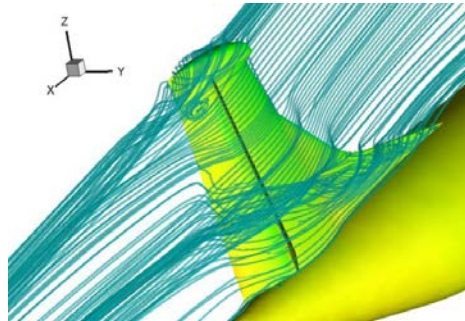


ESERCITAZIONE N. 6
DIMENSIONAMENTO PIANO VERTICALE DI CODA
CORSO DI PROGETTO GENERALE DI VELIVOLI
ANNO ACCADEMICO 2013-2014

In questa esercitazione è presentata una metodologia per il design preliminare del piano verticale di coda e del timone di direzione. L'applicazione della metodologia proposta è effettuata per un tipico velivolo bimotore da trasporto a getto e per un velivolo bimotore ad elica. I riferimenti principali sono estratti dai volumi di Roskam, Perkins, McCormick.



Sommario

1. METODO GRAFICI ED EQUAZIONI.....	2
2. PROGETTO DEL PIANO VERTICALE PER UN VELIVOLO A GETTO	9
2.1 Piantata motore critico	11
2.2 Verifica alla raffica.....	15
3. PROGETTO DEL PIANO VERTICALE PER UN VELIVOLO AD ELICA.....	18
3.1 Piantata motore critico	20
3.2 Verifica alla raffica.....	24
APPENDICE A - VERTICAL TAIL PARAMETERS	29
a. Vertical tail surface.....	29
b. Rudder surface	31
APPENDICE B - METODO RAPIDO PER DIMENSIONAMENTO DEL PIANO VERTICALE	32

1. METODO GRAFICI ED EQUAZIONI

Di seguito vengono mostrate le equazioni, i grafici ed alcune ipotesi da utilizzare per il dimensionamento del piano verticale e del timone.

STABILITA' e CONTROLLO DIREZIONALE

I contributi per la stabilità e controllo latero direzionale sono principalmente due:

$$C_N = C_{N\beta} \cdot \beta + C_{N\delta r} \cdot \delta r = 0$$

dove

CONTRIBUTO STABILITA' DIREZIONALE

$$C_{N\beta} = C_{N\beta_w} + C_{N\beta_f} + C_{N\beta_v}$$

Il contributo principale è legato al **piano verticale**. Questo può essere espresso come segue:

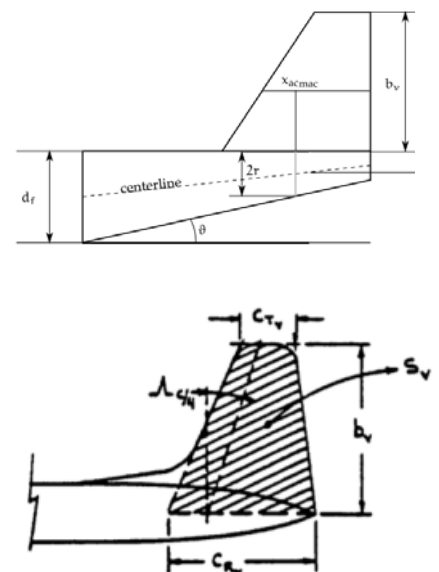
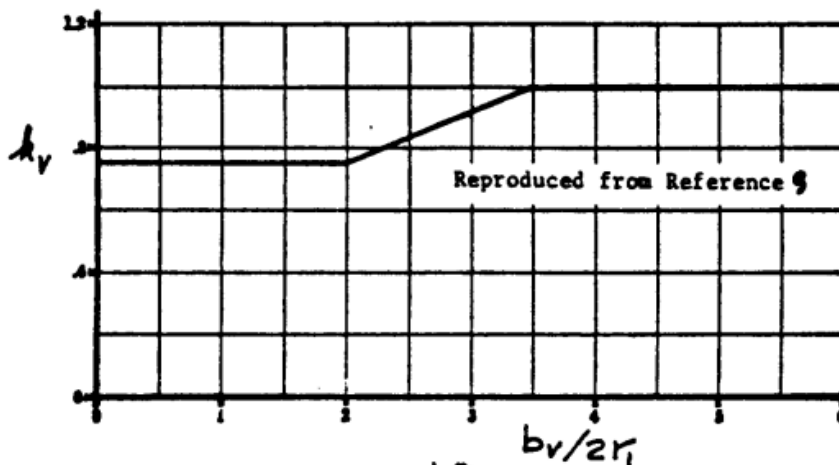
$$C_{N\beta_v} = C_{Y\beta_v} \cdot \left(l_v / b \right)$$

bisogna quindi stimare la derivata della forza laterale dovuta al piano verticale. Per fare ciò sarà seguito l'approccio proposto da USAF DATCOM e ripreso da Roskam.

$$C_{Y\beta_v} = -k_v \cdot C_{L\alpha_v} \cdot \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta} \right) \cdot \eta_v \cdot \frac{S_v}{S}$$

dove

k_v è un primo fattore semi-empirico mostrato nelle figure seguenti ed è presente in caso di **angolo di sideslip non nullo**



b_v è l'apertura del piano verticale, $2r$ è la misura della fusoliera in corrispondenza di 1/4 della corda media aerodinamica del piano verticale, come mostrato sopra.

STIMA DELLA PENDENZA DELLA RETTA DI PORTANZA DEL PV CL_alpha_V

Bisogna ora stimare il termine $C_{L\alpha v}$:

$$C_{L\alpha v} = \frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda_{vc/4}}{\sqrt{1 - M^2 + \left(\frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda_{vc/4}}{\pi A v_{eff}} \right)^2 + \left(\frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda_{vc/4}}{\pi A v_{eff}} \right)^2}}$$

il metodo prevede la stima di un **allungamento effettivo** del piano $A v_{eff}$:

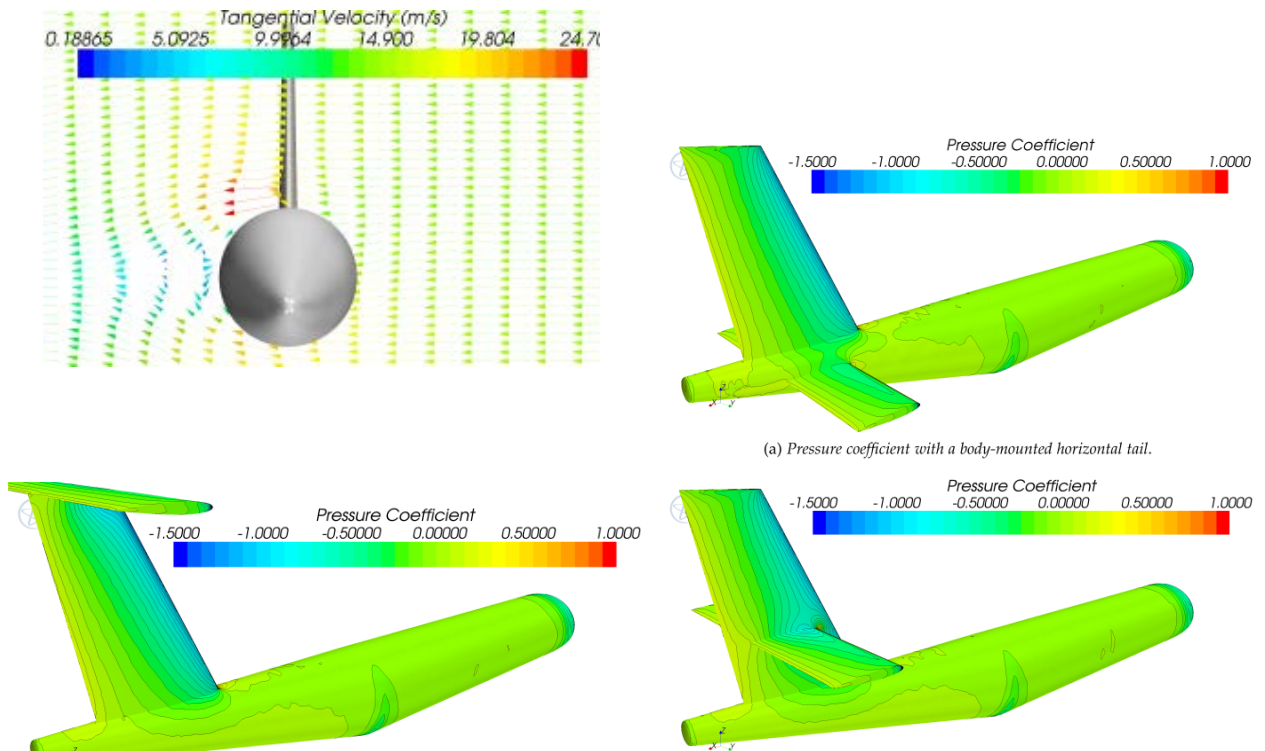
$$A v_{eff} = \left(\frac{A_{v(f)}}{A_v} \right) \cdot A_v \left\{ 1 + K_{vh} \cdot \left(\frac{A_{v(hf)}}{A_{v(f)}} - 1 \right) \right\}$$

dove:

$\left(\frac{A_{v(f)}}{A_v} \right)$ è l'effetto della **fusoliera** (vedi figura)

K_{vh} è l'effetto della **dimensione relativa tra verticale ed orizzontale** (vedi figura)

$\frac{A_{v(hf)}}{A_{v(f)}}$ è l'effetto del **piano orizzontale** (vedi figura)



