



Esercitazione

Dimensionamento del piano di coda orizzontale di un velivolo

Corso di Progetto Generale di Velivoli

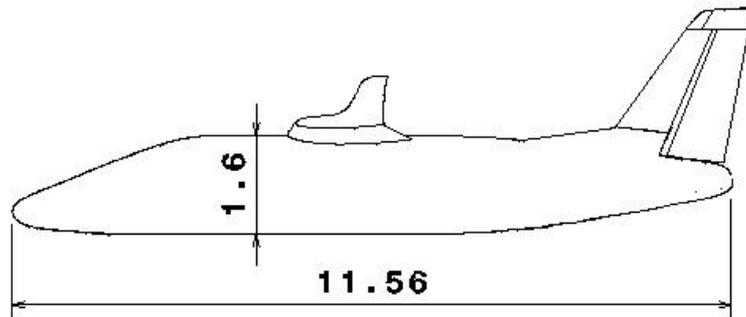


Condizioni

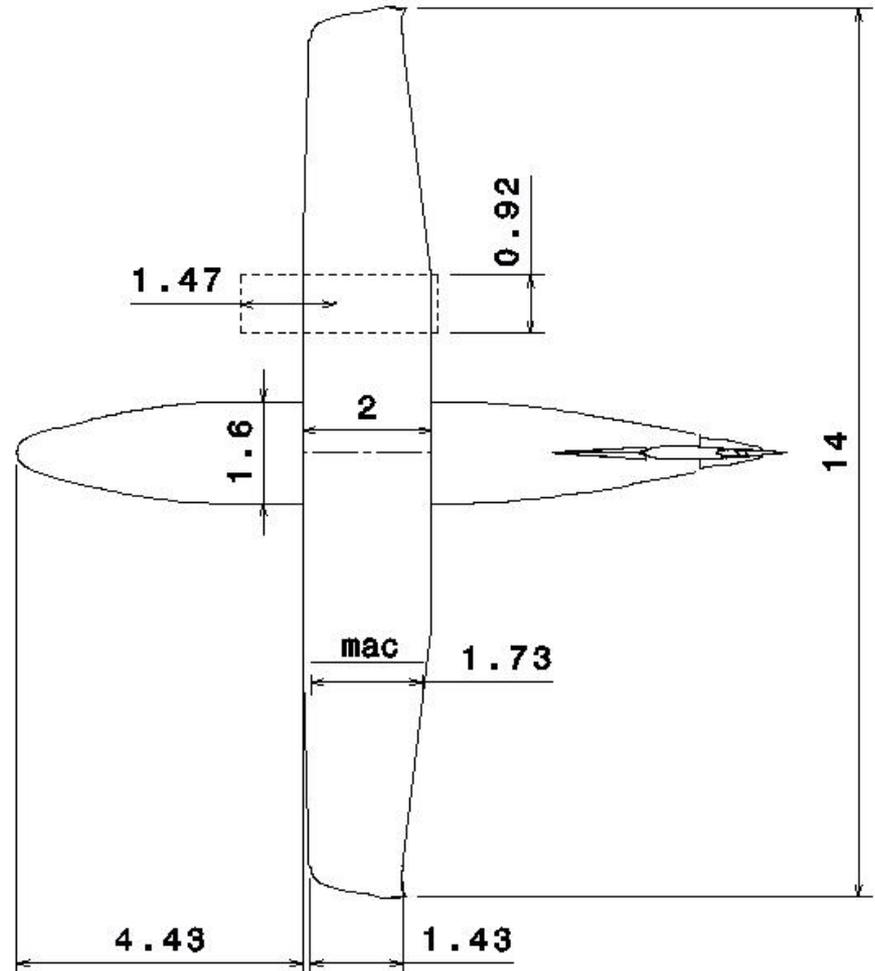
1. Stabilità in fase di crociera
2. Equilibrio (controllabilità) in fase di atterraggio

Si impongono due equazioni che definiscono due curve limite (S_t/S_w) al di sopra delle quali le condizioni sono soddisfatte.

Velivolo bimotore ad elica



Il piano di coda orizzontale è assente. Bisogna **preliminarmente** scegliere forma in pianta e posizione. Questi parametri hanno influenza su peso, prestazioni e costi del velivolo.



Dimensionamento preliminare

Table 8.3a) Twin Engine Propeller Driven Airplanes: Horizontal Tail Volume

 and Elevator Data

Type	Wing Area S ft ²	Wing mcg \bar{c} ft	Wing Airfoil root/tip NACA*	Hor. Tail Area S _h ft ²	S _e /S _h	x _h ft	\bar{V}_h	Elevator Chord root/tip fr. c _h
CESSNA								
310R	179	4.77	23018/23009	54.3	0.41	14.9	0.95	.42/.39
402B	196	4.77	23018/23009	60.7	0.29	16.5	1.07	.41/.39
414A	226	4.73	23018/23009	60.7	0.27	16.4	0.93	.37/.38
T303	189	4.9	23017/23012	48.1	0.42	14.9	0.78	.41/.44
PIPER								
PA-31P	229	5.79	63 ₁ A415/63 ₁ A212	68.7	0.44	16.2	0.84	.41/.51
PA-44-180T	184	4.34	NA	23.4	1.0	15.7	0.46	stabilator
Chieftain	229	6.00	63 ₁ A415/63 ₁ A212	61.4	0.38	16.1	0.72	0.38
Cheyenne I	229	5.69	63 ₁ A415/63 ₁ A212	70.5	0.40	15.7	0.85	.40/.41
Cheyen. III	293	7.33	63 ₁ A415/63 ₁ A212	61.8	0.39	23.7	0.68	.35/.44
BEECH								
Duchess	181	5.08	63 ₁ A415	39.4	0.35	15.6	0.67	0.40
Duke B60	213	6.60	23016.5/23010.5	62.0	0.27	14.5	0.64	0.39
Lear Fan 2100	163	4.36	NA	55.0	0.23	13.1	1.01	.36/.31
Rockwell Comdr 700	200	5.28	NA	55.4	0.37	19.7	1.03	0.37
Piaggio P166-DL3	286	6.06	230 series	51.6	0.27	17.2	0.51	.40/.50
EMB-121	296	6.62	NA	62.9	0.43	20.3	0.65	.39/.46

* Unless otherwise indicated

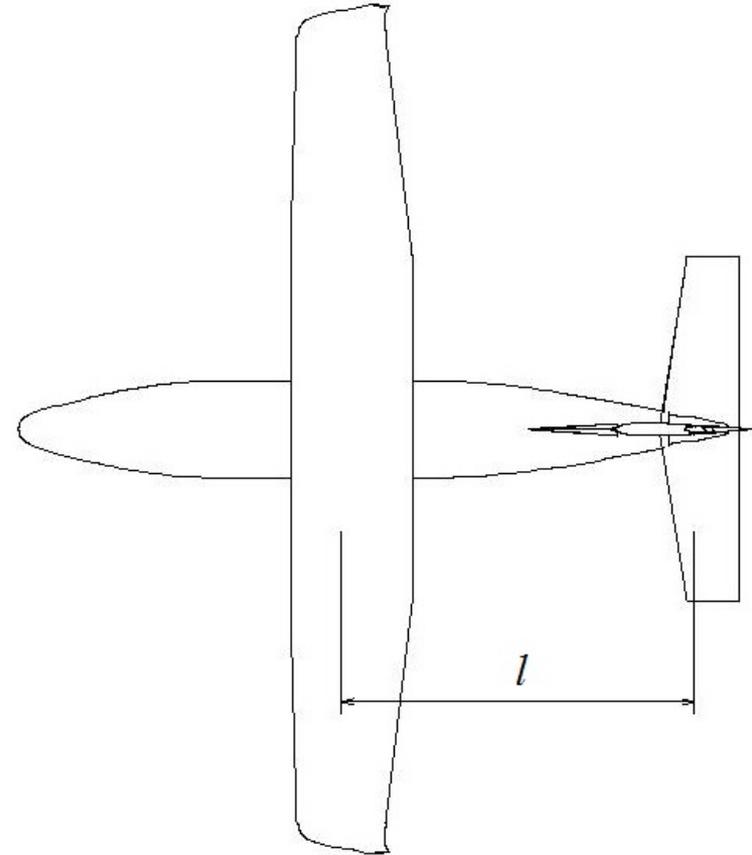
Dimensionamento preliminare (cont.)

La scelta della forma in pianta influenza il peso e l'aerodinamica (insieme al numero di Mach) del piano orizzontale.

$$A_t, \Lambda_t, M \rightarrow a_t$$

$$\left. \begin{array}{l} \bar{V}_t \\ l/c \end{array} \right\} \rightarrow S_t/S_w$$

La scelta del volumetrico e della posizione del piano (distanza fuoco ala – fuoco piano) permette un dimensionamento di massima che semplifica i calcoli successivi.



Condizione 1 - Stabilità

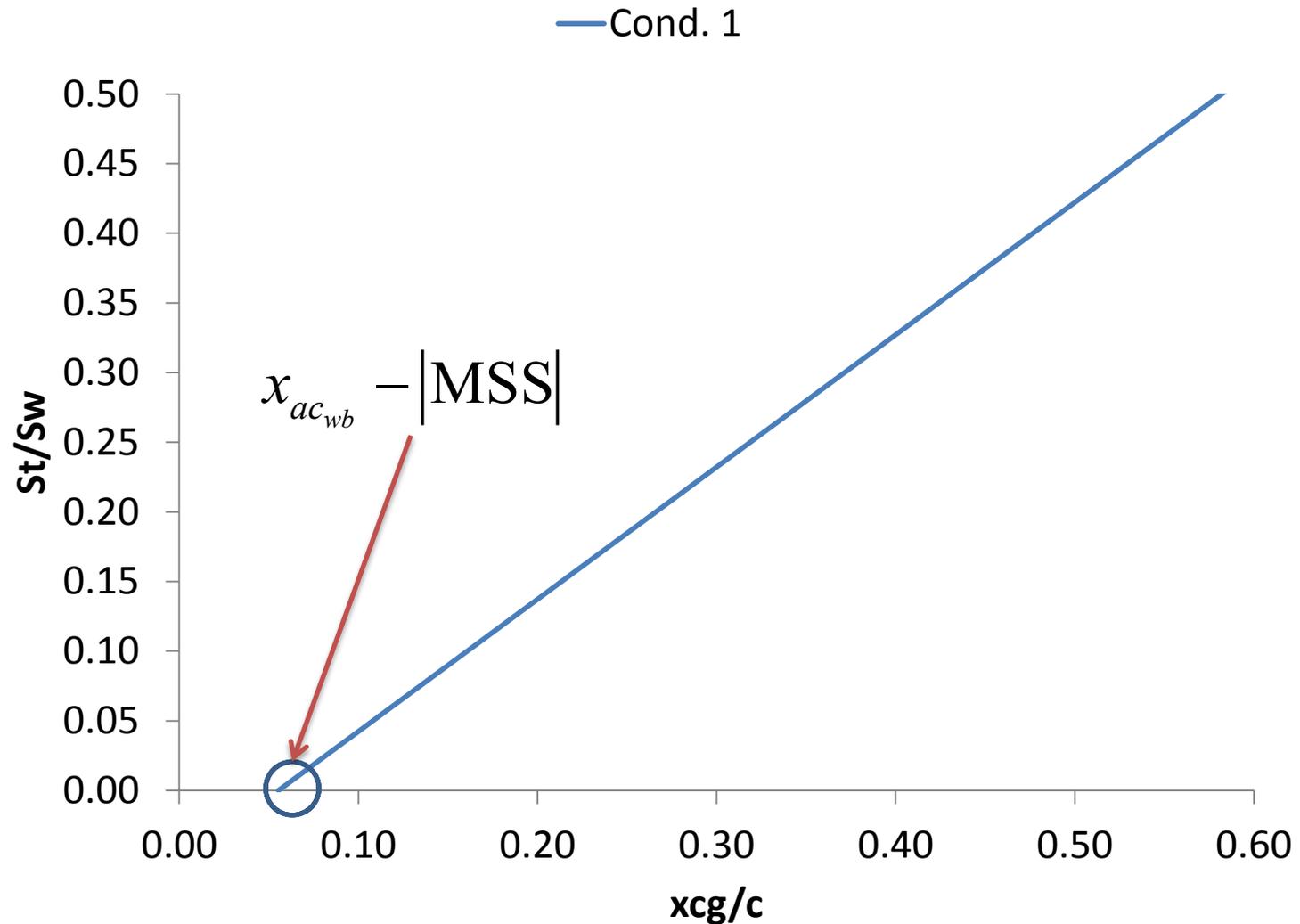
$$\frac{dC_M}{dC_L} = \frac{x_{cg}}{c} - N_0 \leq \text{MSS}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} + |\text{MSS}| = \frac{x_{ac_{wb}}}{c} + \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}$$

Per un velivolo di aviazione generale (comandi reversibili) è importante valutare la stabilità a comandi liberi.

Incognita del problema

Condizione 1 – Stabilità (cont.)



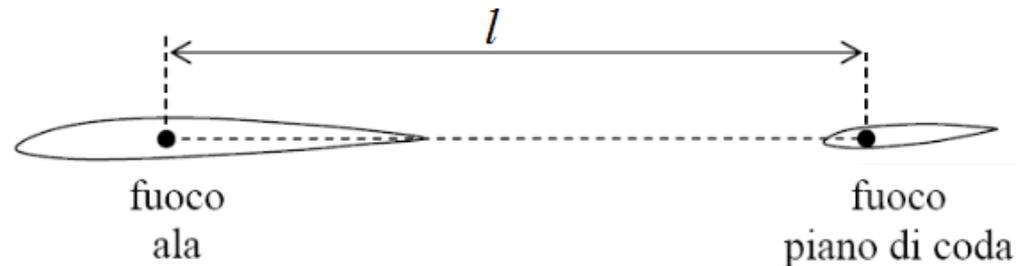
Condizione 1 – Stabilità (cont.)

$$\frac{x_{cg}}{c} + |\text{MSS}| = \frac{x_{ac_{wb}}}{c} + \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}$$

Effetto downwash

Riduzione della stabilità a causa della reversibilità del comando

Da assegnare!



Variabile indipendente

Margine di stabilità statica
È un dato del problema (es. 0.05)

Centro aerodinamico del
velivolo parziale

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Centro aerodinamico velivolo parziale

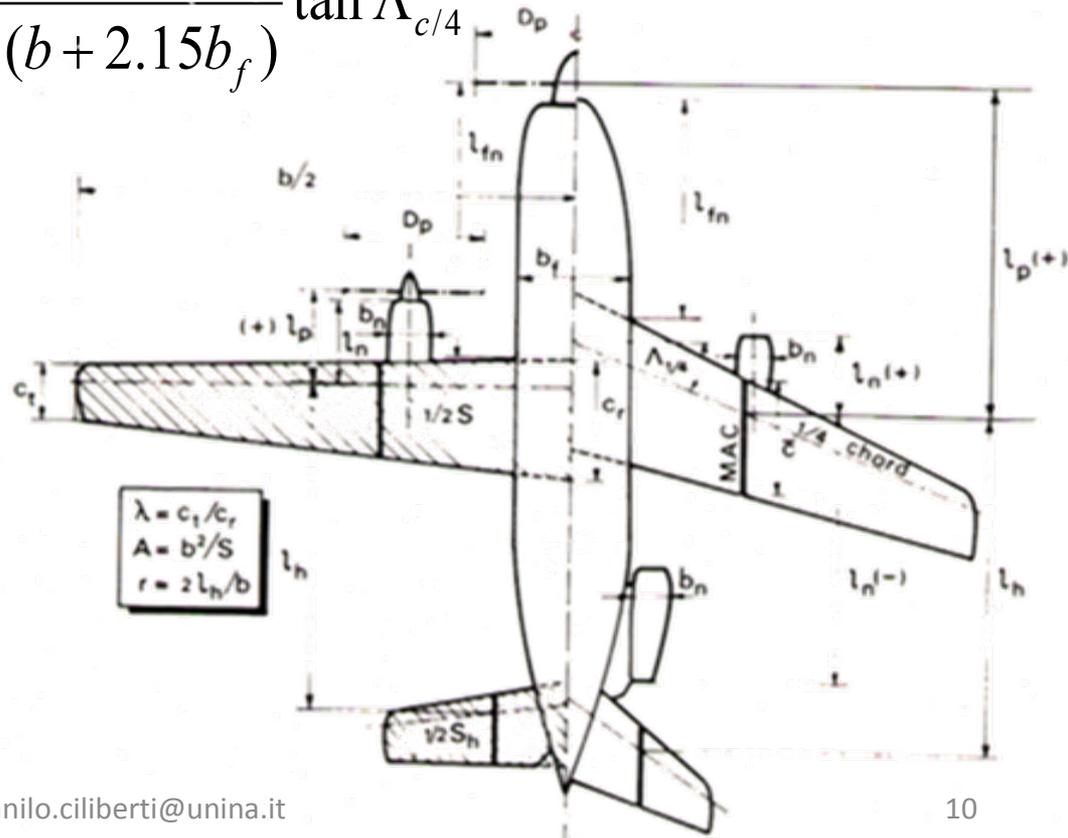
$$x_{ac_{wb}} = x_{ac_w} + \Delta x_{ac_{body}} + 2 \cdot \Delta x_{ac_{nac}}$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} = -\frac{1.8}{a_w} \cdot \frac{b_f h_f l_{fn}}{Sc} + \frac{0.273}{1+\lambda} \cdot \frac{b_f S / b(b-b_f)}{c^2(b+2.15b_f)} \tan \Lambda_{c/4}$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = K_{nac} \frac{b_n^2 l_n}{S c a_w \cdot 57.3}$$

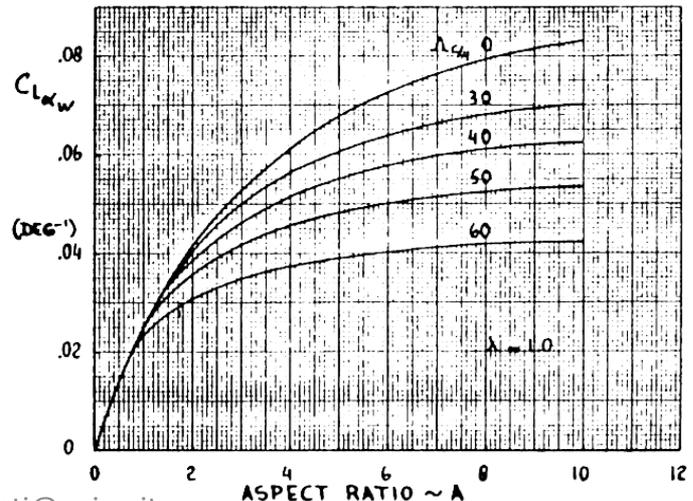
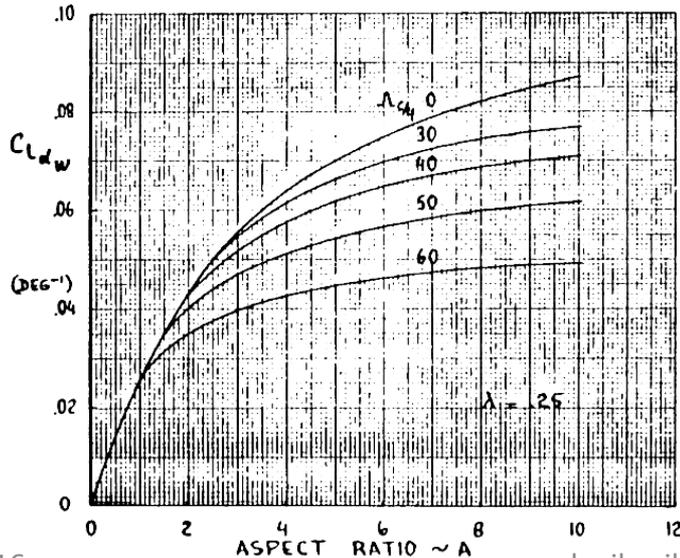
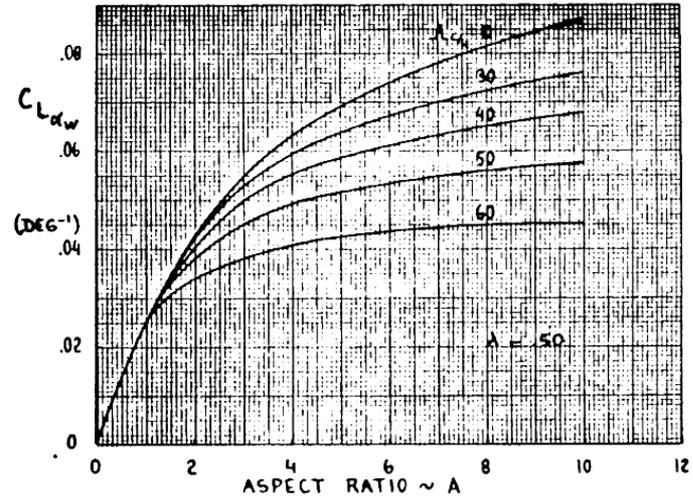
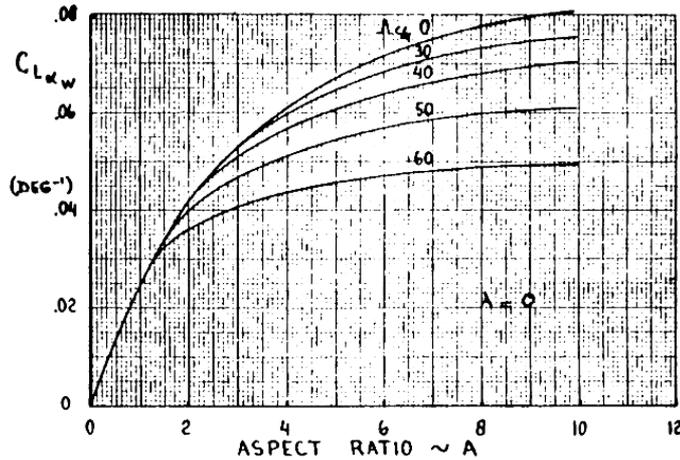
$$K_{nac} = \begin{cases} -4.0 & \text{motori avanti l'ala} \\ -2.5 & \text{motori dietro l'ala} \end{cases}$$

Effetto destabilizzante di fusoliera e gondole motori.



Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Pendenza retta di portanza ($M \approx 0$)



Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Pendenza retta di portanza

In alternativa ai grafici si può usare la formula seguente (rad^{-1}).

$$C_{L_{\alpha_w}} = a_w = \frac{2\pi \mathcal{R}}{2 + \sqrt{\frac{B^2 \mathcal{R}^2}{\kappa^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/2}}{B^2}\right) + 4}}$$

where

\mathcal{R} is the wing aspect ratio, b^2/S

B is the compressibility parameter, $\sqrt{(1 - M^2)}$

κ is the ratio of *section* lift-curve slope to theoretical thin-section value, $c_{l_\alpha}/(2\pi B)$,
and for thin airfoils ($c_{l_\alpha} \approx 2\pi$) it is equal to $1/B$

$\Lambda_{c/2}$ is the vertical tail sweep angle at half chord.

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Contributo del piano orizzontale

$$\eta_t = \begin{cases} 0.85 & \text{piano in fusoliera} \\ 0.95 & \text{piano sul verticale} \\ 1.00 & \text{configurazione a T} \end{cases}$$

Rapporto delle pressioni dinamiche sul piano di coda. È un indice di efficienza del piano.

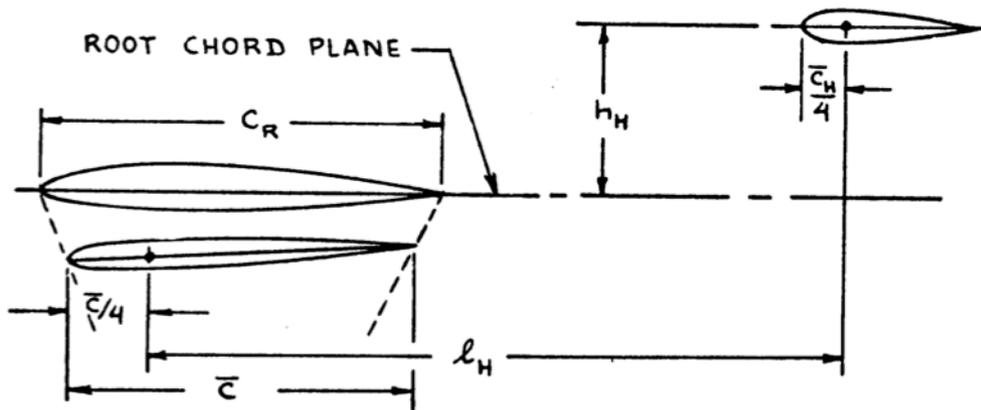
$$a = a_w \left[1 + \eta_t \frac{a_t}{a_w} \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]$$

Pendenza della retta di portanza del velivolo.

Valore di primo tentativo da velivoli simili.

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Effetto downwash ($M \approx 0$)



La posizione scelta del piano orizzontale influenza il valore del downwash. Esistono altri effetti dovuti alla forma in pianta dell'ala.

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_{M=0} = 4.44 \left(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19}$$

$$\left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_M = \left. \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right|_{M=0} \frac{a_w|_M}{a_w|_{M=0}}$$

Formulazione proposta da Roskam. I tre K sono definiti nella prossime slide.

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Effetto downwash ($M \approx 0$) (cont.)

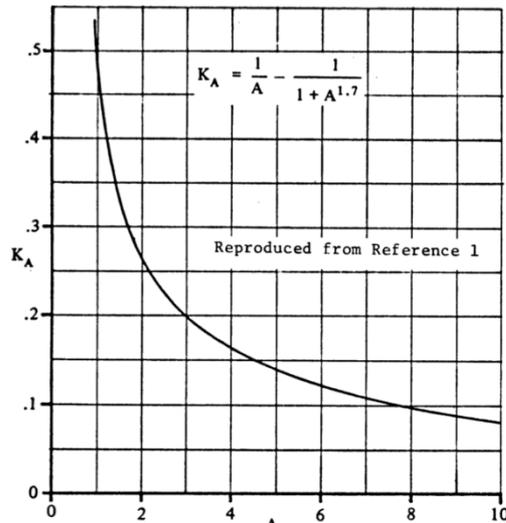


Figure 3.4 Wing Aspect Ratio Factor

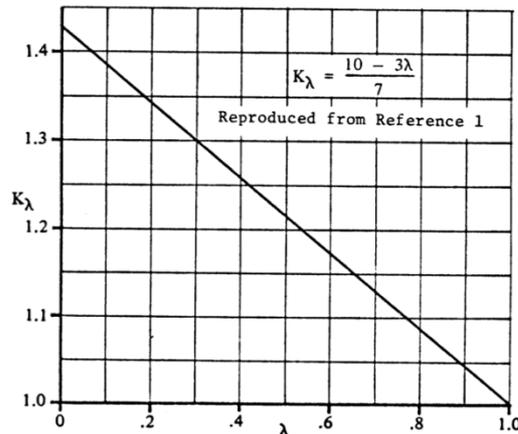
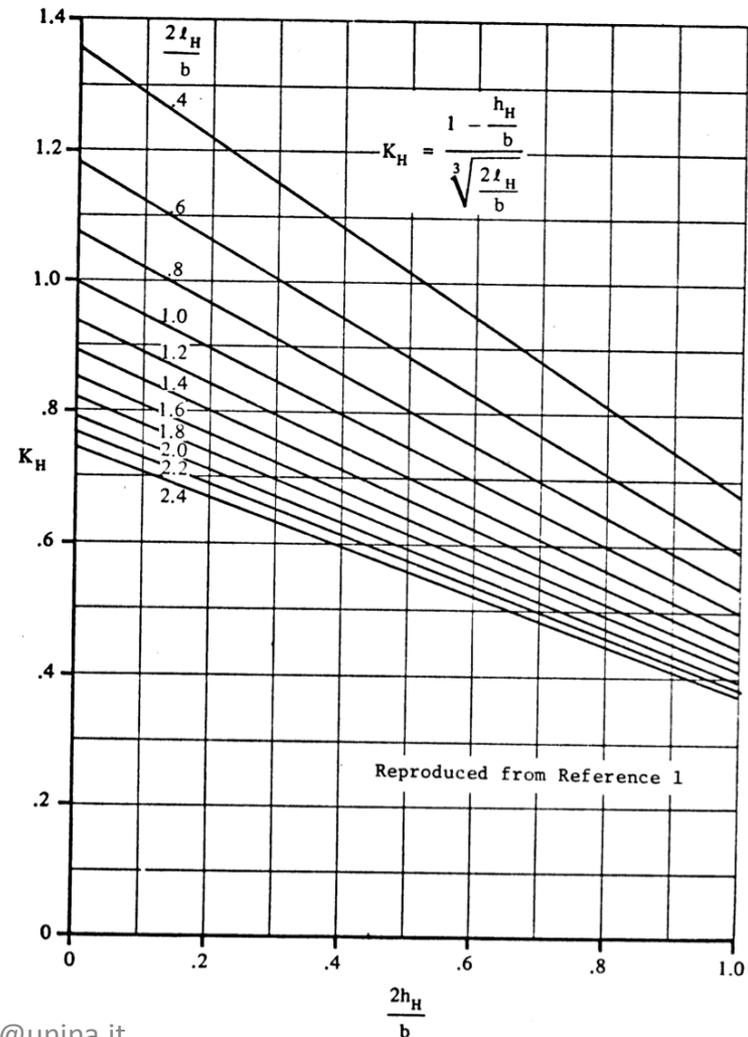


Figure 3.5 Wing Taper Ratio Factor



Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Effetto dei comandi liberi

α_δ = lastra piana 2D in funzione del rapporto delle corde + correzione 3D

η_δ = correzione per un *plain flap* 2D ed effetti non lineari

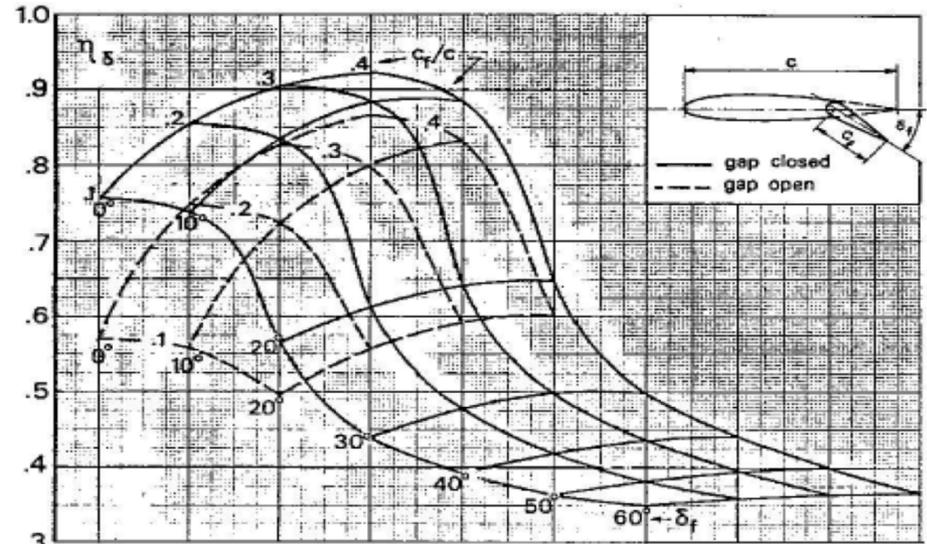
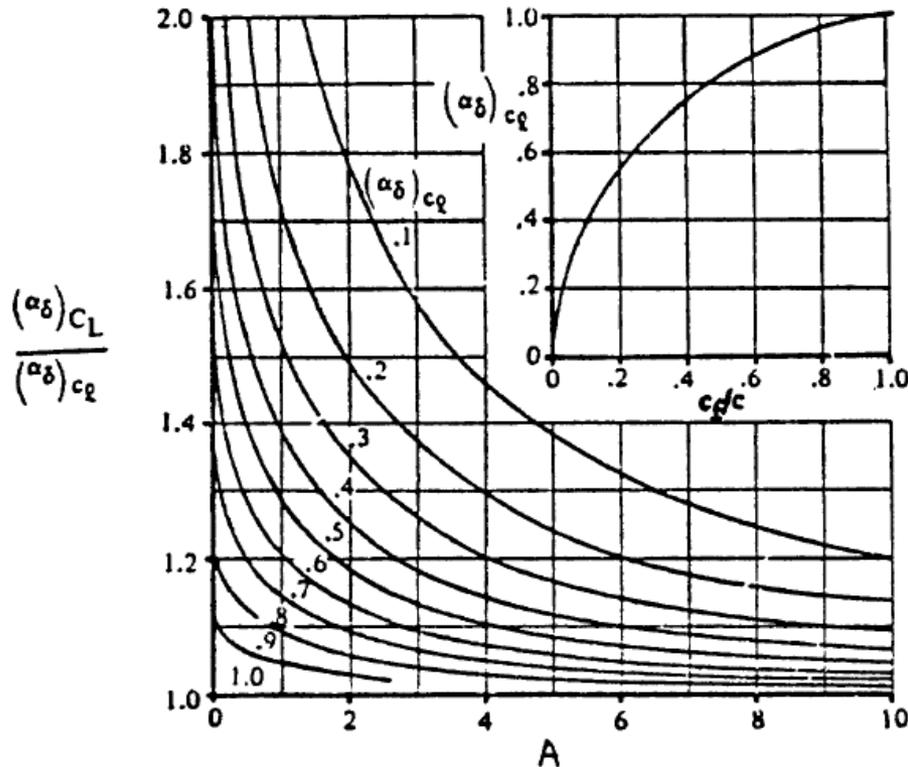


Figure 3.59 – 2D efficiency correction for a plain flap.

Attenzione: in questa fase si è in campo lineare, deflessione massima 10°.

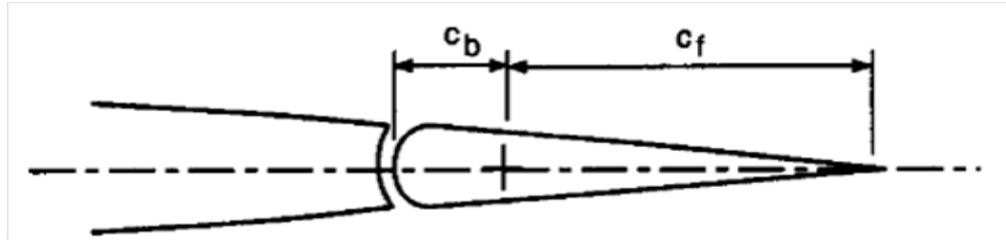
$$\tau = \alpha_\delta \eta_\delta = \frac{\alpha_{\delta_{CL}}}{\alpha_{\delta_{Cl}}} \alpha_{\delta_{Cl}} \eta_\delta$$

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Momenti di cerniera

$$C_{h\alpha} = \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\alpha_{\text{ref}}}} C_{h\alpha_{\text{ref}}}$$

$$C_{h\delta} = \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_{\text{ref}}}} C_{h\delta_{\text{ref}}}$$



Definizione di *overhang* c_b/c_f

Effetti 3D

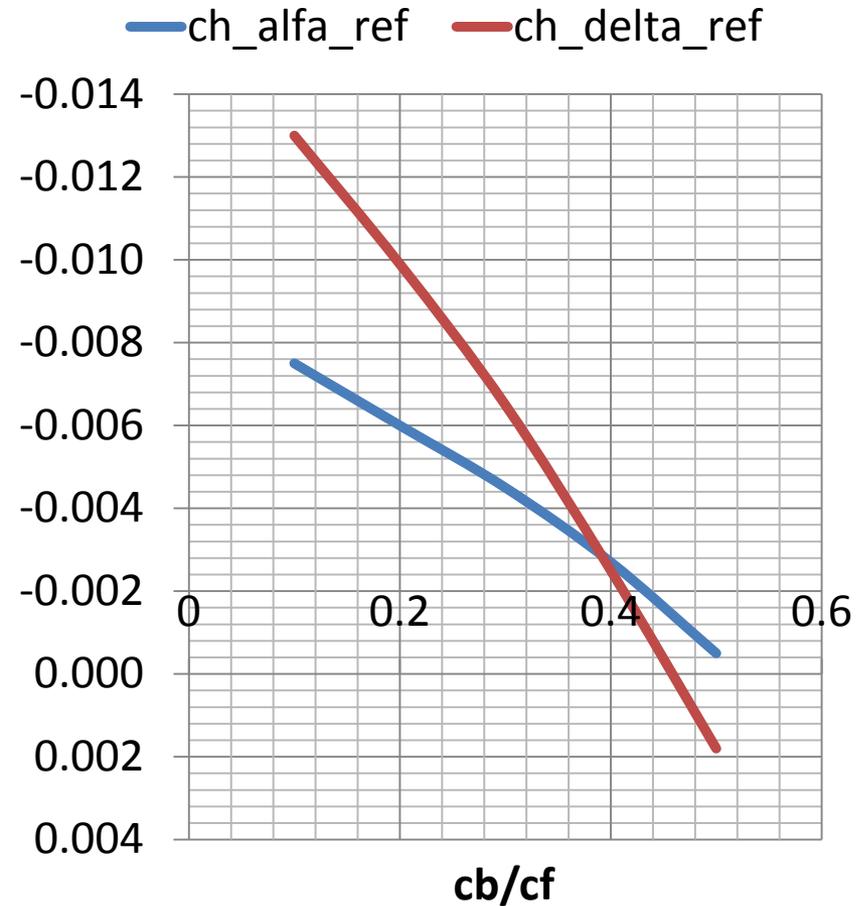
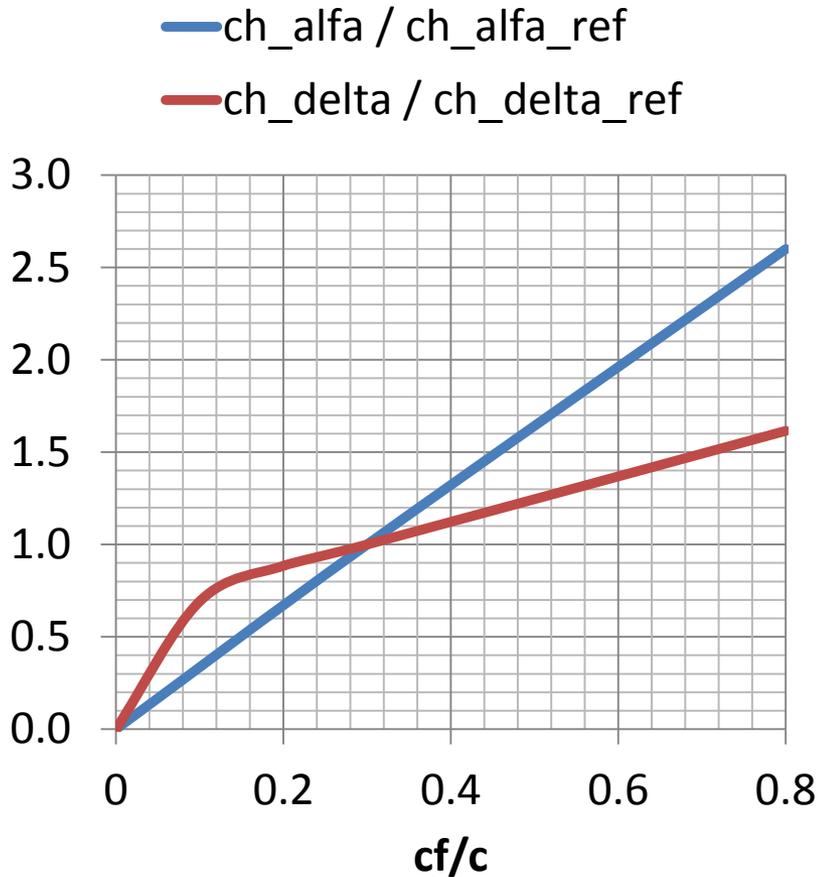
$$C_{h\alpha} = C_{h\alpha} \frac{a_t}{a_{t_{2D}}}$$

← Pendenza della retta di portanza del profilo.

$$C_{h\delta} = C_{h\delta} + \tau (C_{h\alpha} - C_{h\alpha})$$

Condizione 1 – Stabilità (cont.)

