

## Capitolo 7 : Piano verticale

Il dimensionamento del piano verticale è effettuato, come sempre, sulla base di una condizione critica scelta opportunamente. Usualmente tale condizione è il decollo con un motore piantato.

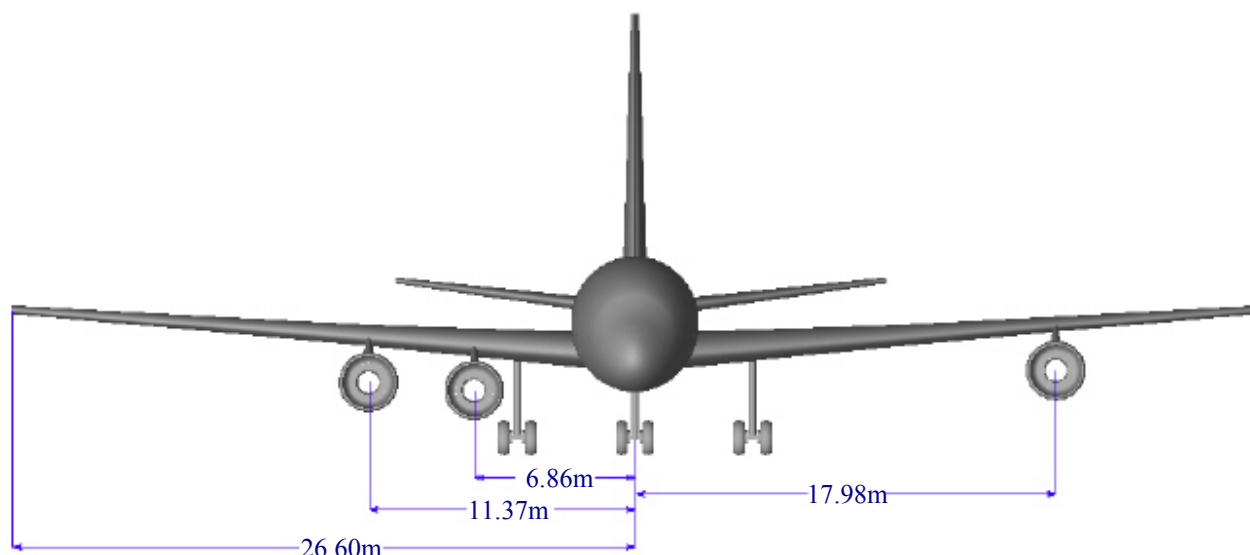


Figura 7.1: Posizione dei motori lungo l'apertura alare

Il posizionamento dei motori è stato scelto, con riferimento al lavoro di A.Tobias, S.Withcomb e Marco Villa, in modo da annullare i momenti di rollio e imbardata, dovuti non solo alla spinta, ma anche all'interferenza con la fusoliera, per il Boeing 757-3JT.

Data la particolare configurazione del velivolo in esame, il motore critico è quello più esterno, poiché, avendo il braccio maggiore rispetto al centro di massa del velivolo, qualora non dovesse fornire spinta genera uno squilibrio maggiore. Analogamente si considera il baricentro del velivolo nella posizione massima arretrata (42% della corda media aerodinamica), poiché è la più gravosa, e quindi dimensionante, per il piano verticale. Il momento di imbardata da contrastare, in tale condizione, può essere agevolmente ricavato dai valori riportati nella sottostante tabella:

Posizione massima arretrata del baricentro del velivolo	$X_{cg} (\%C_{ma})$	0.42
Distanza dell'asse del motore dal piano di simmetria del velivolo	$L_p (m)$	17.98
Distanza del baricentro dal fuoco del piano di coda verticale	$L_v (m)$	21.07
Peso massimo al decollo	$W_{TO} (kg)$	137890
Velocità di stallo in configurazione di decollo	$V_{STTO} (m/s)$	59.3
Spinta massima di un motore	$T (kg)$	12640
Rapporto delle pressioni dinamiche	$\eta_v$	0.95

