{4}} = 0.61$ e si

ottiene $\frac{\varepsilon}{\varepsilon(\Lambda = 0)} = 1.072 \cdot$

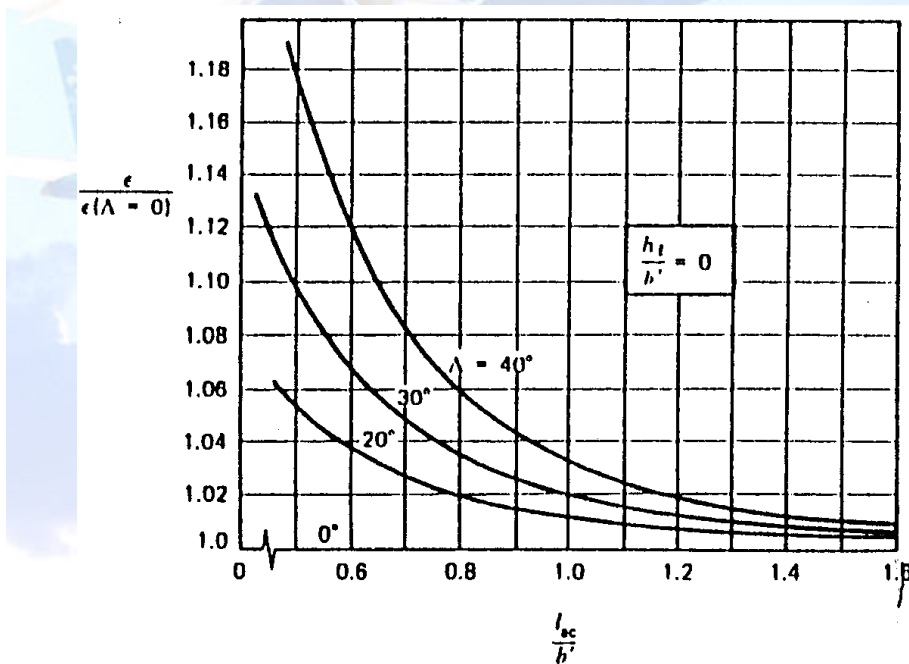


Fig. 3 : Diagramma per il calcolo del fattore di correzione per effetto freccia

dell'angolo di *downwash*.



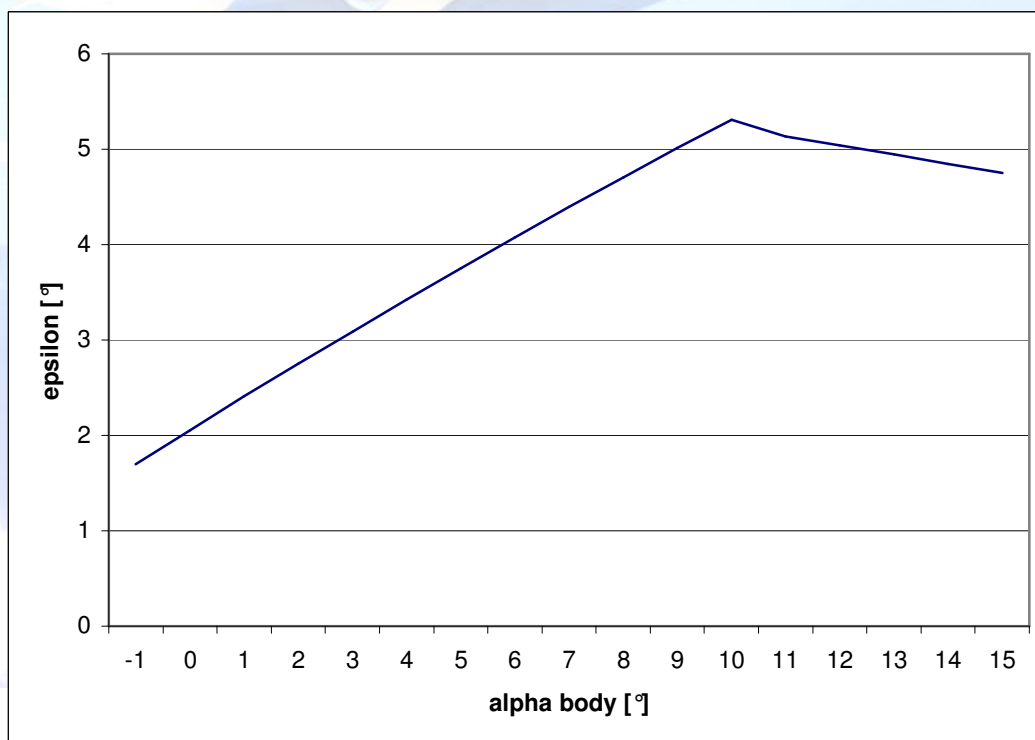
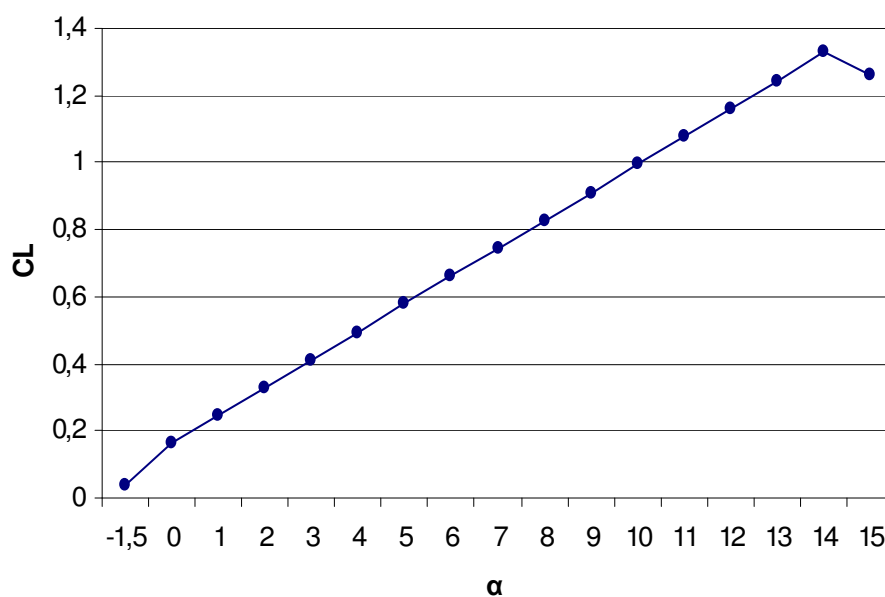
I risultati ricavati sono riassunti nella seguente tabella e nei sei grafici riportati alle pagine seguenti. Nell'ultimo grafico si può notare che la distanza m-h del piano di coda orizzontale dalla scia, nella direzione ortogonale a quella della corrente, si annulla in corrispondenza di un valore dell'angolo di attacco dell'ala di circa $13,5^\circ$ e cioè in condizioni prossime allo stallo.