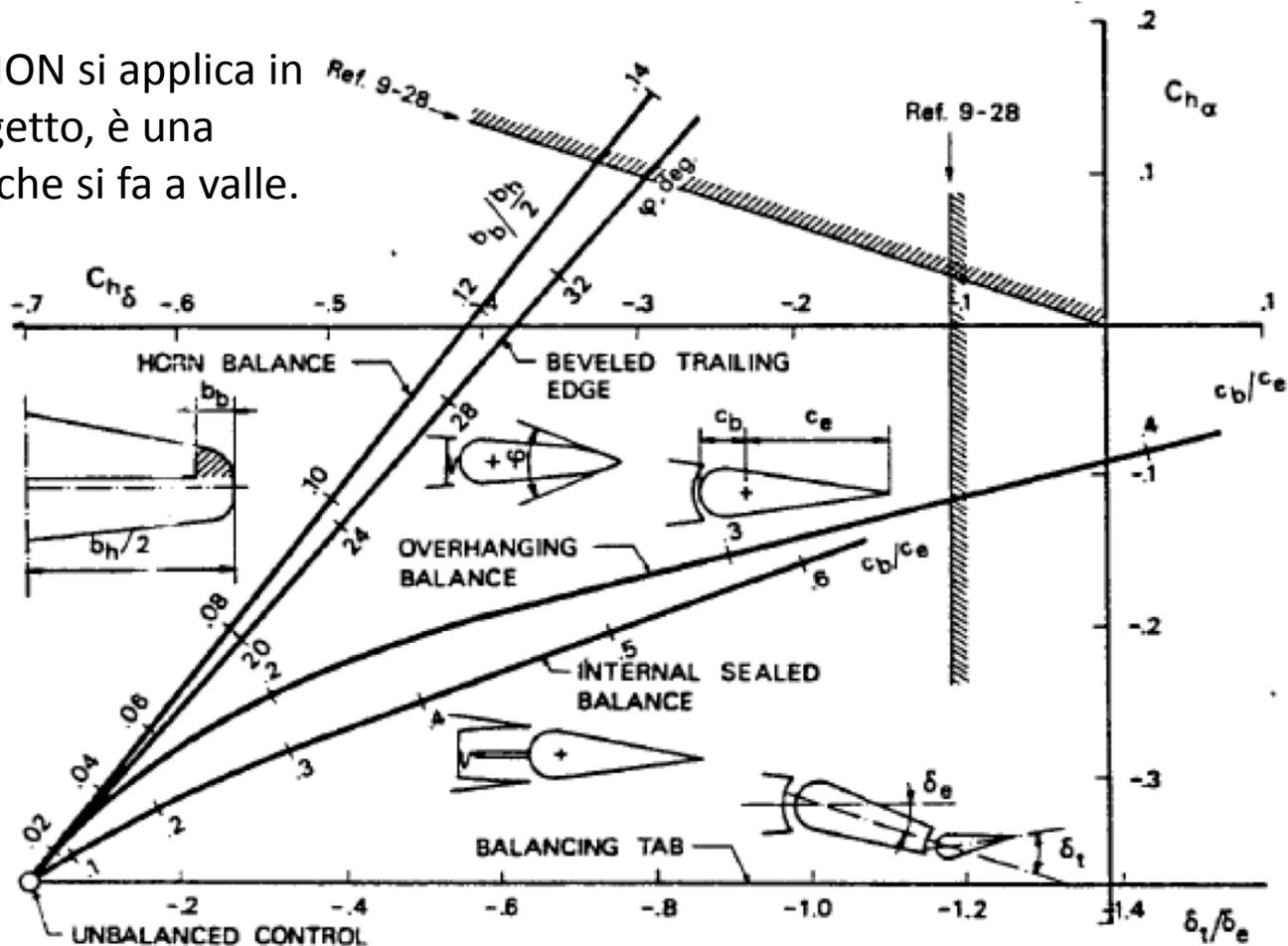
Momenti di cerniera (cont.)



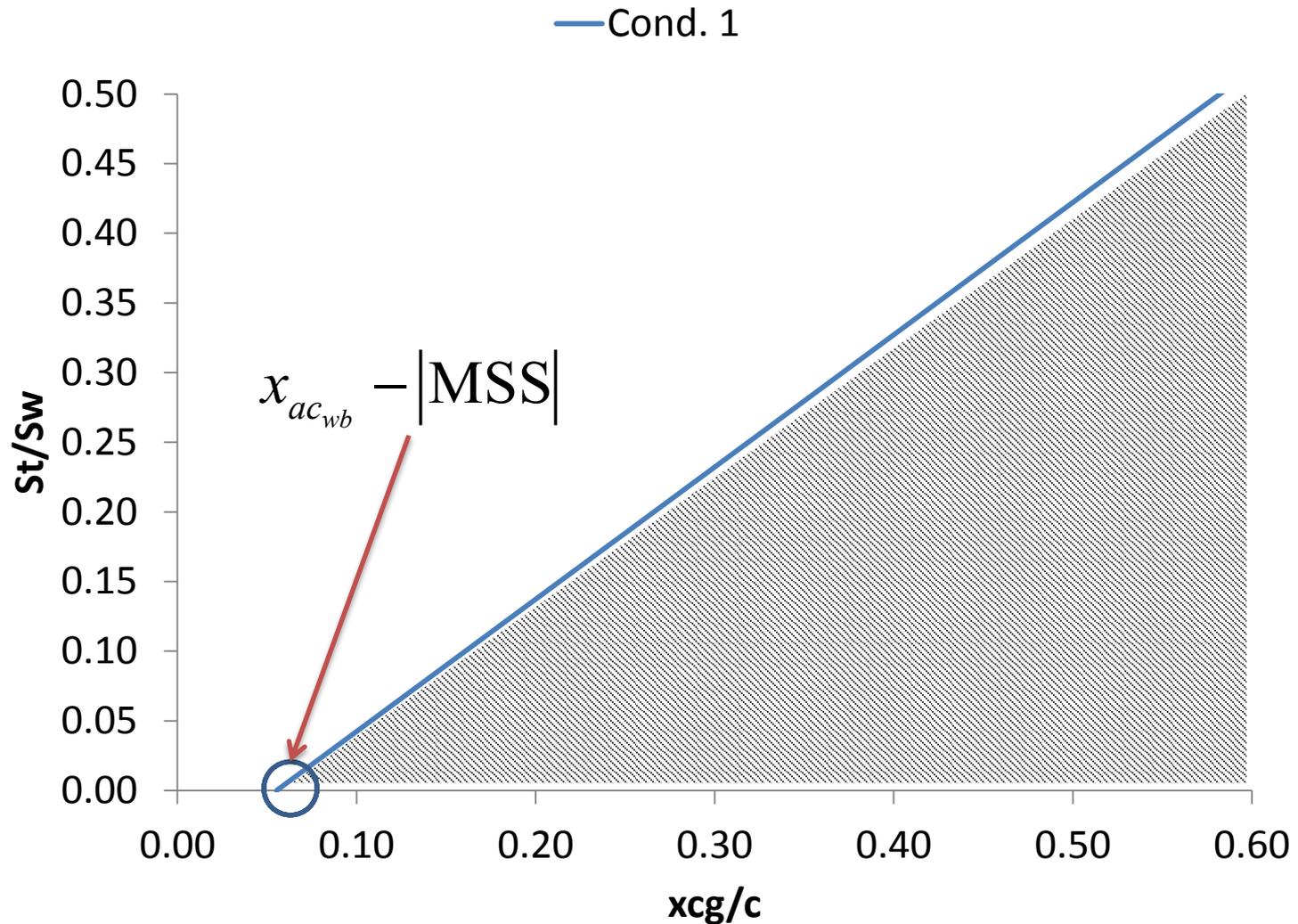
Condizione 1 – Stabilità (cont.)

Bilanciamento aerodinamico

In genere NON si applica in fase di progetto, è una correzione che si fa a valle.



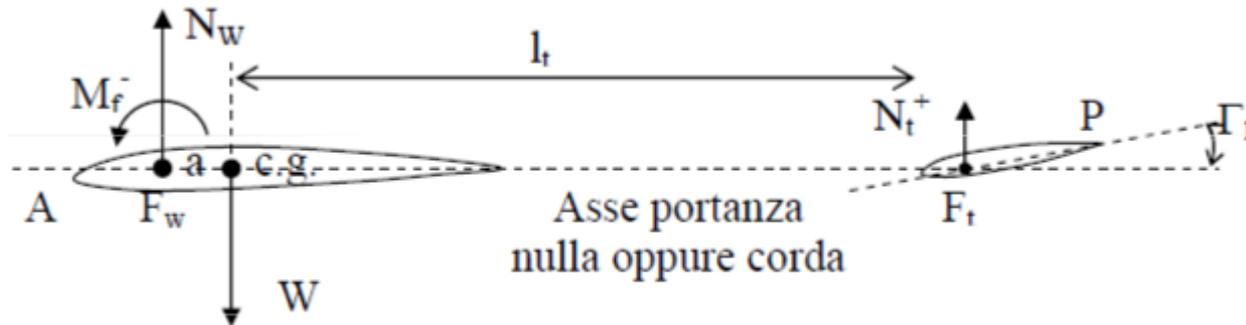
Condizione 1 – Stabilità (fine)



Condizione 2 – Equilibrio

Equilibrio alla rotazione intorno al baricentro nel piano longitudinale

$$C_{M_{cg}} = C_{M_{wb}} + \frac{x_{cg} - x_{ac_{wb}}}{c} C_{L_w} - \eta_t \bar{V}_t C_{L_t} = 0$$



Condizione 2 – Equilibrio in condizioni di atterraggio

$$C_{M_{cg}} = C_{M_{acwb}}^{flap} + \left[\frac{x_{cg} - x_{acwb}^{flap}}{c} - \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \Big|_{ge} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} \right] C_{Le}$$

$$-K\eta_t (1.02a_t) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} (i_{t0} + \tau\delta_e - \alpha_{0w}^{flap}) = 0$$



Effetto suolo

Semplificazioni dovute all'effetto suolo:

- il downwash si riduce del 10% (quindi quello calcolato in precedenza a $M=0$ va moltiplicato per 0.9);
- la pendenza della retta di portanza aumenta leggermente e nell'ultimo termine sarà $1.02a_t$, ma il rapporto a_t/a si mantiene costante.

Il coefficiente di portanza in condizione di equilibrio C_{Le} può essere approssimato come $C_{Lw \max} / 1.2^2$ (con $C_{Lw \max}$ coefficiente di portanza in fase di atterraggio, rilassato del 20% rispetto allo stallo, ed assegnato).

Condizione 2 – Equilibrio (cont.)

Esplicitando x_{cg} si ha (GE sta per ground effect):

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\left(\frac{x_{ac_{wb}}}{c} - \frac{C_{M_{ac_{wb}}}}{C_{Le}} \right)}_{\text{Wing-body: posizione baricentro che soddisfa l'equilibrio alla rotazione in assenza di piano di coda}} + \eta_t \frac{1.02 \cdot a_t}{1.02 \cdot a} \left[\underbrace{\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha_{GE}} \right)}_{< 1 (\approx 0.70)} + \frac{1.02 \cdot a}{C_{Le}} \cdot K \left(\underbrace{i_{t0} + \tau\delta_e - \alpha_{0w}^{flap}}_{\substack{\text{Angolo fortemente negativo, pari} \\ \text{a circa} = 0.35 \times (-25) - 13 = -22 \text{ deg}}} \right) \right] \frac{S_t}{S_w} \frac{l}{c}$$

Wing-body: posizione baricentro che soddisfa l'equilibrio alla rotazione in assenza di piano di coda

Contributo del piano di coda all'equilibrio longitudinale

(≈ -1.00)

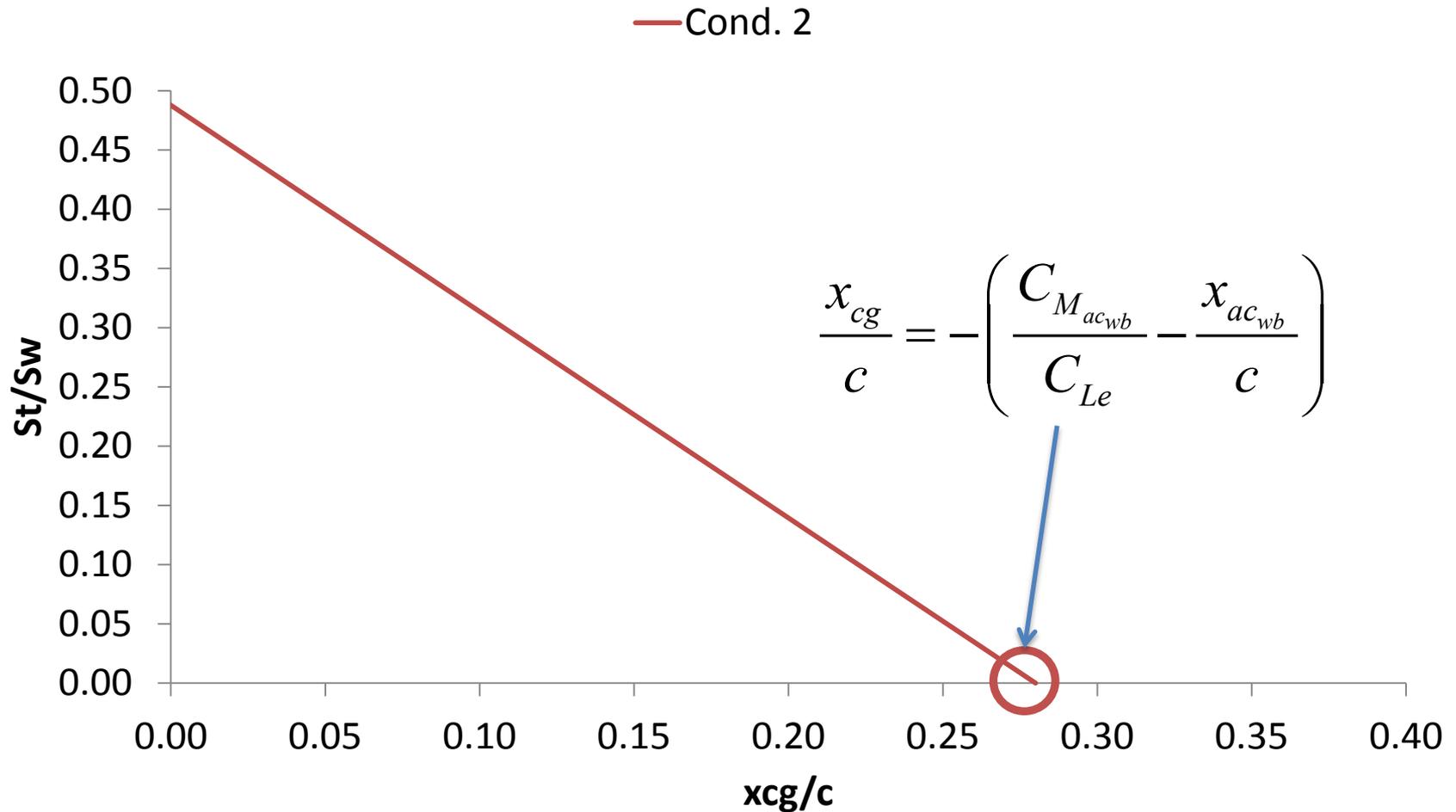
$-\Gamma_l$ $O(10^1)$ circa -22 deg

$O(10^0) \approx 0.9$

$O(10^{-1}) \approx 0.05$ in 1/deg

Il termine in parentesi quadre risulta quindi negativo. Ne consegue che, *in condizioni di equilibrio*, la superficie del piano orizzontale è una funzione *decescente* con la posizione del baricentro.

Condizione 2 – Equilibrio (cont.)



Condizione 2 – Equilibrio (cont.)

Deflessione dei flap

Spostamento del centro aerodinamico

$$x_{ac_{wb}}^{flap} = x_{ac_{wb}} + \frac{\Delta C_{M_{ac}}^{flap}}{\Delta C_{L_{max}}}$$

Differenza tra il massimo coefficiente di portanza dell'ala flappata e quello dell'ala pulita.

Già calcolato in precedenza con la condizione 1.

$$C_{M_{ac_{wb}}}^{flap} = C_{M_{ac_{wb}}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

$$\Delta C_{M_{ac}}^{flap} = f \left(\frac{S_{flap}}{S_{wing}}, \frac{c_{flap}}{c}, \frac{c'}{c}, M, \dots \right)$$

Il calcolo dell'incremento del coefficiente di momento dovuto alla deflessione dei flap deriva dal progetto dei flap.

Effetto deflessione dei flap sul CM

$$C_{M_{acwb}}^{flap} = C_{M_{acwb}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

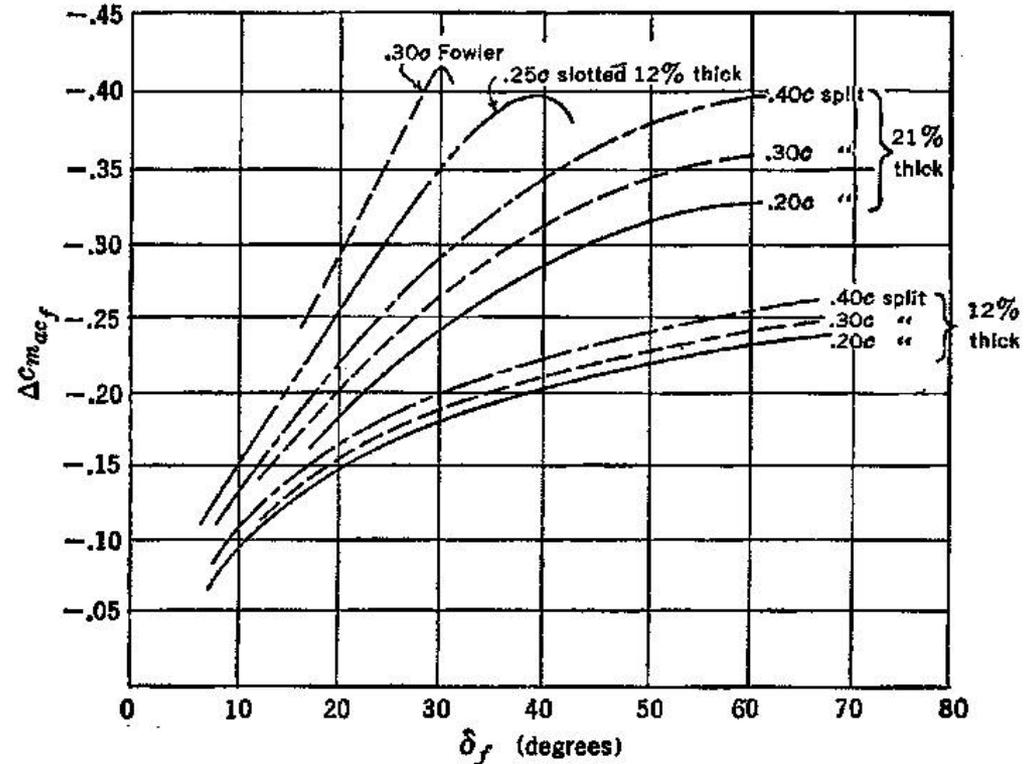
Questo riportato è un diagramma generale e fornisce un effetto di variazione coefficiente di momento 2D.