Tabella 7.1: dati per il dimensionamento del piano verticale

Ricordando che la spinta al decollo è funzione della velocità secondo la relazione:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - 2,25 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty} + 4,34 \cdot 10^{-6} \cdot V_{\infty}^2$$

si può ottenere una espressione che lega direttamente il momento alla velocità del velivolo:

$$M = (1 - 2,25 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty} + 4,34 \cdot 10^{-6} \cdot V_{\infty}^2) \cdot T_0 \cdot l_p$$

La velocità da considerare è la cosiddetta “*velocità minima di controllo*”, pari, come specificato dalle normative, a 1.2 volte la velocità di stallo al decollo, e che, per il velivolo in esame, vale 71 m/s (255 km/h). Il momento di cui sopra deve essere equilibrato dal momento aerodinamico fornito dal piano di coda verticale, calcolabile come:

$$M_v = \left[ \left( \frac{1}{2} \rho_0 V_{\infty}^2 \right) \eta_v S_v a_v \tau \delta_v \right] l_v$$

Dove  $S_v$  è la superficie del piano verticale,  $a_v$  è la pendenza della retta di portanza del piano,  $\tau$  è il fattore di efficacia del timone e  $\delta_v$  è l'angolo massimo di deflessione della superficie mobile. La valutazione di questi parametri, in questa fase del progetto, può essere fatta solo partendo da valori di riferimento, scelti per confronto con velivoli appartenenti alla stessa categoria, in modo da avviare un processo iterativo che vada eventualmente a convergenza. Nel seguito dunque, si assumeranno valori di tentativo per alcuni parametri del piano verticale, al fine di ricavare, dall'equilibrio del velivolo attorno all'asse verticale, il valore della superficie del piano.

Cominciando dall'efficienza  $\tau$ , essa può essere ricavata dal grafico di *Figura 6.3*, in base al rapporto scelto tra la superficie del timone e dell'intero piano verticale, oltre che al valore massimo di deflessione del timone. Scegliendo  $S_r/S_v = 0,35$  e  $\delta_{\max} = 25^\circ$ , risulta  $\tau = 0,55$ .

Risulta necessario a questo punto ipotizzare un valore per l'allungamento del piano verticale; il BOEING 757, velivolo di riferimento per questo progetto, monta un piano con le seguenti specifiche:  $S_v = 45,7 \text{ m}^2$ ,  $b_v = 8,33 \text{ m}$ ,  $AR_v = 1,51$ ,  $\Lambda_{c/4} = 25^\circ$ ; è ragionevole supporre che le dimensioni finali saranno prossimi a questi valori.

Due relazioni sono state utilizzate per determinare la coppia  $(S_v, AR_v)$  più adatta; la prima è l'equilibrio del velivolo intorno all'asse verticale, nella condizione di decollo critica specificata in precedenza, esplicitata rispetto al coefficiente angolare della retta di portanza del piano:

$$a_v = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho_0 V_{\infty}^2 \eta_v \tau \delta_v l_v} \frac{1}{S_v}$$

La seconda invece è la relazione che lega il suddetto coefficiente angolare ai parametri geometrici di un'ala, ovverosia freccia e allungamento, oltre a considerare gli effetti della comprimibilità (trascurabili però alle velocità a cui avviene il decollo)

$$a_v = \frac{2\pi \cdot AR_v}{2 + \sqrt{\frac{AR_v^2 \cdot \beta^2}{K^2} \left( 1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/4}}{\beta^2} \right)} + 4}$$

con:

$$\beta^2 = 1 - M^2$$

$$K = \frac{C_{l\alpha pm} \cdot \beta}{2\pi}$$

In questa ultima relazione si è utilizzato un valore del  $C_{l\alpha}$  del profilo medio del piano verticale di  $6.3 \text{ rad}^{-1}$ , ricavato considerando i profili tipicamente utilizzati per gli impennaggi nei velivoli da trasporto a getto.