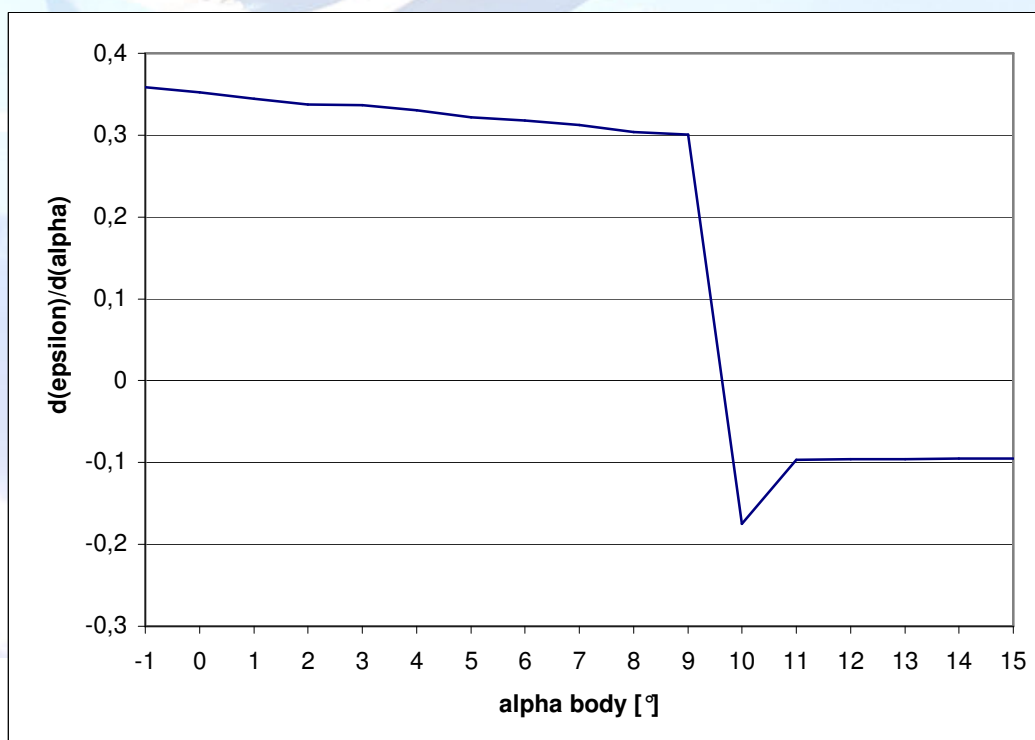
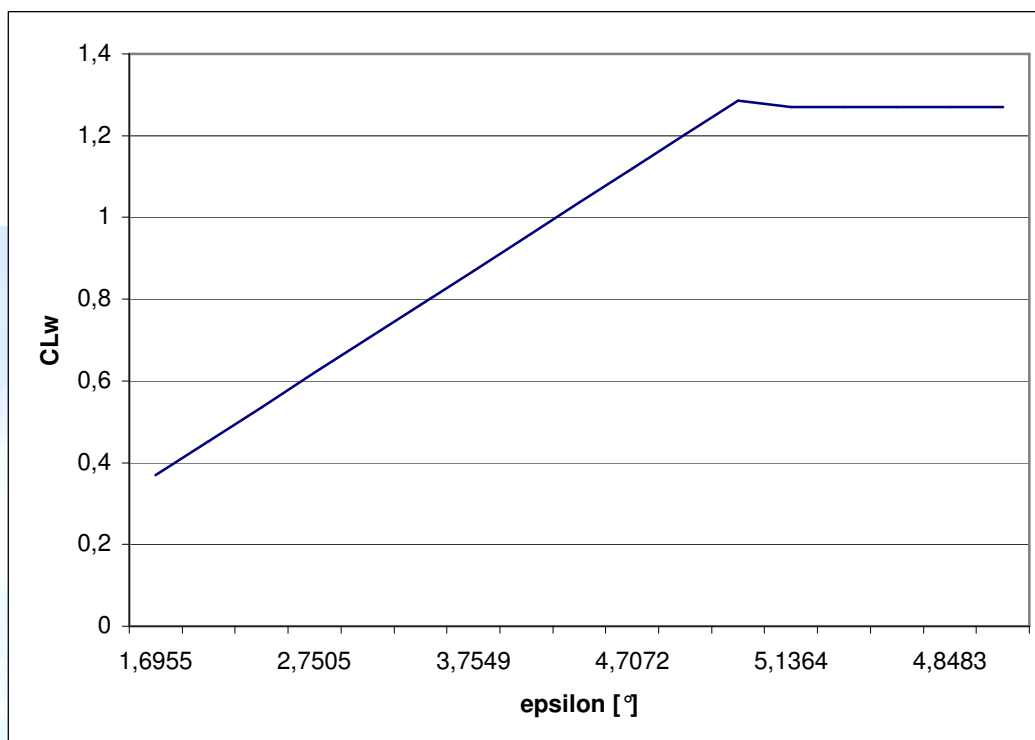
$\alpha_b [^\circ]$	$\alpha_w [^\circ]$	CLw	$\epsilon [^\circ]$	$d\epsilon/d\alpha$	m	mw	m-h	$\phi [^\circ]$	$d\phi/d\alpha$	$(d\epsilon/d\alpha)_1$	$(d\epsilon/d\alpha)_2$
-1	2,5	0,3695	1,6955	0,3583	9,3657	-1,9188	11,2845	4,5885	-0,0498	0,083	-0,0184
0	3,5	0,4525	2,0538	0,3525	8,272	-2,3498	10,6218	4,5387	-0,0495	0,0835	-0,0224
1	4,5	0,536	2,4062	0,3443	7,1758	-2,7834	9,9592	4,4893	-0,0494	0,0835	-0,0265
2	5,5	0,6195	2,7505	0,3371	6,0774	-3,2171	9,2944	4,4399	-0,0447	0,083	-0,0277
3	6,5	0,7025	3,0876	0,3368	4,9771	-3,6481	8,6252	4,3952	-0,0385	0,0835	-0,027
4	7,5	0,786	3,4244	0,3305	3,8754	-4,0817	7,957	4,3568	-0,0383	0,0835	-0,0301
5	8,5	0,8695	3,7549	0,3219	2,7724	-4,5153	7,2877	4,3185	-0,0383	0,083	-0,0333
6	9,5	0,9525	4,0769	0,3182	1,6686	-4,9463	6,6149	4,2802	-0,0378	0,0835	-0,036
7	10,5	1,036	4,3951	0,3122	0,5643	-5,3799	5,9442	4,2423	-0,0376	0,0835	-0,0389
8	11,5	1,1195	4,7072	0,3039	-0,5402	-5,8136	5,2734	4,2048	-0,0375	0,083	-0,042
9	12,5	1,2025	5,0111	0,3004	-1,6445	-6,2446	4,6001	4,1672	-0,037	0,0835	-0,0445
10	13,5	1,286	5,3115	-0,1751	-2,7483	-6,6782	3,9299	4,1303	-0,0843	-0,0165	-0,1083
11	14,5	1,2695	5,1364	-0,0965	-3,8513	-6,5925	2,7412	4,046	-0,076	0	-0,0965
12	15,5	1,2695	5,0399	-0,0961	-4,9531	-6,5925	1,6394	3,97	-0,0757	0	-0,0961
13	16,5	1,2695	4,9438	-0,0956	-6,0534	-6,5925	0,5491	3,8943	-0,0753	0	-0,0956
14	17,5	1,2695	4,8483	-0,095	-7,1518	-6,5925	-0,5593	3,819	-0,0748	0	-0,095
15	18,5	1,2695	4,7532	-0,095	-8,2481	-6,5925	-1,6556	3,7442	-0,0748	0	-0,095

Tabella 2 : Risultati del calcolo del downwash (senza effetto freccia).



Curva di portanza dell'ala





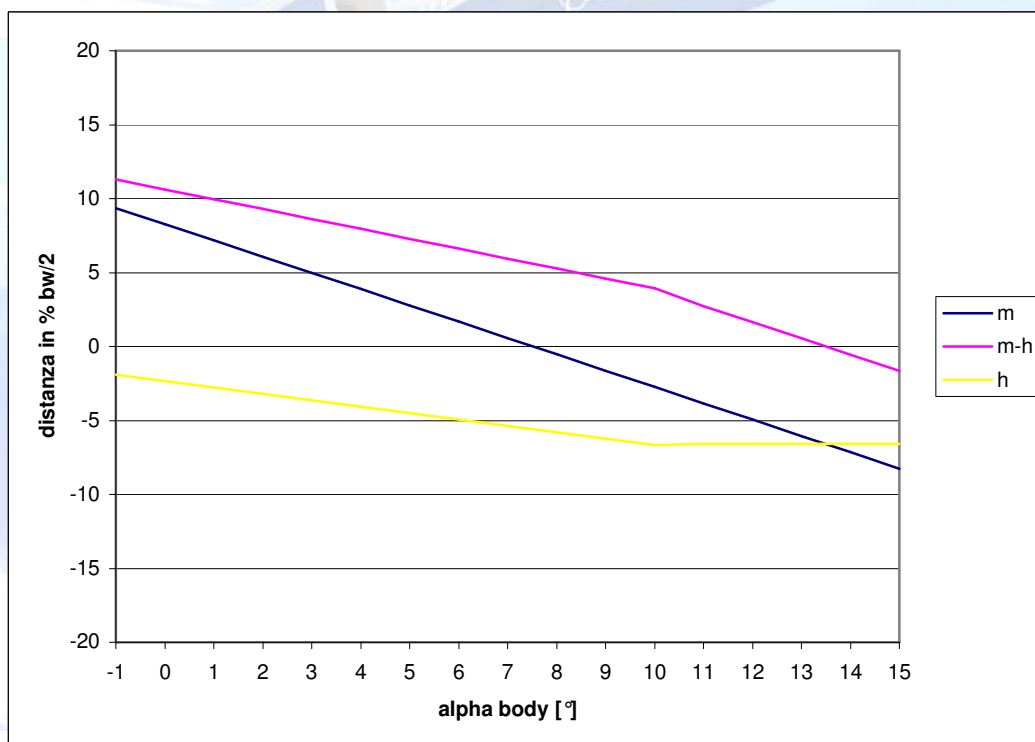
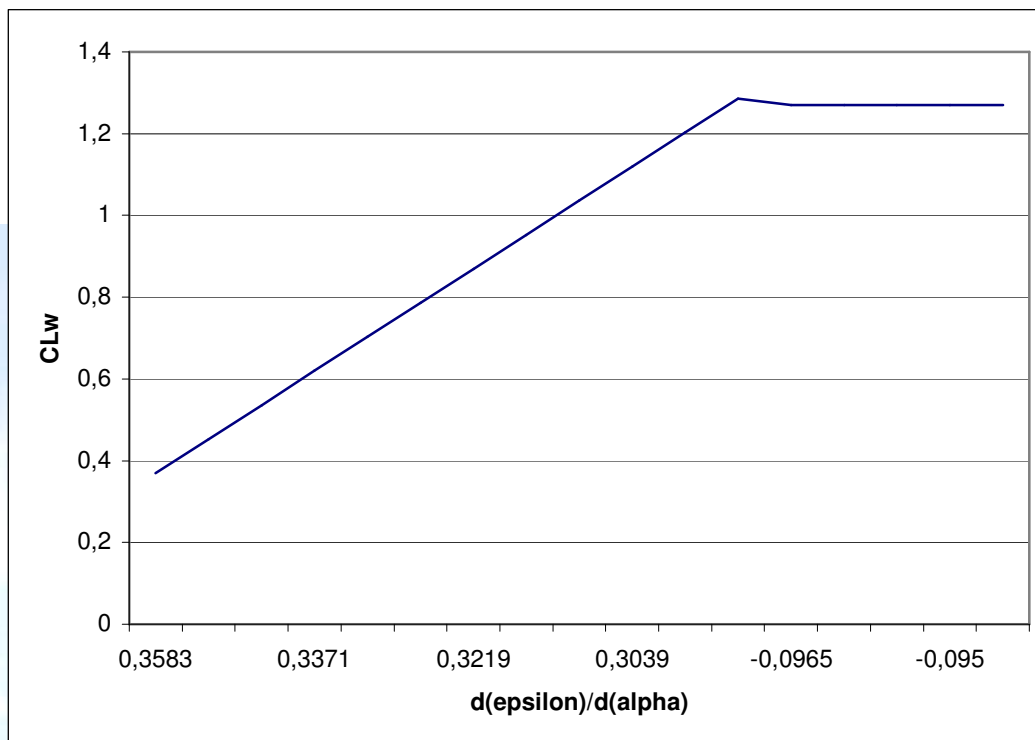


