



Capitolo 10. Impennaggio verticale.

10.1. Introduzione.

Dal punto di vista progettuale, la condizione più critica per il dimensionamento dell'impennaggio verticale, generalmente, si ha nel caso di una piantata del motore critico in condizioni di decollo. Nel caso del Boeing 787, la spinta generata dal motore produce un momento di imbardata che può essere calcolato con i dati riportati nella tabella di seguito riportata :

Posizione massima arretrata del baricentro del velivolo	X_{cg} (%cma)	30
Distanza dell'asse del motore dal piano di simmetria del velivolo	l_p [m]	19.1
Distanza del baricentro del velivolo dal fuoco del piano di coda verticale	l_v [m]	20.5
Peso massimo al decollo	MTOW [kg]	230500
Velocità di stallo in decollo	V_s [km/h]	327
Spinta massima di un motore	T_0 [N]	395000
Rapporto delle pressioni dinamiche	η_v	0.9

Tabella 1 : Dati utili per il dimensionamento dell'impennaggio verticale.



Poiché la spinta al decollo risulta essere funzione della velocità secondo la relazione (vedi Capitolo 7):

$$\frac{T}{T_0} = 1 - 2.52 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty} + 4.34 \cdot 10^{-6} \cdot V_{\infty}^2$$

Il momento risulta essere una funzione della velocità:

$$M_T = T_0 \cdot (1 - 2.52 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty} + 4.34 \cdot 10^{-6} \cdot V_{\infty}^2) \cdot l_p = 7.54 \cdot 10^6 - 19.01 \cdot 10^3 \cdot V_{\infty} + 32.74 \cdot V_{\infty}^2$$

L'impennaggio verticale, dunque, deve essere in grado di fornire un momento di imbardata M_v in grado di equilibrare il momento esplicito dalla spinta del motore operativo. Tale momento stabilizzante è dato dalla relazione:

$$M_v = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_{\infty}^2 \right) \cdot \eta_v \cdot S_v \cdot C_Y^v \right] \cdot l_v$$

Dall'espressione del momento di imbardata M_v , si può notare una dipendenza della superficie del coefficiente di devianza del piano verticale di coda e del C_Y^v che si trova calcolando la relazione riportata sotto, in cui compare il fattore di efficacia del timone, il suo angolo di deflessione e il coefficiente angolare della curva di portanza dell'impennaggio verticale :



$$C_Y^v = a_v \cdot \tau \cdot \delta_v$$

Il fattore τ di efficacia, così come nel caso dell'impennaggio orizzontale (vedi Capitolo 9), può essere determinato, una volta assegnato un valore di primo tentativo al rapporto $\frac{S_r}{S_v}$, tra la superficie del timone e la superficie dell'intero impennaggio verticale, attraverso il diagramma seguente:

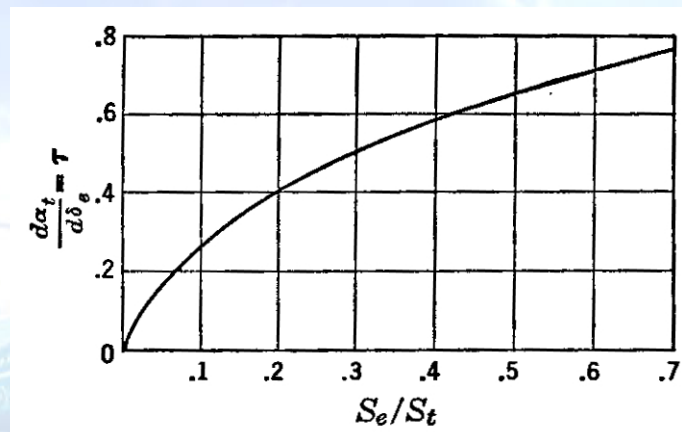


Fig. 1 : Diagramma per il calcolo del fattore di efficacia τ .

Poiché l'angolo di deflessione massimo del timone è pari a $\delta_v = 25^\circ$ ed

assumendo $\frac{S_r}{S_v} = 0.270$, si ricava che:

$$\tau \cong 0.270$$



Il coefficiente angolare della curva di portanza dell'impennaggio verticale a_v risulta essere funzione dell'allungamento effettivo nonché del coefficiente della retta di portanza del profilo medio $a_o^v = 0.083$:

$$a_v = \frac{a_o^v}{1 + \frac{a_o^v \cdot 57.3}{\pi \cdot AR_{eff}^v}}$$

In questo modo risulta necessario assegnare un valore orientativo sia alla superficie del piano verticale che al suo allungamento. Assumendo $S_v = 60 \cdot m^2$ e $b_v = 8.7 \cdot m$, si ricava quanto riportato :

$$AR_{eff}^v = 1.55 \cdot AR^v = 1.55 \cdot \frac{b_v^2}{S_v} = 1.55 \cdot 1.26 = 1.95$$

