

## Esercitazione VII : Dimensionamento del piano di coda

### PIANO DI CODA ORIZZONTALE

Si è scelto un piano di coda orizzontale di tipo stabilizzatore – equilibratore, di profilo NACA 0012, con angolo di freccia pari a  $16^\circ$ , e con un rapporto di rastremazione di 0.7.

Viene scelto poi un rapporto  $c_t/c_e$  tra la corda totale e la corda dell'equilibratore pari a 0.30.

È possibile dimensionare il piano tenendo conto di due condizioni critiche, che il piano stesso deve poter soddisfare:

1. condizione di minimo margine di stabilità a comandi liberi con baricentro massimo arretrato:

$$\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{cl}}} = x_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \bar{V}'_t$$

2. condizione di equilibrio all'atterraggio con baricentro massimo avanzato:

$$C_m = 0 = C_{m_{ACvp}} + \left[ x_a \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}'_t \right] C_{Le} - a_t \bar{V}'_t K(i_{T0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w})$$

Risolvendo le due equazioni in termini di  $S_t$  in funzione di  $b_t$  si ottengono due curve che rappresentano le coppie di valori limiti al di sotto dei quali il piano di coda non garantisce stabilità al velivolo.

La geometria del piano verrà poi determinata scegliendo una coppia di valori di superficie e apertura che si mantengano sufficientemente al di sopra di entrambe le curve.

### Analisi della condizione 1

L'equazione (1), esplicitando  $S_t$  in funzione di  $b_t$ , fornisce:

$$S_t = \frac{(0.05 + x_a) \pi b_t^2}{\left( \frac{a_0 \pi b_t^2}{a} \right) \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left( 1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \frac{l}{S_w c} - (0.05 + x_a) 57.3 a_0}$$

Viene imposto  $\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{cl}}} = -0.05$ , come valore limite massimo accettabile per il margine di stabilità.

Per definizione poi è noto che:

$$a_t = \frac{a_0}{1 + \frac{57.3a_0}{\pi b_t^2 / S_t}}$$

$$\bar{V}'_t = \frac{S_t l}{S_w c}$$

Considerando

$$x_{cg} = 0.30$$

$$x_{ACvp} = 0.1356, \text{ dallo studio della stabilità direzionale del velivolo}$$

$$x_a = x_{cg} - x_{ACvp}$$

$$a_0 = 0.1 \left[ \frac{1}{\%} \right], \text{ per profilo NACA 0012}$$

$$\tau = 0.5, \text{ valutato graficamente in funzione di } S_e/S_c \text{ (cfr grafico 1)}$$

$$l = 15.60 \text{ [m]}$$

Per la determinazione di  $C_{h\alpha}$  e  $C_{h\delta}$  si sono valutati i valori nel caso bidimensionale dai grafici a disposizione (grafico 2) e poi si è corretto in 3D, per un valore finale rispettivamente di

$$C_{h\alpha} = -0.0054$$

$$C_{h\delta} = -0.0127$$

Il downwash è stato valutato dal grafico in funzione dei dati geometrici dell'ala, e tenendo conto delle opportune correzioni a motivo dell'angolo di freccia, si è ricavato il seguente valore:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.53 \frac{a}{AR} \left( \frac{180}{\pi} \right) \cdot 1.03 = 0.3690$$