Tramite la prima equazione, sono stati trovati i valori di  $a_v$  corrispondenti a diverse possibili superfici del piano, tutte comprese tra 40 e  $50 \text{ m}^2$ . La seconda formula, invece, è stata usata per ricavare, iterativamente, i valori di  $AR_v$  ai quali corrispondono i diversi  $a_v$  ottenuti precedentemente. Si è così giunti alla determinazione di una serie di possibili coppie  $(S_v, a_v)$ , tutte in grado di soddisfare la condizione di equilibrio.

Tali risultati sono esposti nella tabella seguente:

$S_v \text{ (m}^2\text{)}$	$a_v \text{ [1/rad]}$	$AR_v$
40	3,069432	2,87
41	2,994568	2,74
42	2,923269	2,62
43	2,855286	2,51
44	2,790393	2,41
45	2,728384	2,32
46	2,669071	2,24
47	2,612283	2,16
48	2,55786	2,09
49	2,505659	2,03
50	2,455546	1,97

Tabella 7.2: determinazione di  $S_v$  e  $AR_v$

Tra le diverse possibilità, è stata scelta quella che risultasse il miglior compromesso tra una superficie non troppo estesa (per minimizzare la resistenza parassita del piano di coda) e un'apertura non troppo grande (per non pregiudicare la rigidità del piano). Inoltre bisogna tenere conto dell'effetto benefico del piano orizzontale che, poiché posto alla base del piano verticale, costituisce uno schermo per la corrente che investe il piano verticale, migliorandone notevolmente l'efficienza aerodinamica. L'allungamento ottenuto va quindi inteso come “effettivo”, ossia il piano reale può essere ridotto, secondo la relazione

$$AR_v = \frac{AR_{veff}}{1.55} = 1.50$$

In definitiva, i parametri geometrici del piano di coda possono essere riassunti nella seguente tabella:

Superficie ( $S_v$ )	$45 \text{ m}^2$
Apertura ( $b_v$ )	8.10 m
Allungamento alare ( $AR_v$ )	1.40
Freccia a un quarto della corda ( $\Lambda_{c/4}$ )	$25^\circ$
Rapporto superfici ( $S_r/S_v$ )	0.35
Deflessione massima del timone ( $\delta_{max}$ )	$25^\circ$
Corda di radice	7.66 m
Corda di estremità	3.45 m
Rapporto di rastremazione ( $\lambda$ )	0.32

Tab 7.3: Parametri geometrici del piano verticale

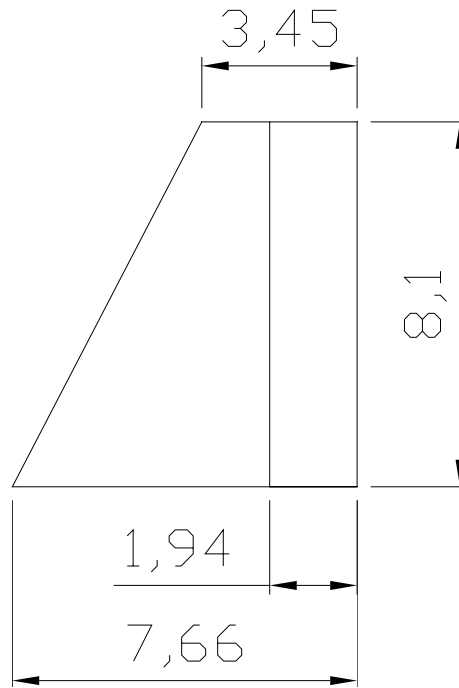


Figura 7.2: Disegno preliminare del piano verticale

#### ▪ Stabilità statica direzionale a comandi bloccati

Per misurare la stabilità statica direzionale del velivolo, è necessario valutarne l'indice  $C_{n\beta}$ , cioè la derivata del momento di imbardata rispetto all'angolo di derapata. Si dirà che il velivolo è staticamente stabile se, in seguito a una perturbazione dell'angolo  $\beta$ , il  $C_{n\beta}$  è tale da generare un momento che tenda a ridurre la perturbazione stessa a zero. In base a un principio di linearità, l'indice di stabilità può essere calcolato come somma dei contributi delle diverse parti del velivolo:

$$C_{n\beta} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_{int} + (C_{n\beta})_{fus} + (C_{n\beta})_T + (C_{n\beta})_t$$