GRAFICI PER LA STIMA DELLA PENDENZA DELLA RETTA DI PORTANZA

3D - a_v

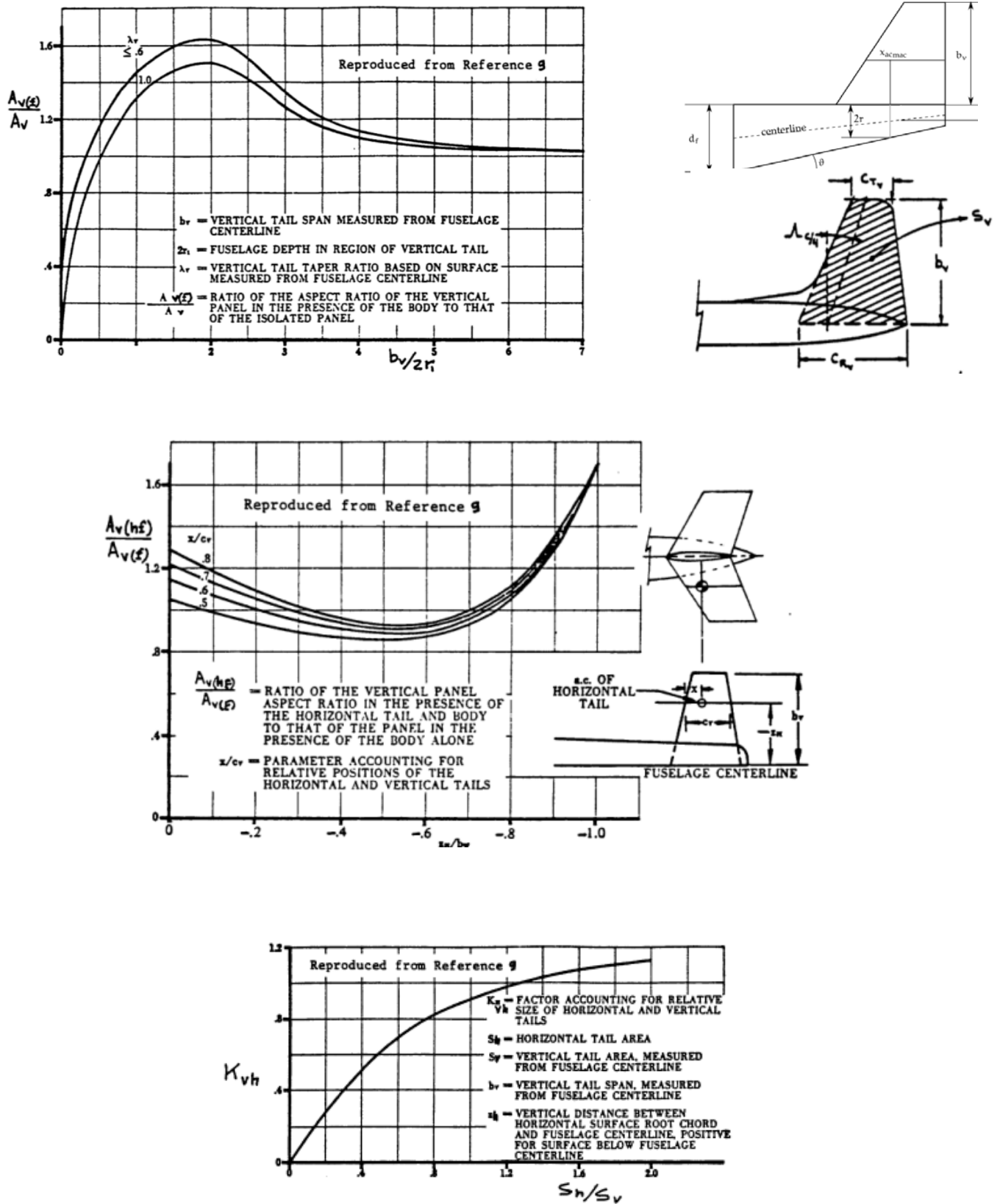


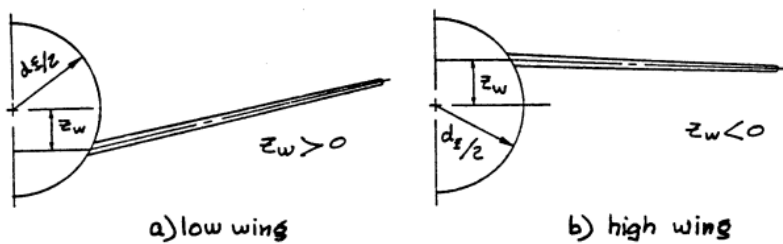
Figure 3. 141 – Factor K_{vh} useful to take into account the relative size of horizontal tail and vertical tail.

SIDEWASH

Il termine $\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v$ rappresenta l'effetto del sidewash ed è calcolato come segue:

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v = 0.724 + 3.06 \cdot \frac{S_v/S}{1 + \cos \Lambda_{wc/4}} + 0.4 \cdot \frac{z_w}{z_f} + 0.09 \cdot A_w$$

deve z_w è la posizione in altezza dell'ala rispetto alla linea media di fusoliera z_f è la massima altezza della fusoliera, mentre $\Lambda_{wc/4}$ è la freccia alare stimata a 1/4 della corda.



CONTRIBUTO DELL'ALA ALLA STABILITA' DIREZIONALE

$$C_{N_{\beta w}} = -0.00006 \left(\Lambda_{wc/4}\right)^{1/2} \text{ 1/deg, freccia in deg}$$

CONTRIBUTO DELLA FUSOLIERA

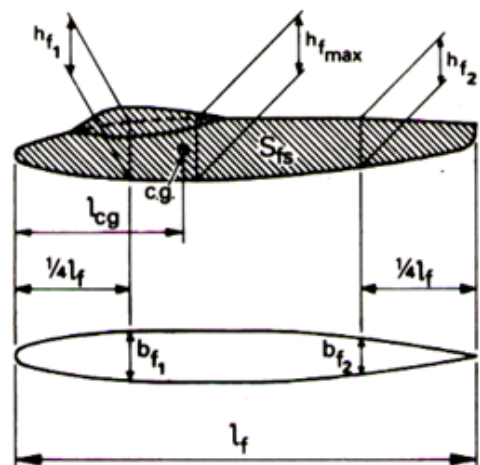
$C_{N_{\beta f}} = \text{vd seguito}$

fuselage

$$C_{n_{\beta f}} = -k_{\beta} \frac{S_{fs} l_f}{S b} \left(\frac{h_{f_1}}{h_{f_2}} \right)^{1/2} \left(\frac{b_{f_2}}{b_{f_1}} \right)^{1/3}$$

where, for $l_f/h_{f_{\max}} > 3.5$,

$$k_{\beta} = 0.3 \frac{l_{cg}}{l_f} + 0.75 \frac{h_{f_{\max}}}{l_f} - 0.105$$



CONTRIBUTO MOTORE AL DECOLLO PER **GETTO**

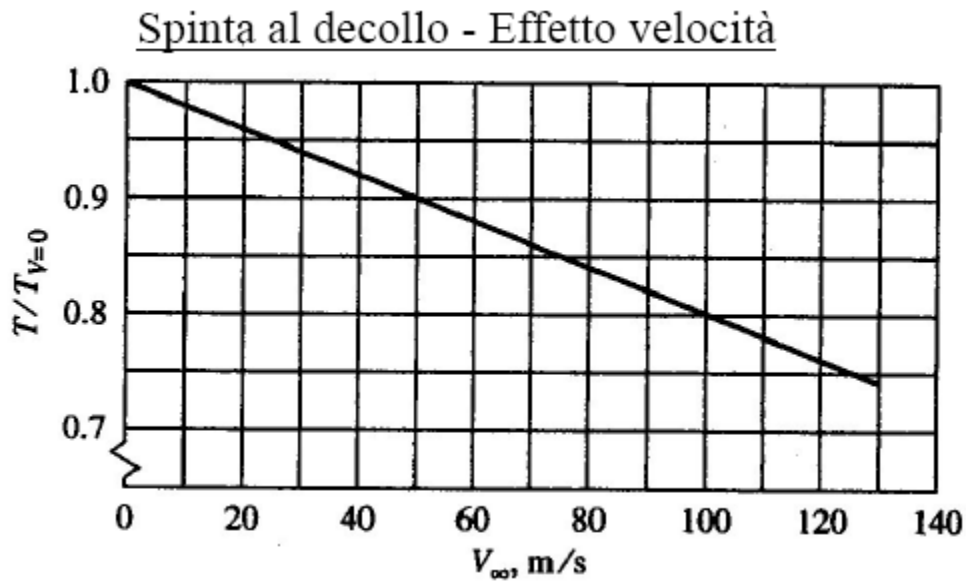


Figura 1: variazione della spinta durante la corsa di decollo, spinta complessiva a punto fisso, utile per velivoli a getto.

$$\frac{T}{T_0} = 1 - 0.002 \cdot V, \text{ con } V \text{ in (m/s)}$$

CONTRIBUTO MOTORE AL DECOLLO PER **ELICA**

$$T = \frac{\Pi_d}{V} \quad \text{dove} \quad \Pi_d = \eta_p \Pi_0$$

con η_p propeller efficiency

e Π_0 potenza di targa del motore

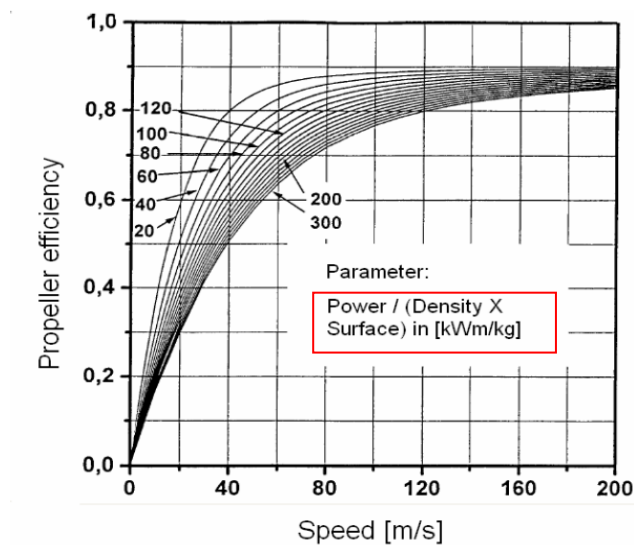


Figure 7: Propeller efficiency for variable pitch propellers as a function of aircraft speed and disc loading (the reference surface area is the propeller disc area). Adapted from [10]

CONTROLLO DIREZIONALE

$$C_N = C_{N\beta} \cdot \beta + C_{N\delta r} \cdot \delta r = 0$$

dove

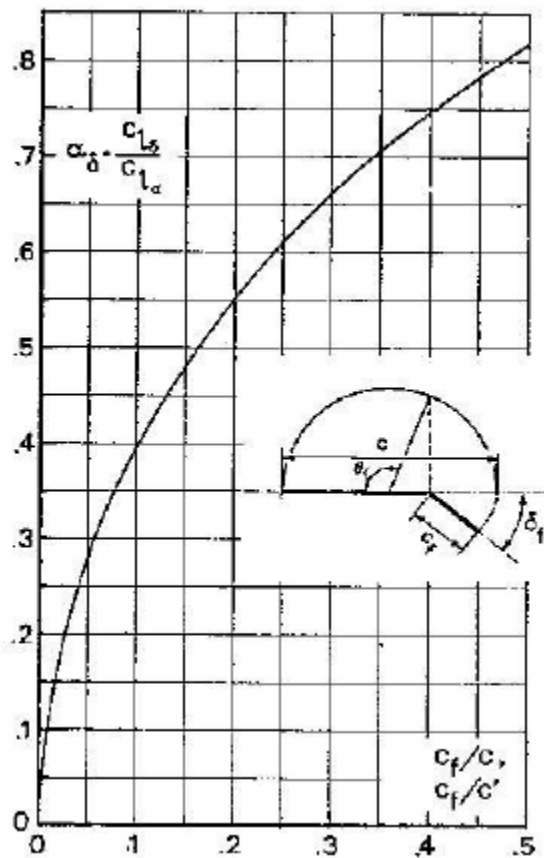
POTENZA DI CONTROLLO TIMONE

$$C_{N\delta r} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot \frac{l_v S_V}{Sb} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot V_v$$

dove

la stima dell'efficacia della parte mobile può essere effettuata attraverso i seguenti grafici.

GRAFICI PER LA STIMA DELL'INDICE DI EFFICACIA DEL TIMONE τ_v



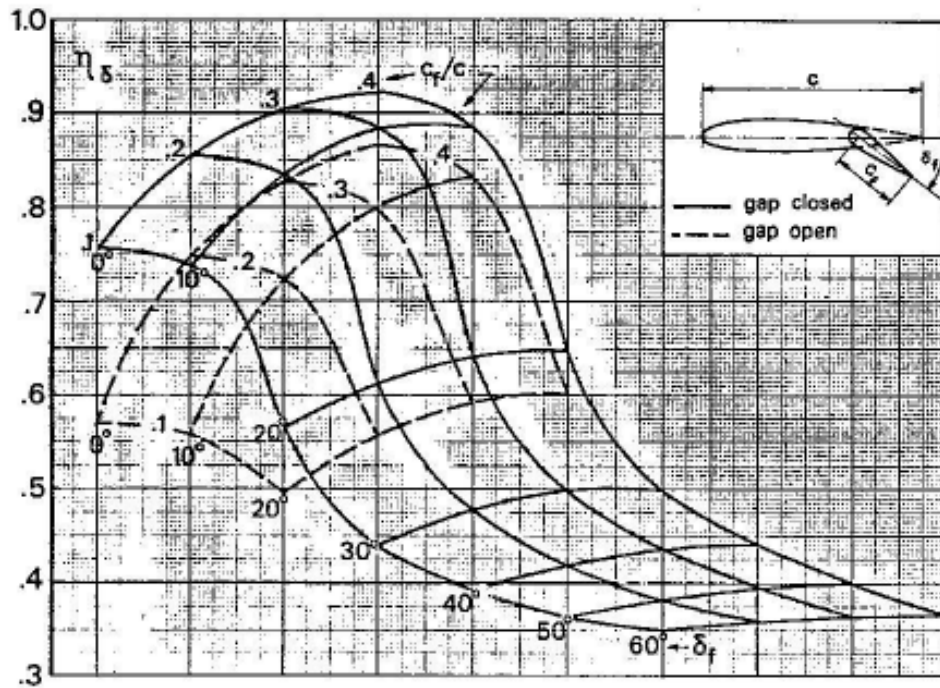


Figure 3.59 – 2D efficiency correction for a plain flap.

