

CESSNA 650 CITATION VII

La famiglia di velivoli Cessna Model 650 Citation III, dalla quale deriva la variante VII, fu progettato come jet executive ad alte prestazioni e a medio-lungo raggio per supplire alle dimensioni minori delle classi Citation I e II.

Lo sviluppo di questo modello, estremamente differente, iniziò nel 1978. Come fu concepito, il III aveva poco in comune con gli altri Citation al di fuori del nome. Il nuovo disegno presentava una ala bagnata supercritica ottimizzata per voli a lungo raggio ad alte prestazioni, nuovi turbofan Garrett TFE731, una coda a T ed una nuova fusoliera.

Il nuovo jet compì il suo primo volo il 30 maggio 1979 e con un secondo prototipo, il 2 maggio 1980. Ottenne la certificazione il 30 aprile 1982, le prime consegne ai clienti avvennero l'anno successivo. Il Citation III stabilì due volte il record d'altitudine per la sua classe nel 1983 ed uno in prestazioni volando da Gander a Le Bourget in 5 ore e 13 minuti

Ulteriori sviluppi del modello III culminarono nel progetto Citation IV, in seguito cancellato. Questo modello fu annunciato nel 1989 e avrebbe presentato caratteristiche quali una maggiore autonomia tramite serbatoi maggiorati, e migliori performance in atterraggio. In luogo del modello IV, la Cessna sviluppò i Citation VI e VII. Il modello VI offriva un costo di sviluppo più basso del Citation III con un'avionica diversa ed una configurazione interna standard, impossibile da personalizzare. Il primo volo del Citation VI ebbe luogo nel 1991, ma ne furono prodotti solo 39 esemplari fino al maggio 1995.

Intanto il Citation VII mostrava un discreto numero di miglioramenti che includevano: motori AlliedSignal TFE731-4R-2S potenziati in grado di erogare una spinta di 4.140 lb per ottenere prestazioni più elevate. Il suo primo volo fu nel febbraio del 1991 e fu certificato FAR 25 nel gennaio del 1992. Il Citation VII resta in produzione come unico modello della famiglia Citation III/VI/VII.

Tuttavia, il VII non è l'unico jet executive presente sul mercato; esistono velivoli simili quali: Dassault Falcon 50 / Falcon 2000, Canadair Challenger, Gates Learjet 45, Gulfstream V.

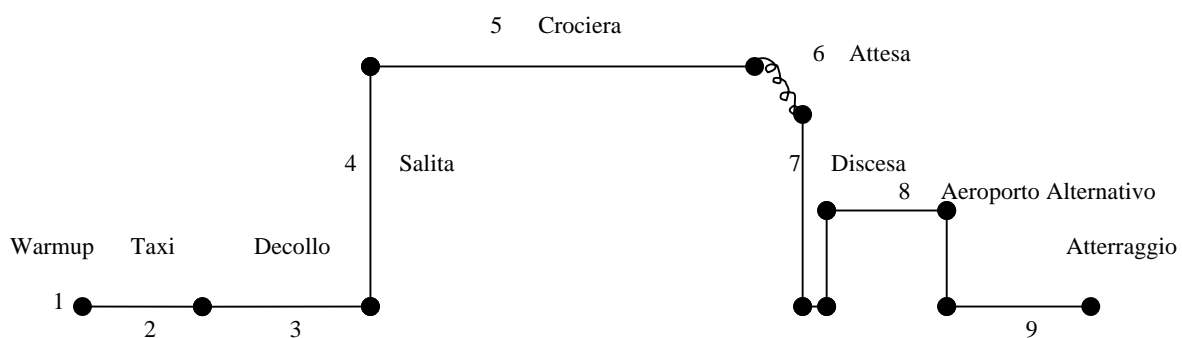
Tabella Comparativa di alcuni Velivoli Business Jet

	CITATION VII	CITATION X	FALCON 2000	FALCON 50	CHALLENGER 300	LEARJET 45
Equipaggio	2	2	2	2	2	2
Passeggeri	6 ÷ 9	12	19	9	8	8 ÷ 10
Velocità Crociera Max (kts)	476	525	459	487	470	463
Quota Max (ft)	51000	51000	47000	49000	45000	51000
Autonomia (nm)	2220	3216	3000	3075	3100	2000
Apertura Alare (ft)	54	64	63	61	63	47
Superficie Alare (sq ft)	312	527	527	504	522	312
AR	9.3	7.8	7.6	7.4	7.6	7.1
W _{TO} (lb)	22450	36100	35800	39500	37500	20200
W _E (lb)	11720	31800	33000	35715	33750	12750
Rateo di Salita RC (ft/min)	4442	3650	-	-	673	-
Spinta Motori (lb st)	4140	6764	5725	3700	8050	3500
Lunghezza Fusoliera (ft)	60	65	63	57	60	53
Carico Alare W/S (lb/sq ft)	72	68	69	79	72	65

Specifica di Missione

Tipo velivolo	Business Jet
Carico pagante	10 passeggeri
Normativa	FAR 25
Autonomia di percorso	2000 nm + 100 nm per aeroporto alternativo a 20000 ft
Velocità di crociera	470 kt
Massimo numero Mach operativo	0.85
Quota di crociera	35000 ft
Lunghezza di decollo	4500 ft
Lunghezza di atterraggio	3000 ft
Riserva di carburante	45 minuti di attesa
Varie	cabina pressurizzata
Velivoli simili	Falcon 50, Falcon 2000, Cessna 750

Profilo di Missione



1. Determinazione dei Pesì

Assegnata la specifica di progetto ed il “profilo” di missione si può passare alla determinazione dei pesi.

Indichiamo con:

W_{TO} = Peso Max al Decollo

W_E = Peso a Vuoto

W_{PL} = Peso del Carico Pagante

W_F = Peso del Combustibile

W_{CREW} = Peso dell'Equipaggio (Pilota + assistenti di volo con relativo bagaglio)

W_{TFO} = Peso dei Lubrificanti non Consumabili

Dove W_{TO} è uguale alla somma degli altri pesi che andremo a determinare in varie fasi sfruttando particolari relazioni.

a) Determinazione di W_{PL} :

Comprendendo i due piloti nel carico pagante (10 passeggeri secondo specifica) e assumendo un peso di *175 lbs* per ogni persona imbarcata con un bagaglio di *30 lbs* ciascuna , il peso totale del carico pagante è :

$$W_{PL} = (175 + 30) \cdot 12 = 2460 \text{ lbs}$$

b) Peso dei lubrificanti W_{TFO} :

Si impone $W_{TFO} = 0$ perché il nostro velivolo è di una categoria con $W_{TO} < 100.000 \text{ lbs}$.

c) Peso dell'equipaggio W_{CREW} :

Nel caso in esame è nullo perché inglobato nel W_{PL} .

d) Determinazione di W_F :

Per determinare la quantità di combustibile che deve essere imbarcata (comb. usato + riserve), si utilizza il *FUEL FRACTION METHOD*.

Considerando il profilo di missione relativo alla specifica, consideriamo le seguenti fasi:

1. Accensione e riscaldamento
2. Taxi
3. Decollo
4. Salita e accelerazione a quota e velocità di crociera
5. Crociera
6. Attesa
7. Discesa
8. Aeroporto Alternativo
9. Atterraggio, Taxi e Spegnimento

Questo metodo si sviluppa considerando che in partenza il peso del velivolo è W_{TO} , passando poi a diventare W_2 dopo la fase 2, W_3 dopo la fase 3 e così via.

Posso avere i rapporti di peso relativi alle varie fasi:

- Fase 1

$\frac{W_1}{W_{TO}}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale 0.990.

- Fase 2

$\frac{W_2}{W_1}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale 0.995.

- Fase 3

$\frac{W_3}{W_2}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale 0.995.

- Fase 4

$\frac{W_4}{W_3}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale 0.980.

- Fase 5

Per la crociera si utilizza la formula di **Breguet** dell'**autonomia di percorso**.

$$R_{cr} = \left(\frac{V}{c_j} \right)_{cr} \cdot \left(\frac{L}{D} \right)_{cr} \cdot \ln \left(\frac{W_4}{W_5} \right)$$

con:

$R_{cr} = 2000$ nm (secondo specifica)

$V_{cr} = 400$ kts (imposta da valori statistici)

$c_{jcr} = 0.66 \frac{lbs}{lbs \cdot hr}$ (cons. spec. in croc. preso da valori tabellati per la categoria “Business Jet”)

$\left(\frac{L}{D} \right)_{cr} = 11$ (efficienza ricavata mediando valori tabellati relativi alla categoria “Business Jet”)

Da essa si ricava che il rapporto $\frac{W_5}{W_4}$ è uguale a **0.741**.

- Fase 6

Per l’attesa useremo la formula di **Breguet** dell’**autonomia oraria**:

$$E_{ltr} = \left(\frac{1}{c_j} \right)_{ltr} \cdot \left(\frac{L}{D} \right)_{ltr} \ln \left(\frac{W_5}{W_6} \right)$$

con:

$E_{ltr} = 0.75$ hr (secondo specifica)

$c_{jltr} = 0.50 \frac{lbs}{lbs \cdot hr}$ (cons. spec. in attesa preso da valori tabellati per la cat. “Business Jet”)

$\left(\frac{L}{D} \right)_{ltr} = 13$ (efficienza ricavata mediando valori tabellati relativi alla categoria “Business Jet”)

Da essa si ricava che il rapporto $\frac{W_6}{W_5}$ è uguale a **0.972**.

- Fase 7

$\frac{W_7}{W_6}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale **0.990**.

- Fase 8

Per la fase di volo verso un aeroporto alternativo useremo ancora la formula di **Breguet** dell’**autonomia di percorso**:

$$R_{tr} = \left(\frac{V}{c_j} \right)_{tr} \cdot \left(\frac{L}{D} \right)_{tr} \ln \frac{W_7}{W_8}$$

con:

$$V_{tr} = 200 \text{ kts}$$

$c_{jtr} = 0.90 \frac{lbs}{lbs \cdot hr}$ (consumo più elevato dovuto al rendimento peggiore del motore in corrispondenza di una quota più bassa)

$$\left(\frac{L}{D}\right)_{tr} = 10 \text{ (valore ottenuto tenendo conto che la fase avviene a bassa quota secondo le FAR)}$$

Da essa si ricava che il rapporto $\frac{W_8}{W_7} = 0.956$.

- Fase 9

$\frac{W_9}{W_8}$ è tabellato e per velivoli “Business Jet” vale 0.992.

A questo punto possiamo calcolare il rapporto del peso di fine missione / inizio missione:

$$\frac{W_9}{W_{TO}} = \frac{W_1}{W_{TO}} \cdot \frac{W_2}{W_1} \cdot \frac{W_3}{W_2} \cdot \frac{W_4}{W_3} \cdot \frac{W_5}{W_4} \cdot \frac{W_6}{W_5} \cdot \frac{W_7}{W_6} \cdot \frac{W_8}{W_7} \cdot \frac{W_9}{W_8} = M_{ff} = 0.649$$

Indicando con W_{Fused} il peso del carburante utilizzato nella missione, possiamo scrivere:

$$W_{Fused} = W_{TO} - W_9 = W_{TO} \cdot (1 - M_{ff})$$

Indichiamo, inoltre, con W_F il peso totale del carburante imbarcato e con W_{Fres} il peso del carburante di riserva; per cui, in generale, sarà:

$$W_F = W_{Fused} + W_{Fres}$$

Nel caso del nostro velivolo la riserva è stata specificata in termini di attesa più eventuale destinazione alternativa dopo la discesa per cui è entrata direttamente in M_{ff} e $W_{Fres} = 0$.

Quindi:

$$W_F = W_{Fused} = W_{TO} \cdot (1 - M_{ff})$$

ed essendo:

$$W_{TO} = W_E + W_{PL} + W_F$$

vale che:

$$W_{TO} = W_E + W_{PL} + (1 - M_{ff}) \cdot W_{TO}$$

per cui:

$$W_E = W_{TO} \cdot M_{ff} - W_{PL}$$

Inoltre sussiste una relazione su base statistica per cui:

$$\log_{10} W_{TO} = A + B \log_{10} W_E$$

con:

$$A = 0.2678$$

$$B = 0.9979$$

(valori delle costanti della linea di regressione rappresentata dall'equazione precedente presi per i velivoli "Business Jet").