Fig. 4 : Diagrammi dei risultati del calcolo del downwash, con correzione per effetto freccia.

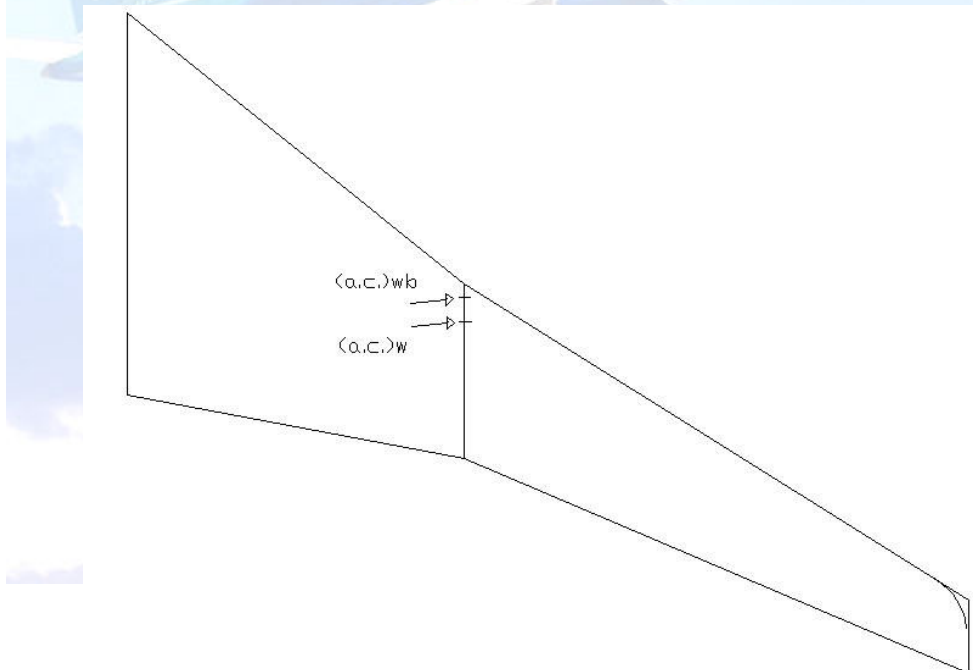


9.3. Corda media aerodinamica e centro aerodinamico.

La lunghezza e la posizione della corda media aerodinamica alare sono state calcolate nel Capitolo 4, attraverso l'utilizzo del *software* messo a disposizione sul Web dalla Università di Stanford :

$$(c.m.a.)_w \approx 6.4 \cdot m \quad y_{c.m.a.} \approx 11.47 \cdot m$$

Per l'individuazione del centro aerodinamico della stessa ala nonché del velivolo parziale, anche in questo caso i calcoli sono stati già eseguiti nel Capitolo 6, sulla base del metodo suggerito dal McCormick. I risultati ottenuti sono di seguito esposti.



$$x_{ac}^w = 25\% (cma)_w \quad x_{ac}^{wb} = 8\% (cma)_w$$



9.4. Coefficiente di momento focale del velivolo parziale.

Il coefficiente di momento focale del velivolo parziale, computato rispetto al centro aerodinamico del velivolo parziale stesso, può essere calcolato attraverso la seguente formula.

$$\left(C_m^{wb}\right)_{a.c.}^{wb} = \left(C_m^w\right)_{a.c.}^w + C_{L\alpha}^w \cdot \alpha \cdot (x_{a.c.}^{wb} - x_{a.c.}^w) + C_{m0}^{fus} + C_{m\alpha}^{fus} \cdot \alpha + C_{m0}^{nac} + C_{m\alpha}^{nac} \cdot \alpha$$

In essa vengono considerati i contributi dell'ala, della fusoliera e delle gondole motrici, ciascuno dei quali deve essere determinato attraverso una opportuna tecnica.

- ALA

Il contributo dell'ala al coefficiente di momento focale del velivolo parziale consta di due termini, di cui uno connesso con il coefficiente di portanza da essa sviluppato e l'altro rappresentato dal proprio coefficiente di momento focale rispetto al corrispondente centro aerodinamico. Quest'ultimo termine è stato già calcolato nel Capitolo 4, attraverso l'utilizzo del *software* messo a disposizione sul Web dalla Università di *Stanford*. In particolare, si ricorda che

$$\left(C_m^w\right)_{a.c.}^w = 0.0535$$



- FUSOLIERA

Il coefficiente di momento della fusoliera (essendo una coppia pura è possibile omettere il polo), nell'ambito dell'ipotesi di linearità, è rappresentato dalla seguente espressione in funzione dell'angolo di attacco.

$$Cm^{Fus} = Cm_0^{Fus} + Cm_{\alpha}^{Fus} \cdot \alpha$$

Ciascuno dei due termini, che compaiono nella formula sopra descritta, può essere calcolato attraverso le formule proposte nel metodo di Multhopp (detto anche metodo delle strisce):

$$Cm_0^{Fus} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \int_0^{l_F} W_F^2 \cdot (\alpha_{0L}^w + i_{cl}^{Fus}) \cdot dx$$

$$Cm_{\alpha}^{Fus} = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \left\{ \int_0^{l_{F1}} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_1 + 1 \right] \cdot dx_1 + \int_0^{l_{F2}} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_2 + 1 \right] \cdot dx_2 \right\}$$

In esse compaiono tre integrali che possono essere calcolati, in prima approssimazione, come sommatorie:



$$Cm_0^{Fus} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \sum_{j=1}^n W_F^2 \cdot (\alpha_{0L}^w + i_{cl}^{Fus}) \cdot \Delta x$$

$$Cm_{\alpha}^{Fus} = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n1} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_1 + 1 \right] \cdot \Delta x_1 + \sum_{j=1}^{n2} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_2 + 1 \right] \cdot \Delta x_2 \right\}$$

Le grandezze presenti all'interno di tali espressioni sono le seguenti:

1. $K_2 - K_1$ è un fattore di correzione dipendente dal valore del rapporto della lunghezza (70.4 m) e del diametro massimo della sezione maestra di fusoliera (7.82 m). Esso viene determinato attraverso il diagramma di Figura 9.14: nel caso in esame si ha un valore pari a 0.940.

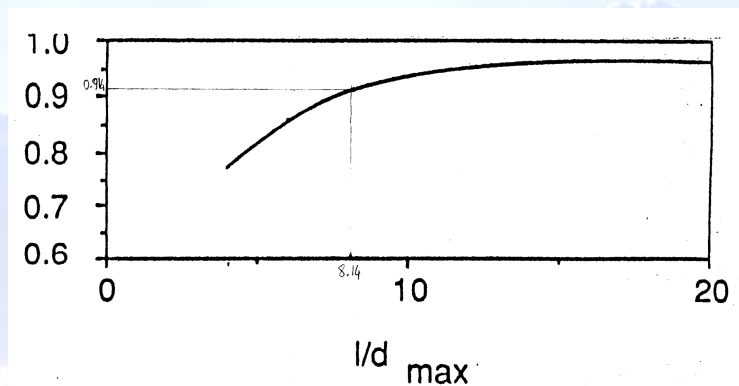


Fig. 5 : Diagramma per determinare il fattore $K_2 - K_1$ in funzione del rapporto tra la lunghezza della fusoliera ed il diametro equivalente della sezione maestra.