Figura 2: Calcolo dell'indice di efficacia della parte mobile (timone) in funzione del rapporto tra l'area della parte mobile e l'area complessiva *del piano verticale*. Il diagramma sotto rappresenta la correzione da applicare per effetti viscosi e per forti deflessioni della parte mobile. Riportato in rosso i valori in corrispondenza di $c_f/c=0.3$ e deflessione pari a 25° .

$$\tau_v = \alpha_\delta \eta_\delta$$

2. PROGETTO DEL PIANO VERTICALE PER UN VELIVOLO A GETTO

Dato un velivolo bimotore a getto del tipo *Airbus A320* (vedi figura), si richiede di dimensionarne l'impennaggio verticale (disegno della geometria complessiva e del timone). Il dimensionamento **deve garantire** che:

- A. nella situazione critica di **piantata di un motore durante la corsa al suolo di decollo** la deflessione del timone dia luogo ad un momento imbarante che compensi quello dovuto alla spinta asimmetrica. Si ricordi che la procedura di dimensionamento viene eseguita sulla base delle direttive indicate dalla normativa: la FAR 25 impone che il velivolo deve risultare controllabile (in aria, ricordo che esiste anche una velocità minima di controllo al suolo) a partire da velocità non superiori a $1.13 \cdot V_{S-TO}$, dove V_{S-TO} è la velocità di stallo del velivolo in condizioni di decollo. **Qui si assume una velocità minima di controllo V_{mc} pari a $1.1 \cdot V_{S-TO}$.**
- B. **Verificare** inoltre che, in una situazione di **atterraggio e in assenza di avarie**, qualora il velivolo incontri un vento laterale ad esempio pari a $V_{lat} = 20 \text{ m/s}$, **l'impennaggio verticale dimensionato risulti adeguato** al mantenimento della rotta ad una velocità di volo pari a $1.3 \cdot V_{S-L}$ (velocità di approccio), con $1.3 \cdot V_{S-L}$ la velocità di stallo del velivolo in configurazione di atterraggio. (Si suggerisce di applicare semplicemente l'equilibrio dei momenti intorno all'asse di imbardata del velivolo, trascurando per semplicità i contributi di ala e motori alla stabilità direzionale).
- C. Fermo restando la velocità di volo pari a $1.3 \cdot V_{S-L}$, **si ricavi la massima velocità di raffica** che il piano di coda verticale dimensionato è in grado di equilibrare.

Dati e suggerimenti

$W = 74000 \text{ kg}$, peso massimo al decollo

$T_{0_TOTALE} = 22700 \text{ kg}$,

Spinta totale massima (spinta di targa o massima al decollo dei due motori)

(Quindi 2 motori turbo fan CFM-56 ognuno da 11350 Kgf di spinta massima)

$S = 124 \text{ m}^2$, superficie alare

$b = 33.9 \text{ m}$, apertura alare

$AR_w = 9.4$

$y_E = 5.65 \text{ m}$, distanza tra l'asse di un motore e l'asse longitudinale del velivolo

$l_v = 18.1 \text{ m}$, distanza tra il baricentro del velivolo ed il centro di pressione dell'impennaggio verticale

$C_{L_{\max-TO}} = 2.1$, coefficiente di portanza massimo in configurazione di decollo

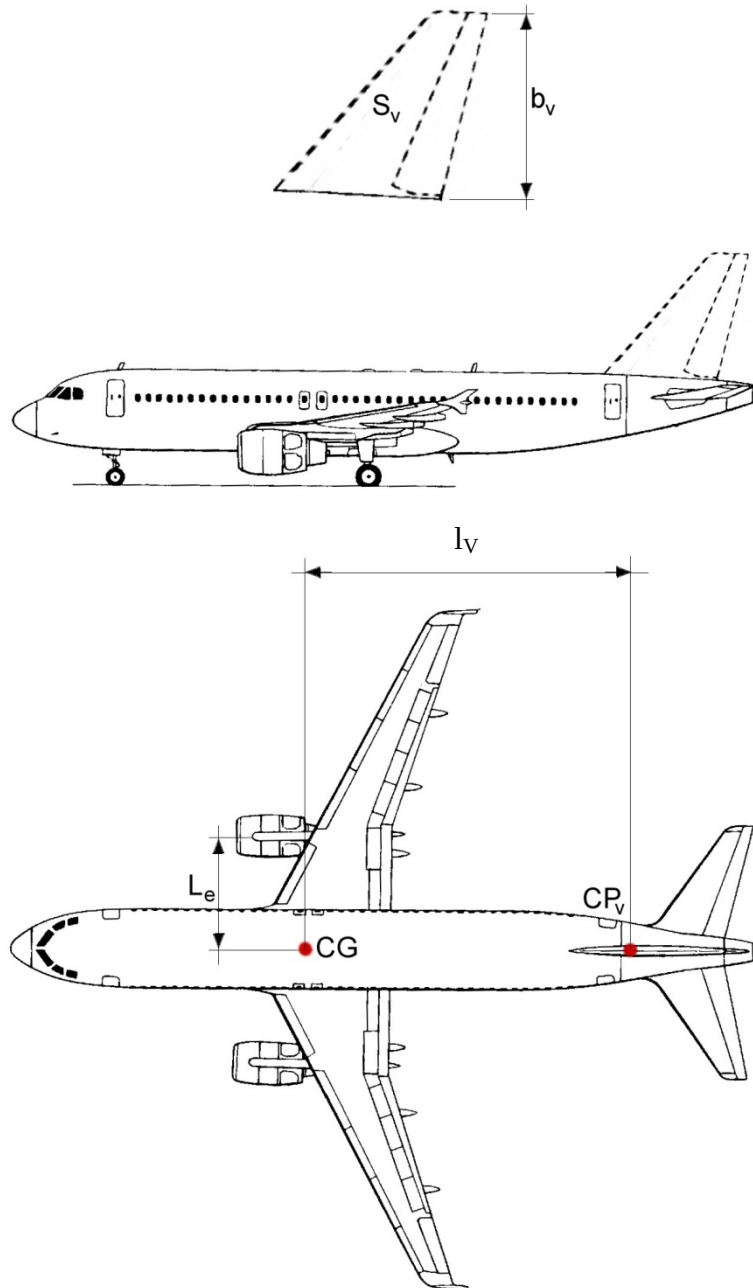
$C_{L_{\max-L}} = 3.05$, coefficiente di portanza massimo in configurazione di atterraggio

$a_{0v} = 0.10 \text{ 1/deg}$, coeff. della retta di portanza del profilo medio del piano verticale (tipo NACA 0012)

Dati aerodinamici addizionali:

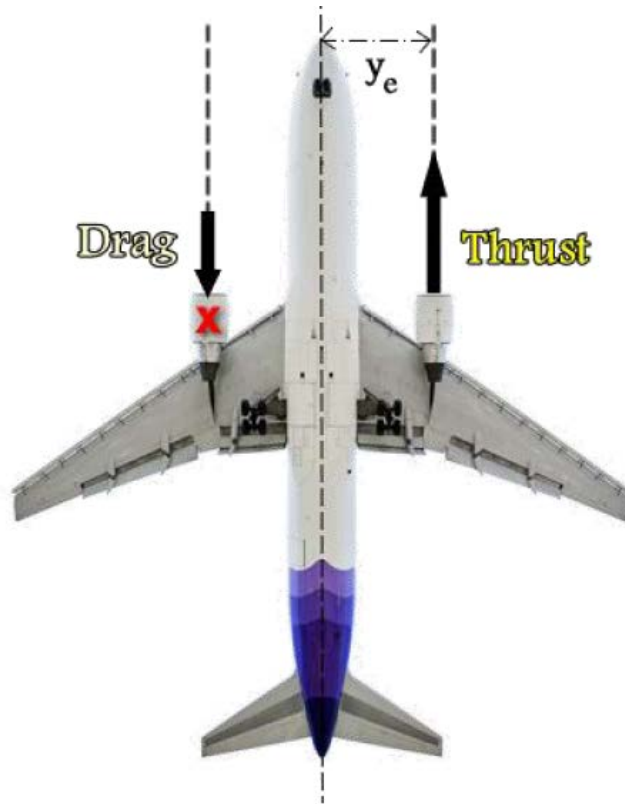
$C_{n\beta_Fus} = 0.0030 \text{ [1/°]}$; Contributo direzionale instabilizzante della fusoliera

$\delta_{r_{\max}} = 25.0^\circ$, deflessione massima del timone di direzione

VELIVOLO a getto tipo A320

SVOLGIMENTO

2.1 Piantata motore critico



Calcolo del **momento di imbardata** dovuto alla spinta a seguito della piantata di uno dei motori.

$$T = (1 - 2 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty}) \cdot \frac{T_{0_TOTALE}}{2}$$

$$T = (1 - 2 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\infty}) \cdot \frac{22700 \cdot 9.81}{2} = 111344 - 222.7 \cdot V_{\infty}$$

$$M_T = T \cdot y_e = 629094 - 1258 \cdot V_{\infty} \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

Calcoliamo preliminarmente la velocità di stallo e la VMC

$$V_{S-TO} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S_w \cdot C_{L_{\max-TO}}}}$$

$$V_{S-TO} = \sqrt{\frac{2 \cdot 74000 \cdot 9.81}{1.225 \cdot 124 \cdot 2.1}} = 67.5 \text{ m/s}$$

Quindi la velocità minima di controllo V_{mc} risulta:

$$V_{mc} = 1.1 \cdot V_{S-TO} = 74.2 \text{ m/s} \quad (\text{FAR25 VMC} \leq 1.14 V_{S-TO})$$

Calcolo del momento di imbardata dovuto ad una deflessione del timone di direzione, tenendo conto che la deflessione massima è intorno ai 25° .

$$M_v = Y_v \cdot l_v = C_{Yv} \cdot q_v \cdot S_v \cdot l_v = a_v \cdot \tau_v \cdot \delta_r \cdot \eta_v \cdot q_\infty \cdot S_v \cdot l_v$$

Assumiamo una geometria per il piano verticale di primo tentativo fissando un plausibile valore dell'allungamento geometrico pari a 1.66.

$$b_v = 6.24m$$

$$c_{rv} = 5.63m$$

$$c_{tv} = 1.90m$$

$$S_v = 23.5m^2$$

$$AR_v = 1.66$$

$$2r = 2.7m \text{ diametro fusoliera in corrispondenza del fuoco del verticale}$$



Dall'allungamento geometrico si passa all'allungamento effettivo per effettuare un stima della pendenza della retta di portanza del piano verticale.