Risolvendo numericamente il sistema di due equazioni ottenuto dalle due precedenti relazioni che legano peso a vuoto e quello massimo al decollo del velivolo otteniamo i valori di W_E e W_{TO} e di conseguenza quello di W_F .

$$W_{TO} = 25000 \text{ lbs}$$

$$W_E = 13767 \text{ lbs}$$

$$W_F = W_{TO} - W_E - W_{PL} = 8773 \text{ lbs}$$

2. Dimensionamento preliminare

a) Dimensionamento in base alla DISTANZA DI DECOLLO:

Il nostro velivolo, avendo un peso $W_{TO} > 12500 \text{ lbs}$, è certificato FAR 25 in base alle quali esiste una relazione statistica fra la distanza di decollo S_{TOFL} (definita come lunghezza di campo necessaria al decollo, tenendo anche conto dell'eventualità del decollo abortito) ed i parametri

$\left(\frac{W}{S}\right)_{TO}$ e $\left(\frac{T}{W}\right)_{TO}$. Essa è:

$$S_{TOFL} = 37.5 \text{ TOP}_{25}$$

con TOP_{25} definito come:

$$\text{TOP}_{25} = \frac{\left(\frac{W}{S}\right)_{TO}}{\sigma \cdot C_{LMAX-TO} \left(\frac{T}{W}\right)_{TO}}$$

Nel caso del nostro velivolo la lunghezza di decollo è, secondo specifica, $S_{TOFL} = 4500 \text{ ft}$. Considerando $\sigma = 1$ (rapporto delle densità dell'aria per decollo dal livello del mare) e scegliendo alcuni valori tipici del coefficiente di portanza massimo al decollo per velivoli "Business Jet" abbiamo ottenuto le seguenti curve di limitazione relative al decollo:

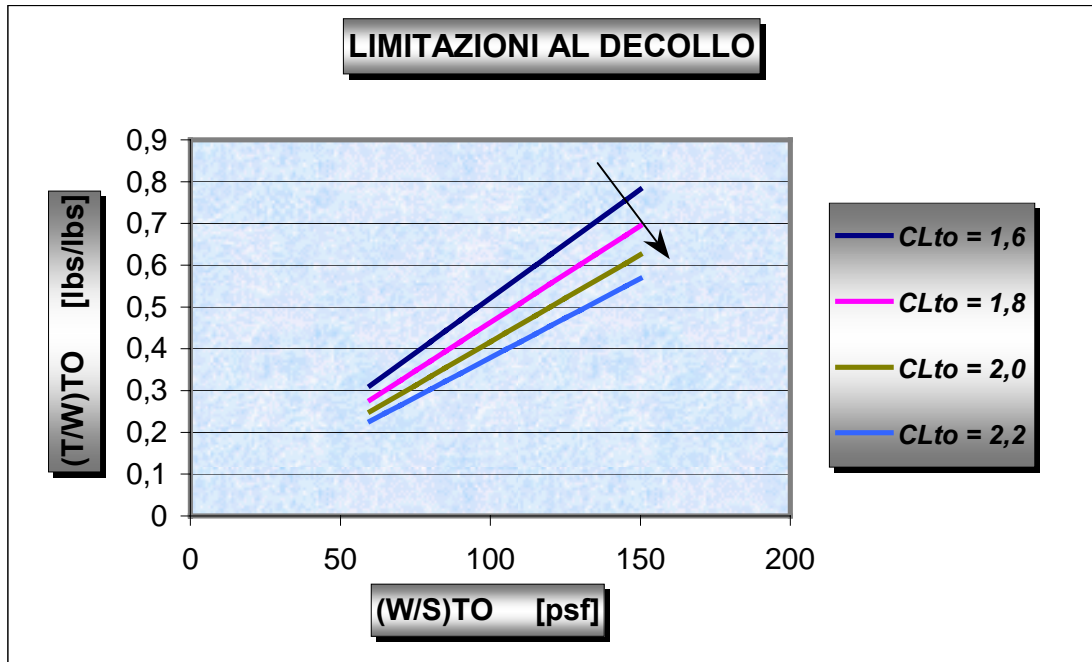


Fig. 2.1

b) Dimensionamento in base alla LUNGHEZZA D'ATTEGGIO

Per la FAR 25 la lunghezza del campo di atterraggio è definita come la lunghezza della distanza totale d'atterraggio S_L divisa per 0.6; cioè:

$$S_{FL} = \frac{S_L}{0.6}$$

Inoltre, su base statistica, $S_{FL} [ft] = 0.3 V_A^2 [kts]$. La V_A , velocità di approccio, è definita come $V_A = 1.3 V_{SL}$ (velocità di stallo all'atterraggio), pertanto globalmente avremo una limitazione proprio per la V_{SL} .

Per quanto riguarda il nostro velivolo:

$$\begin{aligned}
 S_L &= 3000 \text{ ft (secondo specifica)} \\
 S_{FL} &= 5000 \text{ ft} \\
 V_A &= \sqrt{\frac{5000}{0.3}} = 129.1 \text{ kts} \\
 V_{SL} &= \frac{129.1}{1.3} = 99.3 \text{ kts} = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{S}\right)_L} \cdot \sqrt{\frac{1}{C_{LMAX-L}}}
 \end{aligned}$$

Poiché $\rho_{SL} = 2.377 \cdot 10^{-3} [lb \text{ s}^2 / ft^4]$ e $\frac{W_L}{W_{TO}} = 0.80$ in base a considerazioni statistiche sul rapporto tra il peso massimo all'atterraggio e quello massimo al decollo relative a velivoli "Business Jet", otteniamo la seguente relazione:

$$\left(\frac{W}{S}\right)_{TO} \leq 41.75 \cdot C_{LMAX-L}$$

Da questa relazione otteniamo le limitazioni all'atterraggio relative a diverse configurazioni del C_{LMAX-L} del nostro velivolo "Business Jet".

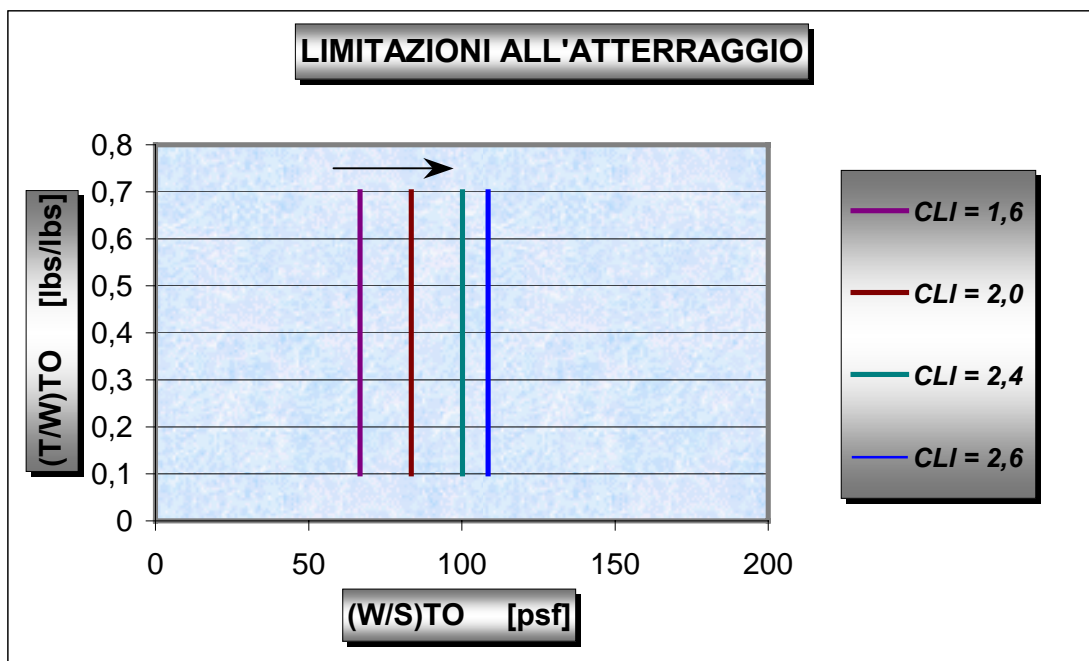


Fig. 2.2

Dall'unione delle limitazioni di decollo ed atterraggio otteniamo il seguente grafico:

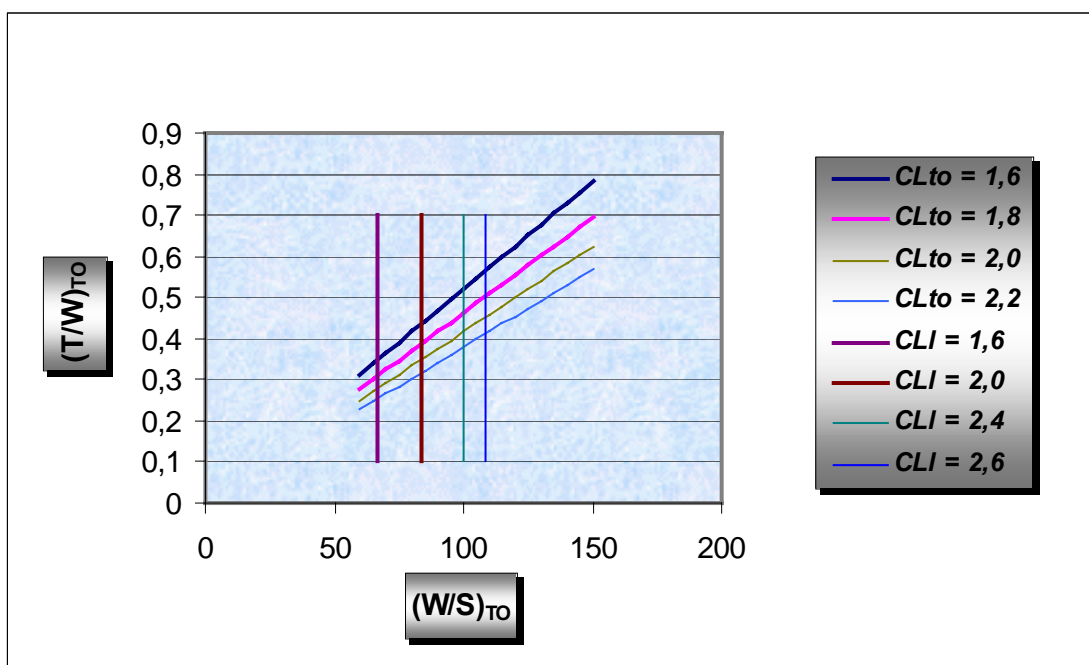


Fig. 2.3 – Limitazioni al decollo e all'atterraggio.

2.1 Stima delle Polari

Vogliamo determinare le polari per diverse configurazioni di volo per dimensionare successivamente il velivolo in funzione delle caratteristiche di salita.

Considerando i rapporti $\left(\frac{W}{S}\right)_{TO}$ per diversi velivoli della categoria “Business Jet” abbiamo scelto il valore:

$$\left(\frac{W}{S}\right)_{TO} = 76 \frac{lbs}{ft^2}$$

Il peso massimo al decollo del nostro velivolo è:

$$W_{TO} = 25000 \text{ lbs}$$

possiamo determinare il valore della superficie alare:

$$S = 329 \text{ ft}^2$$

Dalla relazione statistica tra la superficie bagnata ed il peso massimo al decollo:

$$\log_{10} S_{wet} = c + d \log_{10} W_{TO}$$

con:

$$\begin{aligned} \mathbf{c} &= 0.2263 \\ \mathbf{d} &= 0.6977 \end{aligned}$$

(valori delle costanti della linea di regressione rappresentata dall’equazione precedente presi per i velivoli “Business Jet”).
ricaviamo:

$$S_{wet} = 1971 \text{ ft}^2$$

Dalla relazione:

$$\log_{10} f = a + b \log_{10} S_{wet}$$

scelto un coefficiente d’attrito equivalente valido per la categoria “Business Jet” $c_f = 0,0038$ per cui si ricavano come coefficienti di correlazione tra l’area parassita e l’area bagnata

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= -2.4 \\ \mathbf{b} &= 1 \end{aligned}$$

ricaviamo il valore dell’area parassita $f = 7,445 \text{ ft}^2$ ed essendo il coefficiente di resistenza passiva in configurazione pulita $C_{Do} = \frac{f}{S}$ avremo:

$$C_{Do} = 0.0226$$

Per le diverse configurazioni abbiamo un relativo incremento ΔC_{Do} e un valore del coefficiente di Oswald e come di seguito illustrato:

Configurazione	ΔC_{D0}	e
Pulita	<i>0</i>	<i>0,83</i>
Ipersostentatori al decollo	<i>0.015</i>	<i>0,78</i>
Ipersostentatori all'atterraggio	<i>0.065</i>	<i>0,73</i>
Carrello estratto	<i>0.020</i>	<i>ininfluente</i>

Per determinare la polare di un velivolo si utilizza la seguente espressione:

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A Re}$$

per cui, considerando un AR pari a 8 (preso come valore mediato da velivoli simili) e il C_{D0} incrementato come suddetto in relazione alla configurazione di volo scelta otteniamo le seguenti espressioni della polare:

- Configurazione Pulita

$$C_D = 0.0226 + \frac{C_L^2}{20.85}$$

- Configurazione Ipersostentatori al decollo con carrello esteso

$$C_D = 0.0576 + \frac{C_L^2}{19.59}$$

- Configurazione Ipersostentatori al decollo con carrello retrato

$$C_D = 0.0376 + \frac{C_L^2}{19.59}$$

- Configurazione Ipersostentatori all'atterraggio con carrello retrato

$$C_D = 0.0876 + \frac{C_L^2}{18.34}$$

- Configurazione Ipersostentatori all'atterraggio con carrello esteso

$$C_D = 0.1076 + \frac{C_L^2}{18.34}$$

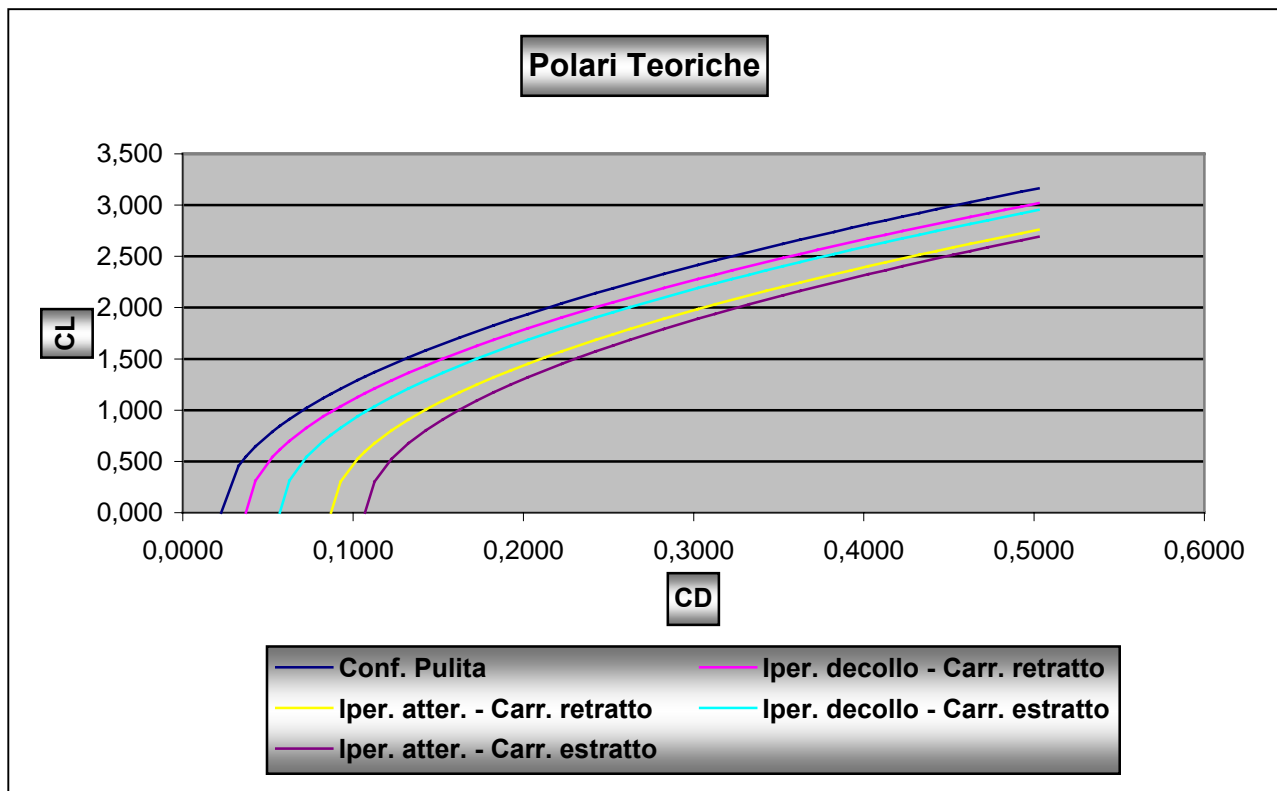


Fig. 2.1 – Polari Teoriche del velivolo nelle diverse configurazioni di volo

c) Dimensionamento in funzione delle CARATTERISTICHE DI SALITA

Per i velivoli a getto il rateo di salita

$$RC = CGR * V$$

con

$$CGR \text{ (gradiente di salita)} = \frac{T}{W} - \frac{D}{W}$$

Poiché:

$$\frac{D}{W} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{S}{W} \cdot C_D \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{S}{W} \cdot C_D \cdot \left(\frac{2}{\rho} \cdot \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{C_L} \right) = \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{L/D}$$

allora

$$CGR = \frac{T}{W} - \frac{1}{L/D}$$

A questo punto otteniamo le seguenti relazioni:

$$\frac{T}{W} = \left[CGR + \frac{1}{\frac{L}{D}} \right] \text{ (valida con tutti i motori operativi) } \mathbf{AEO}$$

$$\frac{(N-1)}{N} \frac{T}{W} = \left[CGR + \frac{1}{\frac{L}{D}} \right] \text{ (valida con 1 motore critico inoperativo) } \mathbf{OEI}$$

Partendo da queste relazioni si ottengono le limitazioni alla salita basandoci sui requisiti richiesti dalle FAR 25 per diverse fasi di essa.

FAR 25.111 (OEI)
(Tratto iniziale di salita)

$$CGR \geq 0.012 \text{ rad (velivolo bimotore)}$$

Configurazione:

- Ipsosostentatori al decollo
- Carrello retrainato
- $V = V_2 = 1.2 V_{STO}$
- Spinta a decollo
- Effetto suolo

FAR 25.121 (OEI)
(transizione salita)

$$CGR \geq 0 \text{ rad}$$

Configurazione:

- Ipsosostentatori al decollo
- Carrello estratto
- $V_{LOF} < V < V_2$
- Spinta a decollo
- Effetto suolo

(2° tratto salita)

$$CGR \geq 0.024 \text{ rad}$$

Configurazione:

- Ipersostentatori al decollo
- Carrello retratto
- $V = V_2$
- Spinta a decollo

(salita in rotta)

$$CGR \geq 0.012 \text{ rad}$$

Configurazione:

- Ipersostentatori retratti
- Carrello retratto
- $V = 1.25 V_S$
- Spinta massima continuativa

FAR 25.119 (AEO)
(atterraggio mancato)

$$CGR \geq 0.032 \text{ rad}$$

Configurazione:

- Ipersostentatori atterraggio
- Carrello estratto
- $V = 1.3 V_{SL}$
- $W = W_{L,MAX}$

FAR 25.121 (OEI)
(atterraggio mancato)

$$CGR \geq 0.021 \text{ rad}$$

Configurazione:

- Ipersostentatori configurazione d'avvicinamento *
- Spinta decollo
- $V = 1.5 V_{SA}$
- $W = W_{L,MAX}$

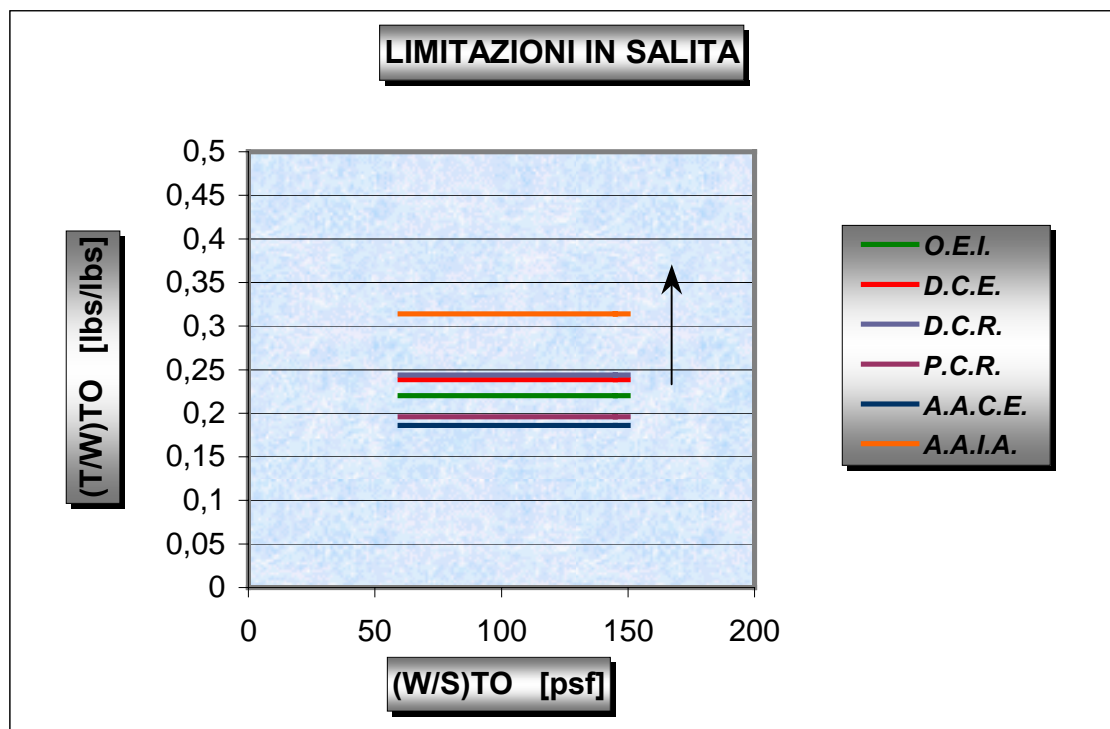
- $C_{LMAX,A} = (C_{LMAX,TO} + C_{LMAX,L}) \cdot \frac{1}{2}$, analogamente $\Delta C_{D0,A} = \frac{1}{2} \cdot (\Delta C_{D0,TO} + \Delta C_{D0,L})$

Qui di seguito inseriamo due tabelle riassuntive relative ai dati richiesti dalle FAR 25 per le diverse configurazioni di salita:

Configurazione	C_{D0}	AR	e	πARe	C_{Lmax}
<i>pulita</i>	0,0226	8	0,83	20,85	1,6
<i>ipers. al decollo</i>	0,0376	8	0,78	19,59	2,0
<i>ipers. all'atterraggio</i>	0,0876	8	0,73	18,34	2,6
<i>carrello estratto</i>	+ 0,0200	-	-	-	-

	CL	L/D	CGR
FAR25.111	1,4	10	0,012
FAR25.121	1,7	8	0,000
FAR25.121	1,4	10	0,024
FAR25.121	1,0	12	0,012
FAR25.119	1,5	6	0,032
FAR25.121	1,0	7	0,021

Sulla base di questi dati otteniamo le seguenti limitazioni:



d) Dimensionamento in base alla VELOCITA' DI CROCIERA

In crociera devono essere soddisfatte le seguenti equazioni:

$$T = C_{Dq}S$$

$$W = C_{Lq}S$$

Con polare parabolica:

$$T = C_{D0} q S + \frac{C_L^2}{\pi A Re} q S$$

Dividendo per il peso

$$\left(\frac{T}{W}\right) = C_{D0} q \left(\frac{S}{W}\right) + \left(\frac{W}{S}\right) \cdot \frac{1}{q \pi A Re}$$

dove q è la pressione dinamica agente sul velivolo in crociera che possiamo ottenere assegnando il Mach e la quota di crociera.

Dalle specifiche sappiamo che la quota di crociera è $z = 35000 \text{ ft}$; a questa quota, inoltre, possiamo calcolare il valore della velocità del suono a_{cr} .

$$a_{cr} = \sqrt{\gamma R T_{cr}} = 575 \text{ kts}$$

dove

$$\gamma = 1.4$$

$$R = 287.26 \text{ KJ/Kg K}$$

$$T_{cr} = T(z = 35000 \text{ ft}) = T_{SL} - 6.5 (K) \cdot z (Km) = 288 - 6.5 \cdot 10.67 = 218.64 \text{ K}$$

Fissato un valore di Mach di crociera pari a 0.70 otteniamo una velocità di crociera:

$$V_{cr} = M_{cr} \cdot a_{cr} = 402.5 \text{ kts} = 682.2 \text{ ft/s}$$

A questo punto calcoliamo q :

$$q = \frac{1}{2} \rho_{SL} \varepsilon V_{cr}^2 = 166.19 \text{ psf}$$

considerato che:

$$\varepsilon = \frac{\rho(35000 \text{ ft})}{\rho_{SL}} = \left(1 - \frac{z(Km)}{44}\right)^{4.256} = \left(1 - 6.93 \cdot 10^{-6} \cdot z[ft]\right)^{4.256} = 0.307$$

Nota la pressione dinamica abbiamo ottenuto la relazione tra:

$$\left(\frac{T}{W}\right)_{cr} \text{ e } \left(\frac{W}{S}\right)_{cr} \cong \left(\frac{W}{S}\right)_{TO}$$

Bisogna poi passare da $\left(\frac{T}{W}\right)_{cr}$ a $\left(\frac{T}{W}\right)_{TO}$. Riferendoci a dati tabellati relativi ai motori (Allied

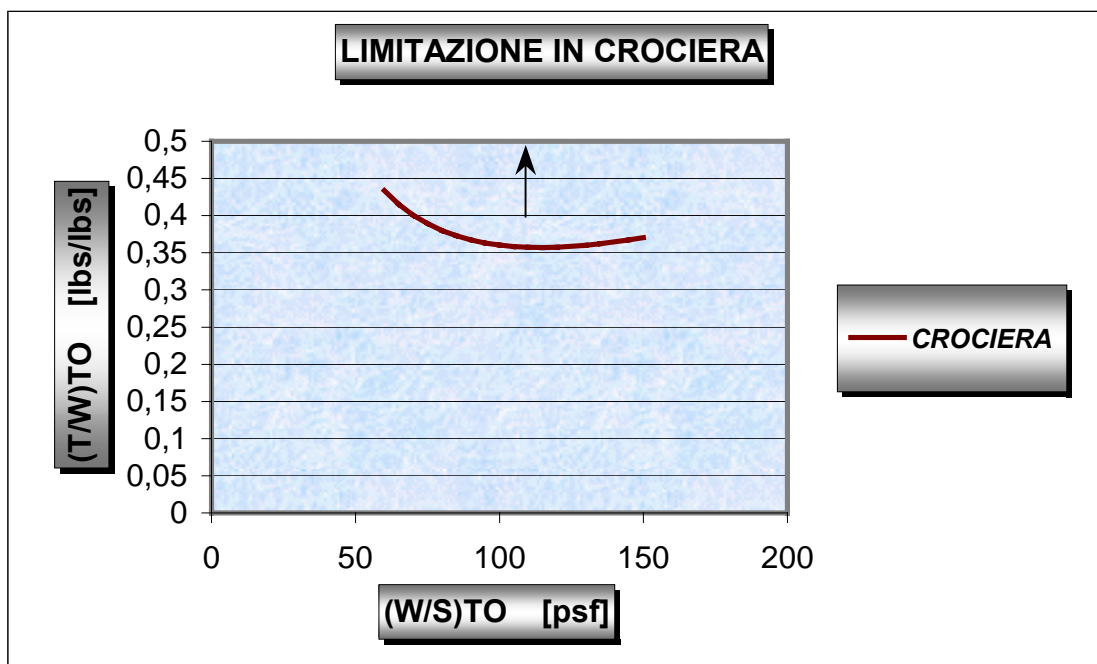
Signal TFE731-4R-2S) installati a bordo del velivolo di riferimento otteniamo che $\frac{T_{cr \max}}{T_{TO}} = 0.227$.