Nel seguito vengono calcolati i diversi contributi:

##### Ala

Il contributo dell'ala è funzione del solo angolo di freccia:

$$(C_{n\beta})_w = -0.00006(\Lambda_{c/4})^{1/2} = -0.0023 \quad 1/^\circ$$

##### Fusoliera

Il contributo di fusoliera può essere calcolato con la seguente formula semi-empirica, proposta dalla NASA:

$$(C_{n\beta})_{fus} = \frac{0.96}{57.3} K_\beta \left( \frac{S_{side}}{S} \right) \left( \frac{L_{fus}}{b} \right) \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^{1/2} \left( \frac{w_2}{w_1} \right) = 0.000973 \quad 1/^\circ$$

Dove  $S_{side}$  è la superficie laterale della fusoliera,  $(h_1, w_1)$  e  $(h_2, w_2)$  le sue dimensioni caratteristiche ad  $1/4$  e  $3/4$  della lunghezza e  $K_\beta$  è un parametro, funzione della posizione del baricentro del velivolo, ricavabile dal grafico sottostante.

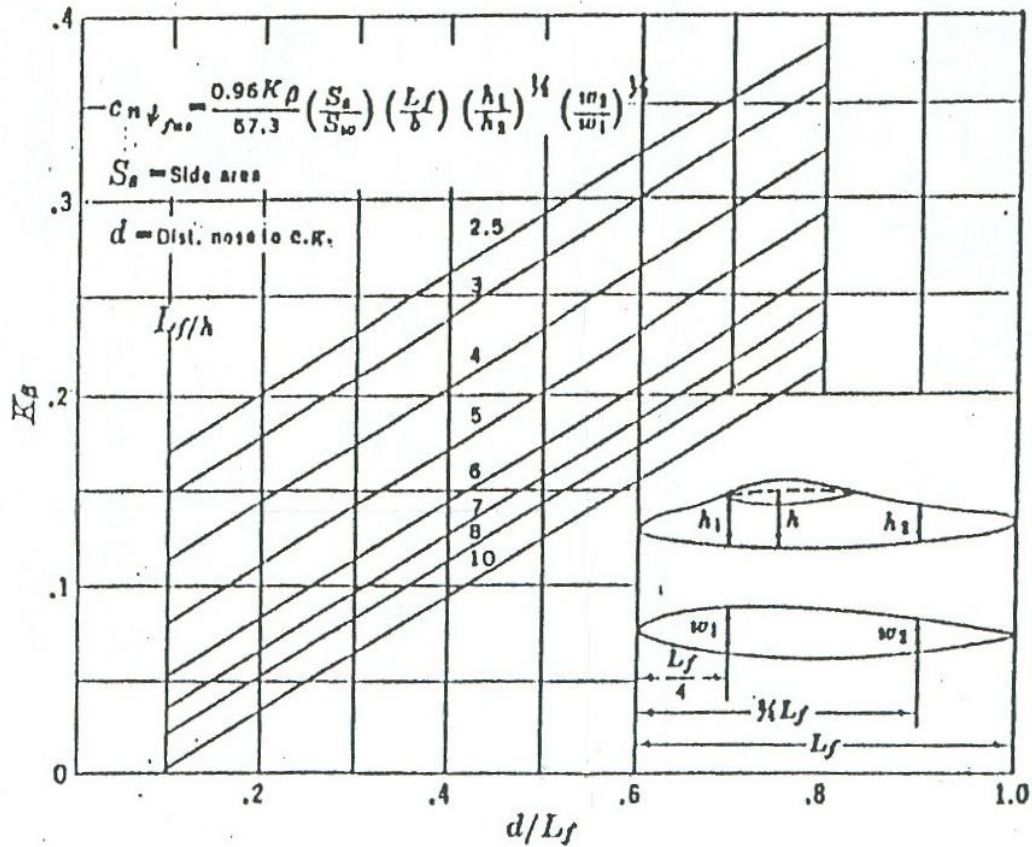


Figura 7.3: Determinazione del parametro  $K_\beta$

#### Interferenza ala – fusoliera

Per velivoli ad ala bassa, il contributo di interferenza all'indice di stabilità laterale può essere trascurato.