Quindi, si ha:

$$a_v = \frac{a_o^v}{1 + \frac{a_o^v \cdot 57.3}{\pi \cdot AR_{eff}^v}} = 0.032$$

ed infine

$$C_Y^v = a_v \cdot \tau \cdot \delta_v = 0.004$$



Il momento di imbardata è :

$$M_v = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_\infty^2 \right) \cdot \eta_v \cdot S_v \cdot C_Y^v \right] \cdot l_v = 10.54 \cdot S_v \cdot V_\infty^2$$

Uguagliando le espressioni ottenute per i momenti di imbardata, si ha

$$M_T = M_v \quad \Leftrightarrow \quad 7.54 \cdot 10^6 - 19.01 \cdot 10^3 \cdot V_\infty + 32.74 \cdot V_\infty^2 = 10.54 \cdot S_v \cdot V_\infty^2$$

Dalla formula assumendo come incognita la superficie dell'impennaggio verticale, si ottiene che :

$$S_v = \frac{7.54 \cdot 10^6 - 19.01 \cdot 10^3 \cdot V_\infty + 32.74 \cdot V_\infty^2}{10.54 \cdot V_\infty^2} =$$

Adesso si impone che la V_∞ risulti essere uguale alla velocità minima di controllo (la quale è a sua volta pari a $1.2 \cdot V_s$) e si ricava la S_v .

$$V_\infty = V_{m.c.} = 1.2 \cdot V_s \cong 392 \cdot \frac{km}{h} = 91 \cdot \frac{m}{s} \quad \Rightarrow \quad S_v \cong 69 \cdot m^2$$

Il valore ricavato in seguito è stato ottenuto tenendo un allungamento geometrico del piano verticale uguale a quello considerato in precedenza, e cioè pari a 1.95



$$b_v \cong 11.3 \cdot m$$

Abbiamo quindi verificato la buona scelta delle superficie e dell'apertura del piano di coda .

10.2. Stabilità statica direzionale a comandi bloccati.

Attraverso la derivata del coefficiente di momento di imbardata rispetto all'angolo di derapata cioè di Cn_β viene calcolata la stabilità statica direzionale. Il valore dell'indice Cn_β è dato dalla somma dei contributi relativi alle principali parti del velivolo. Nel caso del Boeing 787 si ha quanto segue:

$$Cn_\beta = (Cn_\beta)_w + (Cn_\beta)_{interf} + (Cn_\beta)_{fus} + (Cn_\beta)_{tail}$$

Ala

Il contributo dell'ala dipende dall'angolo di freccia. Si ha:

$$(Cn_\beta)_w = -0.00006 \cdot \left(\Lambda_{\frac{c}{4}} \right)^{\frac{1}{2}} = -0.000034 \cdot \frac{1}{\text{deg}}$$



Fusoliera

Per la fusoliera il contributo si può calcolare attraverso il metodo delle strisce con la formula riportata di seguito, in modo del tutto analogo a quanto si è visto nella

stabilità statica longitudinale :

$$(Cn_{\beta})_{fus} = \frac{\pi \cdot (K_2 - K_1)}{114.6 \cdot S_w \cdot b_w} \cdot \sum_{i=1}^n w_{fi}^2 \cdot \Delta x_i = 0.00297 \cdot \frac{1}{\text{deg}}$$

Questa volta, però, la w_{fi} rappresenta essere l'altezza della sezione i-esima di fusoliera.

n	Δx [m]	WF [m]	W ² F [m ²]	$\Delta x \cdot W^2F$
1	4,65	4,77	22,75	22,1805
2	4,65	5,56	30,91	25,854
3	4,65	5,56	30,91	25,854
4	4,65	5,56	30,91	25,854
5	4,65	5,56	30,91	25,854
6	4,65	5,56	30,91	25,854
7	4,65	5,56	30,91	25,854
8	4,65	5,56	30,91	25,854
9	4,65	5,56	30,91	25,854
10	4,65	5,16	26,63	23,994
11	4,65	3,58	12,82	16,647
12	4,65	1,99	3,96	9,2535
13	4,65	1,2	1,44	5,58

Tabella 2 : Dati per il calcolo del contributo della fusoliera alla stabilità statica direzionale.