Inoltre, avendo specificato il Mach di crociera, devo supporre di trovarmi al 75 ÷ 80 % della spinta, quindi in definitiva:

$$\frac{T_{cr}}{T_{TO}} = 0.1845$$

La limitazione relativa alla velocità di crociera sarà dunque:

$$\left(\frac{T}{W}\right)_{TO} \geq 20.36 \cdot \left(\frac{S}{W}\right)_{TO} + 1.56 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{W}{S}\right)_{TO}$$



3. Punto di Progetto

Integrando le curve relative alle varie limitazioni collegate ai requisiti richiesti per determinare il **Punto di progetto** otteniamo il seguente grafico:

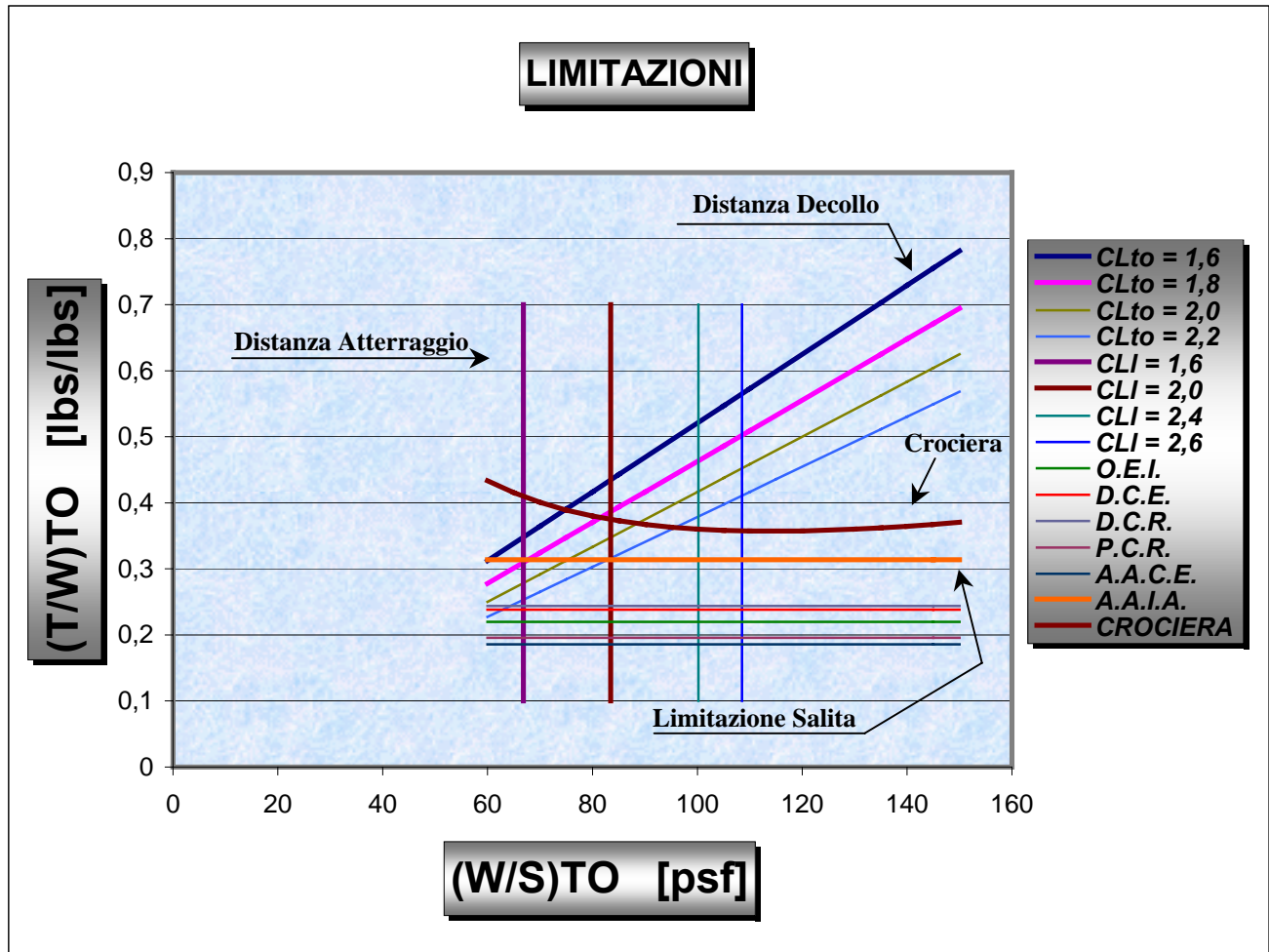


Fig. 3.1 – Risultati del confronto fra i vari parametri di dimensionamento del nostro velivolo

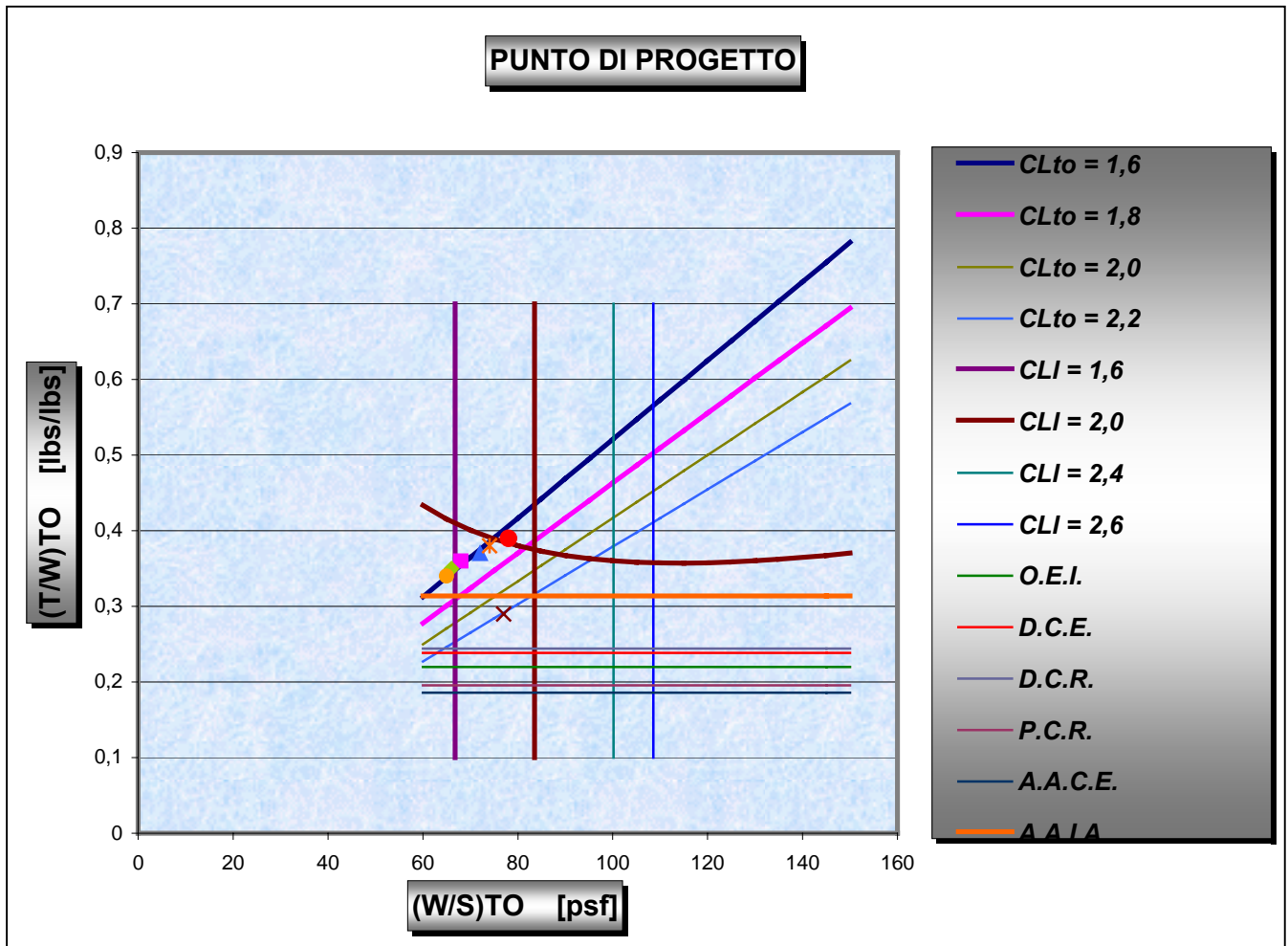
La scelta del Punto di Progetto si basa sul criterio di poter realizzare un velivolo con la minima spinta e minima superficie alare necessarie in relazione alle limitazioni imposte dal grafico precedente. Bisogna inoltre tener conto delle potenzialità tecnologiche relative agli ipersostentatori montati sul velivolo di riferimento per il progetto in esame (Citation VII) che influenzano la scelta delle curve delle limitazioni di decollo ed atterraggio.

Non potendo andare al di sotto della curva di limitazione della crociera e considerando che i suddetti ipersostentatori realizzano più o meno un $C_{LMAX-TO}$ di 1.6 ed un C_{LMAX-L} di 1.7, si è ipotizzato che un plausibile un Punto di Progetto abbia tali coordinate:

$$\left(\frac{W}{S}\right)_{TO} = 78 \text{ psf}$$

$$\left(\frac{T}{W}\right)_{TO} = 0.390 \text{ lbs/lbs}$$

Qui di seguito ripresentiamo il grafico precedente aggiornato con la presenza del Punto di Progetto scelto e con l'aggiunta di quelli relativi a velivoli simili.



Avendo ricavato nella fase di determinazione dei pesi un $W_{TO} = 25000 \text{ lbs}$ e sostituendo tale valore nelle coordinate del punto di progetto otteniamo una stima della spinta necessaria al decollo e della superficie alare:

$$T_{TO} = \left(\frac{T}{W} \right)_{TO} \cdot 25000 = 4875 \text{ lbs}$$

$$S = \frac{25000}{\left(\frac{W}{S} \right)_{TO}} = 321 \text{ sq ft}$$

Inoltre avendo fissato un AR uguale a 8 in fase di avanprogetto possiamo ricavare una stima dell'apertura alare:

$$b = \sqrt{S \cdot AR} \cong 51 \text{ ft}$$

Confrontando questi dati ottenuti dal nostro progetto preliminare con quelli effettivi ricavabili dalla scheda tecnica del Citation VII e di velivoli simili si può concludere che la scelta del Punto di Progetto del nostro velivolo è verosimilmente corretta.

4. Centraggio e Stabilità del Velivolo Parziale

Coefficienti di Momento

L'ala del nostro velivolo sarà definita dalla scelta dei seguenti profili:

Radice (A) : NACA 64₁ – 211

Estremità (B) : NACA 64 – 209

Motiviamo questa scelta arbitraria nell'esigenza di voler utilizzare dei profili simili a quelli effettivamente utilizzati per il nostro velivolo di riferimento. Poiché non possiamo avere dati precisi su di essi, si è optato per profili laminari di spessore percentuale pari all'11% per quello alla radice e del 9% per quello all'estremità.

Valutando dati relativi a tali profili attraverso l'ausilio di specifici software (Java Airfoil) abbiamo ottenuto il valore del coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico dei profili di radice e d'estremità.

$$C_{m \text{ rad}} = - 0.044$$

$$C_{m \text{ estr}} = - 0.043$$

Per quanto riguarda la lunghezza delle corde dei profili lungo l'apertura alare siamo partiti dal calcolo della lunghezza della corda alla radice.

Considerando come dati di partenza per la progettazione dell'ala del nostro velivolo la corda media aerodinamica CMA e la rastremazione λ del velivolo di riferimento (*CITATION VII*) abbiamo ottenuto:

$$c_r = \frac{3}{2} \cdot \frac{CMA \cdot (1 + \lambda)}{1 + \lambda + \lambda^2} = 9.25 \text{ ft} = 2,82 \text{ m}$$

$$c_t = c_r \cdot \lambda = 3.15 \text{ ft} = 0,96 \text{ m}$$

con:

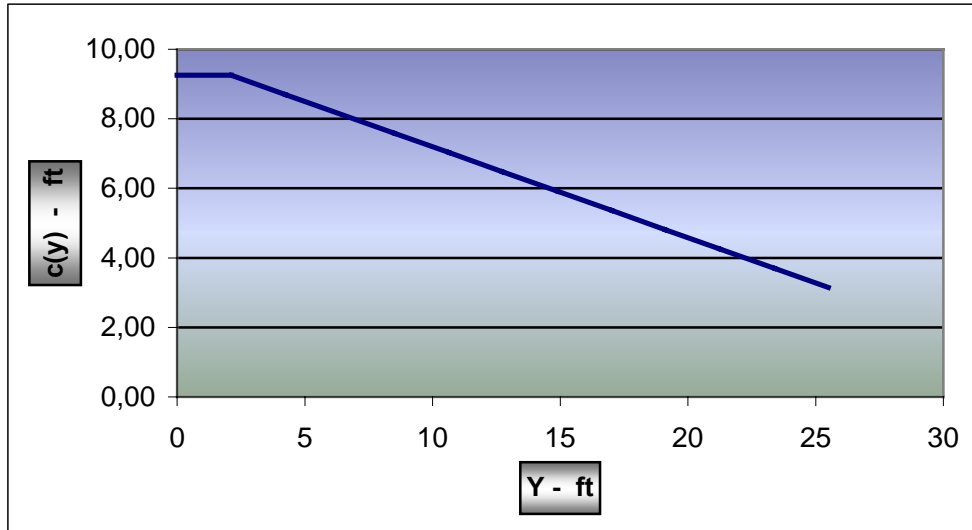
$$CMA = 6.7 \text{ ft} = 2,04 \text{ m}$$

$$\lambda = 0.340$$

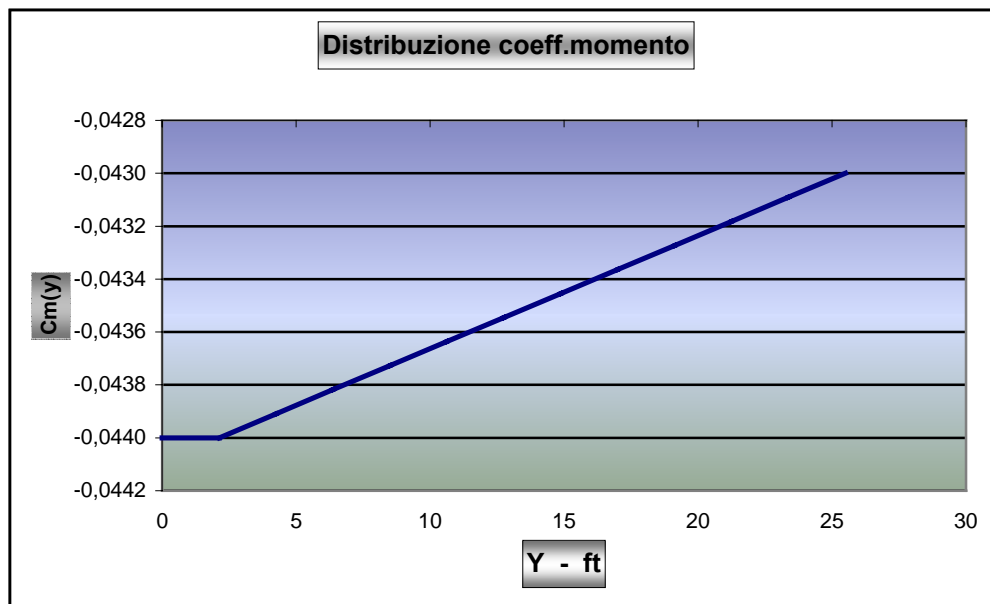
A questo punto abbiamo stabilito la distribuzione di corde riferendoci alla forma in pianta del nostro velivolo di riferimento. Dopo aver suddiviso la semiapertura alare $\frac{b}{2} = 25.5 \text{ ft} = 7,77 \text{ m}$, ricavata per il velivolo in progetto, in un opportuno numero di stazioni, la distribuzione di corde suddetta è stata realizzata usando una relazione di carattere lineare:

$$c(y) = 9.25 \quad \text{per} \quad 0 \leq y \leq 2.2 \text{ [ft]}$$

$$c(y) = c_r + \left(\frac{c_t - c_r}{\frac{b}{2} - 2.2} \right) \cdot (y - 2.2) \quad \text{per} \quad 2.2 < y \leq 25.5 \quad [\text{ft}]$$



Analogamente abbiamo ottenuto la seguente distribuzione di coefficienti di momento:



Figg. 4.1 – Distribuzione rispettivamente della corda e del C_m lungo semiapertura

Utilizzando le precedenti distribuzioni calcoliamo il coefficiente di momento del profilo medio. Esso è dato dal rapporto:

$$C_{mprof.med.} = \frac{\int_0^{\frac{b}{2}} C_m(y) c^2(y) dy}{CMA \cdot \frac{S}{2}} = -0.0437$$

dove S è la superficie alare ottenuta dal punto di progetto ($S = 321 \text{ sq ft} = 29,8 \text{ m}^2$) e CMA è la corda media aerodinamica ottenuta integrando la suddetta distribuzione di corde lungo la semiapertura alare nel modo seguente:

$$CMA = \frac{\int_0^{\frac{b}{2}} c^2(y) dy}{\frac{S}{2}} = 6.7 \text{ ft} = 2,04 \text{ m}$$

In questo modo si è appurato anche che la distribuzione di corde scelta ci restituisce un valore della CMA coincidente con quello fissato dai dati del Citation VII.

Coefficiente di Momento dell'Ala

Il coefficiente di momento dell'ala si calcola tramite la relazione:

$$C_{mala} = EC_{mprof.med.} - G\varepsilon(C_{La})_{prof.med.} \cdot \left(\frac{b}{p}\right) \lambda \cdot tg\beta$$

dove $E = 1.1$ e $G = 0.0225$ sono valori diagrammati in funzione del rapporto di rastremazione (valori presi da ABBOTT), ε è lo svergolamento aerodinamico equivalente e p il semiperimetro alare. Inoltre:

$$tg\beta = \frac{tg\beta_{AB} \cdot S_T}{\frac{S}{2}}$$

dove β_{AB} è l'angolo che la congiungente i centri aerodinamici dei profili A e B (all'inizio ed alla fine della zona trapezia) forma con una retta perpendicolare all'asse del velivolo in esame, per cui coincide con l'angolo di freccia dell'ala e S_T è la superficie della zona trapezia stessa. Il centro aerodinamico si trova alla frazione di corda pari a 0.241 per il profilo di radice e a 0.300 per quello d'estremità. Si ha:

$$tg\beta = -0.422$$

Inoltre:

$$\frac{b}{p} \cong 1$$

$$C_{laprof.med.} = \frac{\int_0^{\frac{b}{2}} C_{l\alpha}(y) c^2(y) dy}{CMA \cdot \frac{S}{2}} = 0.1141 \text{ deg}^{-1}$$

Avendo ipotizzato una distribuzione degli $C_{l\alpha}$ relativi ai vari profili lungo la semiapertura alare di caratteristiche lineari analoghe a quelle viste per $c(y)$ e $C_m(y)$ in figura 4.1 con :

$$C_{l\alpha \text{ rad}} = 0.116 \text{ deg}^{-1}$$

$$C_{l\alpha \text{ estr}} = 0.113 \text{ deg}^{-1}$$

valori ancora ottenuti attraverso il software Java Airfoil.

Infine:

$$\varepsilon = \frac{4A}{c_t \cdot C_{l\alpha \text{ prof. med.}} \cdot b} 57.3 \text{ deg} = -0.986 \text{ deg}$$

con

$$A = \int_0^{\frac{b}{2}} \varepsilon_a(y) \cdot c(y) \cdot C_{l\alpha}(y) dy$$

$$\varepsilon_a(y) = -(\alpha_{ZL}(y) - \alpha_{ZL,A})$$

$\alpha_{ZL,A} = -1.780 \text{ deg}$ (del profilo di mezzeria della serie 64₁212 calcolato mediante Java Airfoil.

Valore negativo perchè l'ala deve portare ad assetto di crociera in cui $\alpha = 0$)

$\alpha_{ZL}(y) = \alpha_{ZL,A} - \varepsilon(y)$ (distribuzione di svergolamento lungo la semiapertura)

avendo considerato una distribuzione di svergolamento per cui alla stazione iniziale $\varepsilon = 0$ e all'estremità $\varepsilon = -0.010 \text{ deg}^{-1}$ ritenuta plausibile con la necessità di ridurre il carico alare all'estremità. Infatti, essendo l'ala di questo velivolo a freccia e rastremata la distribuzione di carichi in assenza di svergolamento è tale che risultano particolarmente caricate appunto le estremità e ciò è pericoloso soprattutto perché c'è il rischio che lo stallo in tali zone renda incontrollabile le manovre indotte dagli alettoni.

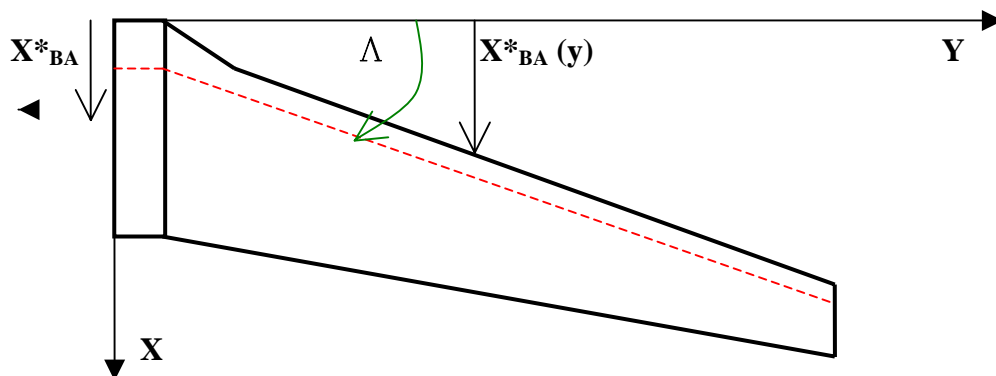
Posizionamento della Corda Media Aerodinamica

La distanza della corda media aerodinamica dal bordo d'attacco del profilo in mezzeria è data dall'integrale :

$$X_{BA,CMA}^* = \frac{\int_0^{\frac{b}{2}} X_{BA}^*(y) \cdot c(y) dy}{\frac{S}{2}}$$

con :

$$X_{BA}^*(y) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 \leq y \leq 2.2 \text{ [ft]} \\ dy \cdot \tan \Lambda & \text{per } 2.2 < y \leq 25.5 \text{ [ft]} \end{cases}$$



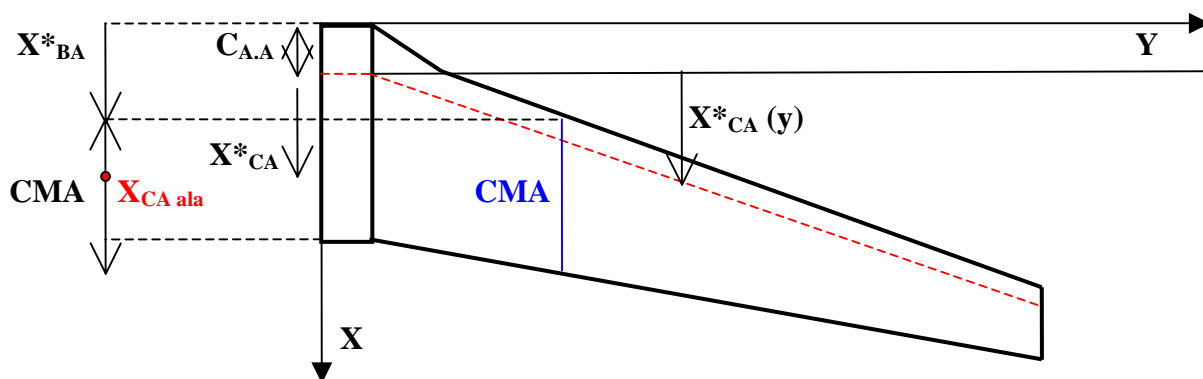
La distanza del centro aerodinamico dell'ala dal centro aerodinamico del profilo in mezzeria è data dall'integrale :

$$X^*_{CA.ALA} = \frac{\int_0^{\frac{b}{2}} X^*_{CA}(y) \cdot c(y) dy}{\frac{S}{2}}$$

con :

$$X^*_{CA}(y) = \begin{cases} 0 & \text{per } 0 \leq y \leq 2.2 \text{ [ft]} \\ (dy \cdot \tan \Lambda + C_{A.A}(y)) - C_{A.A} & \text{per } 2.2 < y \leq 25.5 \text{ [ft]} \end{cases}$$

dove $C_A(y)$ è la distribuzione dei centri aerodinamici dei profili lungo la semiapertura
 $C_{A.A}$ è la posizione del centro aerodinamico del profilo di radice.



Avendo ottenuto dai calcoli che :

$$X^*_{BA\ CMA} = 4.332\ ft = 1.32\ m$$

$$X^*_{CA\ ALA} = 3.821\ ft = 1.16\ m$$

e che la frazione di Corda Media Aerodinamica a cui è posto il centro aerodinamico dell'ala è:

$$X_{CA\ ALA} = \frac{(C_{AA} + X^*_{CA\ ALA} - X^*_{BA\ CMA})}{CMA} = 0.2566 \cong 25.7\% \text{ di CMA.}$$

Coefficienti di momento del Velivolo Parziale

Per velivolo parziale si intende tutto il velivolo escludendo i piani orizzontali di coda. Il coefficiente di momento di beccheggio del velivolo parziale è dato da quello dell'ala isolata sommato ad un termine:

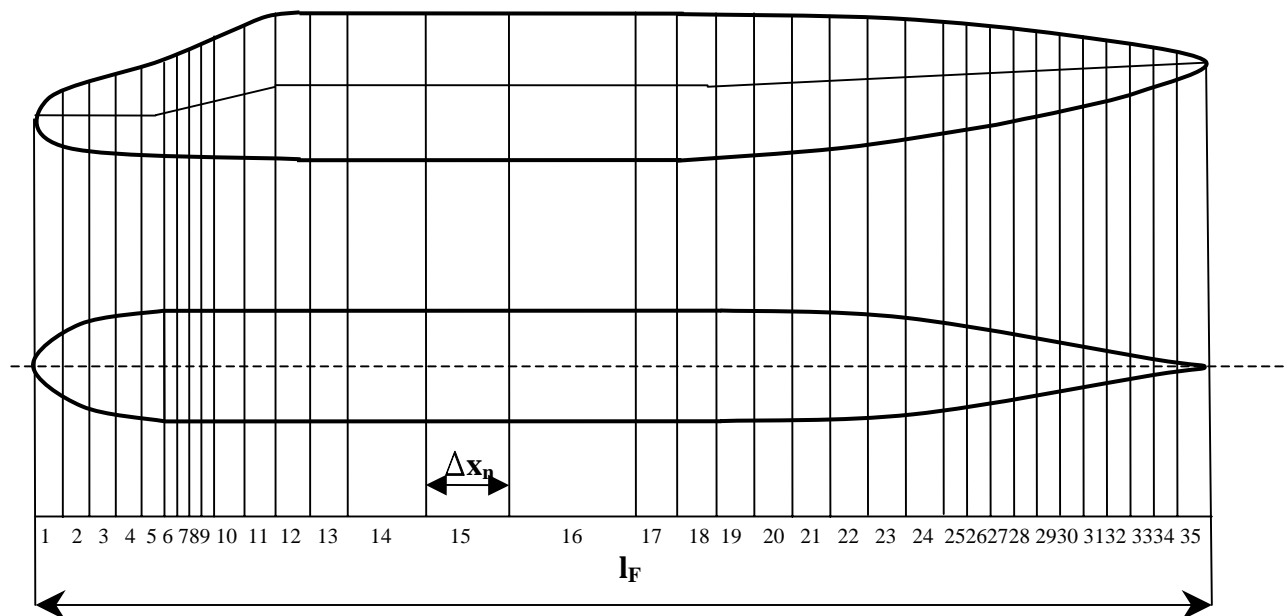
$$\Delta C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha$$

dovuto alla presenza della fusoliera e delle gondole motori.