Il valore 3D per l'ala, può essere per grosse linee ottenuto moltiplicando tale valore per la porzione di ala coperta dai flap.

Orientativamente, per il velivolo, siamo solitamente su valori pari a:

$$\Delta C_{M_{ac}}^{flap} = -0.25 \div -0.35$$

Con deflessioni del flap all'atterraggio (es. 35-40 deg)



Valori tipici della variazione di Cm dovuto al flap (3D)

Double slotted flap $cf/c=0.30$ $\Delta C_{M_{ac}}^{flap} = -0.21 \div -0.23$

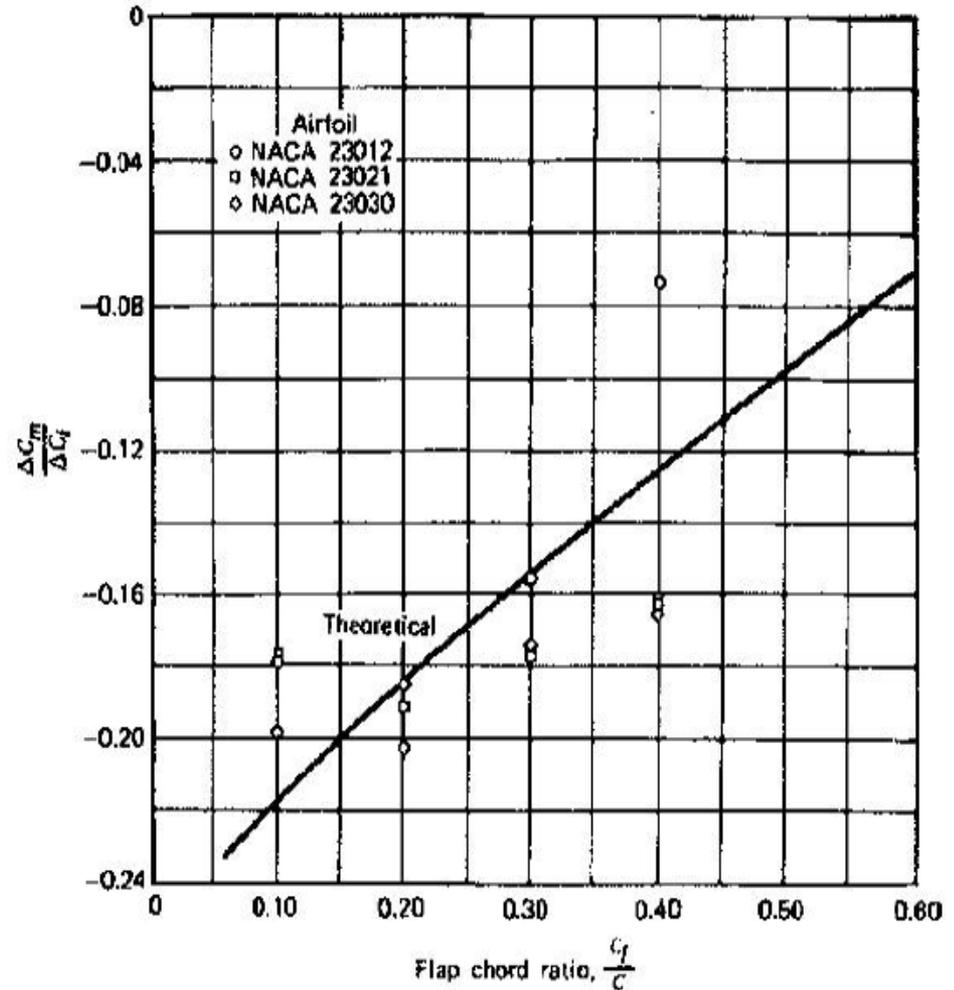
Fowler flap $cf/c=0.30$ $\Delta C_{M_{ac}}^{flap} = -0.28 \div -0.33$

Effetto deflessione dei flap sul CM

$$C_{M_{acwb}}^{flap} = C_{M_{acwb}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

In alternativa, il diagramma a destra riporta il ΔC_m rapportato al ΔC_l (2D).
 Con un flap con c_f/c pari a 0.30, si avrebbe un rapporto pari a circa -0.16.
 Essendo il ΔC_l (2D) dovuto al flap anche pari a circa 2.0-2.2, si arriva ad un ΔC_m (2D) pari a circa $-0.30 \div -0.35$, come nella slide precedente. Passando al 3D, tale valore si riduce a circa -0.20 o -0.25.

$$\Delta C_{M_{ac}}^{flap} = -0.25 \div -0.35$$

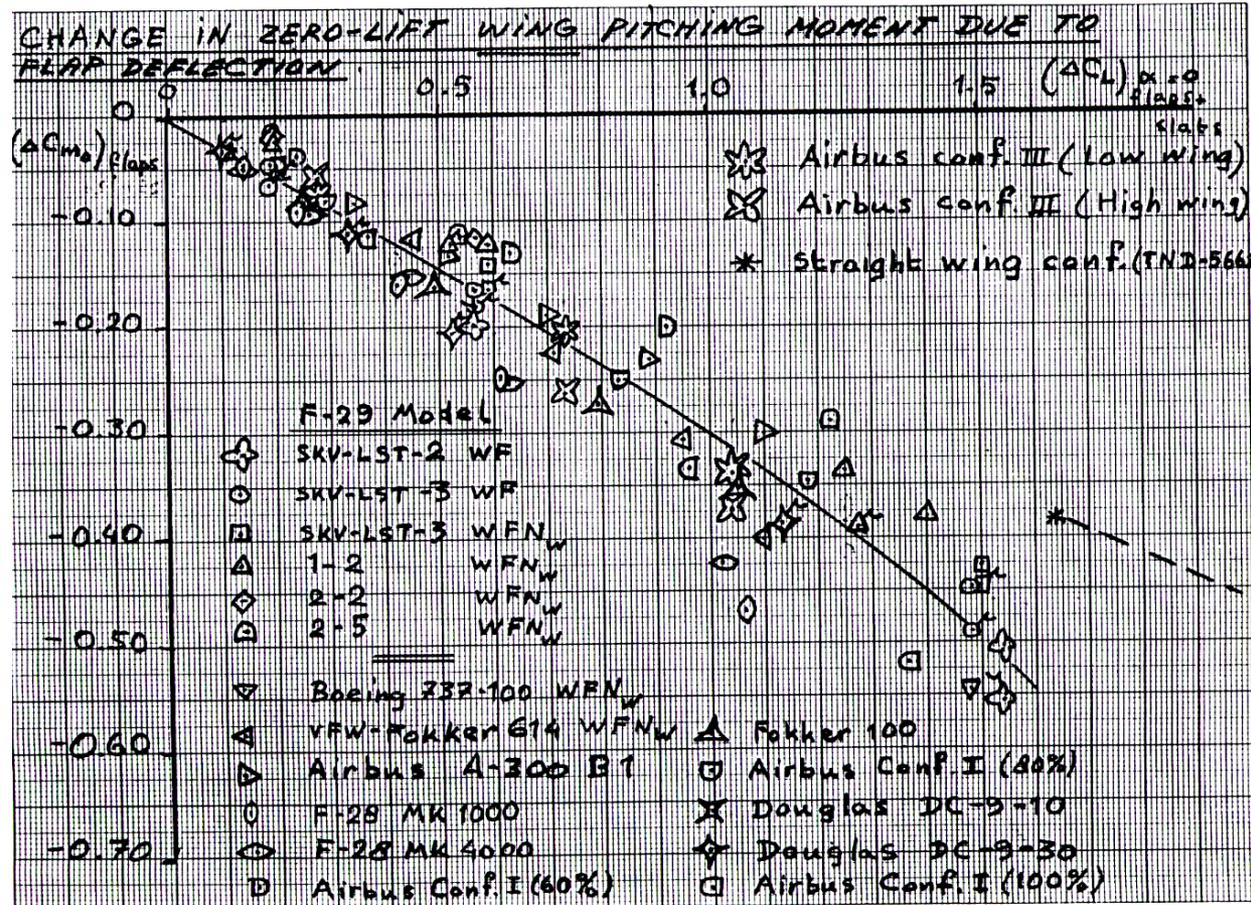


Effetto deflessione dei flap sul CM

$$C_{M_{acwb}}^{flap} = C_{M_{acwb}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

Il diagramma a destra rappresenta dati sperimentali che mostrano il ΔCM sull'ala (calcolato rispetto a $c/4$) per vari velivoli e rispetto alla variazione di coefficiente di portanza sull'ala.

Come si vede, a valori di ΔCL dell'ala che vanno da 1.0 a 1.5 (massimo CL da 2.5 a 3.0) per la condizione full-flap in atterraggio, sono associati valori di ΔCM che vanno da -0.30 a -0.50.



Effetto deflessione dei flap sul CM

$$C_{M_{ac_{wb}}}^{flap} = C_{M_{ac_{wb}}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

$$\Delta C_{m_{1/4}} = \mu_2 \left\{ -\mu_1 \Delta C_{l_{max}} \frac{c'}{c} - \left[C_L + \Delta C_{l_{max}} \left(1 - \frac{S_{wf}}{S} \right) \right] \frac{1}{8} \frac{c'}{c} \left(\frac{c'}{c} - 1 \right) \right\}$$

$$+ 0.7 \frac{A}{1 + 2/A} \mu_3 \Delta C_{l_{max}} \tan \Lambda_{1/4}$$

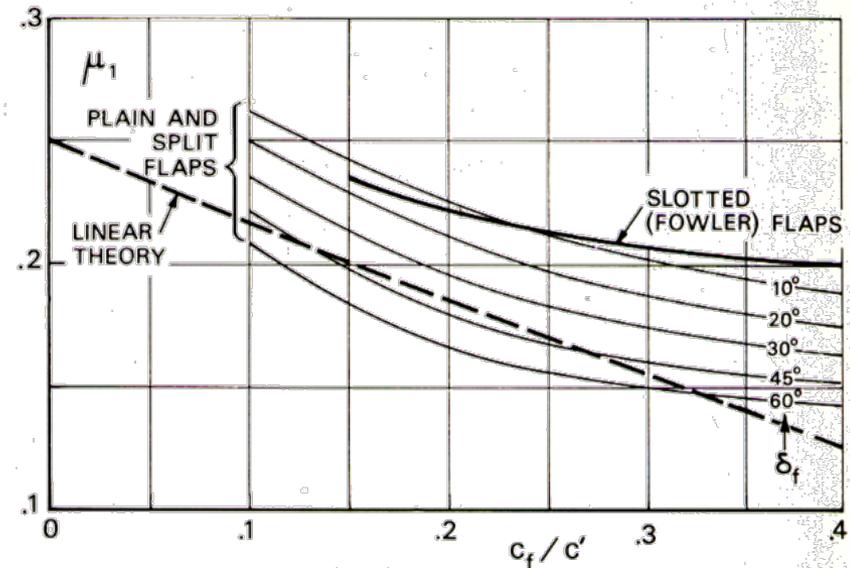
The increase in **airfoil C_l** max generated by flaps, at landing setting

The **wing lift coefficient** at landing (all flaps deployed)

Attenzione al punto di riferimento!
Il contributo del flap è qui calcolato rispetto a $\frac{1}{4}$ MAC.

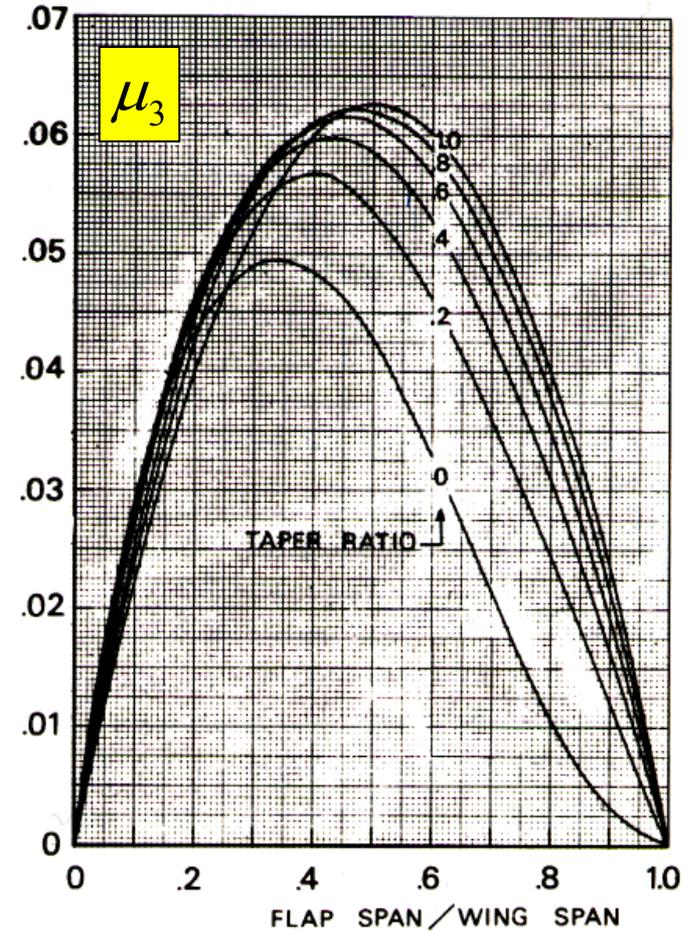
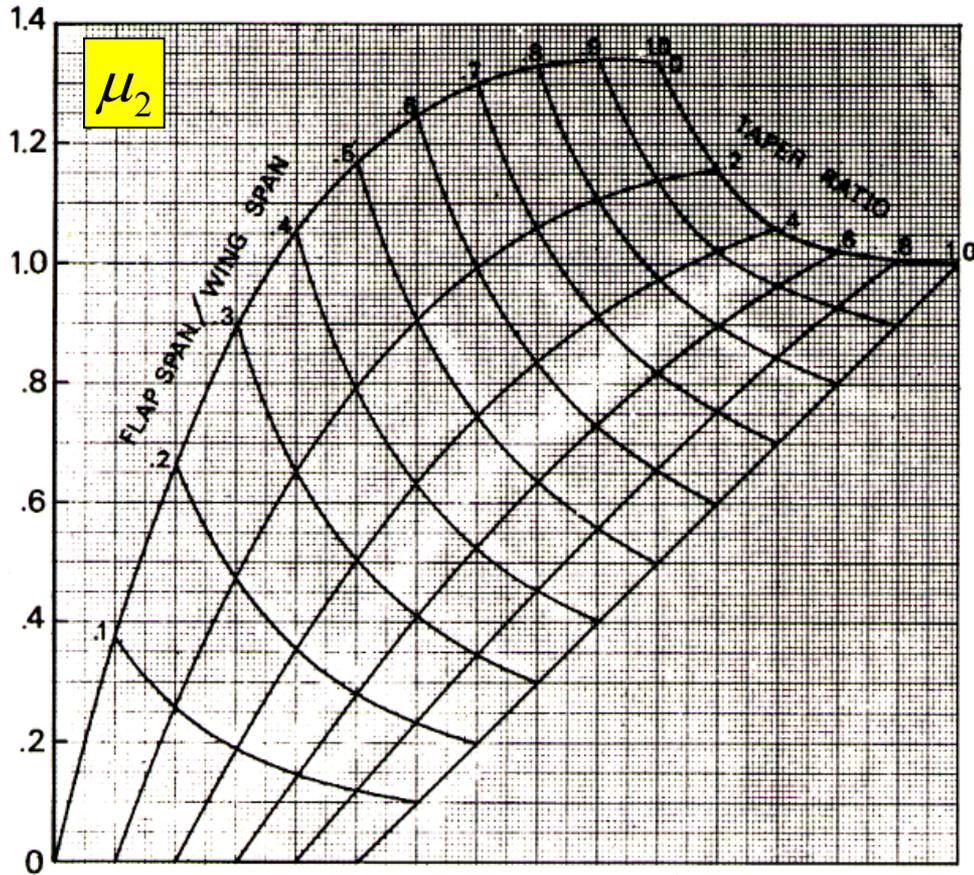
Bisognerebbe poi trasportarlo nel centro aerodinamico usando la seguente relazione:

$$C_{m_{1/4}} = C_{m_{ac}} + C_L \left(0.25 - \frac{x_{ac}}{\bar{c}} \right)$$



$$C_{M_{ac_{wb}}}^{flap} = C_{M_{ac_{wb}}} + \Delta C_{M_{ac}}^{flap}$$

Effetto deflessione dei flap sul CM



Condizione 2 – Equilibrio (cont.)

Contributo del piano orizzontale

Assegnato come dato del problema.

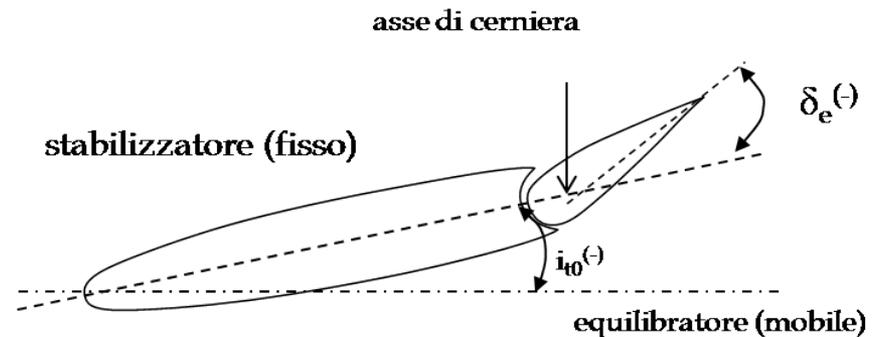
$$\dots - aK \left(i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}^{flap} \right)]$$

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{M_{acwb}}}{C_{M_\delta}} - \frac{C_{M_{CL}}}{C_{M_\delta}} C_{L_{cruise}} = 0$$

Calcolati in condizioni di crociera (comandi bloccati), fissando il baricentro in condizioni di progetto.

$$C_{M_\delta} = -\eta_t a_t \bar{V}_t' K \tau$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)}$$



Condizione 2 – Equilibrio (cont.)

Nota sul calcolo di i_{t0}



Velivoli da trasporto hanno i_{t0} regolabile secondo le condizioni di volo. Calcolarlo da δ_{ee} può portare a dei valori di S_t troppo grandi. In tal caso, assumerlo piccolo a piacere (al limite $i_{t0} = 0$).

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{M_{acwb}}}{C_{M_\delta}} - \frac{C_{M_{CL}}}{C_{M_\delta}} C_{L_{cruise}} = 0$$

Condizione 2 – Equilibrio (cont.)