Inserendo tutti i dati si è ottenuta la prima curva

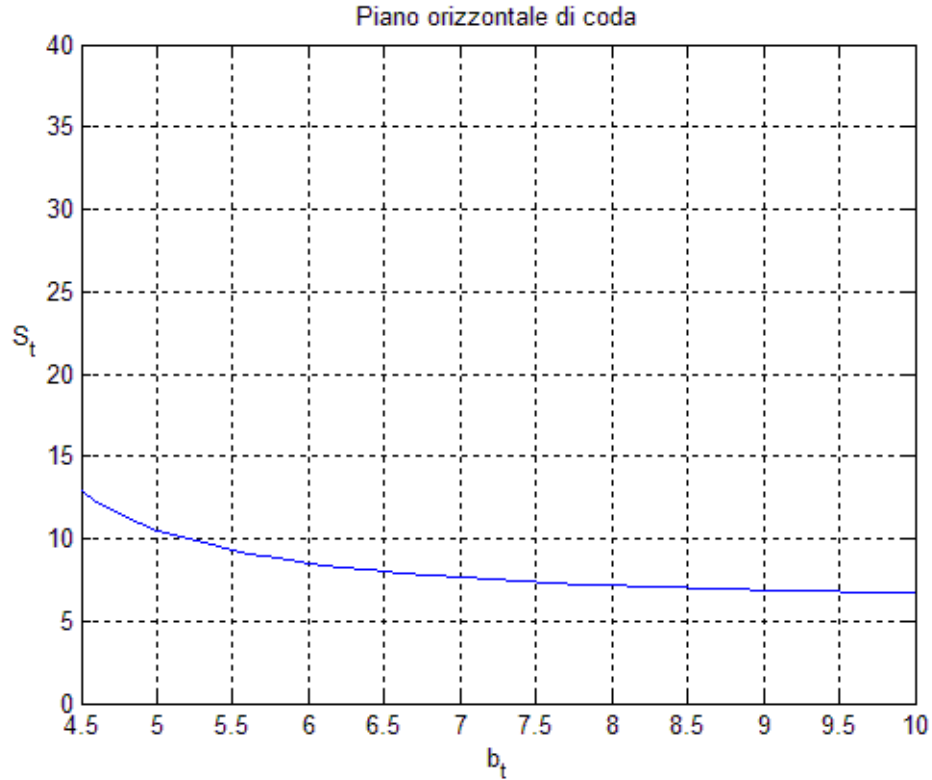


Figura 1: Superficie del piano di coda in funzione dell'apertura. Condizione 1

## Analisi della condizione 2

L'equazione (2), esplicitando  $S_t$  in funzione di  $b_t$ , fornisce:

$$S_t = \frac{\pi b_t^2 (C_{m_{ACvp}} + x_a C_{Le})}{\frac{a_0 \pi b_t^2 C_{Le}}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \frac{l}{S_w c} + a_0 \pi b_t^2 \frac{l}{S_w c} K(i_{T0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}) - 57.3 a_0 (C_{m_{ACvp}} + x_a C_{Le})}$$

In questo caso si considerano i seguenti valori per i parametri di interesse:

$$K = 0.90$$

$$x_{cg} = 0.18$$

$\alpha_{0w} = 8^\circ$ , in configurazione di atterraggio, con flap deflessi

$\delta_e = 25^\circ$ , deflessione massima a cabrare

$$C_{Le} = 2.6$$

Si è considerata un'estensione dei flaps fino al 60% dell'apertura alare, flaps a slot, di corda pari al 25% della corda alare e deflessione massima di  $40^\circ$ .

I gradienti della curve di portanza sono stati moltiplicati per un fattore che tenesse conto dell'effetto suolo:

$$\frac{a_g}{a} = 1.02$$

Il calettamento del piano di coda  $i_{T0}$  si è ricavato imponendo che la deflessione dell'equilibratore in condizioni di crociera sia nulla:

$$\delta_{e_{cr}} = 0 = \frac{\alpha_{0w} - i_{T0}}{\tau} - \frac{C_{m_{ACyp}}}{C_{m\delta}} - \frac{C_{m_{cl}}}{C_{m\delta}} C_{L_{cr}}$$

dove

$$C_{m\delta} = -a_t \bar{V}'_t K \tau \text{ e } C_{m_{CL}} = \frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{cb}}} = x_a - \frac{a_t}{a} \left( 1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \bar{V}'_t.$$

Imponendo un valore plausibile a  $S_t$  e a  $b_t$ , rispettivamente 20 m<sup>2</sup> di superficie e 7 m di apertura, facendo riferimento ai velivoli della stessa categoria, si è ottenuto un angolo di calettamento del piano di coda  $i_{T0} = -3.238^\circ$ .

Anche il downwash risente dell'effetto suolo. In particolare si riduce del 10%:

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 0.3321$$

Da quanto detto si ottiene la curva mostrata in Fig.2.