C_{m0} fusoliera

Per calcolare la parte costante della variazione del coefficiente di momento è necessario definire la geometria della fusoliera stessa e dividerli in sezioni di ampiezza Δx_i .

Discretizzazione della Fusoliera (prendiamo spunto dalla forma in pianta e dalla vista laterale del Citation VII)



Il C_{m0} della fusoliera è dato dalla sommatoria:

$$(C_{m0})_F = \frac{k_2 - k_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \sum_{n=1}^{35} (w_n)_F^2 [\alpha_{0ala} + (i_{CLn})_F] \Delta x_n$$

dove k_1 e k_2 sono costanti il cui valore è diagrammato in funzione della snellezza della fusoliera, Δx_n è la lunghezza dell' n-esimo tratto, w_n la larghezza massima di fusoliera in mezzeria dell' n-esimo tratto, i_{CLn} la pendenza della linea media di fusoliera rispetto al riferimento fusoliera (asse del tratto rettilineo centrale) e α_{0ala} è l'incidenza di portanza nulla dell'ala rispetto al riferimento.

La sezione maestra ha area:

$$S_F = 27.758 \text{ sq ft} = 2.58 \text{ m}^2$$

La lunghezza della fusoliera imposta in base al confronto con velivoli simili è:

$$I_F = 50.875 \text{ ft} = 15.50 \text{ m}$$

Per la definizione di diametro equivalente $d_F = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 5.95 \text{ ft} = 1.81 \text{ m}$ la snellezza vale $\lambda_F = 8.6$

Dalla lettura del diagramma suddetto con valori in funzione della λ_F calcolata si ha:

$$k_2 - k_1 = 0.90$$

Infine per determinare l'angolo di portanza nulla dell'ala usiamo la seguente formula:

$$\alpha_{ZL} = (\alpha_{ZL,A} + J\varepsilon) = -1.4 \text{ deg}$$

con:

$\alpha_{ZL,A}$ = angolo di portanza nulla del profilo in mezzeria = -1.78 deg

ε = svergolamento aerodinamico equivalente = -0.99 deg

J = -0.385 (valore ottenuto dal diagramma in funzione di λ (rastremazione) = 0.340 e AR = 8).

Nella tabella seguente verrà calcolato ciascun termine e la sommatoria:

C_{m0} fusoliera							
N	ΔX ft	$\Delta x_{i-1} + \Delta x_i$ ft	w ft	w² sq ft	I_{CL} deg	$\alpha_{0ala} + I_{CL}$ deg	w²($\alpha_{0ala} + I_{CL}$)ΔX
1	0,925	0,925	2,400	5,760	0,000	-1,400	-7,460
2	0,925	1,850	3,200	10,240	-11,613	-13,014	-123,264
3	0,925	2,775	4,800	23,040	-9,819	-11,219	-239,094
4	0,925	3,700	5,000	25,000	-1,859	-3,259	-75,359
5	0,925	4,625	5,050	25,503	-3,096	-4,496	-106,056
6	0,925	5,550	5,100	26,010	-25,956	-27,356	-658,159
7	0,630	6,180	5,150	26,523	-20,066	-21,467	-358,688
8	0,590	6,770	5,200	27,040	-6,770	-8,170	-130,338
9	0,630	7,400	5,200	27,040	-31,113	-32,513	-553,872
10	0,925	8,325	5,200	27,040	-13,970	-15,371	-384,452
11	0,925	9,250	5,200	27,040	-2,477	-3,878	-96,986
12	1,850	11,100	5,200	27,040	-10,119	-11,519	-576,243
13	1,850	12,950	5,200	27,040	-3,713	-5,113	-255,792
14	3,700	16,650	5,200	27,040	0,000	-1,400	-140,089
15	3,700	20,350	5,200	27,040	0,775	-0,626	-62,590
16	3,700	24,050	5,200	27,040	0,155	-1,245	-124,588
17	3,700	27,750	5,200	27,040	-6,479	-7,880	-788,343
18	1,850	29,600	5,200	27,040	-1,859	-3,259	-163,016
19	1,850	31,450	5,000	25,000	-2,477	-3,878	-179,339
20	1,850	33,300	4,900	24,010	-4,638	-6,038	-268,201
21	1,850	35,150	4,800	23,040	-2,477	-3,878	-165,279
22	1,850	37,000	4,700	22,090	-0,930	-2,330	-95,208
23	1,850	38,850	4,600	21,160	-4,330	-5,730	-224,309
24	1,850	40,700	4,500	20,250	-2,168	-3,568	-133,675
25	0,925	41,625	4,400	19,360	-6,479	-7,880	-141,109
26	0,925	42,550	4,200	17,640	-7,700	-9,100	-148,488
27	0,925	43,475	4,000	16,000	-3,096	-4,496	-66,539
28	0,925	44,400	3,700	13,690	-6,173	-7,574	-95,906
29	0,925	45,325	3,300	10,890	0,000	-1,400	-14,105
30	0,925	46,250	3,000	9,000	9,216	7,816	65,064
31	0,925	47,175	2,700	7,290	0,000	-1,400	-9,442
32	0,925	48,100	2,300	5,290	-3,096	-4,496	-21,999
33	0,925	49,025	1,700	2,890	-9,216	-10,616	-28,379
34	0,925	49,950	1,000	1,000	-9,216	-10,616	-9,820
35	0,925	50,875	0,250	0,063	-15,132	-16,532	-0,956
lengthF							SOMMA
50,875							-6382,078

Si calcola quindi:

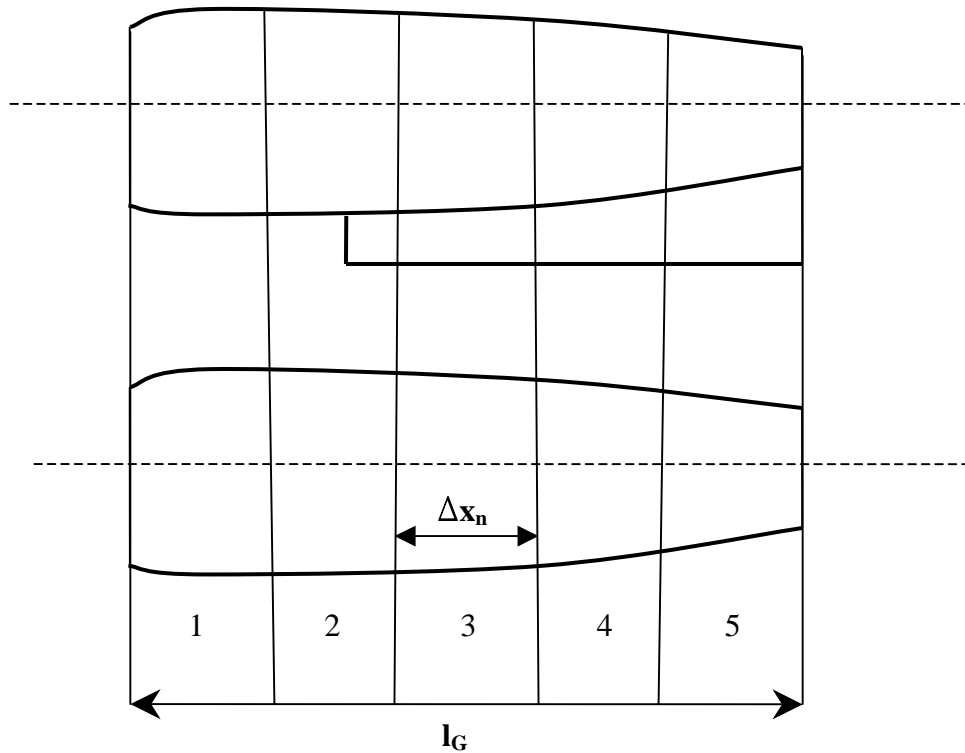
$$C_{m0F} = -0.0733$$

C_{m0} gondole motori

La formula che fornisce il C_{m0} di una gondola è del tutto analoga a quella già vista per la fusoliera:

$$(C_{m0})_G = \frac{k_2 - k_1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \sum_{n=1}^5 (w_n)_G^2 [\alpha_{0ala} + (i_{CLn})_G] \Delta x_n$$

Discretizzazione della gondola



La lunghezza della gondola è:

$$l_G = 8.9 \text{ ft} = 2.7 \text{ m}$$

la sezione maestra ha area:

$$S_G = 7.07 \text{ sq ft} = 0.66 \text{ m}^2$$

la snellezza della gondola, valutata in modo analogo a quello visto per la fusoliera, è:

$$\lambda_G = 3.0$$

e ancora dal diagramma (λ , k_2-k_1) otteniamo che il fattore :

$$(k_2-k_1) = 0.74$$

La tabella fornisce il risultato della sommatoria:

C_{m0} gondole motori							
N	ΔX	$\Delta x_{i-1} + \Delta x_i$	w	w^2	l_{CL}	$\alpha_{0ala} + l_{CL}$	$w^2(\alpha_{0ala} + l_{CL})\Delta X$
1	1,780	1,780	3,000	9,000	0,000	-1,400	-22,431
2	1,780	3,560	3,000	9,000	0,000	-1,400	-22,431
3	1,780	5,340	2,600	6,760	0,000	-1,400	-16,849
4	1,780	7,120	2,220	4,928	0,000	-1,400	-12,283
5	1,780	8,900	1,850	3,423	0,000	-1,400	-8,530
lengthG							SOMMA
8,900							-82,525

Si ottiene, raddoppiando il risultato poiché le gondole sono due:

$$C_{m0G} = -0.0016$$

$C_{m\alpha}$ della fusoliera

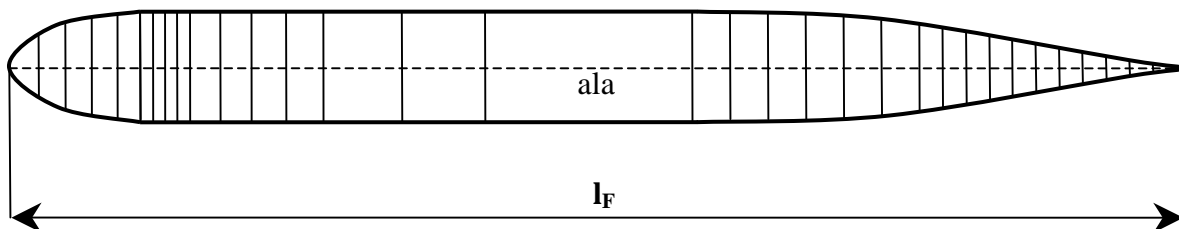
La variazione di coefficiente di momento con l'incidenza è lineare. La pendenza della retta è data dall'integrale:

$$(C_{m\alpha})_F = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \left\{ \int_0^{l_{F1}} w_F^2 \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_1 + 1 \right] dx_1 + \int_0^{l_{F2}} w_F^2 \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right)_2 + 1 \right] dx_2 \right\}$$

dove $\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}$ è l'upwash che si calcola in modo diverso per il tratto di fusoliera anteriore all'ala (pedice 1) e quello posteriore (pedice 2) e w_F è la larghezza dei vari tratti in cui verrà suddivisa la fusoliera.

Per il calcolo si sostituisce all'integrale la sommatoria con la discretizzazione:

Discretizzazione della Fusoliera



Il bordo d'attacco dell'ala dista $l_{F1} = 20 \text{ ft} = 6,10 \text{ m}$ dalla punta del muso e il bordo d'uscita dista $l_{F2} = 21.6 \text{ ft} = 6.58 \text{ m}$ dalla coda.

Dopo aver calcolato la distanza dal bordo d'attacco dell'ala della sezione di mezzeria di ciascun tronco di fusoliera, riferendoci alla discretizzazione realizzata in precedenza, possiamo ottenere il

valore medio di upwash $\left(\overline{\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}} \right)$ per ogni sezione.

Inoltre:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_1 = \left(\overline{\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}}\right) \frac{C_{L\alpha_{ala}}}{0.0785}$$

per cui abbiamo ricavato il valore dell'upwash da inserire nella formula precedente relativo ad ogni sezione.

Per quanto riguarda il tratto posteriore è diverso il calcolo di $\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_2$:

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha}\right)_2 = \left[\frac{x_2}{l_{F2}} \left(1 - \overline{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}} \right) - 1 \right]$$

dove $\overline{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}$ è il downwash ottenuto dai diagrammi in base alla posizione rispetto alla radice dell'ala del centro aerodinamico del piano orizzontale di coda.

Calcolo del Downwash

Usiamo un modello per cui l'ala è sostituita da un singolo vortice su di essa con vortici liberi che si sviluppano da ogni estremità. Poiché la superficie vorticoso si avvolge su se stessa, i bordi si spostano verso la linea di mezzzeria pertanto la distanza tra i vortici liberi b' è minore dell'apertura alare. Per ala ellittica vale che $\frac{b'}{b} = \frac{\pi}{4}$.

Usando questo modello e la legge di Biot e Savart si ottiene un grafico per la determinazione del downwash. In particolare abbiamo che:

$$\frac{AR \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}{C_{L\alpha_{ala}}}$$

è espresso in funzione di $\frac{l_{ac}}{b'}$ e $\frac{h_t}{b'}$.