Effetti non lineari e calcolo di i_{t0}

$$\dots - aK \left(i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}^{flap} \right) \Big]$$

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{M_{acwb}}}{C_{M_\delta}} - \frac{C_{M_{CL}}}{C_{M_\delta}} C_{L_{cruise}} = 0$$

$$C_{M_\delta} = -\eta_t a_t \bar{V}_t' K \tau$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{a_t S_t}{a S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right)}$$

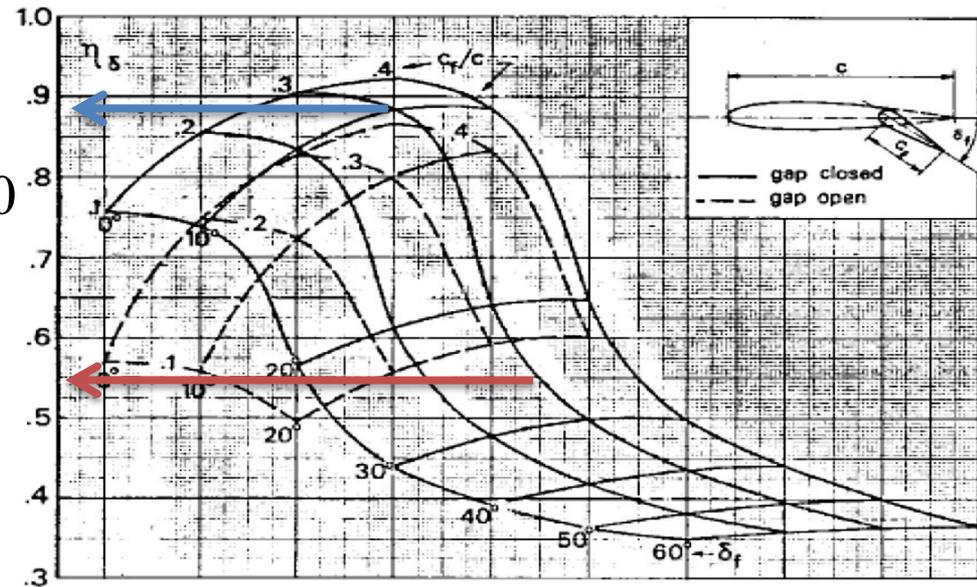
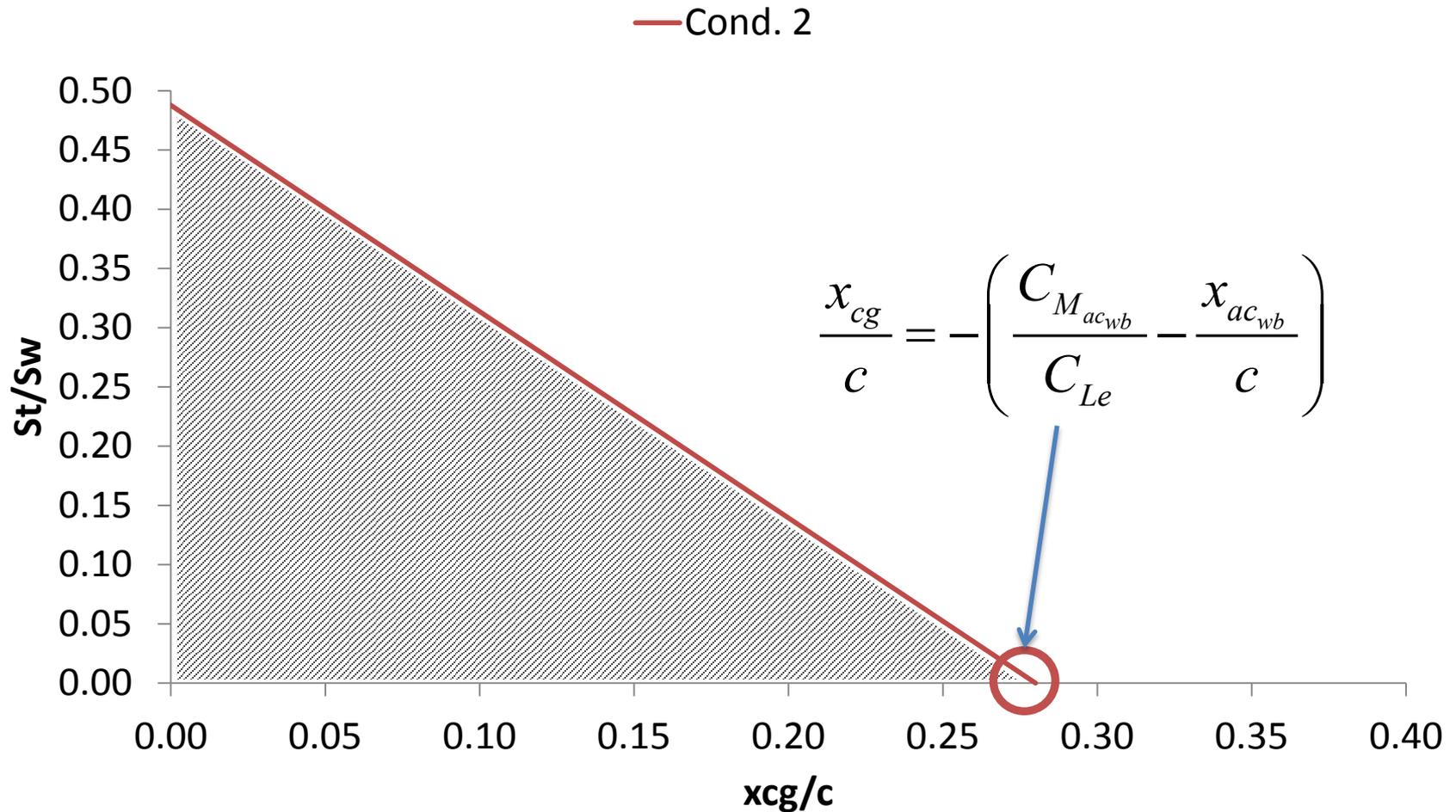


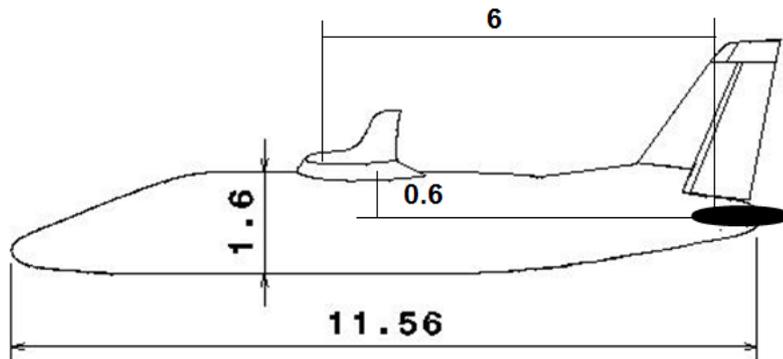
Figure 3.59 – 2D efficiency correction for a plain flap.

Attenzione **che in fase di atterraggio il τ è non lineare** e va ricalcolato sulla base della deflessione assegnata (cambia il fattore η_δ linea rossa). **Per l'angolo di equilibrio e la potenza di controllo invece è lineare (linea blu).**

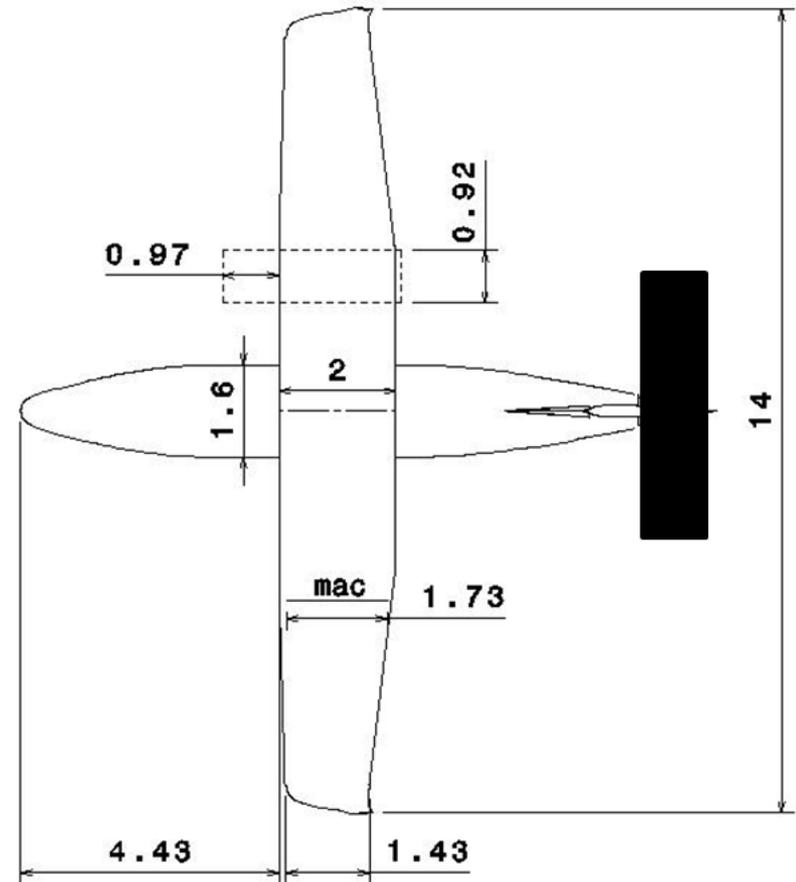
Condizione 2 – Equilibrio (fine)



Esempio – Tecnam P2012



Il piano di coda orizzontale è assente. Bisogna scegliere forma in pianta e posizione.



Dati ed assunzioni preliminari

S_w	25.4 m ²	Superficie alare
S_f/S_w	0.61	Rapporto superficie <u>flappata</u> -ala
AR_w	7.7	Allungamento alare
λ	0.72	Rapporto di rastremazione alare
$C_{L_{cr}}$	0.5	<u>Coeff.</u> di portanza in crociera
$C_{L_{w_{max}}}^{flap}$	1.5	<u>Coeff.</u> di portanza massimo (<u>clean</u>)
$C_{L_{w_{max}}}^{flap}$	2.4	<u>Coeff.</u> di portanza massimo (<u>landing</u>)
i_w	2°	Angolo di calettamento dell'ala
α_{0wb_n}	-1°	Angolo di portanza nulla (rispetto alla corda alare)
$\alpha_{0wb_n_flap}$	-8°	Angolo di portanza nulla (<u>config. landing</u> , rispetto alla corda alare)
$C_{M_{0wb}}$	-0.0564	<u>Coeff.</u> di momento del velivolo parziale a $C_L = 0$
$C_{M_{0wb_flap}}$	-0.2910	<u>Coeff.</u> di momento del velivolo parziale a $C_L = 0$, <u>config. landing</u>

Assumendo un piano orizzontale rettangolare

$$AR_t = 5$$

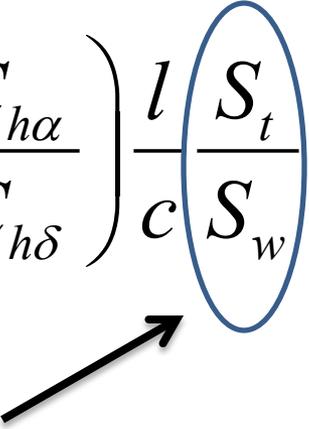
$$\Lambda_{c/4} = 0^\circ$$

$l = 6$ m (distanza fuoco-fuoco)

$$S_t/S_w = 0.25 \text{ (valore di primo tentativo)}$$

Esempio – Condizione 1

$$\frac{dC_M}{dC_L} = \frac{x_{cg}}{c} - N_0 \leq \text{MSS}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} + |\text{MSS}| = \frac{x_{ac_{wb}}}{c} + \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}$$


Per un velivolo di aviazione generale (comandi reversibili) è importante valutare la stabilità a comandi liberi.

Incognita del problema

Esempio – Condizione 1

Centro aerodinamico velivolo parziale

Effetto destabilizzante di fusoliera e gondole motori. Il termine stabilizzante della fusoliera scompare con ala dritta.

$$\frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} = -\frac{1.8}{a_w \cdot 57.3} \cdot \frac{b_f h_f l_{fn}}{Sc} = -\frac{1.8}{0.081 \cdot 57.3} \cdot \frac{1.6 \cdot 1.6 \cdot 4.43}{25.4 \cdot 1.73} = -0.10$$

$$\frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = K_{nac} \frac{b_n^2 l_n}{Sc a_w \cdot 57.3} = -4 \cdot \frac{0.9^2 \cdot 1.47}{25.4 \cdot 1.73 \cdot 0.081 \cdot 57.3} = -0.03$$

$$\frac{x_{ac_{wb}}}{c} = \frac{x_{ac_w}}{c} + \frac{\Delta x_{ac_{body}}}{c} + 2 \cdot \frac{\Delta x_{ac_{nac}}}{c} = 0.25 - 0.10 + 2 \cdot (-0.03) = 0.09$$

Esempio – Condizione 1

Contributo del piano di coda orizz.

$$\eta_t = \begin{cases} 0.85 \text{ piano in fusoliera} \\ 0.95 \text{ piano sul verticale} \\ 1.00 \text{ configurazione a T} \end{cases}$$

Rapporto delle pressioni dinamiche sul piano di coda. È un indice di efficienza del piano.

$$a = a_w \left[1 + \eta_t \frac{a_t}{a_w} \frac{S_t}{S_w} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \right]$$

Pendenza della retta di portanza del velivolo.

Dai grafici mostrati in precedenza:

$$a_w = 0.081 \text{ deg}^{-1}$$

$$a_t = 0.065 \text{ deg}^{-1}$$

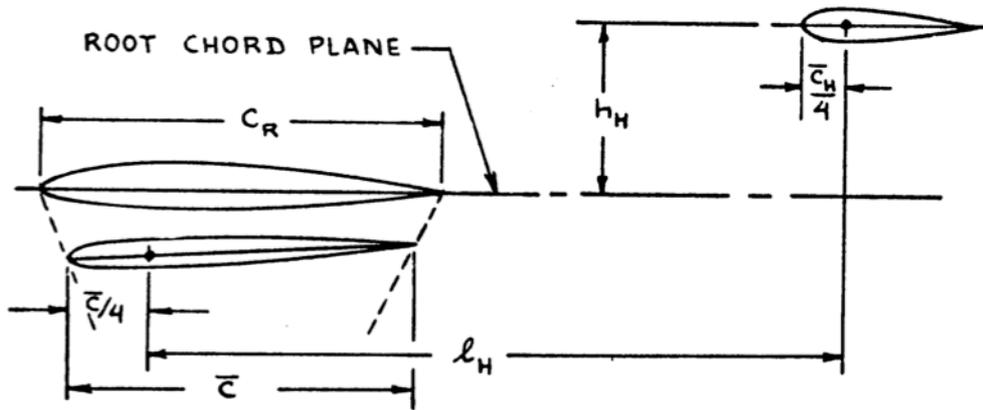
$$a = 0.090 \text{ deg}^{-1}$$

$$AR_w = 7.7$$

$$AR_t = 5$$

Esempio – Condizione 1

Effetto downwash ($M \approx 0$)



La posizione scelta del piano orizzontale influenza il valore del downwash. Esistono altri effetti dovuti alla forma in pianta dell'ala.

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44 \left(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19}$$

Formulazione proposta da Roskam. I tre K sono definiti nelle prossime slide.

$$\frac{d\varepsilon}{d\alpha} = 4.44 \left(K_A K_\lambda K_H \sqrt{\cos \Lambda_{c/4}} \right)^{1.19}$$

$$= 4.44 (0.10 \cdot 1.12 \cdot 1.01)^{1.19} = 0.33$$

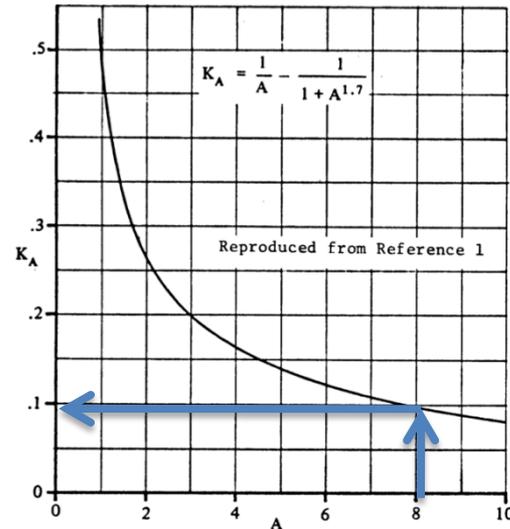


Figure 3.4 Wing Aspect Ratio Factor

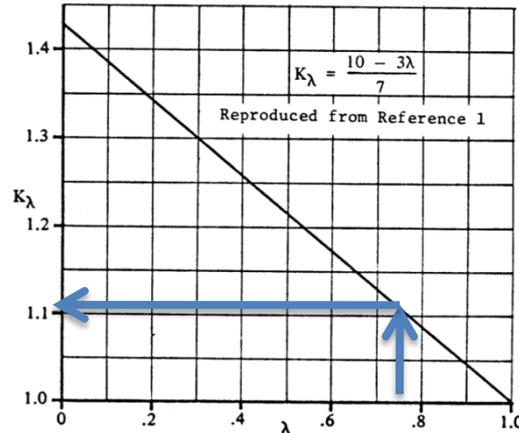
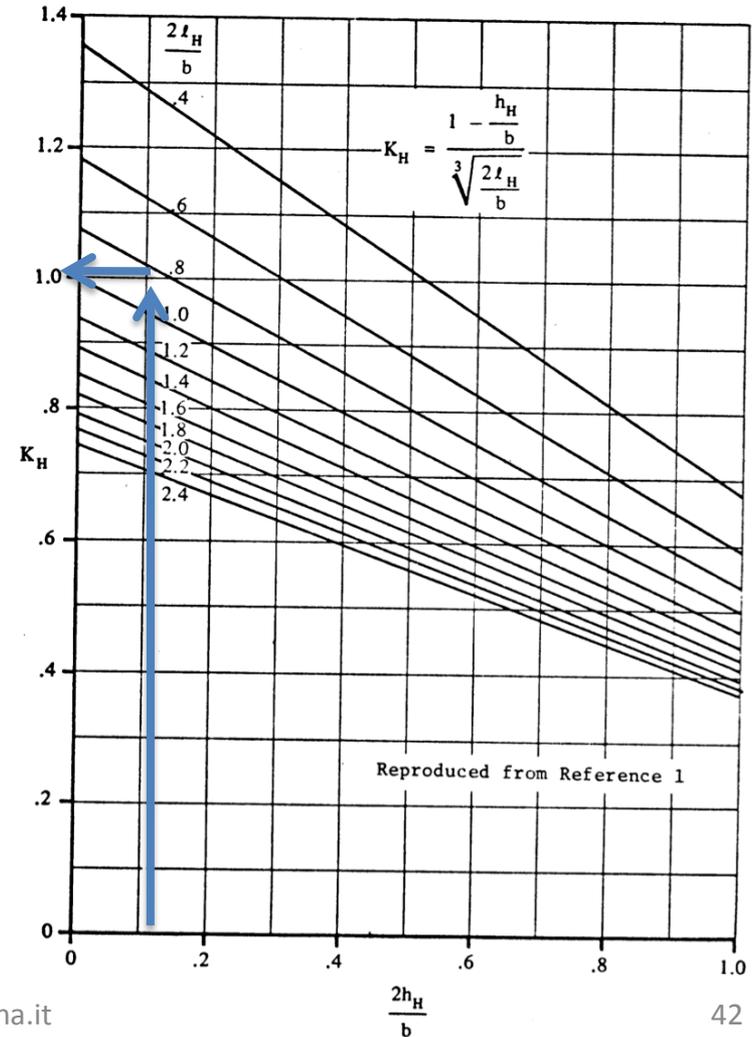