Interferenza ala-fusoliera

Nel caso del nostro velivolo è presente una configurazione di ala bassa, quindi è possibile trascurare il contributo dato alla stabilità statica direzionale dell'interferenza tra ala e fusoliera. Quindi

$$(Cn_{\beta})_{interf} = 0$$

Impennaggio verticale

Il contributo dell'impennaggio verticale è dato dalla seguente relazione

$$(Cn_{\beta})_{tail} = -a_v \cdot \eta_v \cdot \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} = -0.000245 \cdot \frac{1}{\text{deg}}$$

In essa, si può notare che il fattore dovuto al *sidewash* può essere calcolato attraverso la seguente formula:

$$\eta_v \cdot \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right) = 0.724 + 3.06 \cdot \frac{S_v/S_w}{1 + \cos \Lambda_{\frac{c}{4}}^{wing}} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{d} + 0.009 \cdot AR_w = 0.025$$

dove $\frac{z_w}{d} = -0.589$ che misura la posizione dell'ala rispetto all'asse di

riferimento di fusoliera. Complessivamente, si ottiene il seguente risultato.



$$Cn_{\beta} = (Cn_{\beta})_w + (Cn_{\beta})_{fus} + (Cn_{\beta})_{tail} = -0.000034 + 0.00297 - 0.000245 = -0.002691 \frac{1}{\text{deg}}$$

10.3. Stabilità statica direzionale a comandi liberi.

In questo tipo di configurazione cioè relativo alla condizione di comandi liberi il calcolo del Cn_{β} , si esegue con il metodo del paragrafo precedente. Inoltre, i contributi di ala, fusoliera e dell'interferenza di queste due sono gli stessi del caso precedente; l'unico contributo che varia è quello legato all'impennaggio verticale. Infatti, si ha che:

$$(Cn_{\beta})_{tail} = \left[-a_v \cdot \eta_v \cdot \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} \right] \cdot \left(1 - \tau \cdot \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right)$$

Le quantità $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ possono essere determinate con gli stessi grafici adoperati dal McCormick per l'equilibratore nel Capitolo 9. Considerando che :

$$\frac{c_r}{c_v} = 0.048 \quad ; \quad \frac{t}{c_r} = 5.02\% \quad ; \quad \frac{1}{AR_r} = 0.1149$$

$$BR = \sqrt{\left(\frac{c_b}{c_l} \right)^2 - \left(\frac{t}{2 \cdot c_l} \right)^2} = 0.290$$



Dai diagrammi si ricava quanto segue:

$$k_1\left(\frac{c_r}{c_v}\right)=1.00 \quad k_1(BR)=0.510 \quad k_1\left(\frac{t}{ct}\right)=1.09 \quad k_1\left(\frac{1}{AR_t}\right)=0.320$$

$$C_{h\delta} = -\frac{0.190}{rad} = -\frac{0.00332}{deg}$$

$$k_2\left(\frac{c_r}{c_v}\right)=1.00 \quad k_2(BR)=0.320 \quad k_2\left(\frac{t}{c_v}\right)=1.09 \quad k_2\left(\frac{1}{AR_v}\right)=0.620$$

$$C_{h\delta} = -\frac{0.190}{rad} = -\frac{0.00332}{deg}$$

Il contributo del piano verticale di coda alla stabilità statica direzionale a comandi liberi è dato da

$$(Cn_{\beta})_{tail} = \left[-a_v \cdot \eta_v \cdot \left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} \right] \cdot \left(1 - \tau \cdot \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) = -0.0002450.768 = -0.000188 \frac{1}{deg}$$

Per il velivolo completo vale, infine,



$$C_{n_\beta} = (C_{n_\beta})_w + (C_{n_\beta})_{fus} + (C_{n_\beta})_{tail} = -0.00034 + 0.00297 - 0.000188 = -0.002442 \frac{1}{\text{deg}}$$

10.4. Controllo direzionale.

La potenza di controllo del timone di direzione può essere determinata attraverso la seguente relazione:

$$C_{n_\delta} = -a_v \cdot \tau \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} \cdot \eta_v = -0.002198 \frac{1}{\text{deg}}$$

10.5. Rafficca laterale.

In presenza di un flusso derapato di un angolo β , l'equilibrio dei momenti intorno all'asse di imbardata è espresso dalla seguente equazione:

$$\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_\infty \cdot V_\infty^2 \cdot S_w \cdot b_w \right) \cdot C_{n_\beta} \cdot \beta = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \rho_v \cdot V_v^2 \cdot S_v \right) \cdot a_v \cdot \tau \cdot \delta_v \right] \cdot l_v$$

A partire da questa relazione, è possibile ricavare l'angolo di cui dovrà deflettere il timone di direzione affinché possa garantire l'equilibrio all'imbardata del velivolo, in presenza di un flusso derapato di un angolo β .



$$\delta_v = \frac{1}{\eta_v} \cdot \frac{S_w \cdot b_w \cdot Cn_\beta}{S_v \cdot a_v \cdot \tau \cdot l_v} \cdot \beta \cong -1.099 \cdot \beta$$

In corrispondenza di angoli β pari a 5° e 10° , si rendono necessarie deflessioni del timone rispettivamente pari a -5.495° e -10.99° .



Fig. 2 : Impennaggio orizzontale e verticale del Boeing 787.