Per il calcolo di $C_{L\alpha_{ala}}$ sfruttiamo la seguente formula valida per velivoli che come il nostro hanno angoli di freccia e/o Mach elevati (regime comprimibile):

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi AR}{2 + \sqrt{\frac{AR^2 \cdot \beta^2}{k^2} \cdot \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda}{\beta^2} \right)}} = 4.42 \text{ rad}^{-1}$$

con:

$$\beta^2 = 1 - M^2$$

$$k = \frac{C_{L\alpha} \beta}{2\pi} \quad (\text{quindi è il rapporto fra il } C_{L\alpha} \text{ del profilo e quello della lastra piana})$$

l_{ac} è la distanza tra i punti ad $1/4$ della corda dei profili di del piano di coda e dell'ala mentre h_t è la distanza verticale tra il piano di coda ed il piano contenente l'ala e parallelo alla direzione della velocità. Prenderemo i dati relativi a queste grandezze in considerazione del fatto che siamo in crociera e stiamo valutando il downwash all'altezza del piano di coda.

Pertanto per il nostro velivolo $l_{ac} = 27.54 \text{ ft} = 8.39 \text{ m}$, $h_t = 13.75 \text{ ft} = 4.19 \text{ m}$ e $b' = 40 \text{ ft} = 12.19 \text{ m}$.

Entrando nel grafico con $\frac{l_{ac}}{b'} = 0.688$ e $\frac{h_t}{b'} = 0.344$ si ottiene:

$$\frac{AR \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}}{C_{L\alpha_{ala}}} = 0.38 \quad \text{e} \quad \text{quindi} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = 0.214$$

infine dobbiamo effettuare la correzione del valore del downwash dovuta alla presenza della freccia di 25° sull'ala del nostro velivolo.

Entrando in un altro grafico in funzione delle suddetta freccia e di $\frac{l_{ac}}{b'}$ e $\frac{h_t}{b'}$ si ottiene alla fine che il downwash a livello del piano di coda del nostro velivolo è $\overline{\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}} = 0.220$.

Ritornando al calcolo dell'integrale relativo al tratto posteriore della fusoliera, considerando $\frac{x_2}{l_{F2}}$

come il rapporto tra la distanza di ciascuno dei tratti di fusoliera dal bordo d'uscita dell'ala in mezzzeria e la lunghezza del tratto posteriore di fusoliera e sostituendo il valore del downwash relativo ad ogni sezione partendo da quello calcolato all'altezza del piano di coda (con il segno negativo poiché, essendo un downwash, ha un effetto opposto all'upwash inserito nella prima parte della formula), otteniamo che:

$$C_{m\alpha F} = 0.0139 \text{ deg}^{-1}$$

$C_{m\alpha}$ delle gondole

L' integrale non è formalmente identico a quello calcolato per la fusoliera poiché le gondole sono entrambe posizionate completamente dietro sezione alare, avendo i motori del nostro velivolo configurazione caudale:

$$(C_{m\alpha})_G = \frac{1}{36.5 \cdot S \cdot CMA} \left\{ \int_0^{l_G} w_G^2 \left[\left(\frac{\partial \varepsilon_u}{\partial \alpha} \right) + 1 \right] dx \right\}$$

dove $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$ è il downwash relativo ad ogni tratto di gondola, w_G è la larghezza di quel tratto e l_G è la lunghezza della gondola.

Si ottiene, moltiplicando sempre per due:

$$C_{m\alpha G} = 0.0002 \text{ deg}^{-1}$$

C_m di fusoliera e gondole

Sommando i termini dovuti ai contributi di fusoliera e gondole si ha:

$$C_m = C_{m0 F} + C_{m0 G} + (C_{m\alpha F} + C_{m\alpha G})\alpha = -0.0749 + 0.0141\alpha$$

Centro aerodinamico del velivolo parziale

Per trovare il centro aerodinamico del velivolo parziale si impone la condizione:

$$\frac{\partial C_{mCA_{VP}}}{\partial \alpha} = 0$$

con:

$$C_{mCA VP} = C_{mCA ala} + C_{L\alpha} \alpha (X_{CA VP} - X_{CA ala}) + C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha$$

Si ottiene:

$$(X_{CA VP} - X_{CA ala}) = - \frac{C_{m\alpha}}{C_{L\alpha}} = - 0.183$$

E quindi:

$$\mathbf{X_{CA VP} = 0.257 - 0.183 = 0.074 = 7.4 \% \text{ di CMA}}$$

Il centro aerodinamico del velivolo parziale dista dal bordo d'attacco della corda media aerodinamica:

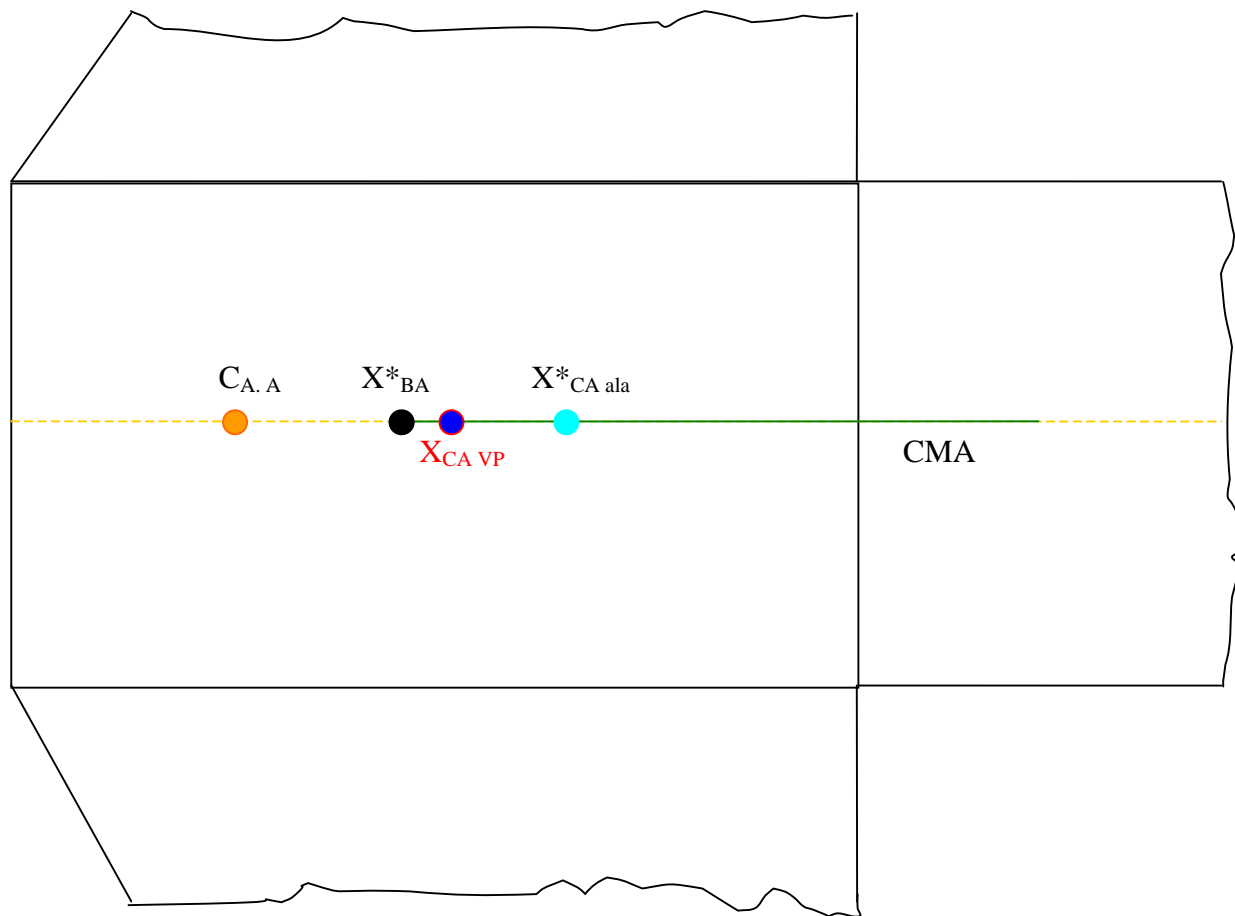
$$\mathbf{X_{CA VP}^* = X_{CA VP} * CMA = 0.492 ft = 0.15 m}$$

C_{mCA} del velivolo parziale

Il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico del velivolo parziale è dato dalla somma:

$$C_{mCA VP} = C_{mCA ala} + C_{m0} = -0.0707 - 0.0749 = -0.01456$$

Qui di seguito rappresentiamo la proiezione della CMA e dei punti calcolati sull'asse di mezzeria:



5. Dimensionamento del Piano di Coda Orizzontale

Per il dimensionamento consideriamo le due condizioni critiche di:

1. MINIMO MARGINE DI STABILITA' LONGITUDINALE A COMANDI LIBERI CON BARICENTRO MASSIMO AVANZATO.
2. EQUILIBRIO ALL'ATTERRAGGIO IN EFFETTO SUOLO E FLAPS DEFLESSI CON BARICENTRO MASSIMO ARRETRATO.

Per quanto riguarda la condizione 1 si deve considerare l'equazione che esprime il margine di stabilità a comandi liberi:

$$\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{CL}}} = x_a - \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \cdot \overline{V}_t$$

Si impone:

$$\frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{CL}}} \leq -0.05$$

con la posizione del baricentro CG da considerare massima arretrata, cioè $x_{CG} = 0.30$.

Valutiamo, ora, i valori fissi:

$$x_a = x_{CG} - x_{CA \text{ VP}} = 0.30 - 0.074 = 0.226 = 22.6 \% \text{ di CMA} = 1.51 \text{ ft} = 0.46 \text{ m}$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = 0.220 \text{ rad}^{-1} \quad (\text{downwash sul piano di coda calcolato in precedenza})$$

$\tau = 0.6$ (ricavato da un diagramma in funzione di S_e/S_t posto pari a 0.3 dove S_t è la superficie totale del piano orizzontale di coda e S_e è quella dell'equilibratore)

Infine per il calcolo di $C_{h\alpha}$ e $C_{h\delta}$ sfruttiamo due formule nelle quali essi sono espressi dal prodotto di alcuni valori ottenuti da grafici costruiti in funzione di caratteristiche geometriche del piano di coda orizzontale.

Prendendo come riferimento l'impennaggio orizzontale del CITATION VII, abbiamo imposto che:

$$\frac{c_e}{c} = 0.3 \quad (\text{rapporto tra le corde di equilibratore e dell'intero piano di coda})$$

$$\frac{t}{c} = 0.1 \quad (\text{spess. perc. del profilo scelto per il piano orizz. di coda che è il simmetrico 64A-010})$$

$$BR = 0 \quad (\text{Balance Ratio})$$

$$\frac{1}{AR_t} = 0.2 \quad (\text{avendo imposto l'allungamento alare del piano di coda pari a 5})$$

Entrando nei suddetti grafici con questi valori si ottiene quindi:

$$C_{h\alpha} = -0.55k_1(c_e/c)k_1(t/c)k_1(BR)k_1(1/A) = -0.277$$

(variazione del momento di cerniera dell'equilibratore in funzione dell'angolo d'attacco)

$$C_{h\delta} = -0.89k_2(c_e/c)k_2(t/c)k_2(BR)k_2(1/A) = -0.534$$

(variazione del momento di cerniera dell'equilibratore in funzione dell'angolo dell'equilibratore)

Questi valori vanno scalati per il rapporto tra l'apertura dell'equilibratore e quella totale del piano di coda orizzontale. Nel nostro caso $b_e/b_t = 1$.

Ritornando all'equazione della condizione 1 abbiamo che a_t e V'_t dipendono proprio dai quei parametri incogniti che vogliamo individuare per realizzare il dimensionamento del piano di coda e cioè la superficie S_t e l'apertura b_t .

In particolare:

$$a_t = \frac{2\pi AR_t}{2 + \sqrt{\frac{AR_t^2 \cdot \beta^2}{k_t^2} \cdot \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_t}{\beta^2}\right) + 4}} \quad (\text{pendenza retta portanza del piano di coda orizzontale})$$

con:

$$k_t = \frac{a_0 \cdot \beta}{2\pi}$$

$a_0 = 0.101 \text{ deg}^{-1}$ (gradiente della retta di portanza del profilo scelto per il piano orizzontale di coda 64A010)

Λ_t = freccia del piano di coda orizzontale che ipotizziamo essere uguale a quella dell'ala.

$$A_t = \frac{b_t^2}{S_t}$$

$$V'_t = \frac{S_t \cdot l_t}{S_w \cdot c}$$

dove:

$l_t = 23.8 \text{ ft} = 7.25 \text{ m}$ (distanza tra centro aerodinamico velivolo parziale e quello del piano di coda)

c = CMA

S_w = superficie alare

Quindi dalla condizione 1 si ottiene globalmente la seguente relazione:

$$f(S_t, b_t) = \frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{CL}}} \leq -0.05$$

Risolvendo l'equazione, per ogni valore di b_t abbiamo trovato il valore di S_t che la soddisfa, cioè il valore minimo di S_t per quella apertura del piano di coda orizzontale.