- Per la stima di Avf/Av si entra nel diagramma con un rapporto di $bv/2r = 2.31$. Da cui circa è **$Avf/Av=1.6$** .
- Per l'effetto dell'orizzontale $zh/bv = -0.1$ e per $x/cv = 0.5$ si ha circa **$Avfh/Avf=1$**
- Assumendo $Sh/Sv = 1.5$, il fattore **$Kvh = 1.05$** .

$$AR_{eff.} = AR_{geom.} \cdot Avf/Av [1 + K_{vH}(Avfh/Av - 1)] = 2.65$$

Quindi si ha che la pendenza della retta di portanza del PV risulta:

$$C_{L\alpha} = \frac{1}{57.3} \cdot \frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\sqrt{1 - M^2 + \left[\frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\pi \cdot AR_{eff}} \right]^2} + \frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\pi \cdot AR_{eff}}}$$

$$a_v = CL_{\alpha v} = 2.81 \text{ 1/rad } (=0.049 \text{ 1/deg})$$

dove si è assunto:

- $a_{0_2d} = Cl_{\alpha}(2D) = 5.73 \text{ 1/rad} (0.1 \text{ 1/deg})$
- angolo di freccia del PV = 33deg
- n° di MACH alla VMC di 74.2 M=0.22

Ipotizzando un valore del rapporto S_{rudder} / S_v pari a 0.30 e quindi $cf/c = 0.30$, si ricava dal grafico per la stima del τ , in corrispondenza di una deflessione di 25°:

coefficiente di efficacia $\tau_v = \alpha_{\delta} \cdot \eta_{\delta} = 0.66 \cdot 0.55 = 0.36$.

$$M_v = a_v \cdot \tau_v \cdot \delta_r \cdot \eta_v \cdot q_{\infty} \cdot S_v \cdot l_v$$

$$M_v = 2.808 \cdot 0.36 \cdot (25 / 57.3) \cdot 0.950 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot V_{\infty}^2 \cdot S_v \cdot 18.1$$

$$M_v = 4.645 \cdot V_{\infty}^2 \cdot S_v$$

dove è stata assunta un rapporto delle pressioni dinamiche sul verticale di 0.95, cioè :

$$\eta_v = \frac{q_v}{q_{\infty}} = 0.95$$

Imponendo l'uguaglianza dei momenti di imbardata, si ottiene

$$M_v = M_T$$

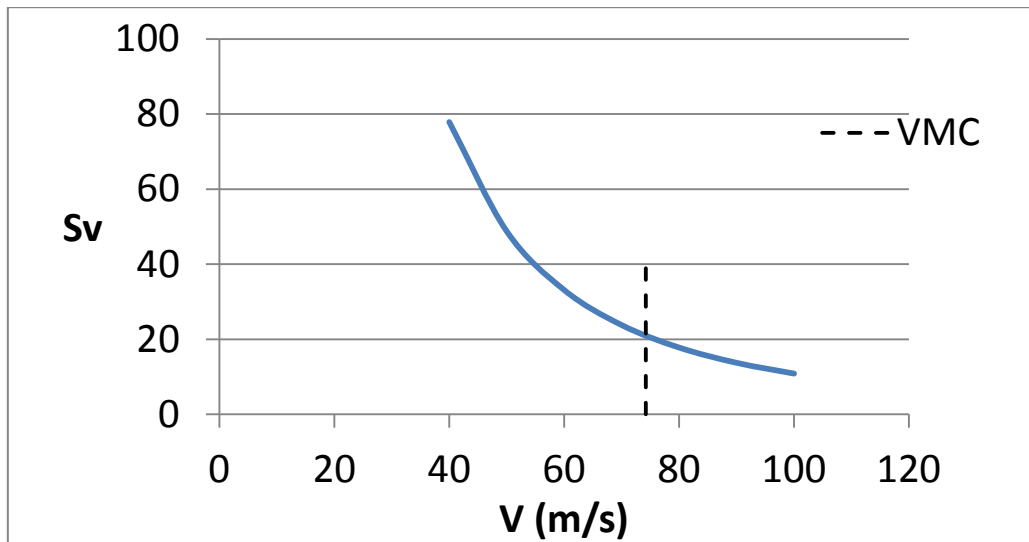
$$4.645 \cdot V_{\infty}^2 \cdot S_v = 629094 - 1258 \cdot V_{\infty}$$

Chiaramente, andando ad inserire al posto di V_{∞} la velocità minima di controllo determinata in precedenza, si può trovare il valore della S_v che risulta l'unica incognita.

$$S_v = \frac{(629094 - 1258 \cdot 74.2)}{4.645 \cdot (74.2^2)} = \frac{535750.4}{25573.7} = 20.94 \text{ m}^2$$

Ovviamente è possibile anche, esplicitando rispetto alla superficie del piano verticale, ottenere la funzione che in relazione alla Velocità di volo, mi fornisce la superficie del verticale che riesce ad equilibrare in imbardata il velivolo:

$$S_v = \frac{629094 - 1258 \cdot V_{\infty}}{4.645 \cdot V_{\infty}^2} \text{ con } V \text{ in (m/s) e } S_v \text{ in (m}^2\text{)}$$



Si vede chiaramente che, velocità inferiori alla VMC scelta (che sarebbero possibili in quanto ammesse dalla normativa), quindi ad esempio legate a scelta di una V_{mc} pari a 1.0, 0.90 o anche 0.80 della velocità di stallo al decollo, porterebbero a dimensioni molto elevate del piano verticale (con conseguente aggravio del peso, spostamento all'indietro del CG, costo di fabbricazione e resistenza aerodinamica, che a sua volta influisce su consumo e quindi sul DOC). In definitiva non conviene assumere una velocità minima di controllo troppo bassa rispetto a quella richiesta dalla normativa. Come detto la FAR 25 richiede una V_{mc} di 1.13 rispetto a $V_{S_{TO}}$ e quindi scegliere un valore di 1.10 ha senso, ma scegliere un valore anche di 1.05 sarebbe troppo gravoso e tra l'altro inutile, dato che il velivolo per V inferiori alla V_1 (velocità di decisione, tipicamente maggiore della V di stallo) non prosegue il decollo e quindi non ha esigenza di equilibrare con il PV la spinta asimmetrica. In tali condizioni, infatti, il pilota mette subito giù il motore funzionante per poi procedere alla attivazione dei freni.

Chiaramente, entrando con la VMC calcolata precedentemente (74.2 m/s), si ricava il valore della superficie del piano di coda verticale già ottenuto precedentemente.

$$S_v = 20.9 m^2$$

Se avessimo assunto, in modo forse troppo più conservativo, una VMC pari a 1.05 di V_{Sto} , pari a circa 71 m/s la superficie del PV sarebbe pari a 23.0 m².

E' da notare che il valore reale della superficie del PV del velivolo A320 è pari a 21.5 m².

Per la verifica alla raffica sarà assunto il valore reale di 21.5 m².

2.2 Verifica alla raffica

Per l'equilibrio del vento al traverso si impone l'equilibrio del controllo direzionale:

$$C_N = C_{N\beta} \cdot \beta + C_{N\delta r} \cdot \delta r = 0$$

dove

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_v} + C_{n\beta_fus} + C_{n\beta_w}$$

Si calcolano i contributi:

Calcolo del $C_{n\beta_v}$.

ATTENZIONE: in presenza di beta compaiono i termini k_v e $(1+ds/d\beta)$.

$$C_{n\beta_v} = -k_v a_v \cdot \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} = -k_v a_v \cdot \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v \cdot V_v$$

- con $V_v=0.093$.

- Stimando il sidewash

$$\left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) \eta_v = 0.724 + 3.06 \cdot \frac{S_v}{S_w} \frac{1}{1 + \cos(\Lambda_w)} + 0.4 \frac{Z_w}{d_{fus}} + 0.009 \cdot AR_w$$

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v = 1.212$$

dove si è assunto:

- freccia dell'ala 30°

- Z_w/d_{fus} (posizione ala in fusoliera) = 0.3.

$$C_{n\beta_v} = -0.8 \cdot 0.0492 \cdot 1.212 \cdot \frac{21.5}{124} \cdot \frac{18.1}{33.9} = -0.00419 \frac{1}{\text{deg}}$$

Il $C_{n\beta}$ complessivo, trascurando i contributi di ala e motori, è dato da

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_v} + C_{n\beta_fus} + C_{n\beta_w}$$

$$C_{n\beta} = -0.00419 + 0.0030 + 0.00033 = -0.00152 \quad (1/\text{deg.})$$

Individuiamo l'angolo beta introdotto dalla raffica:

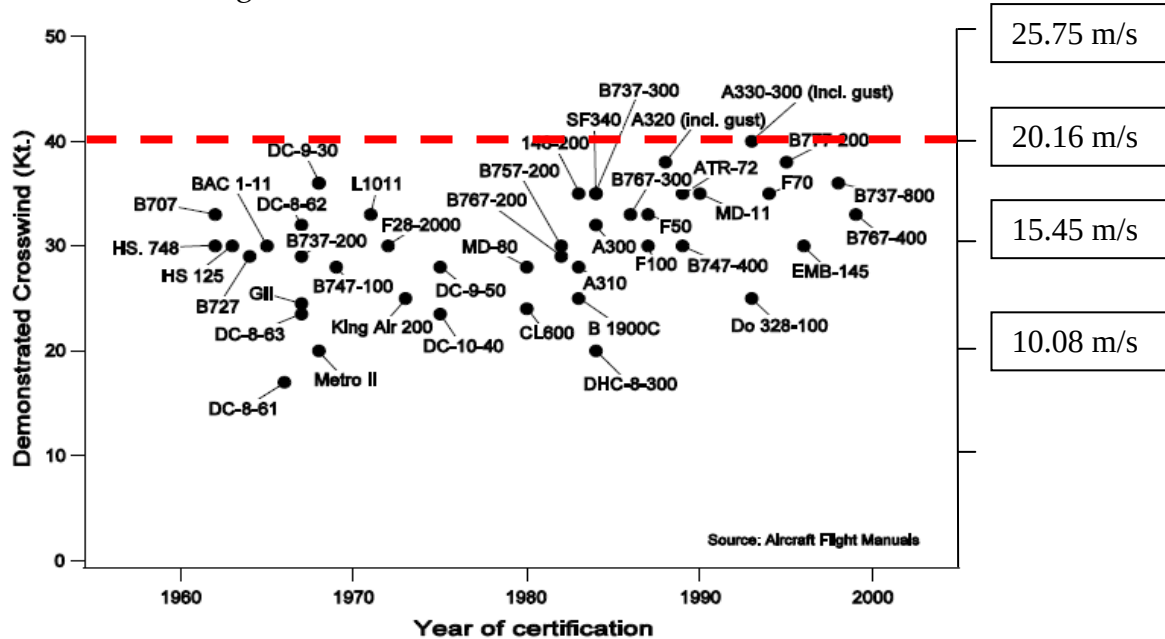


Figure 1: Overview of maximum demonstrated crosswinds.

La velocità di volo nella condizione di raffica è

$$V = 1.3 \cdot V_{S-L} = 1.3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W_{lan}}{\rho \cdot S_w \cdot C_{L_{max-L}}}} = 1.3 \cdot 52.9 \text{ m/s} = 67.7 \text{ m/s}$$

dove W_{ldg} , peso max all'atterraggio, è stato assunto pari a 64000kg (vd Janes).

Essendo la **velocità di raffica** $V_{lat} = 20 \text{ m/s}$ e proveniente da destra, si ricavano i seguenti valori dell'angolo di derapata e della velocità totale.

$$\beta = \arctg\left(\frac{V_{lat}}{V_{\infty}}\right) = 16.5^\circ$$

Imponendo l'equilibrio dei momenti di imbardata, si ha

$$C_{N_{\beta}} \cdot \beta + C_{N_{\delta r}} \cdot \delta r = 0$$

Calcoliamo ora $C_{N_{\delta r}}$:

$$C_{N_{\delta r}} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot \frac{l_v S_v}{Sb} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot V_v = 0.00166 \text{ 1/deg}$$

con a_v calcolato come prima in assenza di effetti di sidewash! con:

- $M=0.2$ (alla di approccio $V=1.3 V_{s_landing}$)

- Freccia $p_v = 33 \text{ deg}$.

----> $a_v = 2.802 \text{ 1/rad}$ (0.0492 1/deg)

Il valore del $\tau = 0.363$ ottenuto con una deflessione di 25° di timone. Questa potrebbe essere considerata coerentemente con la deflessione ottenuta, entrando nei grafici mostrati.

Sempre dall'equazione di equilibrio possiamo ora calcolare il valore di δr necessario per l'equilibrio del vento al traverso:

$$\delta r = - \frac{C_{N_\beta} \cdot \beta}{C_{N_{\delta r}}}$$

$$\delta r = \frac{0.00152 \cdot 16.4 deg.}{0.00166} = 15.05 \text{ deg.}$$

Il valore massimo di β che può essere equilibrato con il piano verticale dimensionato è quindi con massima deflessione pari a 25° e efficacia pari 0.363 sarà:

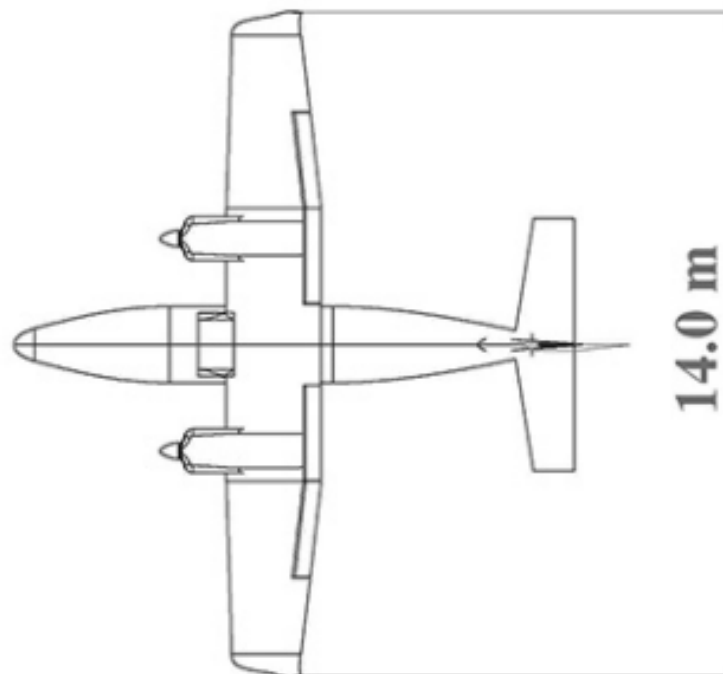
$$\beta_{max} = - \frac{C_{N_{\delta r}} \delta r}{C_{N_\beta}} = \frac{0.00166 \cdot 25 deg.}{0.00152} = 27.34 \text{ deg.}$$

3. PROGETTO DEL PIANO VERTICALE PER UN VELIVOLO AD ELICA

Dato un velivolo bimotore ad elica tipo *P2012* (vedi figura), si richiede di dimensionarne l'impennaggio verticale (disegno della geometria complessiva e del timone).