2. S è la superficie alare (385 m^2).
3. CMA è la corda media aerodinamica dell'ala (6.4 m).
4. w_{Fj} è la larghezza della sezione j-esima della fusoliera.
5. α_{0LB}^w è l'angolo di portanza nulla dell'ala riferito alla retta di costruzione della fusoliera: nel caso in esame esso vale $-\left(\alpha_{0L}^w + |i_w|\right) = -6 \text{ deg}$.
6. i_{cl}^{Fus} è l'angolo di incidenza della linea media della fusoliera in corrispondenza della sezione j-esima, rispetto alla retta di costruzione della fusoliera.
7. Δx_j è la lunghezza della j-esima parte della fusoliera.
8. $\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_1$ è l'*upwash* che si manifesta in corrispondenza delle sezioni di fusoliera

che si trovano anteriormente all'ala. Esso si calcola mediante la seguente formula:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_1 = \left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right) \cdot \frac{C_{L\alpha}^w}{0.0785},$$

in cui compaiono il coefficiente della retta di portanza dell'ala isolata

$C_{L\alpha}^w = 0.083 \cdot \frac{1}{\text{deg}}$ e la derivata $\overline{\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}}$ calcolabile per ciascuna sezione

attraverso i grafici riportati di seguito. In particolare, il primo di essi viene

utilizzato per ricavarne il valore relativo alla striscia di fusoliera adiacente

all'ala, mentre il secondo viene adoperato per ricavarne il valore relativo a

tutte le altre strisce poste anteriormente all'ala stessa.



SUBSONIC SPEEDS

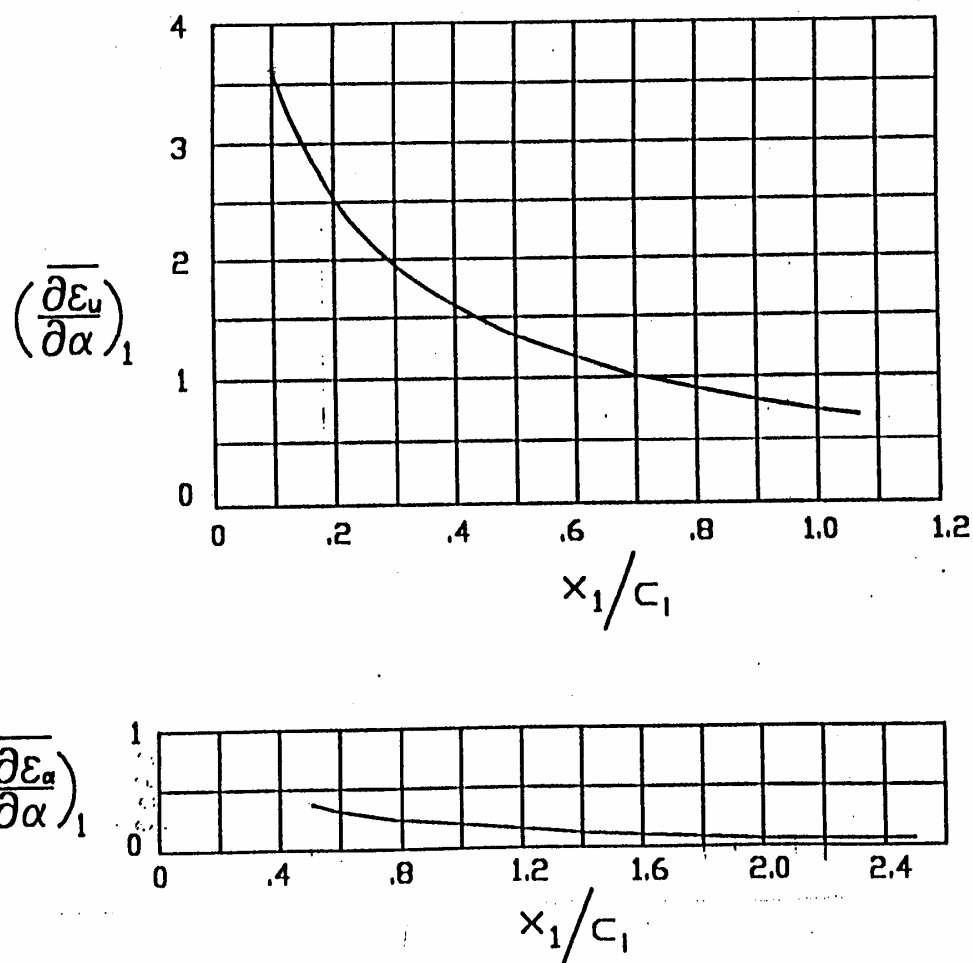


Fig. 6 : Diagramma per il calcolo $\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$.

9. $\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_2$ è il *downwash* calcolato in corrispondenza di ciascuna sezione di

fusoliera che si trovi posteriormente all'ala. Esso può essere valutato attraverso

la seguente formula:



$$\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_2 = \left[\frac{x_2}{l_{F2}} \cdot \left(1 - \overline{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}\right) - 1 \right]$$

In essa compaiono il *downwash* sul piano orizzontale di coda $\overline{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}$, calcolato in corrispondenza dell'angolo C_L di crociera attraverso il metodo esposto nei paragrafi precedenti, e le distanze descritte nella Figura 9.16.

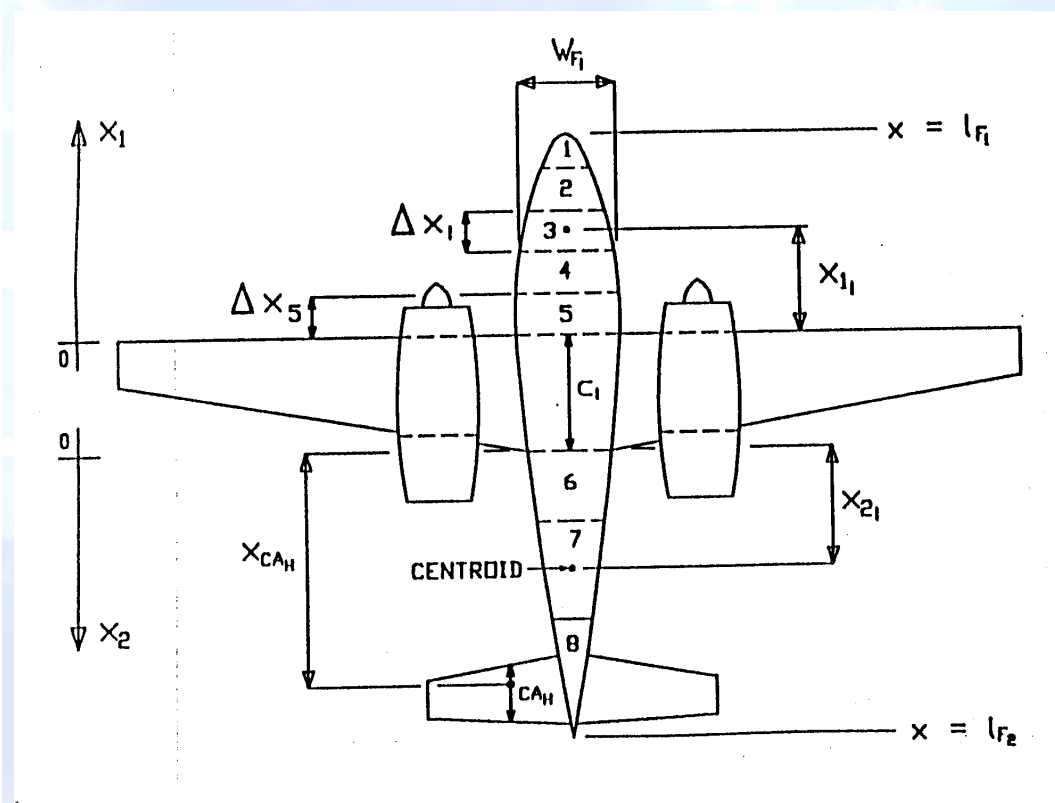


Fig. 7 : Schema delle grandezze utili al calcolo del coefficiente di momento della fusoliera col metodo di Multhopp.