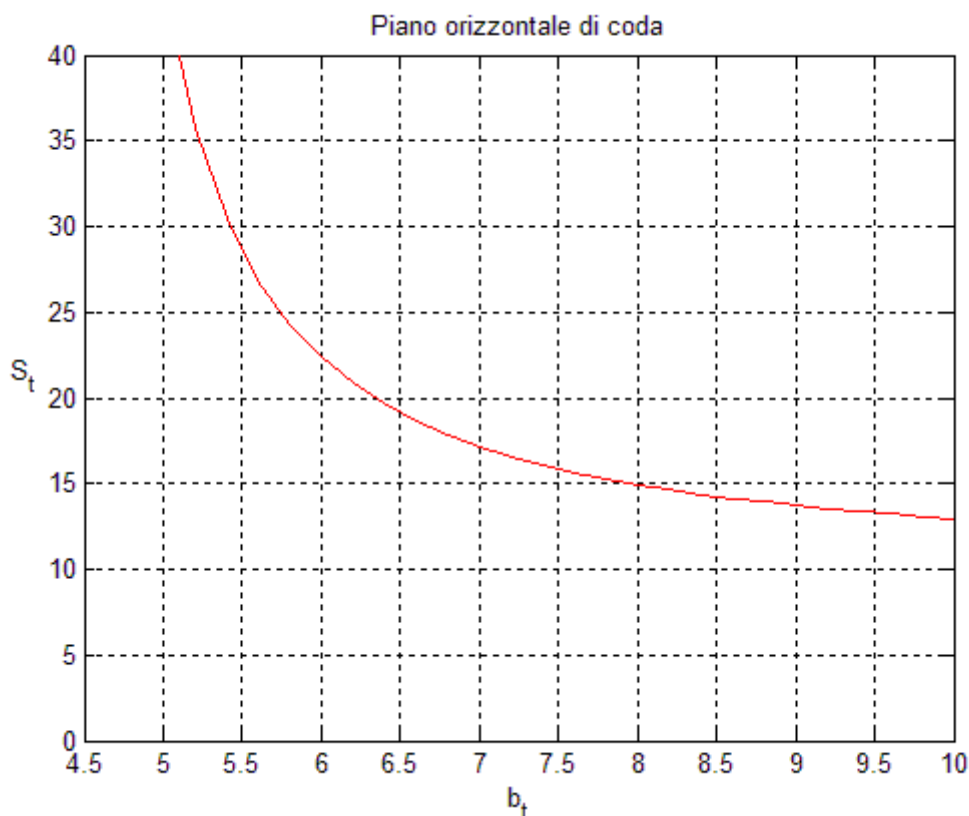


Figura 2: Superficie del piano di coda in funzione dell'apertura. Condizione 2

Sovrapponendo le due curve si ottiene la condizione generale:

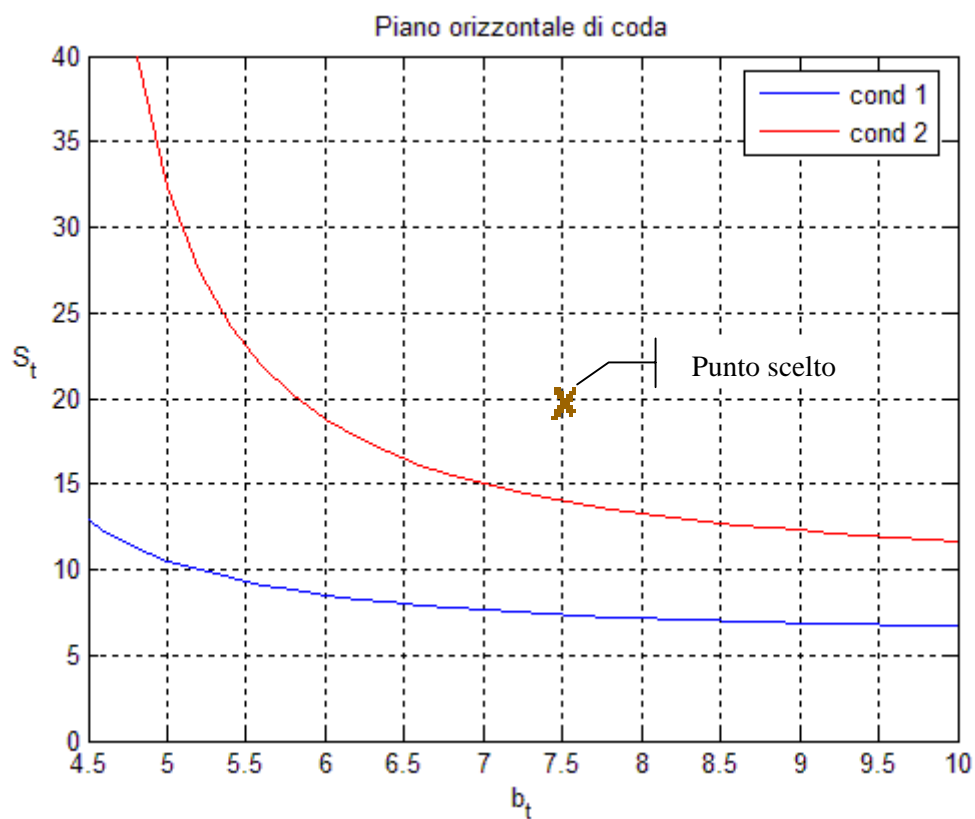


Figura 3: Dimensionamento del piano di coda orizzontale

I valori scelti sono:

$$S_t = 20 \text{ m}^2$$

$$b_t = 7.5 \text{ m}$$

In questo modo si ottiene un rapporto volumetrico del piano

$$V_h = \frac{l_h S_h}{S_w c_w} = 0.66$$

## PIANO DI CODA VERTICALE

Per il dimensionamento del piano verticale si può procedere in prima battuta effettuando un confronto con i velivoli simili e stimare un valore accettabile per il  $C_{n\beta}$ . Una volta definita, infatti, la derivata di stabilità è possibile ricavare il valore del rapporto volumetrico del piano verticale  $\frac{S_V l_V}{S b}$ .

Analizzando i vari contributi, si può esprimere la derivata di stabilità  $C_{n\beta}$  del velivolo con la seguente relazione:

$$C_{n\beta} = (C_{n\beta})_w + (C_{n\beta})_f + (C_{n\beta})_p + (C_{n\beta})_V + \Delta_1 C_{n\beta}.$$

I contributi dovuti all'ala, alla fusoliera, al propulsore, al piano verticale di coda e di interferenza sono calcolati come segue:

1.  $(C_{n\beta})_w = -0.0006(\Lambda_{c/4})^{1/2}$   
con  $\Lambda_{c/4} = 26.925^\circ$ .
2.  $(C_{n\beta})_f = \frac{0.96}{57.3} K_\beta \left( \frac{S_s}{S} \right) \left( \frac{L_f}{b} \right) \left( \frac{h_1}{h_2} \right)^{1/2} \left( \frac{w_2}{w_1} \right)^{1/3}$

dove

- $S_s = 79.4 \text{ m}^2$ : area laterale;
- $L_f = 36.5 \text{ m}$ : lunghezza della fusoliera;
- $h_1 = 2.28 \text{ m}$ : altezza della fusoliera ad  $1/4$  di essa;
- $h_2 = 2.15 \text{ m}$ : altezza della fusoliera a  $3/4$  di essa;
- $w_1 = 2.28 \text{ m}$ : larghezza della fusoliera ad  $1/4$  di essa;
- $w_2 = 2.15 \text{ m}$ : larghezza della fusoliera a  $3/4$  di essa;
- $K_\beta = 0.08$ : tratto dal grafico in funzione di  $d/L_f$  e  $L_f/h$ , con  $d = 13.1 \text{ m}$ ,  $h = 2.28$ .  
(grafico 3)

$$3. (C_{n\beta})_p = 1.5 \frac{\pi D^2 l_p \frac{dC_{yp}}{d\beta} N}{4Sb}$$

con:

- $l_p = 7.4 \text{ m}$ : distanza tra asse del motore e baricentro del velivolo;
- $N = 2$ : numero di propulsori;
- $D = 1.66$ : diametro dei propulsori;

- $\frac{dC_{yp}}{d\beta} = 0.0051$ .

4.  $(C_{n\beta})_V = -a_V \left( 1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \frac{S_V}{S} \frac{l_V}{b} \eta_V$

con:

- $a_V = 0.037$ : pendenza della retta di portanza del piano verticale, in funzione dell'allungamento effettivo  $AR_e$ ;

- $\frac{d\sigma}{d\beta} = -0.26465$ : sidewash, determinato in base alla relazione empirica

$$\eta_V \left( 1 - \frac{d\sigma}{d\beta} \right) = 0.724 + 3.06 \frac{S_V/S}{1 + \cos \Lambda_{c/4w}} + 0.4 \frac{z_w}{d} + 0.009 AR_w;$$

- $S_V$ : superficie del piano verticale, incognita;
- $l_V = 14.6$  m: distanza lungo l'asse x tra fuoco del piano verticale e baricentro del velivolo, supposto al 24% della corda di radice;
- $\eta_V = 0.95$ : rapporto tra la pressione dinamica asintotica e quella sul piano verticale;

5.  $\Delta_1 C_{n\beta} = 0$ : valore tipico per ala bassa.