Figure 3.5 Wing Taper Ratio Factor



Esempio – Condizione 1

Effetto dei comandi liberi

α_δ = lastra piana 2D in funzione del rapporto delle corde + correzione 3D

η_δ = correzione per un *plain flap* 2D

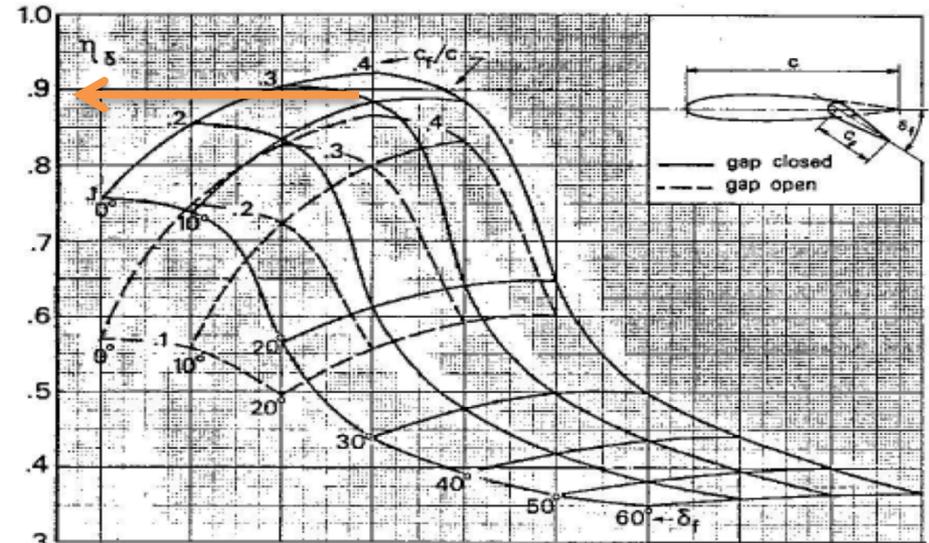
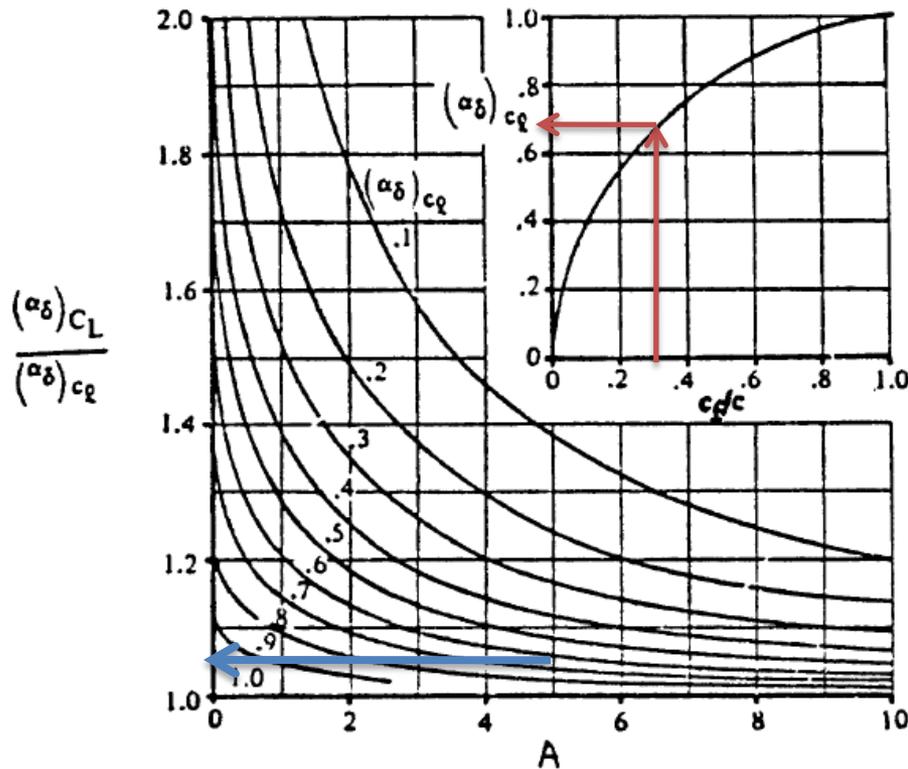


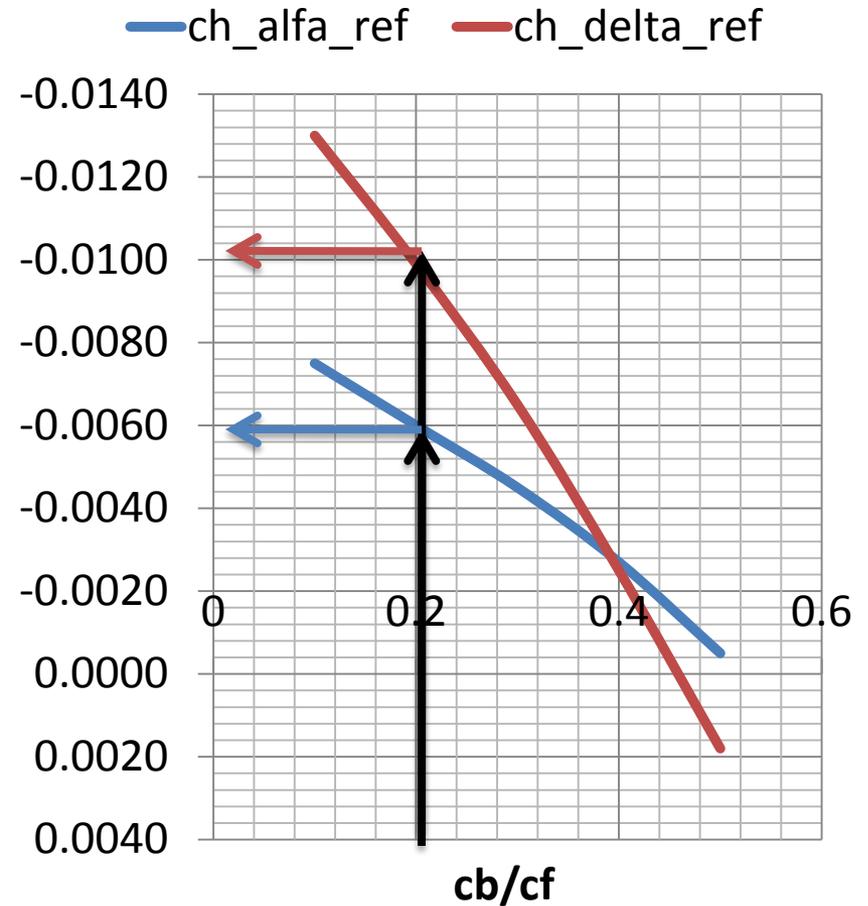
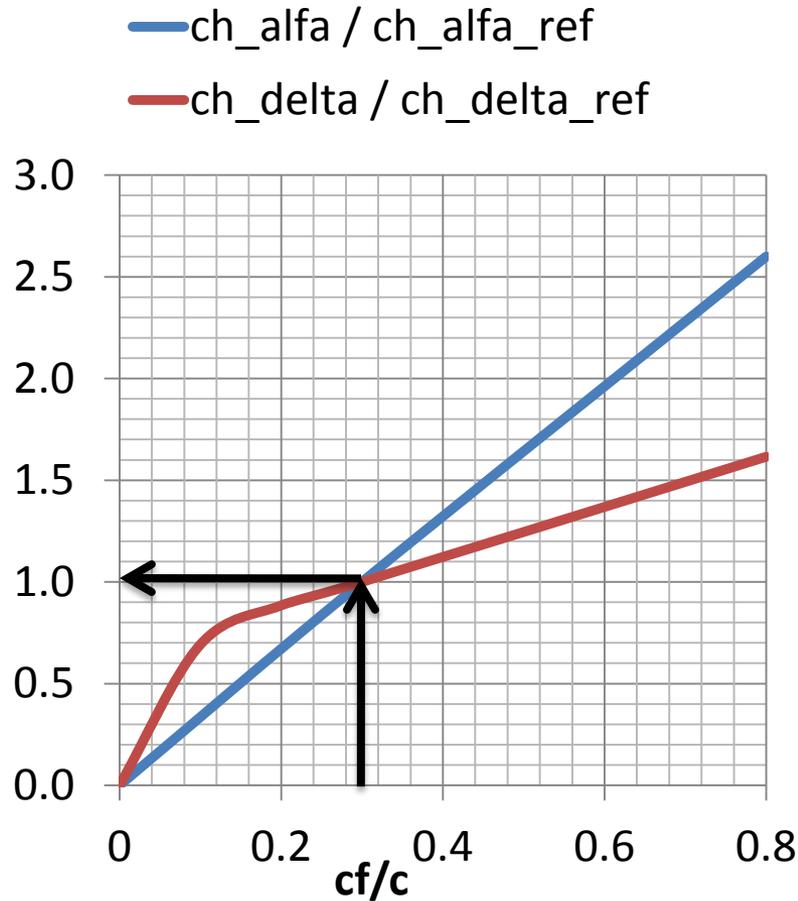
Figure 3.59 – 2D efficiency correction for a plain flap.

Attenzione: in questa fase si è in campo lineare, deflessione massima 10°.

$$\tau = \frac{\alpha_{\delta_{CL}}}{\alpha_{\delta_{Cf}}} \alpha_{\delta_{Cf}} \eta_\delta = 1.05 \cdot 0.68 \cdot 0.90 = 0.61$$

Esempio – Condizione 1

Momenti di cerniera

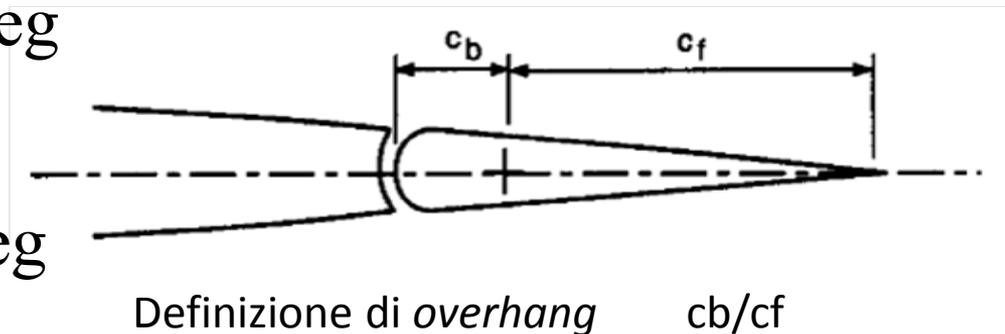


Esempio – Condizione 1

Momenti di cerniera (cont.)

$$C_{h\alpha} = \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\alpha_{\text{ref}}}} C_{h\alpha_{\text{ref}}} = -0.0060 / \text{deg}$$

$$C_{h\delta} = \frac{C_{h\delta}}{C_{h\delta_{\text{ref}}}} C_{h\delta_{\text{ref}}} = -0.0100 / \text{deg}$$



Effetti 3D

Supponendo un NACA 0009, la pendenza della retta di portanza 2D è 0.109/deg.

$$C_{h\alpha} = C_{h\alpha} \frac{a_t}{0.109} = -0.0039 / \text{deg}$$

$$C_{h\delta} = C_{h\delta} + \tau (C_{h\alpha} - C_{h\alpha}) = -0.0087 / \text{deg}$$

Esempio - Condizione 1

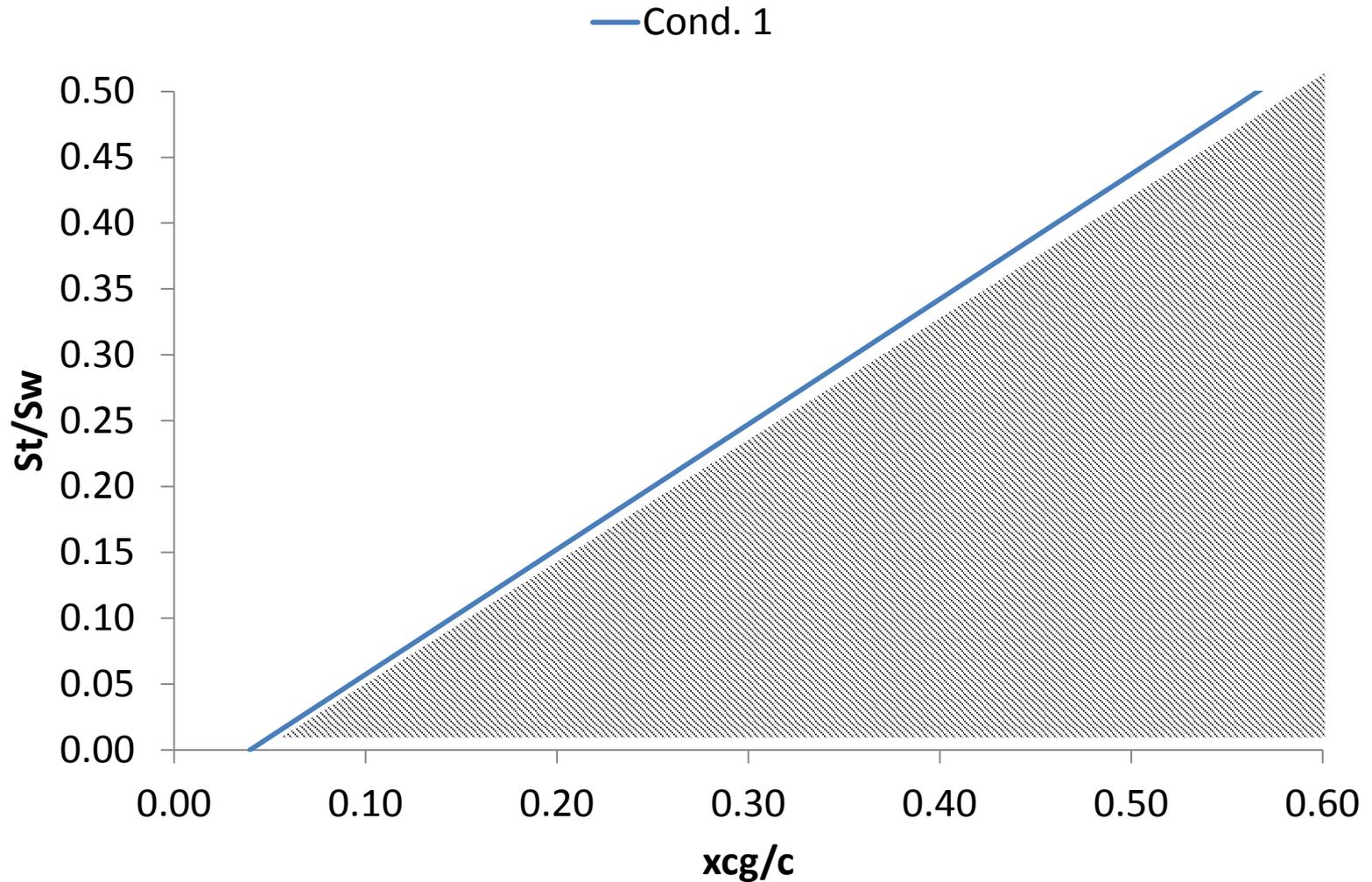
$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\frac{x_{ac_{wb}}}{c} + \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}}\right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}}_{\text{punto neutro a comandi liberi}} + \underbrace{\text{MSS}}_{<0}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\frac{x_{ac_{wb}}}{c} - |\text{MSS}|}_{\text{valore iniziale senza piano di coda}} + \underbrace{\left[\eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \left(1 - \tau \frac{C_{h\alpha}}{C_{h\delta}}\right) \frac{l}{c} \right]}_{\text{pendenza della retta di stabilità}} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{0.09 - 0.05}_{\substack{\text{"termine noto"} \\ \text{della retta di stabilità}}} + \underbrace{0.85 \cdot \frac{0.065}{0.090} \cdot (1 - 0.33) \cdot \left(1 - 0.61 \cdot \frac{0.0060}{0.0100}\right) \cdot \frac{6}{1.73}}_{\text{coefficiente angolare della retta di stabilità}} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.04 + 1.05 \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

Esempio - Condizione 1



Esempio – Condizione 2

$$C_{M_{cg}} = C_{M_{acwb}}^{flap} + \left[\frac{x_{cg} - x_{acwb}^{flap}}{c} - \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \Big|_{ge} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} \right] C_{Le}$$

$$-K\eta_t a_t \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} \left(i_{t0} + \tau\delta_e - \alpha_{0w}^{flap} \right) = 0$$

Effetto suolo



Semplificazioni dovute all'effetto suolo:

- il downwash si riduce del 10%. Dunque , con l'effetto downwash calcolato in precedenza (a basso numero di Mach);
- la pendenza della retta di portanza aumenta leggermente e nell'ultimo termine sarà $1.02a_t$, ma il rapporto a_t/a si mantiene costante;
- il coefficiente di portanza in condizione di equilibrio C_{Le} può essere approssimato come $C_{L_{w_max}}/1.2^2$ (con $C_{L_{w_max}}$ coefficiente di portanza in fase di atterraggio, assegnato).

Esempio – Condizione 2

$$C_{M_{cg}} = C_{M_{acwb}}^{flap} + \left[\frac{x_{cg} - x_{acwb}^{flap}}{c} - \eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - 0.9 \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} \right] \frac{C_{L_{max}}^{flap}}{1.2^2}$$
$$-0.9\eta_t \cdot 1.02a_t \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w} \left(i_{t0} + \tau\delta_e - \alpha_{0w}^{flap} \right) = 0$$

Molti di questi fattori sono già stati calcolati in precedenza.
Altri sono assegnati.

$$C_{L_{max}} = 1.5 \quad \alpha_{0w}^{flap} = 12^\circ$$

$$C_{L_{max}}^{flap} = 2.4 \quad C_{M_{acwb}}^{flap} = -0.291$$

Esempio – Condizione 2

Effetti non lineari e calcolo di i_{t0}

$$\tau_{\text{land}} = \alpha_{\delta} \eta_{\delta} = 0.68 \cdot 0.57 = 0.39$$

$$\delta_{ee} = \frac{\alpha_{0w} - i_{t0}}{\tau} - \frac{C_{M_{acwb}}}{C_{M_{\delta}}} - \frac{C_{M_{CL}}}{C_{M_{\delta}}} C_{L_{cr}} = 0$$

$$C_{M_{\delta}} = -\eta_t a_t \bar{V}_t' K \tau = -0.027$$

$$\alpha_{0w} = 3^{\circ}$$

$$\tau_{\text{lineare}} = 0.61$$

$$x_{cg} = 0.25c \text{ in design condition}$$

$$C_{M_{CL}} = x_{cg}/c - N_0|_{\text{fixed}} = -0.110$$

$$C_{L_{cr}} = 0.5$$

$$i_{t0} = 0.45^{\circ}$$

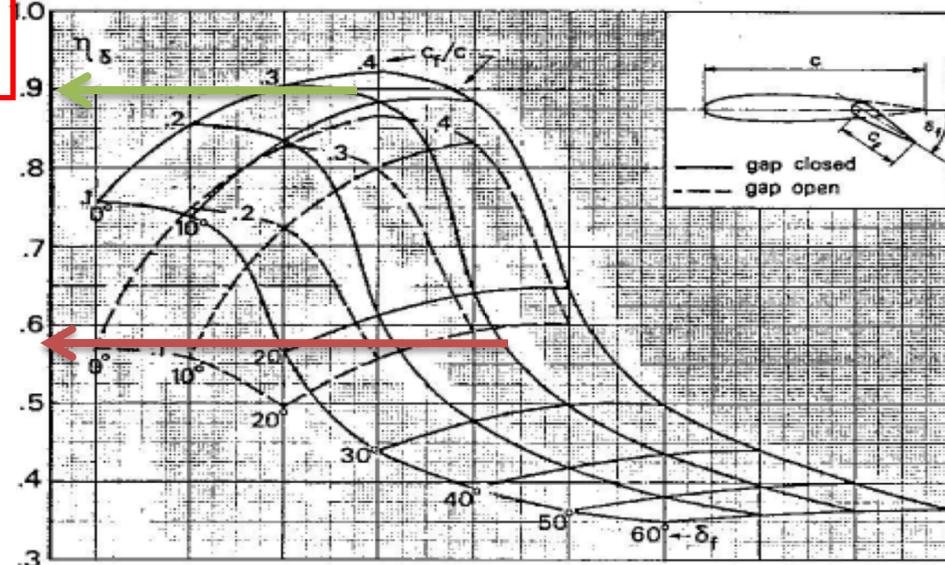


Figure 3.59 – 2D efficiency correction for a plain flap.