La suddivisione della fusoliera a cui si fa riferimento nel corso della presente trattazione è proposta nelle tabelle di seguito.

n	Δx [m]	WF [m]	W ² F [m ²]	iCL [°]	$(\alpha_0 L + iCL)$ [°]	W ² F · $(\alpha_0 L + iCL)$ · Δx
1	4,65	4,77	22,75	-20	-26,000	-2750,826
2	4,65	5,56	30,91	-15	-21,000	-3018,713
3	4,65	5,56	30,91	-10	-16,000	-2299,972
4	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
5	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
6	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
7	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
8	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
9	4,65	5,56	30,91	0	-6,000	-862,489
10	4,65	5,16	26,63	0	-6,000	-742,854
11	4,65	3,58	12,82	-5	-11,000	-655,559
12	4,65	1,99	3,96	-10	-16,000	-294,631
13	4,65	1,20	1,44	-15	-21,000	-140,616

Tabella 3 : Risultati del calcolo mediante il metodo di Multhopp del Cm_0^{Fus} .

n	Δx [m]	W ² F [m ²]	x [m]	x/croot	$(\partial \epsilon u / \partial \alpha)_m$	$(\partial \epsilon u / \partial \alpha)_1$	W ² F · $(\partial \epsilon u / \partial \alpha)_1$ · Δx
1	4,65	22,75	16,3	1,198529	0,22	0,23	130,50
2	4,65	30,91	11,5	0,845588	0,24	0,25	180,35
3	4,65	30,91	7,2	0,529412	0,4	0,42	204,75
4	4,65	30,91	2,78	0,204412	0,8	0,85	265,76

Tabella 4 : Risultati del calcolo, mediante il metodo di Multhopp, del Cm_α^{Fus} . Parte

anteriore.



n	Δx [m]	W^2F [m ²]	x [m]	x/croot	$(\partial \epsilon u / \partial \alpha)_m$	$(\partial \epsilon u / \partial \alpha)_2$	$W^2F \cdot ((\partial \epsilon u / \partial \alpha)_2 + 1) \cdot \Delta x$
8	4,65	30,91	2,38	0,18	2,7	-1,15199	-21,84844
9	4,65	30,91	6,75	0,50	0,42	-0,85293	21,141035
10	4,65	26,63	11,12	0,82	0,27	-0,69506	37,754781
11	4,65	12,82	15,89	1,17	0,2	-0,52246	28,459341
12	4,65	3,96	20,66	1,52	0,15	-0,34031	12,147875
13	4,65	1,44	24,64	1,81	0,1	-0,16694	5,5781554

Tabella 5 : Risultati del calcolo, mediante il metodo di Multhopp, del Cm_{α}^{Fus} . Parte posteriore.

Attraverso i dati esposti nelle pagine precedenti, si ottengono i seguenti risultati:

$$Cm_0^{Fus} = \frac{K_2 - K_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \sum_{j=1}^n W_F^2 \cdot (\alpha_{0L}^w + i_{cl}^{Fus}) \cdot \Delta x = \frac{0.950}{36.5 \cdot 385 \cdot 13.1} \cdot (-15078) = -0.0778$$

$$Cm_{\alpha}^{Fus} = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n1} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} \right)_1 + 1 \right] \cdot \Delta x_1 + \sum_{j=1}^{n2} W_F^2 \cdot \left[\left(\frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} \right)_2 + 1 \right] \cdot \Delta x_2 \right\} \Leftrightarrow$$

$$Cm_{\alpha}^{Fus} = \frac{1}{36.5 \cdot 385 \cdot 13.1} \cdot \{1034.31 + 83.23\} = 0.0061$$

Si ottiene così l'espressione analitica della relazione iniziale:

$$Cm^{Fus} = Cm_0^{Fus} + Cm_{\alpha}^{Fus} \cdot \alpha = -0.0778 + 0.0061 \cdot \alpha$$



- GONDOLE MOTORI

Il coefficiente di momento della singola gondola motore (essendo una coppia pura è possibile omettere il polo), è rappresentato della seguente espressione in funzione dell'angolo di attacco.

$$Cm^{Nac} = Cm_0^{Nac} + Cm_{\alpha}^{Nac} \cdot \alpha$$

I due termini che compaiono nella formula sopra descritta possono essere calcolati attraverso le formule proposte nel metodo di Multhopp. La procedura è analoga a quella utilizzata per la fusoliera, eccezione fatta per l'influenza che l'*upwash* dell'ala che in questo caso viene trascurata.

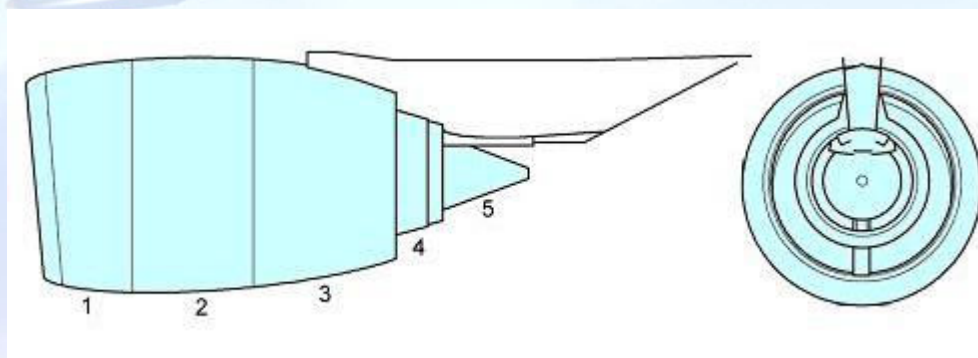


Fig. 8 : Suddivisione della gondola motore del Boeing 787 in strisce per il calcolo del coefficiente di momento mediante il metodo di Multhopp.



n	Δx [m]	WF [m]	W^2F [m ²]	iCL [°]	$(\alpha_{0L} + i_{CL})$ [°]	$W^2F \cdot (\alpha_{0L} + i_{CL}) \cdot \Delta x$
1	1,77	3,80	14,44	0,00	-6	-153
2	1,77	4,56	20,79	0,00	-6	-221
3	1,77	3,40	11,56	0,00	-6	-123
4	1,14	1,90	3,61	0,00	-6	-25
5	3,04	0,95	0,90	0,00	-6	-16

Tabella 6 : Risultati del calcolo mediante il metodo di Multhopp del Cm_0^{Nac} .

n	Δx [m]	WF [m]	x [m]	x/croot	$W^2F \cdot ((\partial \epsilon u / \partial \alpha) 1 + 1) \cdot \Delta x$
1	1,77	3,80	5,70	0,55	15,47
2	1,77	4,56	4,02	0,39	20,99
3	1,77	3,40	2,66	0,26	17,45

Tabella 7 : Risultati del calcolo mediante il metodo di Multhopp del Cm_α^{Nac} . Parte anteriore.

Entrando nel grafico di Figura 9.14 con un valore di $\frac{l}{d_{\max}} = 1.16$ si ricava

$K_2 - K_1 = 0.670$. Si deduce quindi che i due motori dell'Boeing 787 danno un coefficiente di momento che varia con l'angolo di attacco nel seguente modo.

$$Cm_0^{Nac} = 2 \cdot \frac{K_2 - K_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \cdot \sum_{j=1}^n W_{Nac}^2 \cdot (\alpha_{0L}^w + i_{cl}^{Nac}) \cdot \Delta x = 2 \cdot \frac{0.670}{36.5 \cdot 385 \cdot 6.4} \cdot (-538.1) = -0.008$$



$$Cm_{\alpha}^{Nac} = 2 \cdot \frac{1}{365 \cdot S \cdot CMA} \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{n1} W_{Nac}^2 \cdot \Delta x_1 \right\} = 2 \cdot \frac{1}{365 \cdot 385.64} \cdot 8282 = 0.00185$$

$$Cm^{Nac} = Cm_0^{Nac} + Cm_{\alpha}^{Nac} \cdot \alpha = -0.008 + 0.00185 \cdot \alpha$$

CONCLUSIONI

Il coefficiente di momento del velivolo parziale rispetto al corrispondente centro aerodinamico è dato dalla seguente formula, come già detto all'inizio del presente paragrafo:

$$(C_m^{wb})_{a.c.}^{wb} = (C_m^w)_{a.c.}^w + C_{L\alpha}^w \cdot \alpha \cdot (x_{a.c.}^{wb} - x_{a.c.}^w) + C_{m0}^{fus} + C_{m\alpha}^{fus} \cdot \alpha + C_{m0}^{nac} + C_{m\alpha}^{nac} \cdot \alpha$$

La posizione del centro aerodinamico del velivolo parziale può essere determinata (in modo più esatto rispetto a quello adoperato nell'ambito del Capitolo 6 ed i cui risultati sono stati richiamati nel paragrafo precedente) imponendo la condizione:

$$\frac{\partial (C_m^{wb})_{a.c.}^{wb}}{\partial \alpha} = 0$$

Infatti, da essa si ricava che:



$$x_{a.c.}^{wb} = x_{a.c.}^w - \frac{Cm_{\alpha}^{Fus} + Cm_{\alpha}^{Nac}}{C_{L\alpha}^w} = 0.25 - \frac{0.0061 + 0.00185}{0.083} = 0.13$$

$$x_{a.c.}^{wb} = 13\% \text{ c.m.a.} = 0.832 \cdot m$$

Il coefficiente di momento del velivolo parziale rispetto al corrispondente centro aerodinamico è dato da

$$(C_m^{wb})_{a.c.}^{wb} = (C_m^w)_{a.c.}^w + C_{m0}^{fus} + C_{m0}^{nac} = 0.0535 - 0.0778 - 0.0160 = -0.0403$$

9.5. Dimensionamento dell'impennaggio orizzontale.

Il dimensionamento del piano di coda orizzontale richiede l'analisi delle due condizioni critiche di funzionamento più significative.