Il dimensionamento DOVRA':

- A. **garantire** che nella situazione critica di **piantata di un motore durante la corsa al suolo di decollo** la deflessione del timone dia luogo ad un momento imbarante che compensi quello dovuto alla spinta asimmetrica. Si ricordi che la procedura di dimensionamento viene eseguita sulla base delle direttive indicate dalla normativa: la FAR 23 riporta che il velivolo deve risultare controllabile a partire da velocità non superiori a $1.20 \cdot V_{S-TO}$, dove V_{S-TO} è la velocità di stallo del velivolo in condizioni di decollo. Qui **si assume una velocità minima di controllo** V_{mc} **pari a** $1.1 \cdot V_{S-TO}$ (per essere abbastanza conservativi).
- B. **Verificare** che, in una situazione di **atterraggio e in assenza di avarie**, qualora il velivolo incontri un vento laterale di $V_{lat} = 20 \text{ m/s}$, **l'impennaggio verticale dimensionato risulti adeguato** al mantenimento della rotta ad una velocità di volo pari a $1.3 \cdot V_{S-L}$, con $1.3 \cdot V_{S-L}$ la velocità di stallo del velivolo in configurazione di atterraggio. (Si suggerisce di applicare semplicemente l'equilibrio dei momenti intorno all'asse di imbardata del velivolo, trascurando per semplicità i contributi di ala e motori alla stabilità direzionale).
- C. ad una velocità di volo $1.3 \cdot V_{S-L}$, **si ricavi la massima velocità di raffica** che il piano di coda verticale dimensionato è in grado di equilibrare.



Dati e suggerimenti

$W = 3290 \text{ kg}$, peso massimo al decollo

$$P_{0_TOTALE} = 700 \text{ hp}$$

Potenza totale massima (di targa o massima al decollo dei due motori)

(Quindi 2 motori turbocompressi ognuno da 350 hp di potenza massima)

$S = 25.4 \text{ m}^2$, superficie alare

$b = 14.0 \text{ m}$, apertura alare

$ARw = 7.72$

$y_E = 2.32 \text{ m}$, distanza tra l'asse di un motore e l'asse longitudinale del velivolo

$l_v = 6.0 \text{ m}$, distanza tra il baricentro del velivolo ed il centro di pressione dell'impennaggio verticale

$C_{L\max-TO} = 1.80$, coefficiente di portanza massimo in configurazione di decollo

$C_{L\max-L} = 2.10$, coefficiente di portanza massimo in configurazione di atterraggio

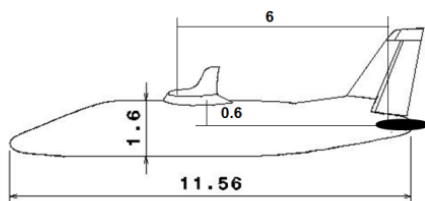
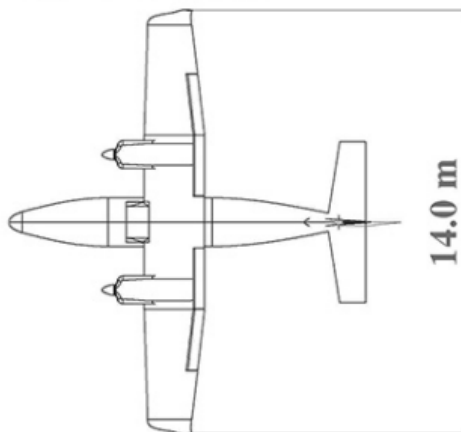
$a_{0v} = 0.10 \text{ 1/deg}$, coeff. della retta di portanza del profilo medio del piano verticale (tipo NACA 0012)

$R = 1 \text{ m}$, raggio del disco dell'elica

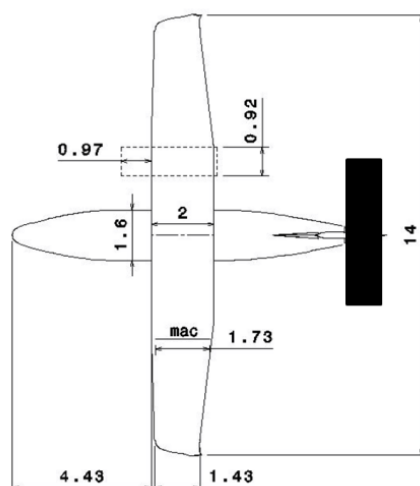
Dati aerodinamici aggiuntivi:

$C_{n\beta_Fus} = 0.0011 \text{ [1/°]}$; Contributo direzionale in stabilizzante della fusoliera

$\delta_{r\max} = 28 \text{ deg.}$, deflessione massima del timone di direzione



Il piano di coda orizzontale è assente. Bisogna scegliere forma in pianta e posizione.



SVOLGIMENTO

3.1 Piantata motore critico

Calcolo del **momento di imbardata dovuto alla spinta a seguito della piantata di uno dei motori.**

Per velivolo ad elica si assume che la spinta massima fornita da un motore in fase di decollo sia data da:

$$T = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Pi_{d_totale}}{2}$$

$$\Pi_{d_totale} = \Pi_0 \eta_P$$

L'efficienza del propeller può essere estratta dal seguente grafico entrando con la velocità di stallo take-off (è un'ipotesi di valore plausibile al decollo).

Calcoliamo preliminarmente la velocità di stallo in take-off

$$V_{S-TO} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S_w \cdot C_{Lmax-TO}}}$$

$$V_{S-TO} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3290 \cdot 9.81}{1.225 \cdot 25.4 \cdot 1.8}} = 33.9 \text{ m/s}$$

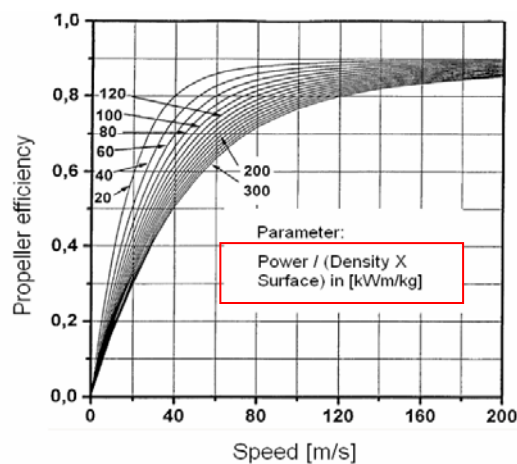
La velocità minima di controllo che vuole essere equilibrata risulta

$$V_{mc} = 1.1 \cdot V_{S-TO} = 37.3 \text{ m/s}$$

Calcoliamo in disc loading CON LE GIUSTE UNITA' di misura per entrare nel grafico:

$$Disc\ loading = \frac{\Pi_0}{2} \frac{1}{\rho \pi R^2}$$

$$Disc\ loading = \frac{700 \cdot 0.7354}{2} \frac{1}{1.225 \cdot 3.14 \cdot 1^2} = 66.915 \text{ (kWm/kg)}$$



da cui η_P è circa pari a 0.67.

Possiamo quindi calcolare la spinta dell'impianto propulsivo funzionante, sempre in corrispondenza della velocità assunta :

$$T = \frac{1}{33.9} \cdot \frac{344944.8}{2} = 5080.3 N \quad \boxed{M_T = T \cdot y_e = 11786 Nm}$$

(cioè circa 500 Kgf di spinta)

Calcolo del momento di imbardata dovuto ad una deflessione del timone di direzione, tenendo conto che la deflessione massima è intorno ai 28°.

$$M_v = Y_v \cdot l_v = C_{Y_v} \cdot q_v \cdot S_v \cdot l_v = a_v \cdot \tau_v \cdot \delta_r \cdot \eta_v \cdot q_\infty \cdot S_v \cdot l_v$$

Assumiamo una geometria per il piano verticale di primo tentativo fissando un plausibile valore dell'allungamento geometrico pari a 1.77.

$$b_v = 2.5m$$

$$S_v = 3.53m^2$$

$$AR_v = 1.77$$

$$2r = 0.75m \text{ diametro fusoliera in corrispondenza del fuoco del verticale}$$

Dall'allungamento geometrico si passa all'allungamento effettivo per effettuare un stima della pendenza.

- Per la stima di Avf/Av si entra nel diagramma con un rapporto di $bv/2r = 3.33$. Da cui circa è **$Avf/Av=1.25$** .
- Per l'effetto dell'orizzontale $zh/bv = 0.0$ e per $x/cv = 0.8$ si ha circa **$Avhf/Avf=1.3$**
- Assumendo $Sh/Sv = 1.7$, il fattore **$Kvh = 1.07$** .

$$AR_{eff.} = AR_{geom.} \cdot Avf/Av [1 + K_{vH}(Avfh/Av - 1)] = 2.924$$

Quindi si ha che la pendenza della retta di portanza del PV risulta:

$$C_{L\alpha} = \frac{1}{57.3} \cdot \frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\sqrt{1 - M^2 + \left[\frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\pi \cdot AR_{eff}} \right]^2} + \frac{C_{l\alpha} \cos \Lambda}{\pi \cdot AR_{eff}}}$$

$$a_v = CL_{\alpha V} = 3.04 \text{ 1/rad } (=0.053 \text{ 1/deg})$$

dove si è assunto:

- $a_{0_2d} = Cl_{\alpha}(2D) = 5.73 \text{ 1/rad } (0.1 \text{ 1/deg})$
- angolo di freccia del PV = 25deg
- n° di MACH alla VMC di 37.3 M=0.11

Ipotizzando un valore del rapporto $cf/c = 0.45$, si ricava dal grafico per la stima del τ , in corrispondenza di una deflessione di 25°:

$$\text{coefficiente di efficacia } \tau_v = \alpha_\delta \cdot \eta_\delta = 0.77 \cdot 0.58 = 0.4466.$$

Si assume un rapporto delle pressioni dinamiche sul verticale η_v pari a 0.95.