#### Motori

Uno dei criteri per il posizionamento dei tre motori lungo l'apertura alare è stato l'equilibrio dei tre vettori di spinta intorno all'asse verticale. Di conseguenza il contributo dei motori all'indice di stabilità laterale è nullo.

#### Impennaggio verticale

Il contributo dell'impennaggio verticale è calcolabile dalla seguente relazione:

$$(C_{n\beta})_i = -a_v \eta_v \left( 1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \frac{S_v}{S_w} \frac{b_v}{b}$$

In essa, il contributo di sidewash può essere calcolato separatamente, a partire dai parametri geometrici dell'ala:

$$\eta_v \left( 1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) = 0.724 + 3.06 \frac{S_v/S}{1 + \cos \Lambda_{c/4}} + 0.4 \frac{z_w}{d} + 0.009 AR = 0.890$$

Dove  $z_w/d$  misura la posizione dell'ala rispetto all'asse di riferimento della fusoliera. Quindi, il contributo alla stabilità direzionale del piano verticale risulta pari a  $-0.00210$   $1/^\circ$ .

In definitiva, l'indice di stabilità laterale è pari a:

$$C_{n\beta} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_{fus} + (C_{n\beta})_t = -0.00230 + 0.00977 - 0.00210 = -0.00345 \quad 1/^\circ$$

### ▪ Stabilità statica direzionale a comandi liberi

Il calcolo dell'indice di stabilità relativamente alla condizione di comandi liberi è del tutto analogo a quello per i comandi bloccati e inoltre i contributi di ala e fusoliera rimangono invariati. Quello che cambia è il contributo del piano di coda, che può essere ricalcolato tramite la seguente espressione, che in effetti è una generalizzazione di quella usata al paragrafo precedente:

$$(C_{n\beta})_t = \left[ -a_v \eta_v \left( 1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \frac{S_v}{S_w} \frac{b_v}{b} \right] \left( 1 - \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right)$$

Per il calcolo delle quantità  $C_{h\alpha}$  e  $C_{h\delta}$  è possibile fare riferimento ai grafici riportati in *Figura 6.4*. In questa prima fase di progettazione, sono state utilizzate le misure del timone del BOEING 757. Risulta che  $C_{h\alpha} = -0.162$   $1/^\circ$  e  $C_{h\delta} = -0.347$   $1/^\circ$ .

Di conseguenza, a comandi liberi  $(C_{n\beta})_t = -0.00157$   $1/^\circ$ , e quindi l'indice di stabilità totale è pari a:

$$C_{n\beta} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_{fus} + (C_{n\beta})_t = -0.00230 + 0.00977 - 0.00157 = -0.00291 \quad 1/^\circ$$

### ▪ Controllo direzionale

La potenza di controllo si ottiene dalla seguente relazione:

$$C_{n\delta} = -a_v \tau \frac{S_v}{S} \frac{b_v}{b} \eta_v = -0.0013 \quad 1/^\circ$$

### ▪ Raffica laterale

In presenza di raffica laterale, l'equilibrio all'imbardata del velivolo è espresso dalla seguente relazione:

$$\left( \frac{1}{2} \rho_0 V_\infty^2 S b \right) C_{n\beta} \beta = \left( \frac{1}{2} \rho_0 V_\infty^2 S b \right) a_v \tau \delta_v l_v$$

Questa formula permette di calcolare l'angolo di deflessione del timone  $\delta$  necessario ad equilibrare l'effetto di una raffica la cui direzione forma un angolo  $\beta$  con l'asse di fusoliera. Invertendo la relazione risulta:

$$\delta_v = \frac{1}{\eta} \frac{S b C_{n\beta}}{S_v a_v \tau l_v} \beta = -1.297 \cdot \beta$$