- **PRIMA CONDIZIONE** - minimo margine di stabilità statica longitudinale, a comandi liberi, con baricentro in posizione massima arretrata.

Si consideri il baricentro del velivolo completo nella posizione massima arretrata

($x_{c.g.} = 43\% \text{ c.m.a.}$) e si imponga la seguente condizione:



$$\left(\frac{\partial C_m^{c.g.}}{\partial C_L} \right)_{c.l.} = x_a - \frac{a_t}{a} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \cdot \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \cdot \bar{V}_t' = -0.092$$

Prima di poter sfruttare la relazione appena scritta ai fini del dimensionamento, si rende necessaria la determinazione di alcune quantità che compaiono in essa e che sono al momento sconosciute.

1. $x_a = x_{c.g.} - x_{a.c.}^{wb} = 0.430 - 0.13 = 0.3$ (distanza adimensionale del baricentro del velivolo completo dal centro aerodinamico del velivolo parziale).

2. a_0 (coefficiente della retta di portanza del profilo medio dell'impennaggio orizzontale). Il profilo medio adoperato per l'impennaggio orizzontale ha spessore massimo percentuale pari a 8 ed il coefficiente della retta di portanza uguale a $\frac{0.22}{\text{deg}}$.

3. a_t (coefficiente della retta di portanza dell'impennaggio orizzontale):

$$a_t = \frac{a_0}{1 + \frac{57.3 \cdot a_0}{\pi \cdot \frac{b_t^2}{S_t}}}$$

4. $a = \frac{0.15}{\text{deg}}$ (coefficiente della retta di portanza del velivolo completo).



5. $\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.33$ (*effetto del downwash a C_L di crociera*).

6. τ (*fattore di efficacia dell'equilibratore*).

Una stima orientativa del fattore di efficacia è possibile effettuarla attraverso il diagramma di seguito riportato, una volta assegnato un valore di primo tentativo al rapporto tra la superficie dell'equilibratore e la superficie dell'intero piano orizzontale. Supponendo che

$$\frac{S_e}{S_t} = 0.315, \text{ si ottiene } \tau = 0.5.$$

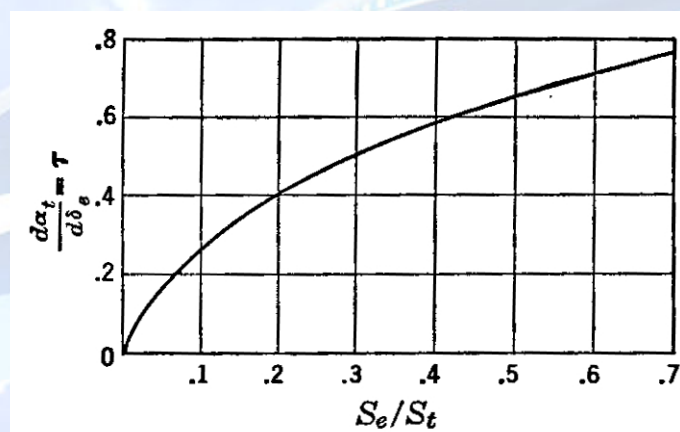


Fig. 9 : Diagramma per il calcolo del fattore di efficacia τ .

7. $C_{h\alpha}$ (*derivata del coefficiente di momento di cerniera dell'equilibratore rispetto all'angolo di attacco*). Il metodo, suggerito dal McCormick e di seguito proposto per la determinazione di tale parametro, richiede la conoscenza di alcuni dati caratteristici della geometria dell'impennaggio orizzontale che non è stato ancora dimensionato.



Tuttavia, per una stima di prima approssimazione, è consentito adoperare dati ricavati su base statistica.

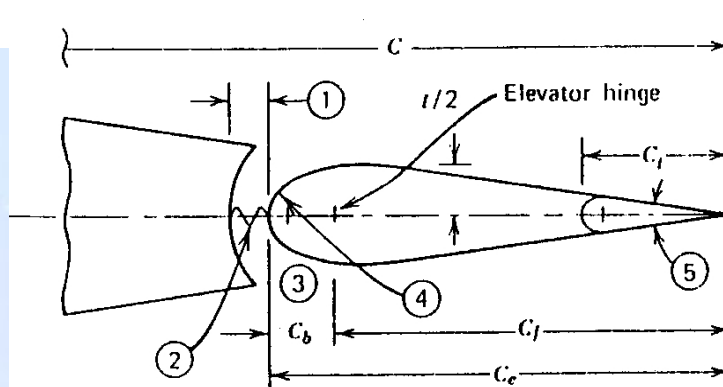


Fig. 10 : Schema delle grandezze.

$$\frac{c_e}{c_l} = \frac{1.52}{4.94} = 0.307$$

$$\frac{t}{c_l} = 5.06\%$$

$$\frac{1}{AR_l} = 0.2056$$

$$c_b = 0.34 \cdot m \quad c_l = 1.18 \cdot m \quad BR = \sqrt{\left(\frac{c_b}{c_l}\right)^2 - \left(\frac{t}{2 \cdot c_l}\right)^2} = 0.268$$

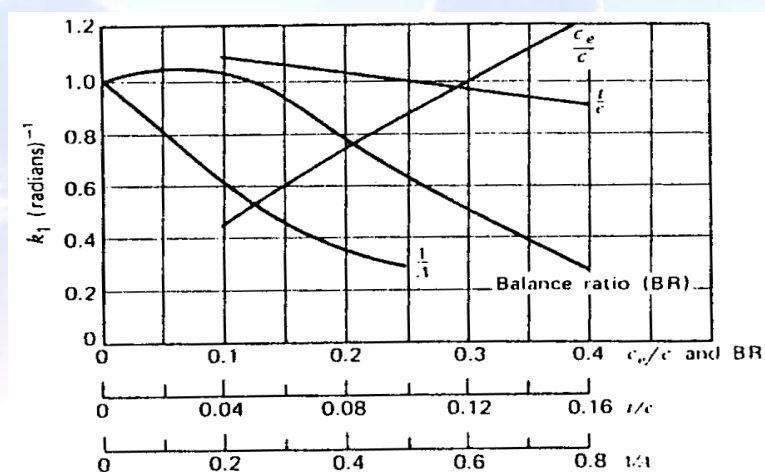


Fig. 11 : Diagramma per la determinazione di $C_{h\alpha}$.



Dal diagramma si ricava quanto segue:

$$k_1 \left(\frac{c_e}{c_t} \right) = 1.05 \quad k_1 (BR) = 0.600$$

$$k_1 \left(\frac{t}{c_t} \right) = 1.09 \quad k_1 \left(\frac{1}{AR_t} \right) = 0.520$$

$$C_{h\alpha} = (-0.55 \cdot 1.05 \cdot 0.600 \cdot 1.09 \cdot 0.520) \cdot 0.900 = -\frac{0.177}{rad} = -\frac{0.00308}{deg}$$

8. $C_{h\delta}$ *(derivata del coefficiente di momento di cerniera dell'equilibratore rispetto all'angolo di deflessione)*. Anche in questo caso è possibile utilizzare il metodo esposto al paragrafo precedente per determinare la grandezza cercata. Questa volta, però, il grafico al quale si fa riferimento è il seguente.

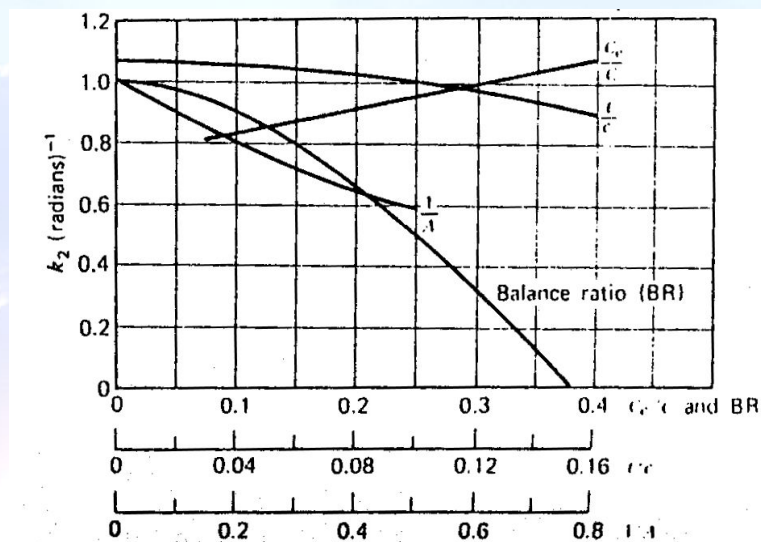


Fig.12 : Diagramma per la determinazione del $C_{h\delta}$.