Imponendo il valore della derivata di stabilità:

$$C_{n\beta} = -0.0020$$

ed esplicitando la sua espressione in termini di  $S_V$ , si ricava la superficie del piano verticale:

$$S_V = 6.1310 \text{ m}^2$$

e il conseguente rapporto volumetrico del piano:

$$V_v = \frac{l_V S_V}{b S_w} = 0.063$$

A questo punto occorre verificare il piano per controllo direzionale e raffica laterale:

- considerando un rapporto  $c_r/c$  tra corda del timone di direzione e corda del piano pari a 0.3, si ottiene un indice di efficacia  $\tau_V = 0.5$ ; si ricava allora il valore della potenza di controllo:

$$C_{n\delta r} = -a_V \tau_V \frac{S_V}{S} \frac{l_V}{b} \eta_V = -0.0011,$$

che risulta accettabile.

- il valore della deflessione del timone di direzione in caso di controllo con vento laterale è dato dalla relazione:

$$\delta_v = \frac{1}{\eta_v} \frac{SbC_{n\beta}}{S_v a_v \tau_v l_v} \beta;$$

considerando vento laterale a 5° e 10° si ottengono deflessioni del timone pari a 9.0207° e 18.0414°, che risultano essere al di sotto del limite tipico di 20°.



**ANGOLO DIEDRO**

La derivata di stabilità  $C_{l\beta}$  del velivolo è data, separando i vari contributi, dalla relazione:

$$C_{l\beta} = C_{l\beta w} + C_{l\beta \Gamma} + C_{l\beta V} + (\Delta C_{l\beta})_1 + (\Delta C_{l\beta})_2,$$

in cui:

$$C_{l\beta w} = -\frac{1+2\lambda}{3(1+\lambda)} C_L \tan \Lambda \left[ \frac{1}{rad} \right]: \text{contributo dovuto all'ala, in cui si tiene conto sia del rapporto}$$

di rastremazione che dell'angolo di freccia;

$C_{l\beta \Gamma} = -0.00021 K_\lambda K_\Lambda K_A \Gamma$ : contributo dovuto all'angolo diedro; i coefficienti  $K_\lambda$ ,  $K_\Lambda$  e  $K_A$  sono ricavabili graficamente in funzione dei rispettivi parametri  $\lambda$ ,  $\Lambda$  e  $A$  (grafico 4);

$$C_{l\beta V} = -a_v \eta_v \frac{S_V}{S} \frac{z_V}{b}: \text{contributo dovuto al piano verticale di coda};$$

$(\Delta C_{l\beta})_1 = 0.0008$ : contributo dovuto all'interferenza ala-fusoliera, valore tipico per ala bassa;

$(\Delta C_{l\beta})_2 = 0.00016$ : contributo dovuto all'effetto dell'ala sul piano verticale, valore tipico per ala bassa.

Esplicitando tale relazione in termini dell'angolo diedro  $\Gamma$  e considerando, oltre alle grandezze già note, i seguenti valori:

$$K_\lambda = 0.94;$$

$$K_A = 0.95;$$

$$K_\Lambda = 1.12;$$

$z_V = 1.05$  m: distanza del fuoco del piano verticale dalla linea media di fusoliera;

$$C_{l\beta} = -0.0010;$$

si ottiene l'incognita cercata:

$$\Gamma = 3.6141^\circ \cong 4^\circ$$

# GRAFICI UTILIZZATI

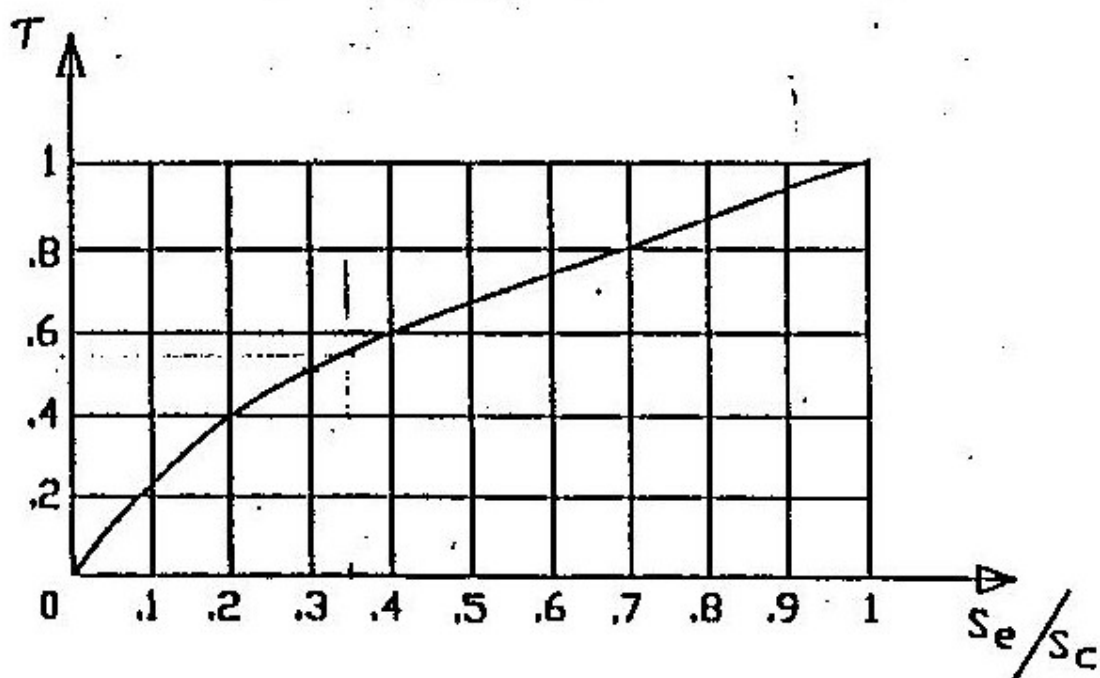


Grafico 1: efficienza delle superfici mobili

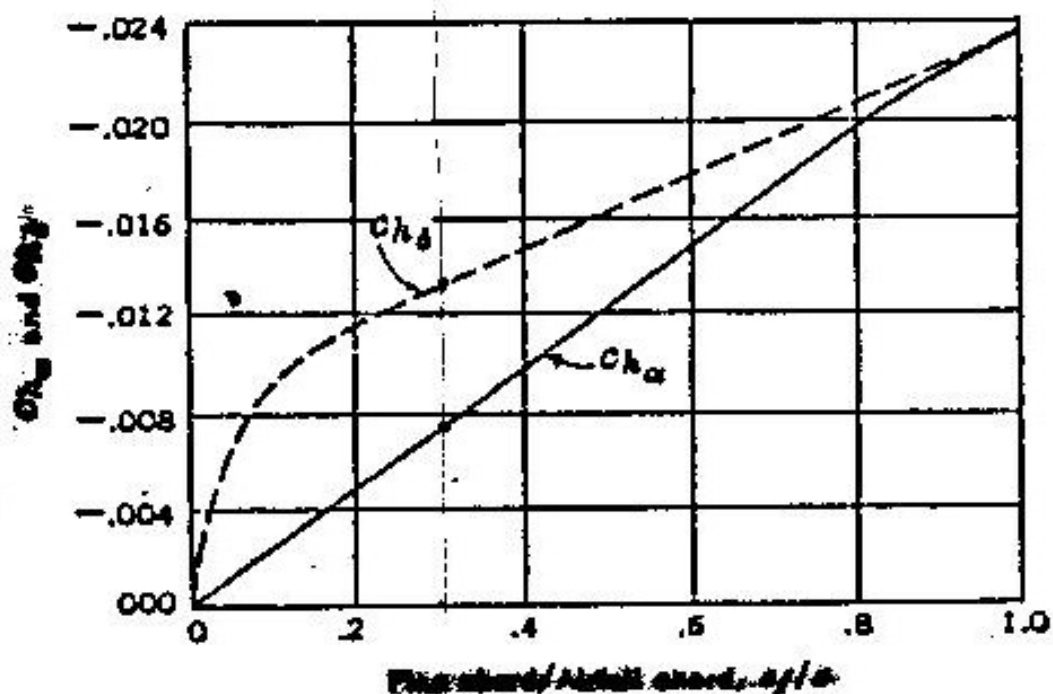