$$M_v = a_v \cdot \tau_v \cdot \delta_r \cdot \eta_v \cdot q_\infty \cdot S_v \cdot l_v$$

$$M_v = 3.04 \cdot 0.4466 \cdot 28/57.3 \cdot 0.950 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1.225 \cdot V_\infty^2 \cdot S_v \cdot 6.0$$

$$M_v = 2.3148 \cdot V_\infty^2 \cdot S_v$$

Imponendo l'uguaglianza dei momenti di imbardata, si ottiene

$$M_v = M_T$$

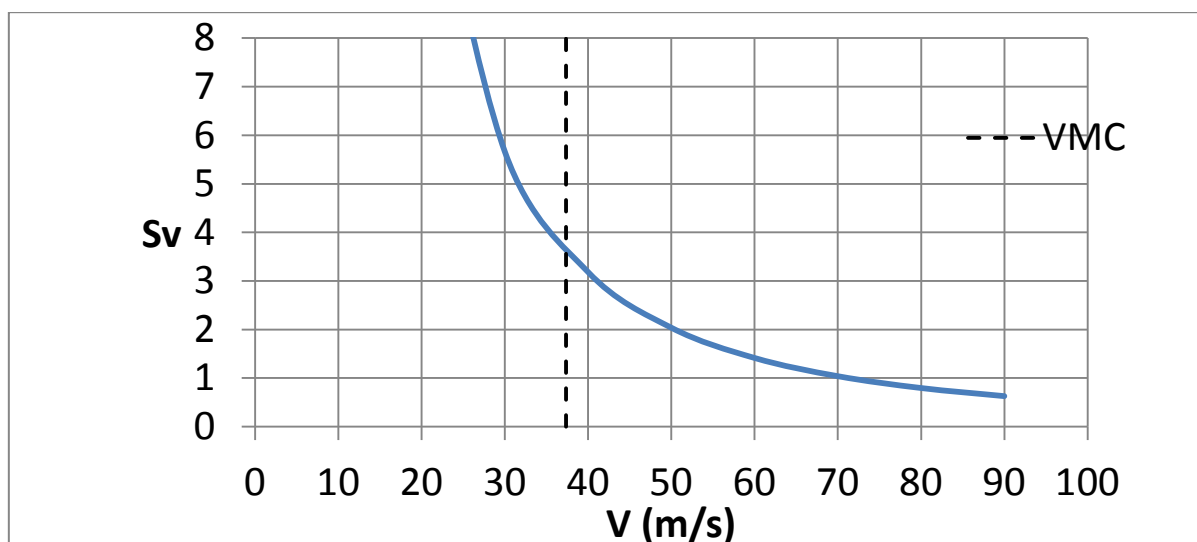
$$2.3148 \cdot V_\infty^2 \cdot S_v = 11786$$

Come prima fatto per il velivolo A320 si può risolvere e trovare la superficie in corrispondenza della velocità minima di controllo assunta.

$$S_v = 11786 \frac{11786}{2.3148 \cdot (37.3)^2} = 3.65 \text{ m}^2$$

In effetti, esplicitando rispetto alla superficie del piano verticale (avendo assunto per semplicità la spinta del motore costante intorno al valore al quale è stata calcolata (cioè proprio la Vmc di 37.3 m/s), si ha la possibilità di vedere l'effetto di una diversa V di equilibrio richiesta sulla superficie richiesta del piano verticale.

$$S_v = \frac{11786}{2.3148 \cdot V_\infty^2} \text{ con } V \text{ in (m/s) e } S_v \text{ in (m}^2\text{)}$$



Il grafico mostra chiaramente che passando da 37.3 m/s a 35 m/s si richiederebbe una superficie di verticale pari a 4 m². Con 32 m/s sarebbero addirittura richiesti 5 m² di piano verticale.

Chiaramente, entrando con la VMC calcolata precedentemente, si ricava il valore della superficie del piano di coda verticale già ottenuta precedentemente:

$$S_v = 3.65 m^2$$

E' anche evidente che, ipotizzando un rapporto di corde del timone di 0.40 al posto di 0.45, si dovrebbe calcolare di nuovo l'efficacia del rudder $\tau_v = \alpha_\delta \cdot \eta_\delta = 0.745 \cdot 0.57 = 0.42$

al posto del valore di 0.446 ottenuto con un rapporto di corde di 0.45. Conseguentemente,

la superficie del verticale necessaria salirebbe da 3.65 a : $S_v = \frac{0.4466}{0.42} 3.65 = 3.88 m^2$

E' chiaro che per questo tipo di velivolo (ad elica con velocità caratteristiche di decollo quindi abbastanza piccole) la V_{mc} è un problema critico e richiede l'adozione di rapporti di corde del timone abbastanza forti. E' chiaro poi che nella soluzione strutturale definitiva si potrà adottare un rapporto di corde del timone variabile (ad esempio 0.40 alla radice e 0.48-0.50 alla tip) per avere maggiore resistenza strutturale della parte fissa della deriva all'attacco con la fusoliera. La deriva all'attacco deve infatti assorbire flessione e torsione attraverso l'area del box della struttura del PV. E' chiaro quindi che serve una opportuna corda della parte fissa per garantire questa resistenza strutturale.

Per la verifica alla raffica sarà assunto il valore reale del P2012, pari a 3.53 m².

3.2 Verifica alla raffica

Per l'equilibrio del vento al traverso si impone l'equilibrio del controllo direzionale:

$$C_N = C_{N\beta} \cdot \beta + C_{N\delta r} \cdot \delta r = 0$$

dove

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_v} + C_{n\beta_fus} + C_{n\beta_w}$$

Si calcolano i contributi:

Calcolo del $C_{n\beta_v}$.

ATTENZIONE: in presenza di beta compaiono i termini k_v e $(1+ds/d\beta)$.

$$C_{n\beta_v} = -k_v a_v \cdot \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v \cdot \frac{S_v}{S_w} \cdot \frac{l_v}{b_w} = -k_v a_v \cdot \left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v \cdot V_v$$

- con $V_v=0.0596$.

- Stimando il sidewash

$$\left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) \eta_v = 0.724 + 3.06 \cdot \frac{S_v}{S_w} \frac{1}{1 + \cos(\Lambda_w)} + 0.4 \frac{Z_w}{d_{fus}} + 0.009 \cdot AR_w$$

$$\left(1 + \frac{d\sigma}{d\beta}\right) \cdot \eta_v = 0.806$$

dove si è assunto:

- freccia dell'ala 0°

- Z_w/d_{fus} (posizione ala in fusoliera) = -0.5.

$$C_{n\beta_v} = -0.97 \cdot 0.0533 \cdot 0.806 \cdot \frac{3.53}{25.4} \cdot \frac{6.0}{14} = -0.00235 \frac{1}{\text{deg}}$$

Il $C_{n\beta}$ complessivo, trascurando i contributi di ala e motori, è dato da

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_v} + C_{n\beta_{fus}} + C_{n\beta_w}$$

$$C_{n\beta} = -0.00235 + 0.0011 + 0.0 = -0.00124 \quad (1/\text{deg.})$$

Individuiamo l'angolo beta introdotto dalla raffica:

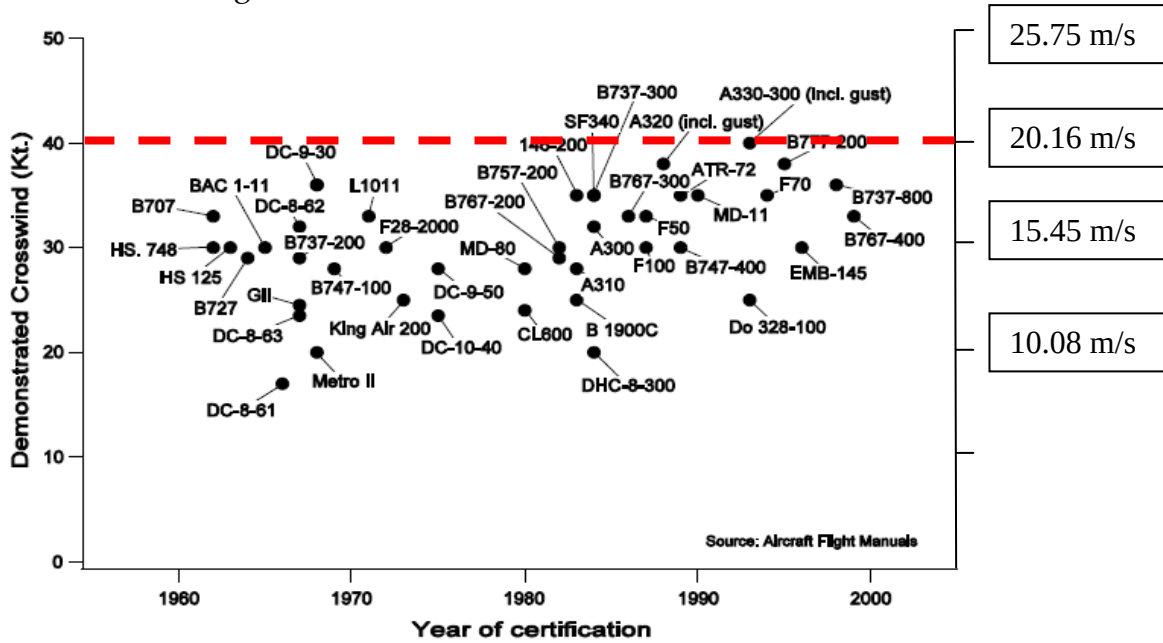


Figure 1: Overview of maximum demonstrated crosswinds.

La velocità di volo nella condizione di raffica è

$$V = 1.3 \cdot V_{S-L} = 1.3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot W_{lan}}{\rho \cdot S_w \cdot C_{L_{max-L}}}} = 1.3 \cdot 31.4 \text{ m/s} = 40.9 \text{ m/s}$$

dove W_{ldg} , peso max all'atterraggio, è stato assunto pari a quello al decollo 3290kg.

Essendo la **velocità di raffica** $V_{lat} = 15 \text{ m/s}$ e proveniente da destra, si ricavano i seguenti valori dell'angolo di derapata e della velocità totale.

$$\beta = \arctg\left(\frac{V_{lat}}{V_{\infty}}\right) = 20.16^\circ$$

Imponendo l'equilibrio dei momenti di imbardata, si ha

$$C_{N\beta} \cdot \beta + C_{N\delta r} \cdot \delta r = 0$$

Calcoliamo ora $C_{N\delta r}$:

$$C_{N\delta r} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot \frac{l_v S_v}{Sb} = -a_v \cdot \tau_v \cdot \eta_v \cdot V_v = 0.001419 \quad 1/\text{deg}$$

con a_v calcolato come prima **in assenza di effetti di sidewash! con:**

- $M=0.12$ (alla di approccio $V=1.3 V_{s_landing}$)

- Freccia $p_v = 25 \text{ deg.}$

----> $a_v = 3.039 \text{ 1/rad (0.0533 1/deg)}$

Il valore del $\tau = 0.4466$ ottenuto con una deflessione di 28° di timone. Questa potrebbe essere considerata coerentemente con la deflessione ottenuta, entrando nei grafici mostrati.

USARE IL VALORE INFERIORE PER il τ RISULTA CONSERVATIVO.

Sempre dall'equazione di equilibrio possiamo ora calcolare il valore di δ_r necessario per l'equilibrio del vento al traverso:

$$\delta_r = - \frac{C_{N_\beta} \cdot \beta}{C_{N_{\delta r}}}$$

$$\delta_r = \frac{0.00124 \cdot 20.16 \text{ deg.}}{0.001419} = 17.72 \text{ deg.}$$

Il valore massimo di β che può essere equilibrato con il piano verticale dimensionato è quindi con massima deflessione pari a 28° e efficacia pari 0.4466 sarà:

$$\beta_{max} = - \frac{C_{N_{\delta r}} \delta_r}{C_{N_\beta}} = \frac{0.001419 \cdot 28 \text{ deg.}}{0.00124} = 31.85 \text{ deg.}$$

In effetti il piano verticale, per soddisfare la condizione della V_{mc} risulta abbastanza efficace come potenza di controllo.