Entrando in esso con i valori ottenuti per il calcolo del $C_{h\alpha}$, si ricava quanto segue:

$$k_2\left(\frac{c_e}{c_t}\right) = 1.01 \quad k_2(BR) = 0.450 \quad k_2\left(\frac{t}{c_t}\right) = 1.07 \quad k_2\left(\frac{1}{AR_t}\right) = 0.780$$

$$C_{h\delta} = (-0.89 \cdot 1.01 \cdot 0.459 \cdot 0.780) \cdot 0.900 = -\frac{0.284}{rad} = -\frac{0.00496}{deg}$$

9. l (distanza lungo l'asse longitudinale del velivolo tra il fuoco del velivolo parziale ed il fuoco dell'impennaggio orizzontale). Anche in questo caso, è necessario fare ricorso alla geometria reale del velivolo esaminato per avere una stima di tale lunghezza. Si supponga, dunque, che:

$$l = 27.73 \cdot m$$

10. \bar{V}_t' (rapporto volumetrico del piano orizzontale di coda).

$$\bar{V}_t' = \frac{S_t \cdot l}{S_w \cdot cma_w}$$

A questo punto, la formula di partenza diviene una funzione delle due variabili b_t ed S_t . Di seguito se ne riporta il diagramma:

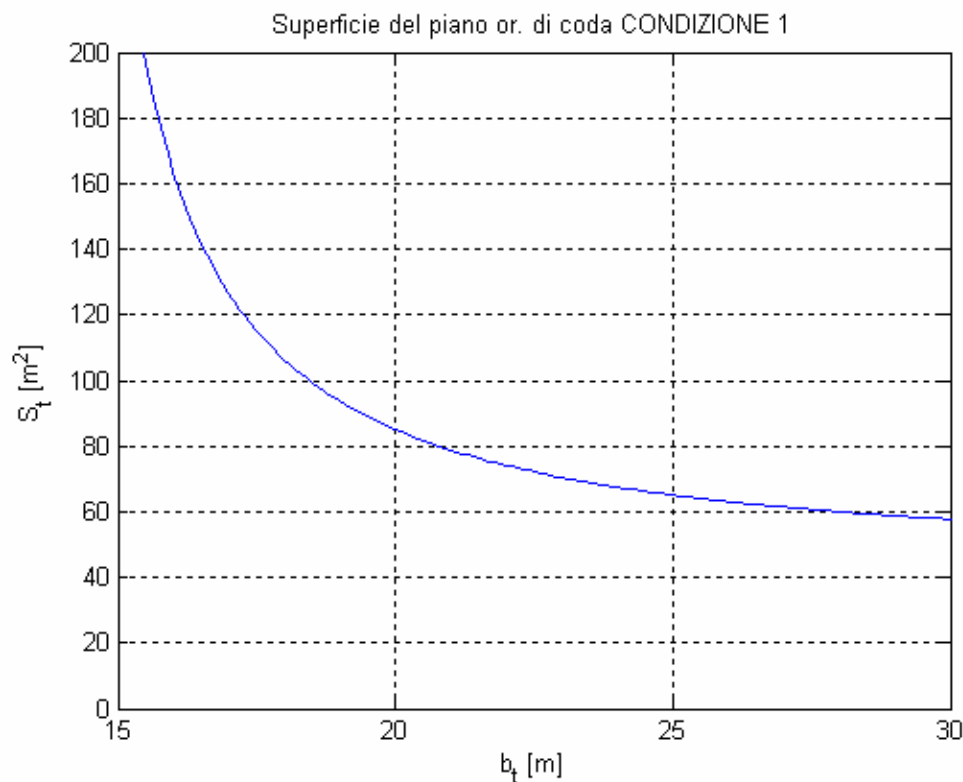


Fig. 13 : Diagramma della prima condizione per il dimensionamento del piano di coda orizzontale.

- **SECONDA CONDIZIONE** - equilibrio in condizioni di atterraggio e con baricentro nella posizione massima avanzata.

Si consideri il baricentro del velivolo completo nella posizione massima avanzata

($x_{c.g.} = 28\% \text{ c.m.a.}$) e si imponga la seguente condizione:

$$C_m^{c.g.} = C_m^{wb}_{a.c.} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \cdot \bar{V}_t' \right] \cdot C_{Le} - 0.9 \cdot a_t \cdot \bar{V}_t' \cdot (i_{t0} + \tau \cdot \delta_e - \alpha_0^w) = 0$$



Prima di poter sfruttare la relazione appena scritta ai fini del dimensionamento, si rende necessaria la determinazione di alcune quantità che compaiono in essa e che sono al momento sconosciute:

1. $Cm_{a.c.}^{wb}$ (coefficiente di momento focale del velivolo parziale in configurazione di atterraggio). Nelle condizioni di atterraggio, il coefficiente di momento focale del velivolo parziale subisce una variazione dovuta alla deflessione del flap. Dunque, vale:

$$Cm_{a.c.}^{wb} = (Cm_{a.c.}^{wb})_{\delta_f=0} + (\Delta Cm_{a.c.}^{wb})_{\delta_f \neq 0}.$$

Il contributo incognito può essere determinato attraverso un apposito diagramma proposto dal McCormick. In particolare, con riferimento alla sezione alare della corda media aerodinamica, si ha

$$\frac{\text{corda flap}}{\text{c.m.a.}} = \frac{c_f}{c_{ma}} = 0.378 \Rightarrow \frac{(\Delta Cm_{a.c.}^{wb})_{\delta_f \neq 0}}{(\Delta C_l)_{\delta_f \neq 0}} = -0.3301$$

In base alle caratteristiche del profilo medio e del sistema di ipersostentazione, si ricava un valore di $(\Delta C_l)_{\delta_f \neq 0}$ pari a 2,09 e,

finalmente, $(\Delta Cm_{a.c.}^{wb})_{\delta_f \neq 0} = -0.690$.



2. $x_a = x_{c.g.} - x_{a.c.}^{wb} = 0.280 - 0.13 = 0.15$ (*distanza adimensionale del baricentro del velivolo completo dal centro aerodinamico del velivolo parziale*).

3. a_t (*coefficiente della retta di portanza dell'impennaggio orizzontale*).

Per una corretta valutazione di tale parametro, occorre moltiplicarne il valore, ottenuto nella discussione relativa alla prima condizione, per un fattore che tenga conto dell'effetto suolo.

Quest'ultimo può essere ricavato attraverso il grafico proposto dal Perkins. Ipotizzando una distanza dal suolo pari alla semiapertura

alare e quindi $\frac{d_g}{b/2} = 1$ ed ipotizzando un allungamento dell'impennaggio orizzontale uguale a 4, si ottiene il fattore correttivo 1.03. Quindi:

$$a_t = 1.03 \cdot \frac{a_0}{1 + \frac{57.3 \cdot a_0}{\pi \cdot \frac{b_t^2}{S_t}}}$$

4. a (*coefficiente della retta di portanza del velivolo completo*).

Anche in questo caso, vale lo stesso discorso fatto per il coefficiente della retta di portanza dell'impennaggio orizzontale. Con un allungamento alare pari a 9, si ottiene un fattore correttivo uguale a 1.02. Quindi:



$$a = 1.02 \cdot \frac{0.15}{\text{deg}} = \frac{0.153}{\text{deg}}.$$

5. $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ (effetto del downwash in condizioni di atterraggio).

In condizioni di atterraggio, il *downwash* si riduce di circa il 10% rispetto al valore trovato nella prima condizione, in virtù dell'effetto suolo. Quindi si ha:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.9 \cdot 0.33 = 0.297$$

6. C_{Le} (coefficiente di portanza di equilibrio del velivolo completo, in condizioni di atterraggio). Il coefficiente di portanza di equilibrio del velivolo completo, in condizioni di atterraggio, è molto prossimo al C_L^{MAX} relativo alle stesse condizioni. Come ipotizzato durante la ricerca del punto di progetto nel Capitolo 3, $C_L^{MAX} = 3.5$ e pertanto, in questa sede, è possibile considerare $C_{Le} = 3$.

7. δ_e (angolo di deflessione dell'equilibratore).

Si assuma la condizione più critica possibile: $\delta_e = \delta_e^{MAX} = -25^\circ$.

8. $\alpha_0^w = -6^\circ$ angolo di portanza nulla dell'ala con flap deflessi in configurazione di atterraggio.



9. i_{t0} (calettamento del piano orizzontale di coda rispetto alla linea di riferimento).