Di qui si è ricavato il seguente grafico:

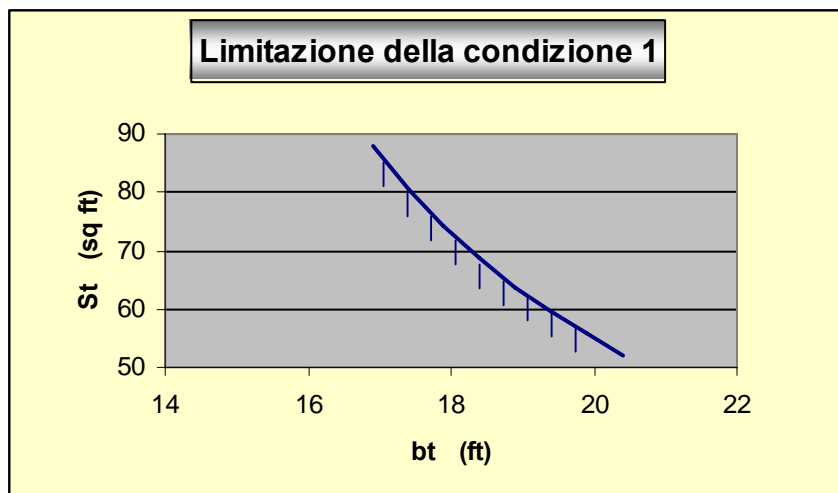


Fig. 5.1

Per rispettare la condizione 1 è necessario restare al di sopra della curva.

Passando alla condizione 2 scriviamo l'equazione d'equilibrio all'atterraggio:

$$C_m = C_{m_{AC,VP}} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) V'_t \right] C_L - a_t V'_t \alpha_{t0}$$

con:

$$\alpha_{t0} = k(i_t - \alpha_{0w}) = -k\Gamma_l \quad \text{con} \quad k = \frac{1}{1 + \frac{a_t}{a_w} \cdot \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)}$$

Ovviamente il C_L è quello di equilibrio, cioè quello all'atterraggio; mentre essendo il nostro velivolo dotato di equilibratore sarà:

$$i_t = i_{t0} + \tau \delta_e$$

i_{t0} è il calettamento del piano di coda e δ_e è la variazione dell'angolo dell'equilibratore necessaria a garantire l'equilibrio in ogni condizione di volo.

L'equazione di equilibrio è quindi:

$$C_m = 0 = C_{m_{AC,VP}} + \left[x_a - \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) V'_t \right] C_L - a_t V'_t k [i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}]$$

In fase preliminare determiniamo i_{t0} imponendo che il δ_e in crociera sia piccolo per garantire minore resistenza al profilo. Vale la seguente equazione:

$$\delta_{e_{cr}} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{m_{AC,VP}}}{C_{m_\delta}} - \frac{C_{m_{CL}}}{C_{m_\delta}} C_{L_{cr}} = 0$$

Dove:

$$C_{L_{cr}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{W}{S}}{V_{cr}^2 \rho_{SL} \varepsilon}} = 1.2$$

è il coefficiente di portanza del velivolo nella fase di crociera ottenuto inserendo nella formula precedente valori di grandezze già definite nel dimensionamento per la velocità di crociera.

α_{0w} è l'angolo di portanza nulla che in configurazione pulita era pari a -1.4 deg ma una con la deflessione di circa 40° del flap all'atterraggio diventa pari a -4 deg (inserendo questo dato nell'equazione con valore positivo $+4 \text{ deg}$)

$$C_{m\delta} = -a_t \overline{V'_t} k \tau$$

$$C_{mCL} = \frac{\partial C_m}{\partial C_{L_{cl}}} = x_a - \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \cdot \overline{V'}_t$$

$$C_{mAC.VP} = C_{mAC.VP \delta f=0} + \Delta C_{mAC.VP \delta fatter}.$$

è il coefficiente di momento rispetto al centro aerodinamico del velivolo parziale che tiene conto della deflessione dei flaps all'atterraggio attraverso l'aggiunta del termine $\Delta C_{mAC.VP \delta fatter} = -0.215$ ottenuto da un diagramma in funzione del rapporto tra la corda del flap e quella del profilo di radice. $C_{mAC.VP \delta f=0}$ il coefficiente di momento calcolato per flaps retratti pari a -0.1456 .

Inoltre essendo il velivolo in fase di atterraggio si deve tener conto dell'effetto suolo che influenza i parametri $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, a_t ed a . In particolare consideriamo $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$ ridotto del 10% rispetto al valore calcolato alla quota di crociera; invece sia a_t che a vanno corretti moltiplicandoli per un fattore correttivo che è espresso in un grafico in funzione di AR e del rapporto tra la distanza dal suolo d_g del velivolo e la semiapertura alare. Avendo imposto $\frac{d_g}{b/2} \cong 1$ si ha che $\frac{a_g}{a} = \frac{a_{tg}}{a_t} = 1.05$

Ovviamente poiché stiamo analizzando la condizione 2 $x_a = x_{CG} - x_{CA VP}$ è necessario calcolarlo considerando la posizione del CG massima avanzata pari a 0.18; per cui $x_a = 0.106 = 10.6\%$ di $CMA = 0.71 ft = 0.22 m$.

Imponiamo un certo valore di S_t e di b_t con i quali otteniamo $C_{m\delta} = -0.030$ e $C_{mCL} = -0.375$.

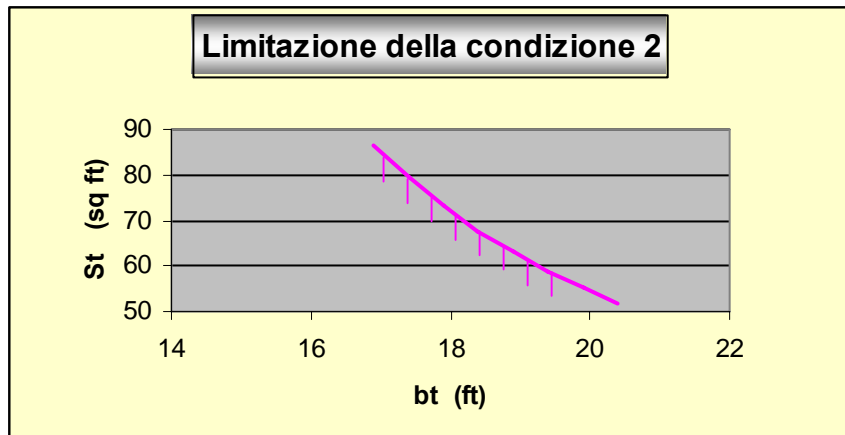
Si è scelto un valore di S_t ben al di sopra della curva relativa alla condizione 1 cioè abbiamo imposto $S_t = 80 sq ft = 7.43 m^2$. Sostituendo questi valori nell'equazione precedente otteniamo che:

$$i_{t0} = -8 \text{ deg}$$

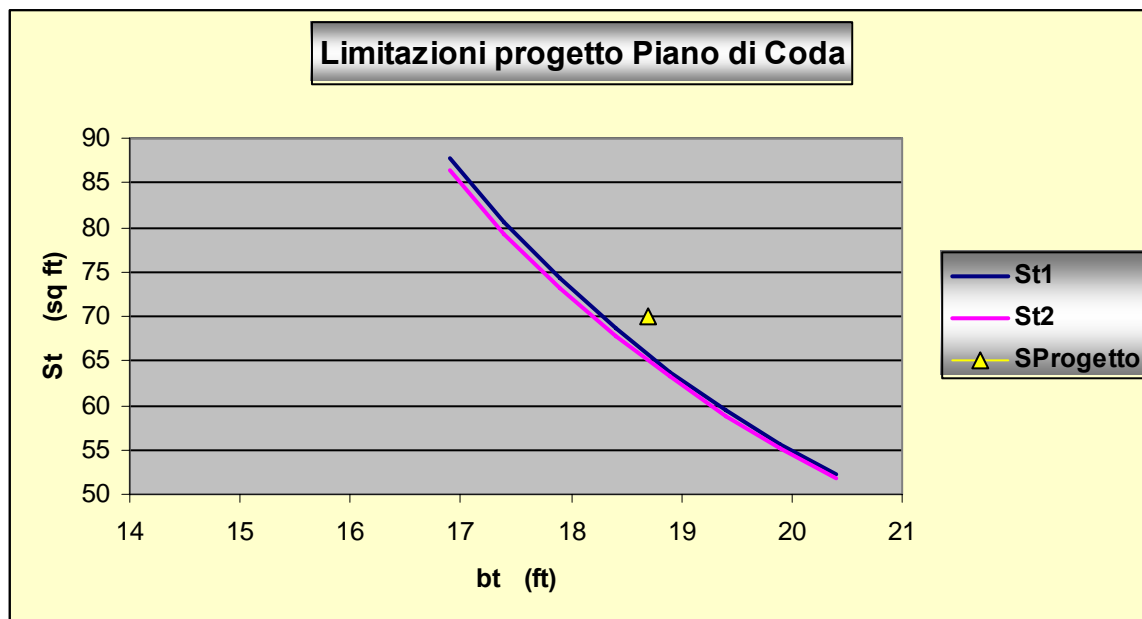
Possiamo a questo punto applicare l'equilibrio all'atterraggio relativo alla condizione 2 scritti in precedenza. Otteniamo così, essendo a_t e V'_t dipendenti da S_t e b_t una nuova funzione $f(S_t, b_t) = 0$.

In effetti, scelto $\delta_e = \delta_{eMAX}$ ammissibile a cabrare pari a -23° , imponendo nell'equazione $C_m = 0$ che $\delta_e > -23^\circ$ otteniamo una disequazione $f(S_t, b_t) \geq 0$.

In generale abbiamo ricavato un'altra curva che associa ad ogni b_t il valore di S_t tale che $f(S_t, b_t) = 0$ (con $\delta_e = -23^\circ$).



Dall'unione delle curve relative alle due condizioni analizzate otteniamo il grafico finale in virtù del quale sceglieremo il punto di progetto per il disegno del piano di coda orizzontale del nostro velivolo.



La nostra scelta è stata orientata dal criterio di fissare il b_t pari a quello di velivoli della stessa categoria prendendo sul grafico in corrispondenza di esso un S_t di poco al di sopra delle due curve. Pertanto il punto di progetto per il piano di coda orizzontale è:

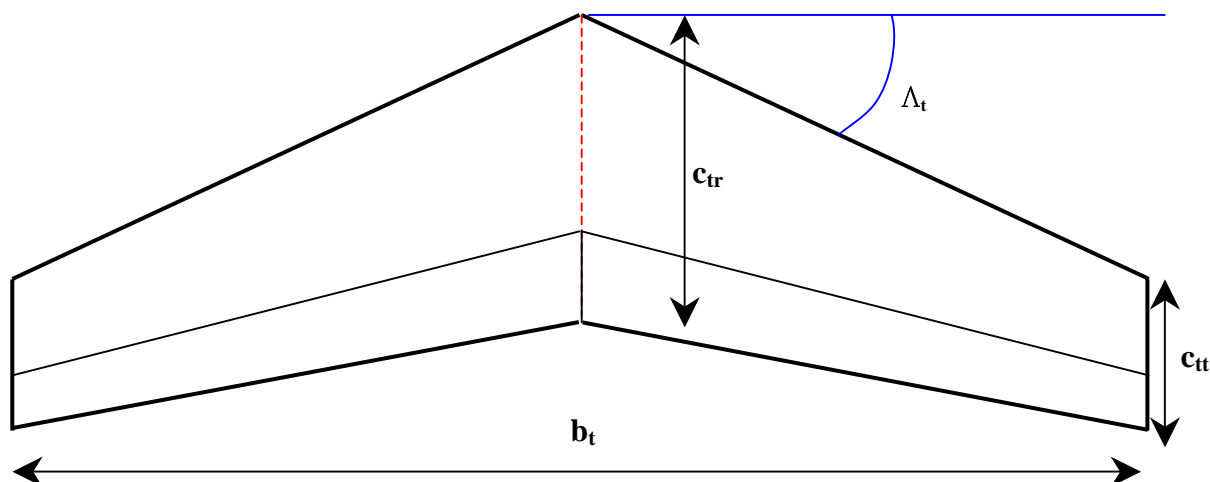
$$b_t = 18.7 \text{ ft} = 5.70 \text{ m}$$

$$S_t = 70 \text{ sq ft} = 6.50 \text{ m}^2$$

In questo modo abbiamo anche conservato un valore di $AR_t = 5$ pari a quello imposto per ricavare il valore di alcuni parametri che sono stati utilizzati per costruire le curve relative alle condizioni 1 e 2.

Per il disegno della forma in pianta del nostro piano orizzontale di coda ci occorre conoscere la freccia e la rastremazione da affiancare a b_t e S_t ottenuti fissando il punto di progetto.

Imponiamo una freccia di $\Lambda_t = 28^\circ$ (in base ai dati del CITATION VII) e una rastremazione di 0.50. Per questo motivo otteniamo la seguente forma in pianta:



dove: c_{tr} = corda alla radice = $4.97 \text{ ft} = 1.51 \text{ m}$; c_{tt} = corda all'estremità = $2.50 \text{ ft} = 0.76 \text{ m}$

6. Determinazione del Punto Neutro

Per determinare il Punto Neutro del nostro velivolo sfruttiamo la formula:

$$No = x_{acVP} + \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \overline{V}'_t = 0.565 \text{ CMA} = 56.5\% \text{ di CMA} = 3.78 \text{ ft} = 1.15 \text{ m} *$$

*dal bordo d'attacco della CMA

con:

$$x_{acVP} = 0.074 \text{ CMA}$$

$$a_t = 0.0626 \text{ deg}^{-1} \text{ ottenuto inserendo il valore di } S_t \text{ di progetto determinato}$$

$$a = C_{L\alpha w} = 0.0771 \text{ deg}^{-1}$$

$$\overline{V}'_t = 0.0776 \text{ anch'esso ottenuto inserendo il valore di } S_t \text{ di progetto determinato}$$

Noto il valore del punto neutro possiamo verificare che viene rispettata la condizione di stabilità

longitudinale del nostro velivolo poiché sostituendo tale valore nella formula $\frac{\partial C_m}{\partial C_L} = \left(\frac{x_{CG}}{\text{CMA}} - No \right)$

essa risulta essere sempre minore di zero dato che il baricentro massimo avanzato si trova prima del punto neutro.