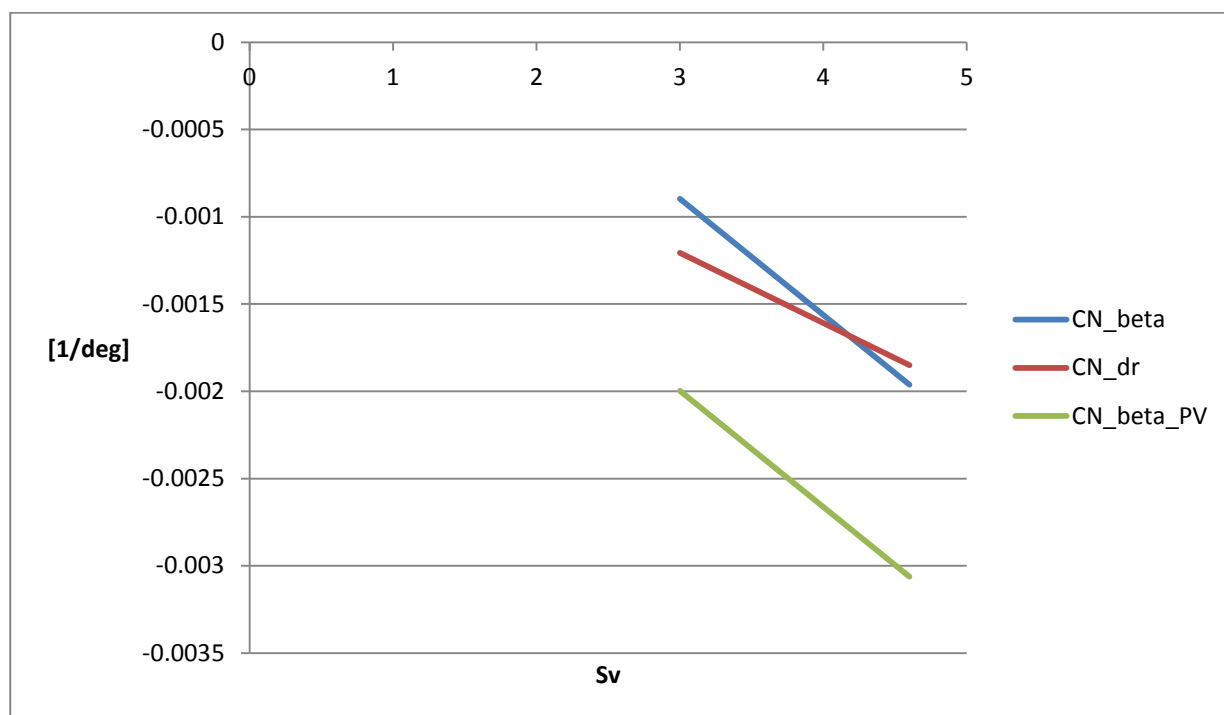
Se si fa un'analisi, considerando sempre un timone con rapporto di corde pari a 0.45 (valore medio, come detto prima), si può osservare come variano le derivate in funzione della superficie scelta del piano verticale. Si può infatti assumere senza errore che la derivata C_{N_β} dovuta al piano verticale (quarta colonna) ed il $C_{N_{\delta r}}$ variano proporzionalmente alla superficie del piano verticale (rispetto al valore delle derivate calcolato per S_v pari a 3.53 m^2).

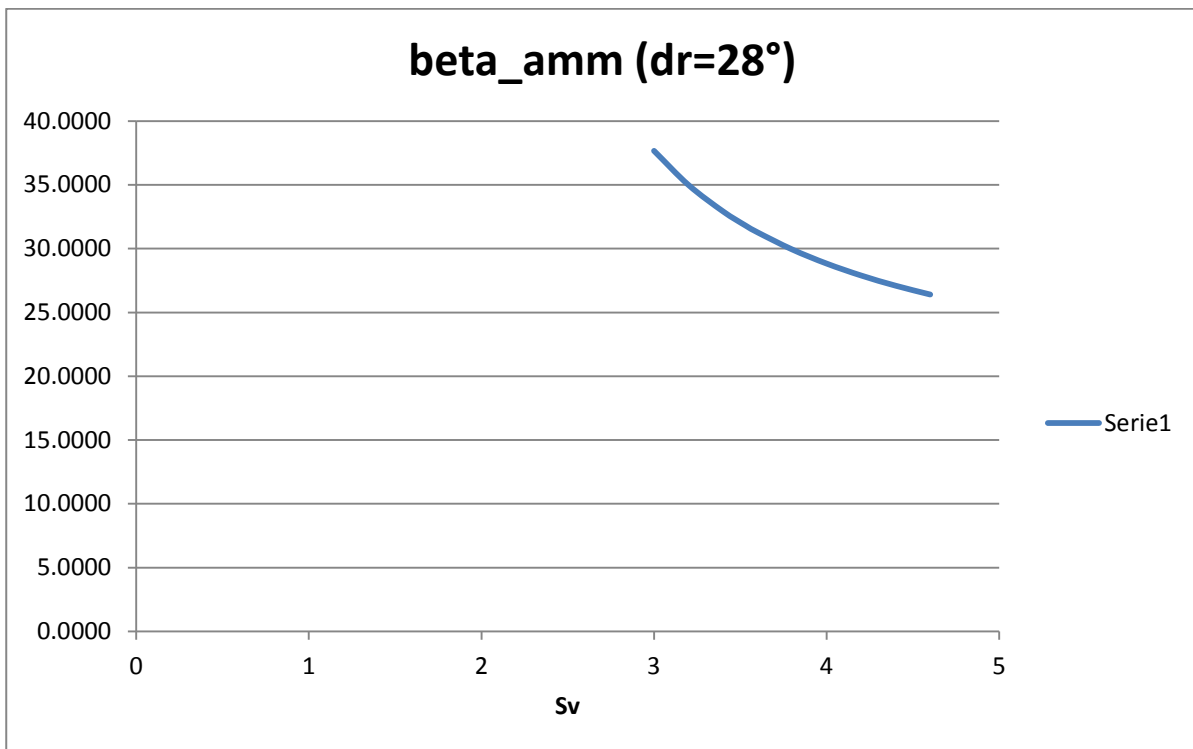
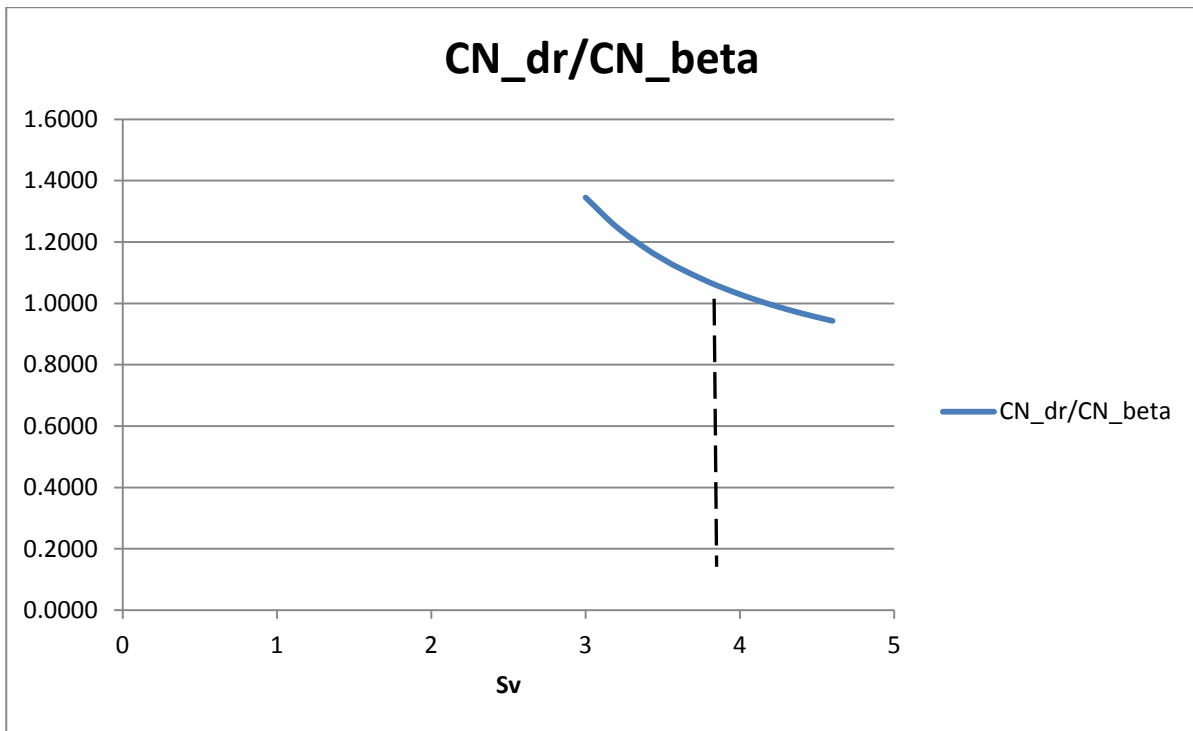
Si nota che all'aumentare della superficie il rapporto tra il $C_{N_{\delta r}}$ ed il C_{N_β} del velivolo diventa sempre minore e per un valore di 4.2 m^2 si ottiene un valore unitario. Per valori di superficie maggiori, il velivolo è troppo stabile rispetto alla sua manovrabilità e

quindi inizierebbe a diventare difficile equilibrare forti angoli di derapata. Il terzo grafico mostra che con una S_v di 5 m², ad esempio, si riuscirebbe ad equilibrare al massimo un angolo di sideslip di 25 °. Il valore assunto di 3.5 m², come visto, consente di avere un buon margine. Chiaramente non sarebbe conveniente assumere una superficie maggiore di quella che si è mostrata necessaria per soddisfare il requisito del controllo direzionale alla V_{mc} .

CN_beta_fus **0.0011**

Sv	CN_beta	CN_dr	CN_beta_v	CN_dr/ CN_beta	beta_amm
mq	[1/deg]	[1/deg]	[1/deg]		[deg]
3	-0.0009	-0.00121	-0.0020	1.3451	37.6634
3.2	-0.00103	-0.00129	-0.0021	1.2494	34.9827
3.4	-0.00116	-0.00137	-0.0023	1.1756	32.9155
3.53	-0.00125	-0.00142	-0.0024	1.1360	31.8080
3.6	-0.0013	-0.00145	-0.0024	1.1169	31.2729
3.8	-0.00143	-0.00153	-0.0025	1.0691	29.9362
4	-0.00156	-0.00161	-0.0027	1.0295	28.8273
4.2	-0.0017	-0.00169	-0.0028	0.9962	27.8924
4.4	-0.00183	-0.00177	-0.0029	0.9676	27.0937
4.6	-0.00196	-0.00185	-0.0031	0.9430	26.4033





APPENDICE A - VERTICAL TAIL PARAMETERS

a. Vertical tail surface

Di seguito sono mostrati alcuni dei parametri principali di design del piano verticale.

Aspect ratio				
Table 3.10 Suggested values for aspect ratio of vertical tail (A_v)				
Aircraft type	Aero average	Aero Range	Average	Range
Sail Plane			1.75	1.50 ... 2.00
Civil props				
Homebuilts			0.90	0.40 ... 1.40
Personal	1.44	1.21 ... 1.67	1.45	1.18 ... 1.72
GA - single engine			1.55	0.90 ... 2.20
GA - single engine			1.25	0.70 ... 1.80
Commuters	1.49	1.25 ... 1.72	1.50	1.21 ... 1.78
Regional Turboprop	1.65	1.41 ... 1.88	1.59	1.29 ... 1.89
Jet				
Business jets	1.24	0.94 ... 1.54	1.25	0.89 ... 1.61
Jet Transports	1.50	1.10 ... 1.89	1.45	0.95 ... 1.94
Supersonic Cruise airplanes			1.80	1.20 ... 2.40
Military				
Military Trainers			1.95	1.00 ... 2.90
Military Fighter			1.20	0.73 ... 1.67
Military transport (Prop)	1.66	1.42 ... 1.90	1.62	1.35 ... 1.90
Military transport			1.40	0.90 ... 1.90
Special Purpose				
Agricultural			1.00	0.60 ... 1.40
Flying Boats, Amphibian				
And Float Airplanes			1.20	0.73 ... 1.67

Table 3.10 lists the suggested average and range values for vertical tail aspect ratio.

Taper ratio

Table 3.11 Suggested values for taper ratio of vertical tail (λ_v)				
Aircraft type	Aero average	Aero Range	Average	Range
Sail Plane			0.50	0.40 ... 0.60
Civil props				
Homebuilts			0.49	0.26 ... 0.71
Personal	0.37	0.27 ... 0.47	0.39	0.28 ... 0.50
GA - single engine			0.45	0.32 ... 0.58
GA - single engine			0.54	0.33 ... 0.74
Commuters	0.41	0.28 ... 0.53	0.44	0.27 ... 0.62
Regional Turboprop	0.39	0.28 ... 0.50	0.46	0.29 ... 0.63
Jet				
Business jets	0.41	0.25 ... 0.56	0.46	0.27 ... 0.66
Jet Transports	0.46	0.28 ... 0.63	0.48	0.28 ... 0.69
Supersonic Cruise airplanes			0.32	0.20 ... 0.43
Military				
Military Trainers			0.53	0.32 ... 0.74
Military Fighter			0.34	0.21 ... 0.46
Military transport (Prop)	0.40	0.29 ... 0.51	0.40	0.26 ... 0.55
Military transport			0.64	0.28 ... 1.00
Special Purpose				
Agricultural			0.59	0.43 ... 0.74
Flying Boats, Amphibian				
And Float Airplanes			0.69	0.37 ... 1.00

Table 3.11 lists the suggested average and range values for vertical tail taper ratio.