Il valore del calettamento i_{t0} si trova imponendo che l'angolo di deflessione dell'equilibratore in condizioni di crociera δ_e sia nullo, in

maniera tale da garantire la minore resistenza di profilo:

$$\delta_e = \frac{\alpha_0^w - i_{t0}}{\tau} - \frac{Cm_{a.c.}^{wb}}{Cm_\delta} - \frac{Cm_{c_L}}{Cm_\delta} \cdot C_{L_{cr}} = 0$$

Allo scopo di sfruttare la relazione appena scritta, è necessario ricavare i valori di alcuni parametri, tuttora ignoti, attraverso la conoscenza di dati di origine statistica o relativi alla reale geometria del velivolo esaminato:

- 1) L'angolo di attacco di portanza nulla dell'ala si riferisce, ovviamente, alle condizioni di crociera. Quindi, $\alpha_0^w = -3^\circ$.
- 2) Il fattore di efficacia τ è quello calcolato nella discussione della prima condizione. Quindi $\tau = 0.5$.
- 3) Il coefficiente $Cm_{a.c.}^{wb}$ è quello calcolato in precedenza per la configurazione pulita del velivolo. Quindi $Cm_{a.c.}^{wb} = -0.0403$.
- 4) La derivata Cm_δ è espressa dalla seguente relazione:

$$Cm_\delta = -a_t \cdot \overline{V}_t' \cdot k \cdot \tau. \text{ Supponendo che}$$

$$a_0 = \frac{0.22}{\text{deg}} \quad b_t = 21 \cdot m \quad S_t = 90,7 \cdot m^2 \quad k = 0.900$$



si ottiene

$$a_t = \frac{0.4041}{\text{deg}} \quad \bar{V}_t' = \frac{S_t \cdot l}{S_w \cdot cma} = 0.930 \quad C_{m_\delta} = \frac{-0.0189}{\text{deg}}.$$

5) La derivata $C_{m_{C_L}}$ è espressa dalla seguente relazione:

$$(C_{m_{C_L}})_{C.B.} = x_a - \frac{a_t}{a} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \cdot \bar{V}_t'.$$

Supponendo che

$$x_a = x_{c.g.} - x_{a.c.}^{wb} = 0.38 - 0.13 = 0.25 \quad a = \frac{0.15}{\text{deg}} \quad \frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.33,$$

si ha

$$(C_{m_{C_L}})_{C.B.} = -0.809.$$

6) Il coefficiente di portanza del velivolo completo, in condizioni

di crociera, è $C_{L_{cr}} \cong 0.5$.

Attraverso i dati ora descritti, si ricava finalmente che $i_{t0} = -2.5^\circ$.

A questo punto, la formula di partenza diviene una funzione delle due variabili b_t ed S_t . Di seguito se ne riporta il diagramma:

$$C_m^{c.g.} = C_{m_{a.c.}}^{wb} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \cdot \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \cdot \bar{V}_t' \right] \cdot C_{Le} - 0.9 \cdot a_t \cdot \bar{V}_t' \cdot (i_{t0} + \tau \cdot \delta_e - \alpha_0^w) = 0$$

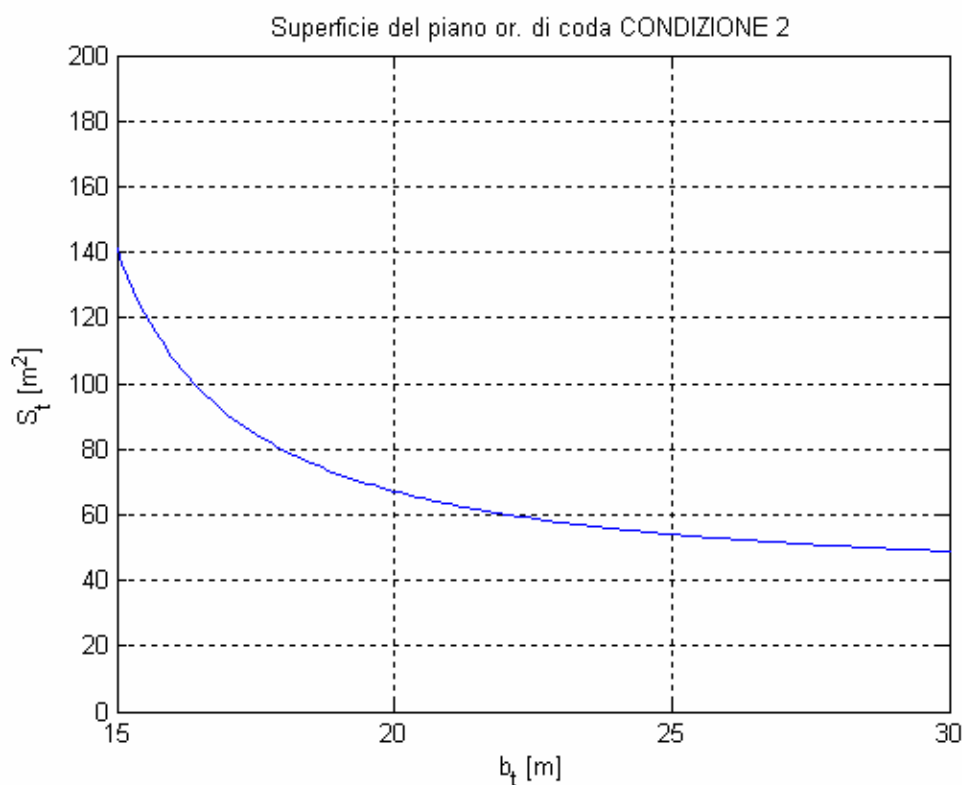


Fig. 14 : Diagramma della seconda condizione per il dimensionamento del piano di coda orizzontale.

- DIMENSIONAMENTO**

Tenendo conto delle limitazioni fornite da entrambe le curve $S_i(b_i)$ appena ricavate, è possibile effettuare la scelta del punto di progetto del piano di coda orizzontale. Nel grafico di seguito proposto, vengono visualizzati i suddetti diagrammi insieme con le curve “iso allungamento alare” per valori di quest’ultimo pari a 3, 4, 5 e 6. Viene, inoltre, evidenziato il punto relativo all’787.

Una scelta opportuna si rivela essere proprio tale punto: si assume, dunque, che



$$b_t = 21 \cdot m$$

$$S_t = 90,7 \cdot m^2$$

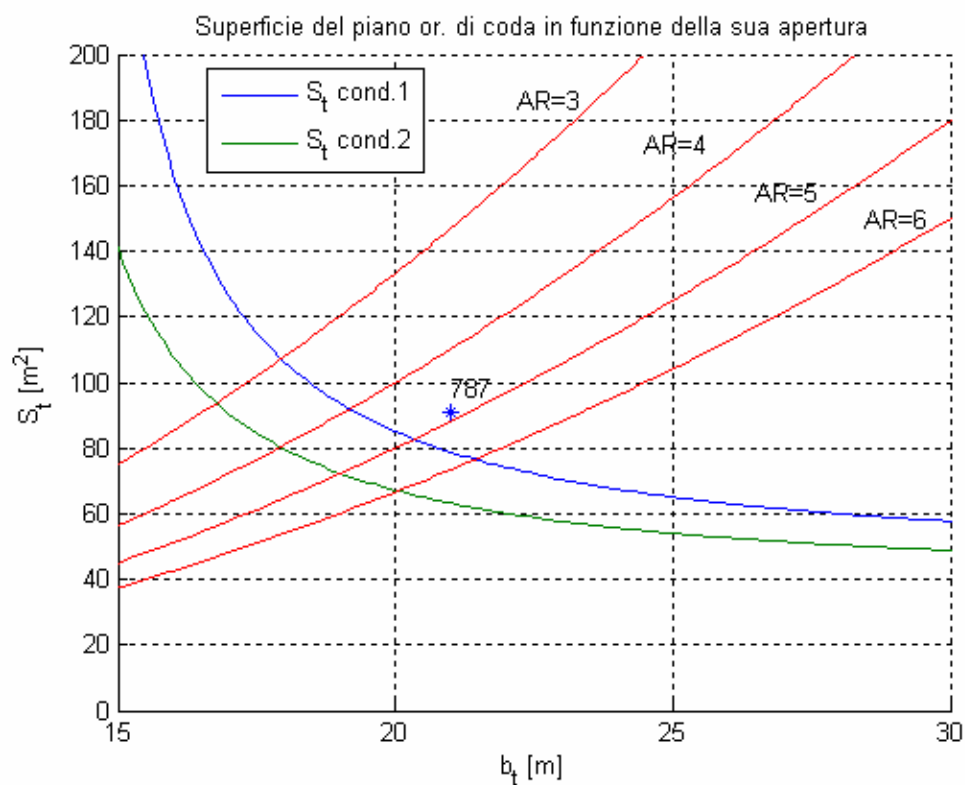


Fig. 15 : Diagramma per il dimensionamento del piano orizzontale di coda.