Grafico 2:  $C_{h\_alfa}$  e  $C_{h\_delta}$  in funzione di  $c_{nap}/c$

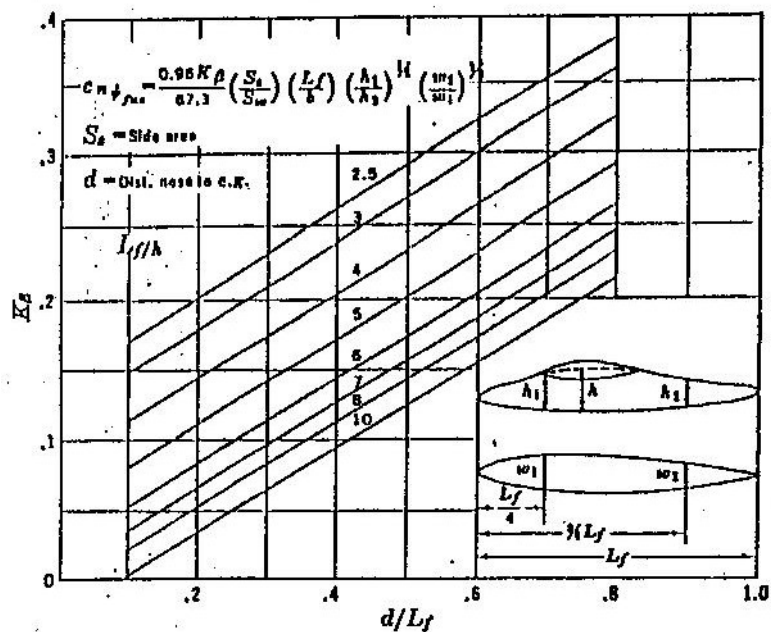


Grafico 3:  $K_{\beta}$  in funzione di  $d/L_f$

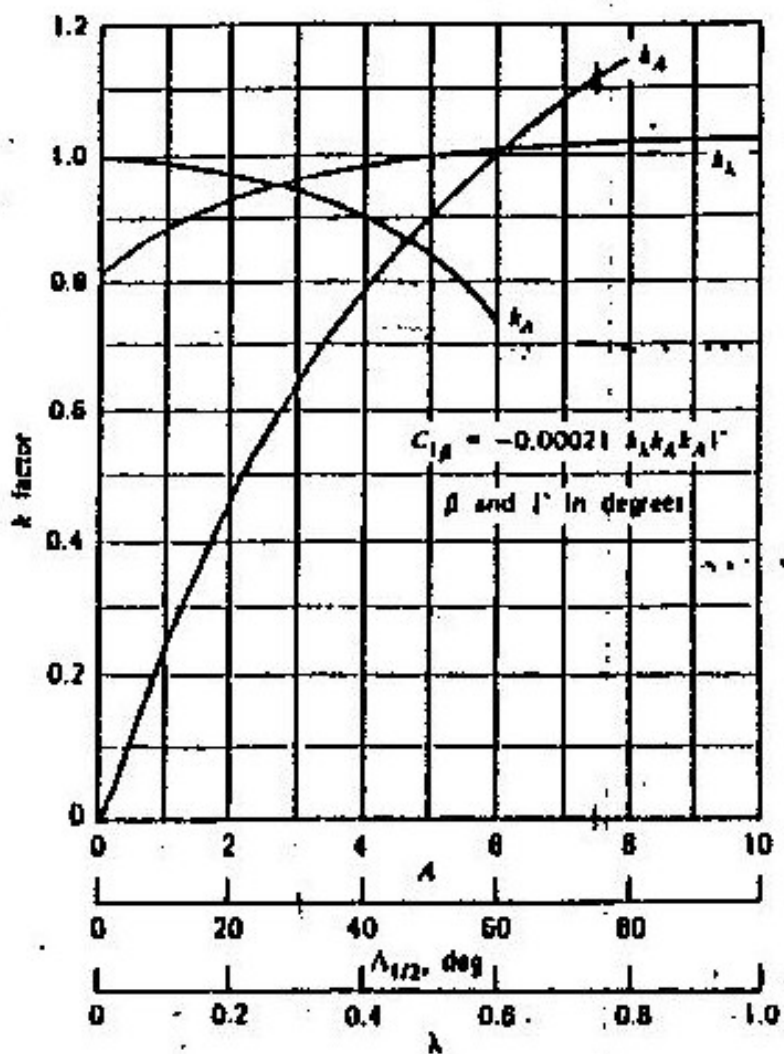


Grafico 4:  $K_A$ ,  $K_{rastr}$ ,  $K_{freccia}$