Nel valutare la condizione di equilibrio, l'efficienza τ della superficie mobile viene rivalutata per una deflessione di 25° (freccia rossa). Viceversa, nel calcolo di i_{t0} , si applica il τ lineare calcolato in precedenza (freccia verde).

$$C_{M_\delta} = -\eta_t a_t \bar{V}_t' K \tau = -0.85 \cdot 0.065 \cdot 0.88 \cdot 0.9 \cdot 0.61 = -0.027 / \text{deg}$$

$$C_{M_{C_L}} = \frac{x_{cg}}{c} - N_0 = \frac{x_{cg}}{c} - \underbrace{\eta_t \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \frac{l}{c} \frac{S_t}{S_w}}_{\text{noto da calcoli precedenti}}$$

$$C_{M_{C_L}} = 0.25 - 0.85 \cdot \frac{0.065}{0.090} \cdot (1 - 0.33) \cdot \frac{6}{1.73} \cdot 0.25 = -0.110$$

$$i_{t0} = \alpha_{0w} - \tau \left(\frac{C_{M_{acwb}} + C_{M_{C_L}} \cdot C_{L_{cruise}}}{C_{M_\delta}} \right) = 12 - 0.61 \frac{-0.0564 - 0.110}{-0.027} = 0.45^\circ$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = \underbrace{\frac{x_{acwb}^{flap}}{c} - \frac{C_{M_{acwb}}^{flap}}{C_{L_{wmax}}^{flap} / 1.2^2}}_{\text{valore iniziale senza piano orizzontale}} + \underbrace{1.02 a_t \eta_t \frac{l}{c} \left[\frac{0.9}{C_{L_{wmax}}^{flap} / 1.2^2} (i_{t0} + \tau \delta_e - \alpha_{0w}^{flap}) + \frac{1}{1.02 a} \left(1 - 0.9 \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right) \right]}_{\text{pendenza della retta di equilibrio}} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.09 - \frac{-0.2910}{2.4 / 1.2^2} + 1.02 \cdot 0.065 \cdot 0.85 \cdot \frac{6}{1.73} \cdot \left[\frac{0.9}{2.4 / 1.2^2} \cdot (0.45 - 0.39 \cdot 25 - 12) + \frac{1}{1.02 \cdot 0.090} (1 - 0.9 \cdot 0.33) \right] \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

$$\frac{x_{cg}}{c} = 0.26 + \underbrace{0.195 \cdot (-10.41 + 7.63)}_{=-0.544} \cdot \frac{S_t}{S_w}$$

Esempio – Condizione 2

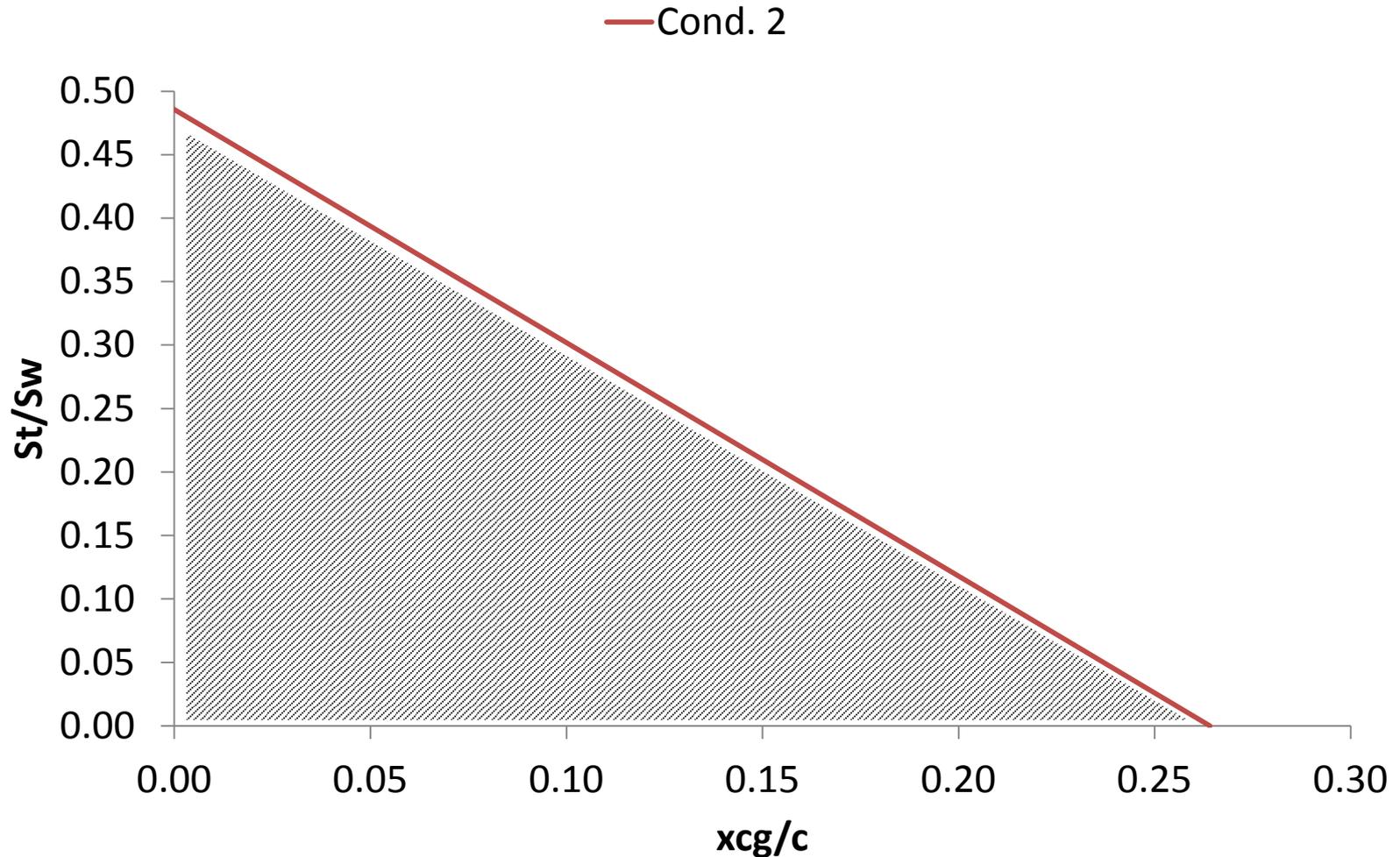
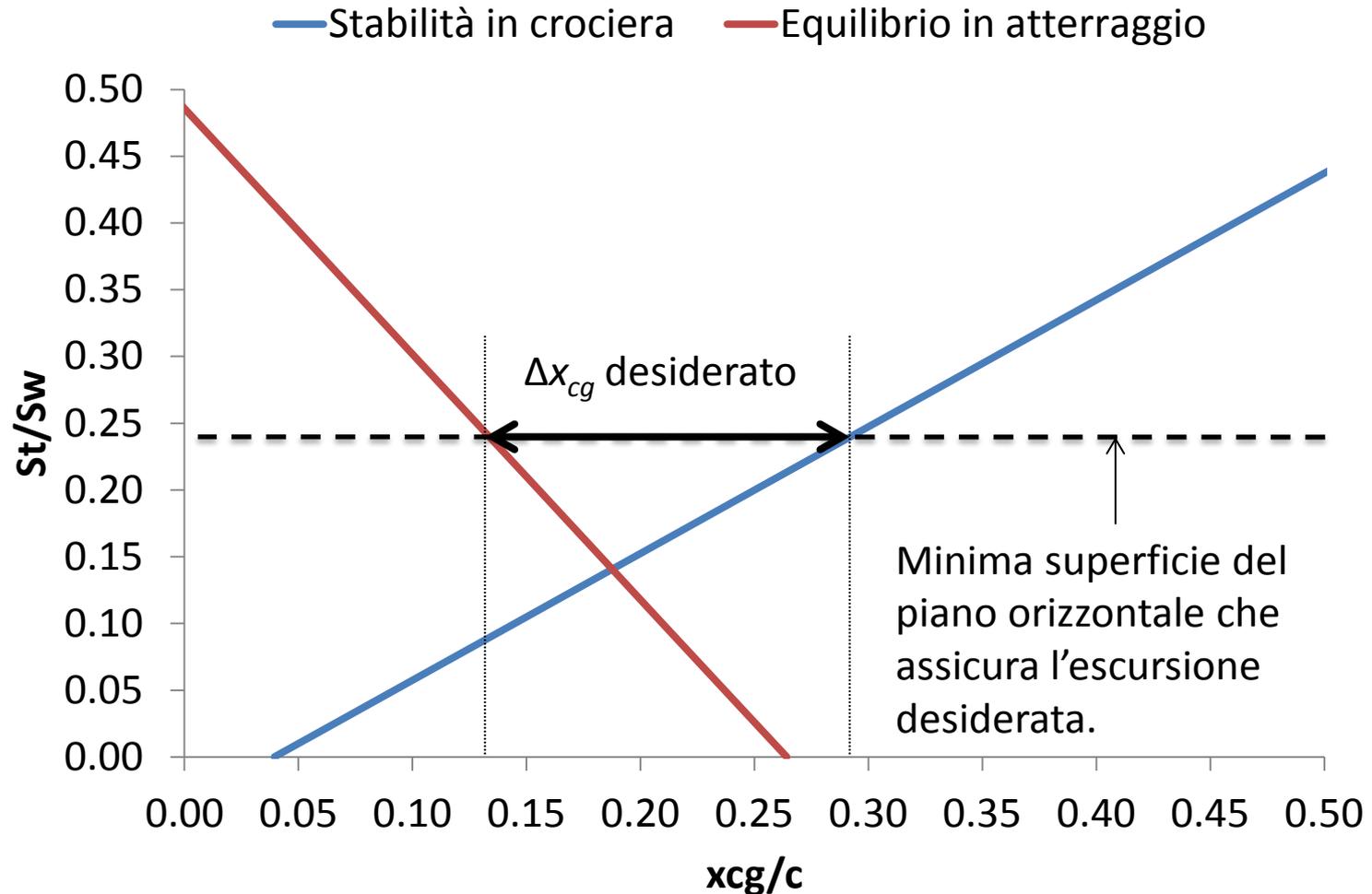
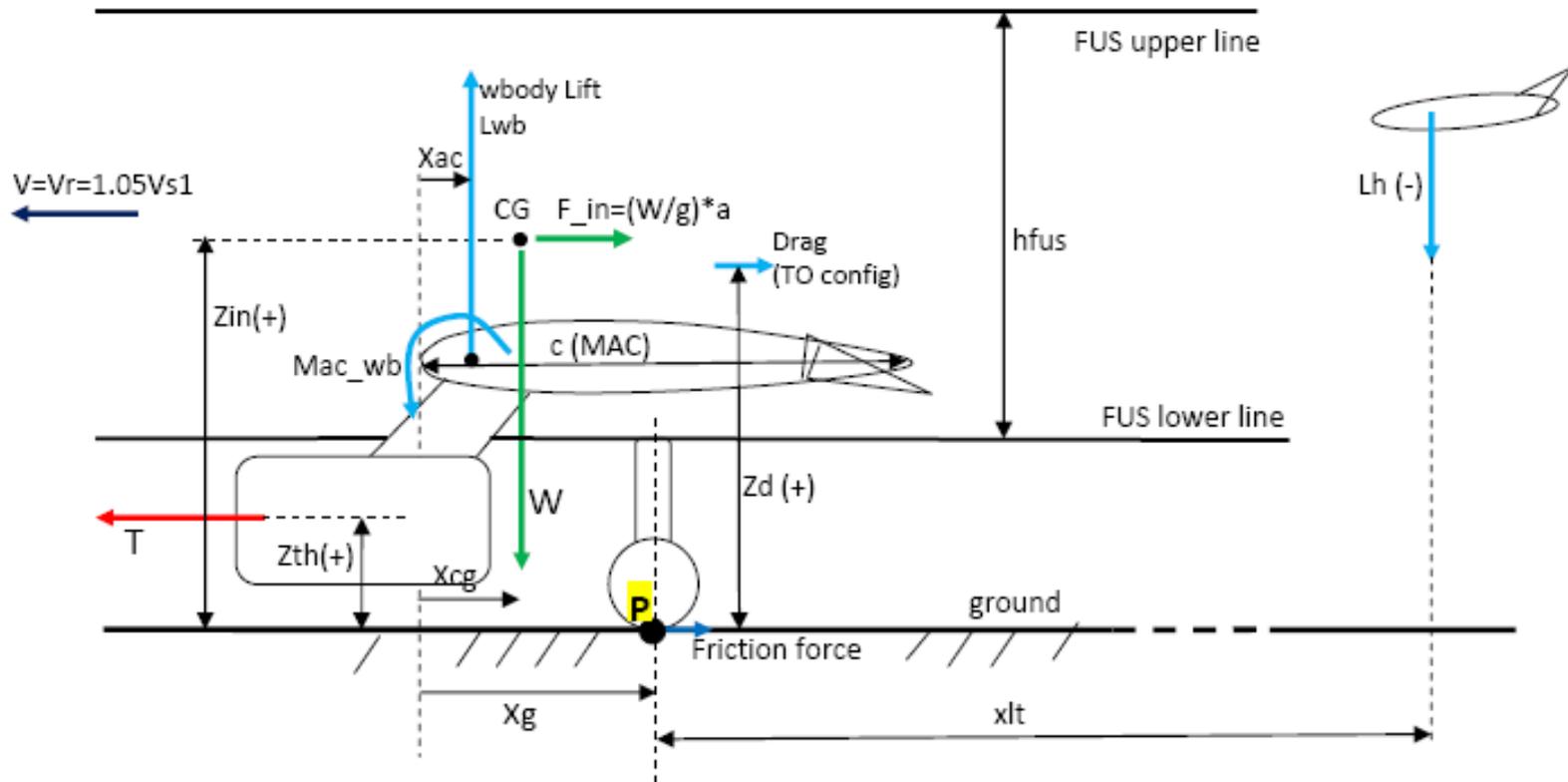


Diagramma a forbice (scissors plot)



Rotazione al decollo



All moments for equilibrium @ V_r (rotation speed) calculated respect to **point P** (main wheel contact).

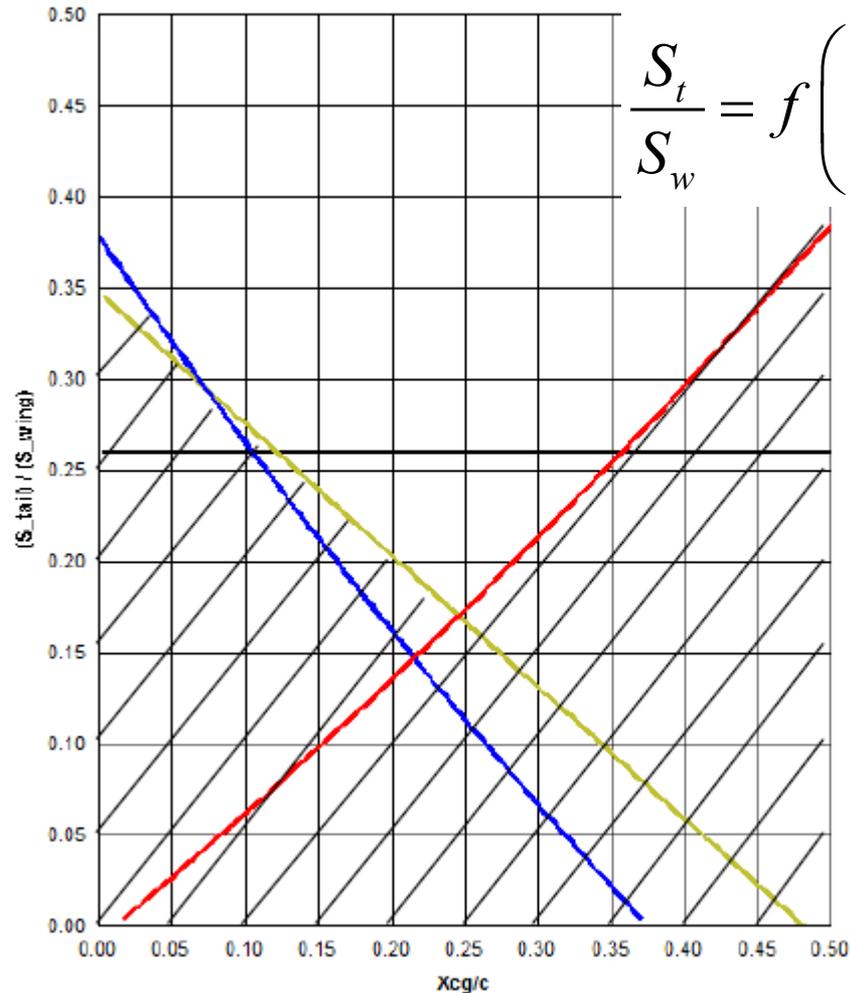
Adimensional Moment *ONLY* of horizontal forces resp to P @ V_r :

$$M_{ad} = (Drag * Z_d + F_{in} * Z_{in} - T * Z_{th}) / (W * c)$$

The equilibrium equation @ rotation consider that $M_{tot} = 0$ considering all horiz. and vertical forces :

$$M_{tot} = L_{wb} * (X_g - X_{ac}) - W * (X_g - X_{cg}) - L_h * (x_{lt}) + F_{in} * (Z_{in}) + Drag * (Z_d) - T * (Z_{th})$$

Rotazione al decollo (cont.)



$$\frac{S_t}{S_w} = f \left(C_{M_{acwb}}, C_L(V_R), \dot{\theta}, \frac{T}{W}, \frac{z_T}{c}, \frac{x_{gear}}{c}, \frac{x_{acwb}}{c}, \dots \right)$$

A rigore andrebbero incluse anche la resistenza aerodinamica e la forza di inerzia.

- Min. stab.(SF)
- Control landing
- Take Off Rotation
- Chosen S_t/S_w

Si trascurano perché per la prima non si conosce il braccio, per la seconda non è nota l'accelerazione. In ogni caso sono termini che innescano un momento cabrante, quindi trascurarli è conservativo.

Diagramma generale (Scissors Plot)

Il diagramma utile per il progetto del piano orizzontale, può anche includere delle ulteriori condizioni progettuali che si riferiscono ai gradienti della deflessione e dello sforzo. Inoltre si dovrebbero anche includere gli effetti propulsivi sulle condizioni di stabilità e controllo viste precedentemente, se rendono più critico il funzionamento del piano orizzontale stesso.

Nel diagramma qui di lato, sono ad esempio riportate le curve limite che si possono ottenere considerando i gradienti di sforzo (per V e per “-g”) minimi e massimi.

	Unit	Control Wheel	Control Stick
Maximum dF_e/dn	lb/g	$\frac{120}{n_L - 1}$ but ≤ 120	$\frac{56}{n_L - 1}$ but ≤ 28
	kg/g	$\frac{54.4}{n_L - 1}$ but ≤ 54.4	$\frac{25.4}{n_L - 1}$ but ≤ 12.7
Minimum dF_e/dn	lb/g	$\frac{45}{n_L - 1}$ but ≥ 6	$\frac{21}{n_L - 1}$ but ≥ 3
	kg/g	$\frac{20.4}{n_L - 1}$ but ≥ 2.7	$\frac{9.5}{n_L - 1}$ but ≥ 1.4

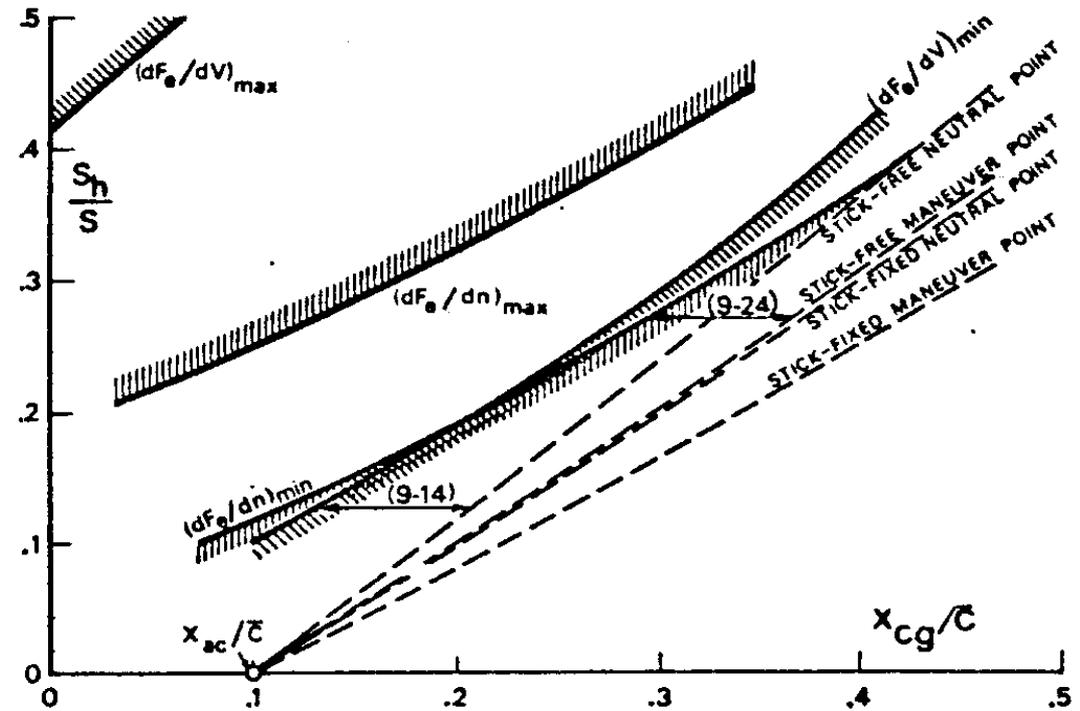


Diagramma generale (Scissors Plot)

Teoricamente, si dovrebbero anche considerare aspetti legati alle caratteristiche dinamiche (stabilità dinamica di corto periodo), considerando smorzamento e frequenza in funzione della grandezza del piano orizzontale e della posizione del CG.

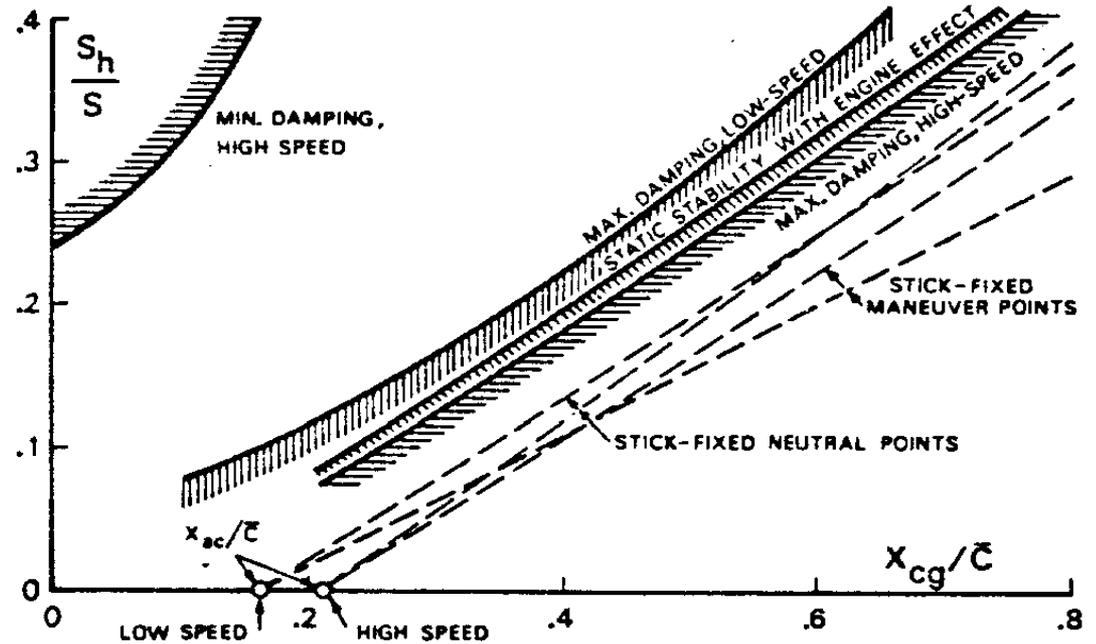
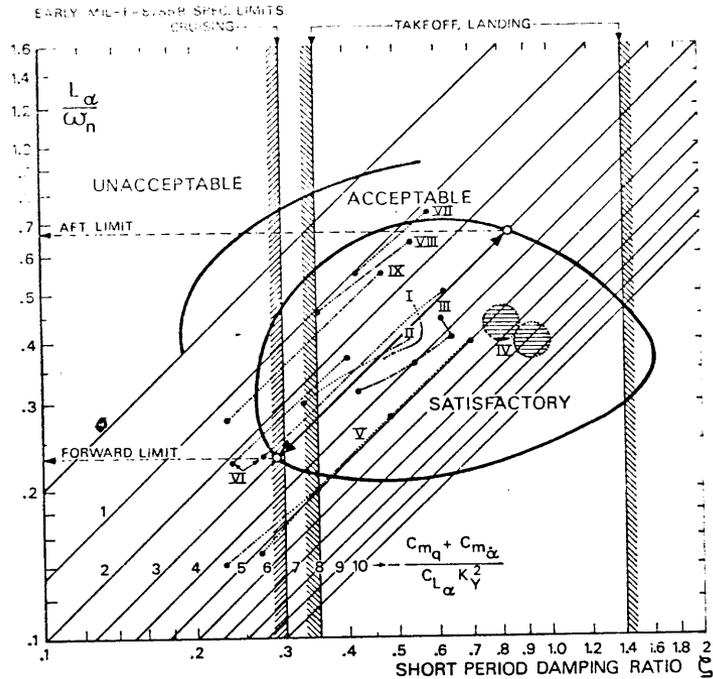
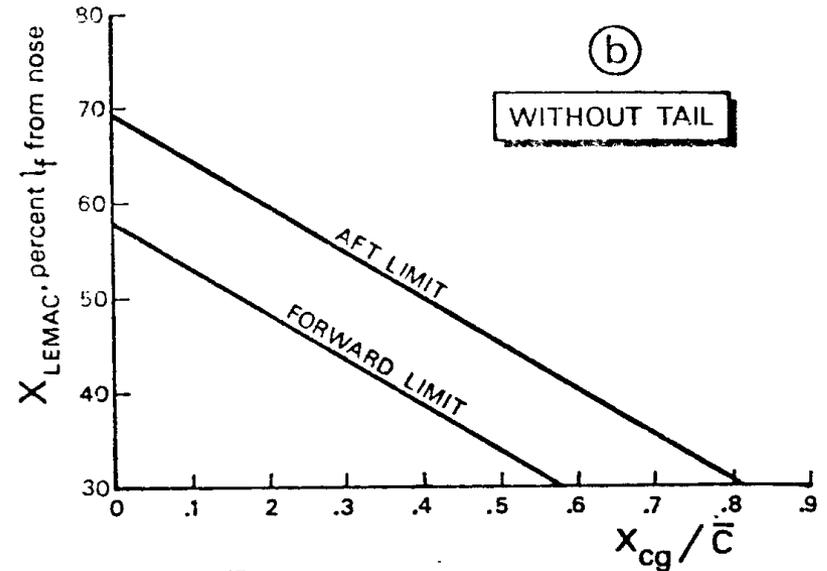
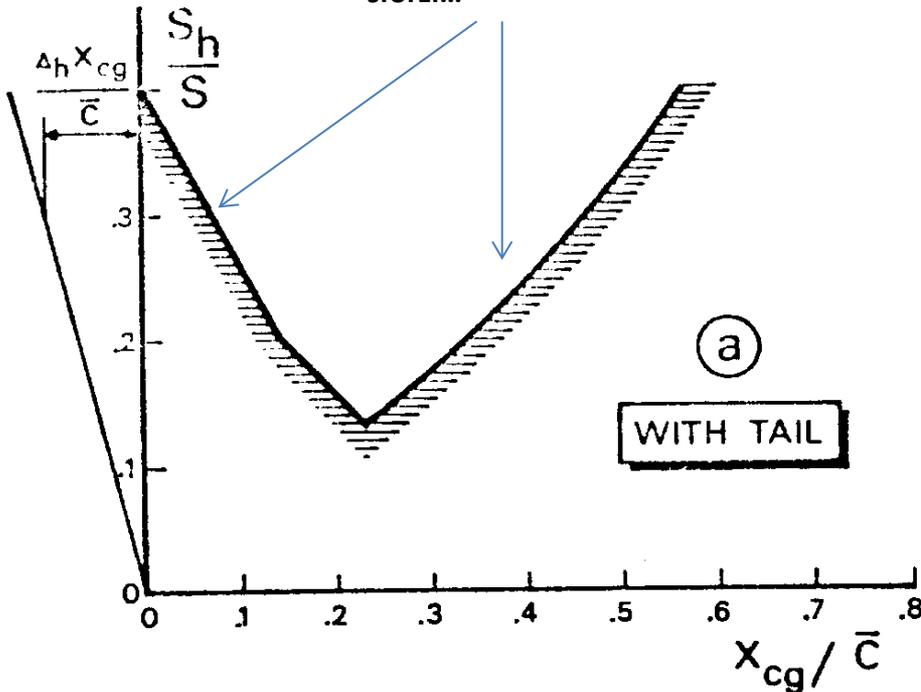


Diagramma generale (Scissors Plot)

Alla fine si ottiene il diagramma finale, che sarà utile a definire la superficie di piano necessaria unitamente alla posizione relativa ala-fusoliera che mi garantisce un ottimale escursione di CG (in termini di posizione massima avanzata e massima arretrata).

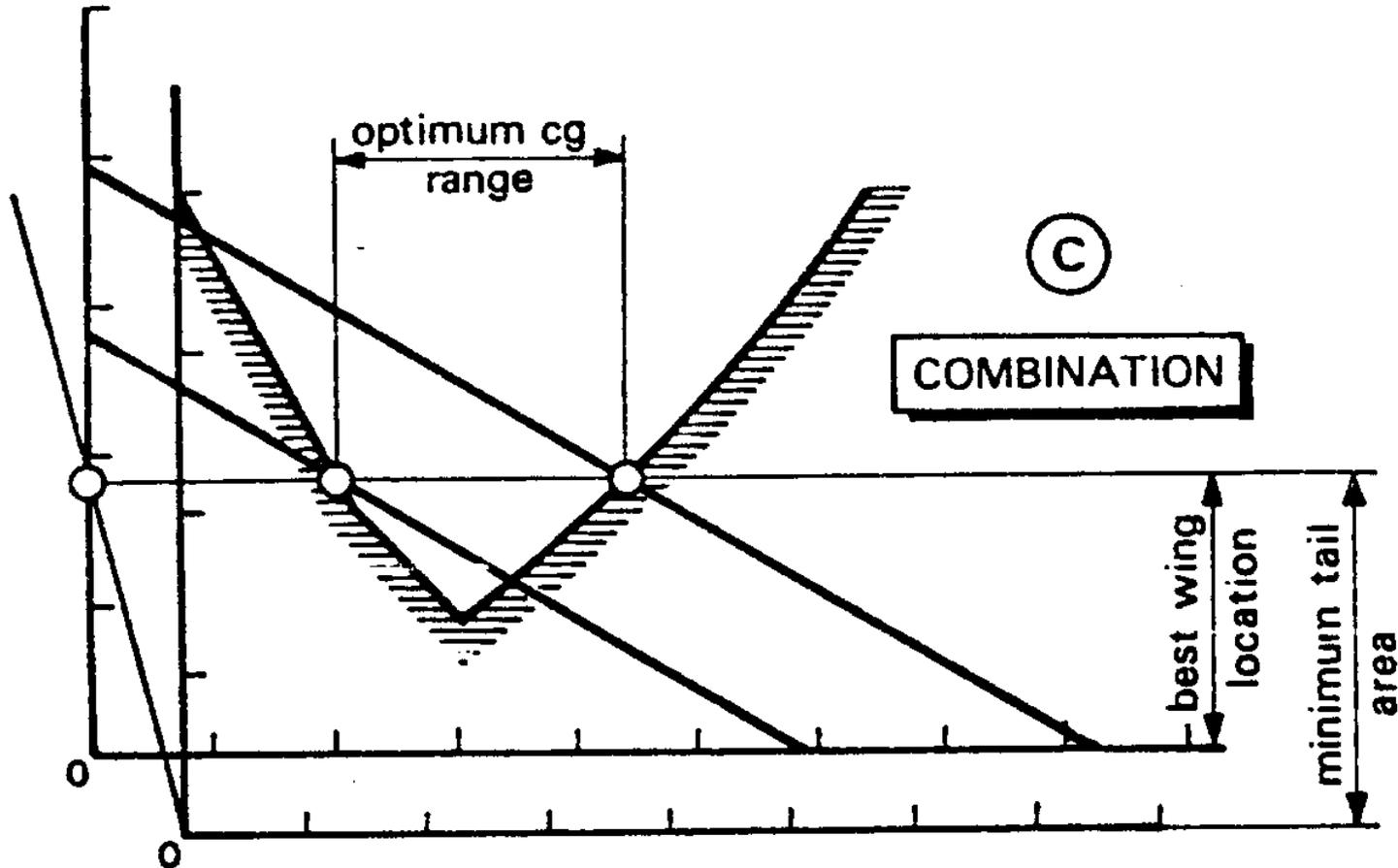
Condizioni critiche di stabilità
(con e senza prop) , controllo
atterraggio, rot decollo, gradiente
sforzi...



L'escursione di CG, di base dovuta alla variazione di carico pagante in fusoliera, viene ad essere spostata in corda (rimanendo in entità più o meno invariata) attraverso lo spostamento relativo tra ala e fusoliera. Il diagramma è opportunamente fatto per il velivolo privato della coda, proprio per non tenere dentro l'ulteriore spostamento del CG che si avrebbe variando la superficie del piano orizzontale (il cui peso è proporzionale ad S_h).

Diagramma generale (Scissors Plot)

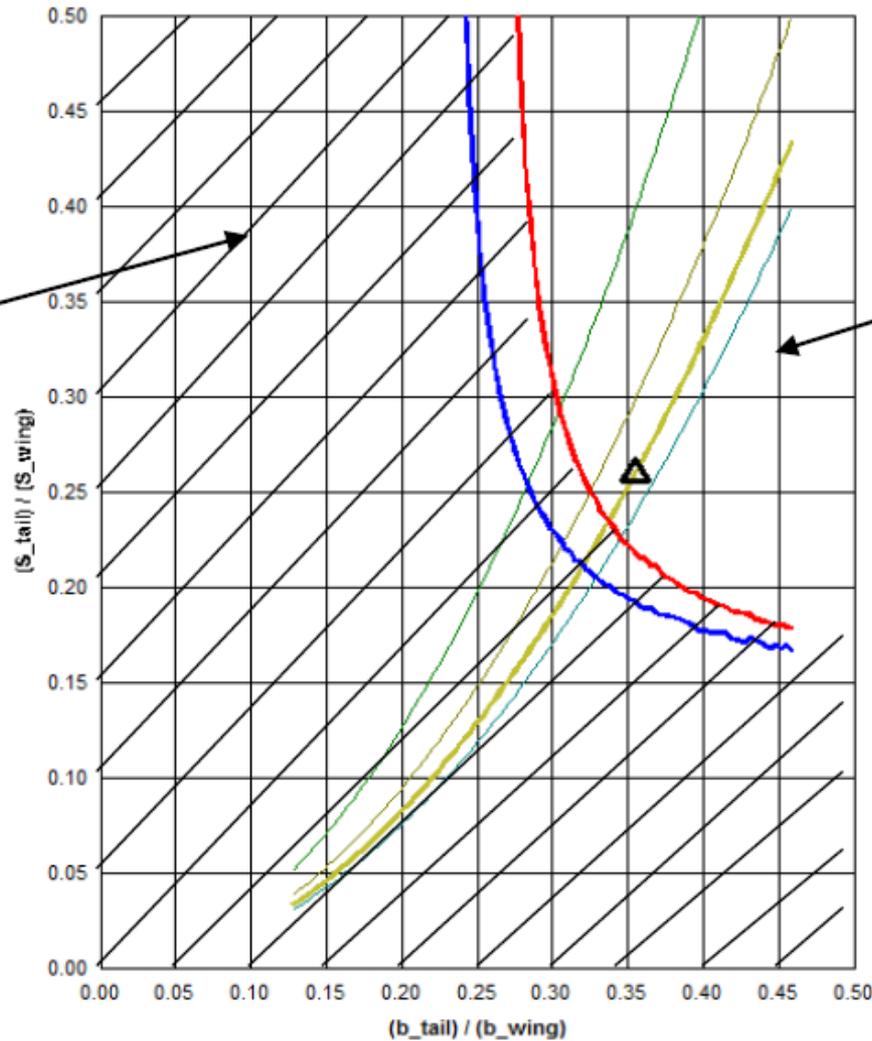
Il diagramma finale, ottenuto dalla sovrapposizione dei due diagrammi, ci consente di stabilire il corretto valore del rapporto Sh/S (ottimizzato) e la posizione ottimale dell'ala rispetto alla fusoliera. I diagrammi sono opportunamente falsati proprio per tenere in conto che al variare di Sh/S , il CG si sposta leggermente più dietro proporzionalmente ad Sh .



Osservazioni

Bad zone

Good zone



$$AR = \frac{b^2}{S}$$

E' possibile fissare la posizione del baricentro ed assumere l'apertura del piano come variabile indipendente.

Conclusioni

- Il dimensionamento visto sinora è **aerodinamico**;
- A valle di questo bisogna calcolare i carichi di bilanciamento ed i carichi di manovra;
- Questi ultimi costituiscono i carichi dimensionanti della struttura.

Tecnam P2012 balancing Loads at n=1 effect of C.G. variation, maximum Weight