Quarter-chord sweep

Table 3.12 Suggested values for quarter chord sweep of vertical tail ($\varphi_{25,v}$)

Aircraft type	Aero average	Aero Range	Average	Range
Civil props				
Homebuilts			23.5	0 ... 47
Personal	27.2	24 ... 30	27.1	24 ... 30
GA - single engine			27.0	12 ... 42
GA - single engine			31.5	18 ... 45
Commuters	29.3	25 ... 33	29.2	24 ... 35
Regional Turboprop	23.6	18 ... 29	23.1	13 ... 33
Jet				
Business jets	42.5	36 ... 49	42.8	33 ... 52
Jet Transports	38.7	35 ... 43	40.1	33 ... 47
Supersonic Cruise airplanes			51.0	37 ... 65
Military				
Military Trainers			22.5	0 ... 45
Military Fighters			34.5	9 ... 60
Military transport (Prop)	15.8	10 ... 22	16.2	10 ... 22
Military transport			17.2	0 ... 37
Special Purpose				
Agricultural			16.0	0 ... 32
Flying Boats, Amphibian				
And Float Airplanes			16.0	0 ... 32

Table 3.12 lists the suggested average and range values for quarter chord sweep angle of the vertical tail. Figure 3.10 meanwhile is a result of a statistic studied between vertical tail sweep

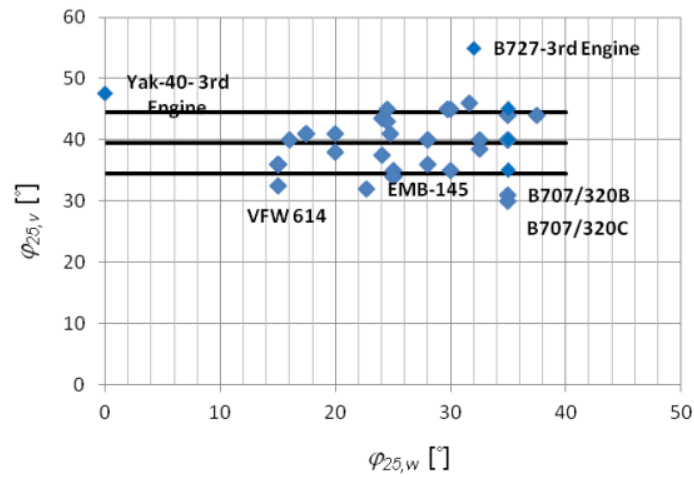


Figure 3.10 Graph of $\varphi_{25,v}$ vs $\varphi_{25,w}$ for jet transport aircraft

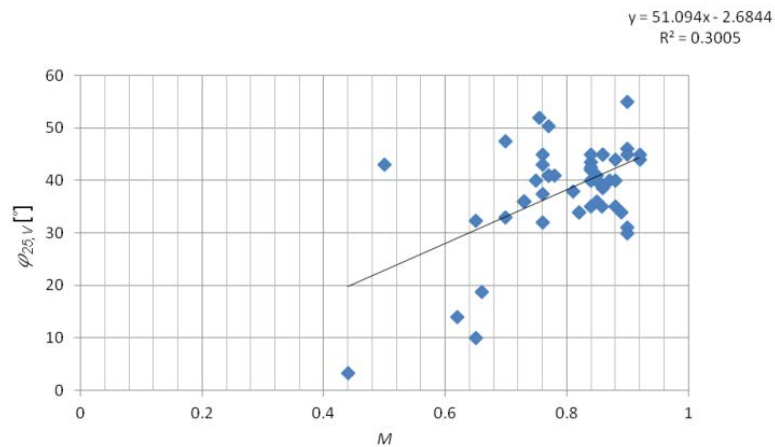


Figure 3.11 Graph of $\varphi_{25,v}$ vs M

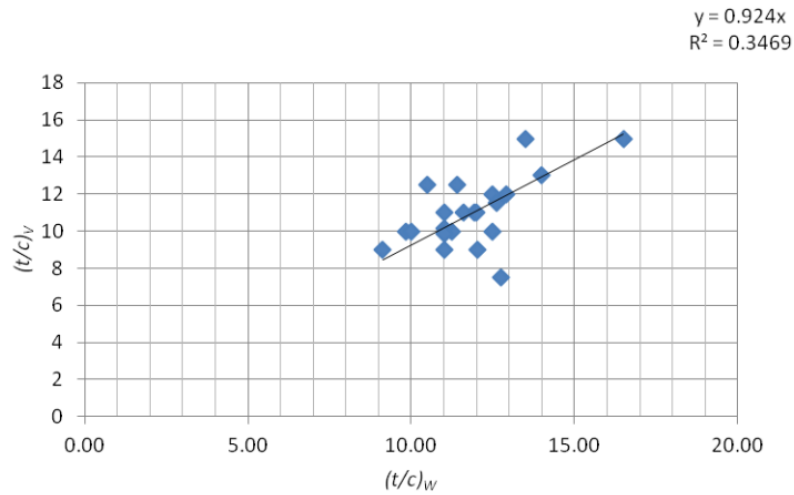


Figure 3.12 Graph of $(t/c)_v$ vs $(t/c)_w$

b. Rudder surface

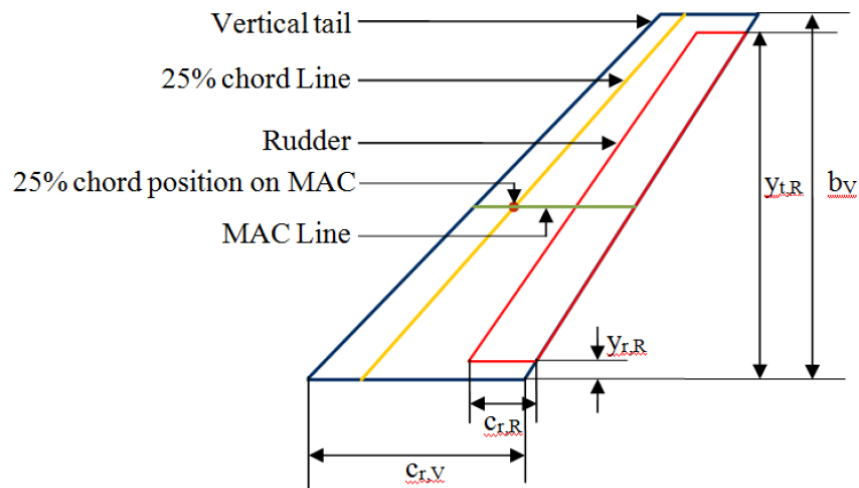


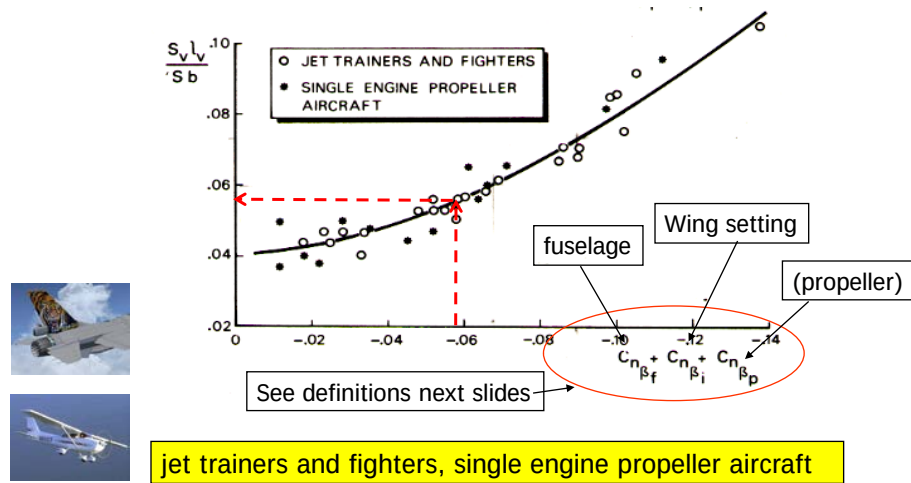
Figure 2.39 Definition of vertical tail control surface parameters

Table 3.14 Statistics results for $y_{t,R}:b_v$ and $y_{r,R}:b_v$

Tail Type	$y_{t,R}:b_v$		$y_{r,R}:b_v$	
	Average	Std. Dev.	Average	Std. Dev.
Conventional tail	0.981	0.042	0.070	0.133
T-tail	0.810	0.068	0.034	0.067
Cruciform tail	0.841	0.182	0.063	0.134

APPENDICE B - METODO RAPIDO PER DIMENSIONAMENTO DEL PIANO VERTICALE

Fast vertical tail sizing for directional stability of fuselage mounted engines aircraft



Source Torenbeek

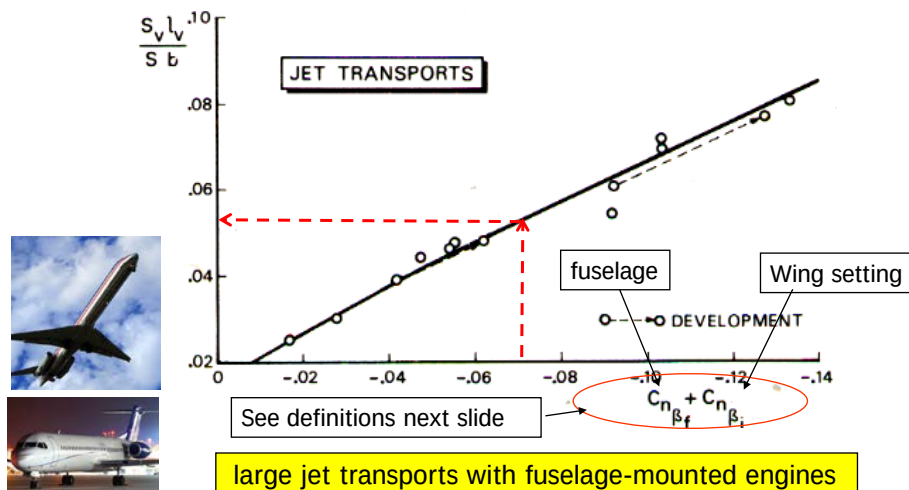


Aircraft Design

AE3-021



Fast vertical tail sizing for directional stability of fuselage mounted engines aircraft



Source Torenbeek

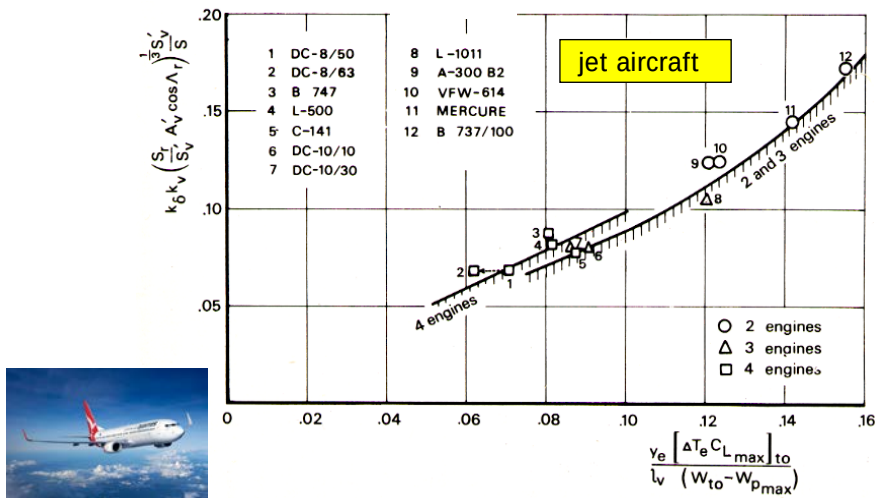


Aircraft Design

AE3-021



Fast Vertical tail sizing for wing mounted jet engines



Synthesis Fig. 9-23

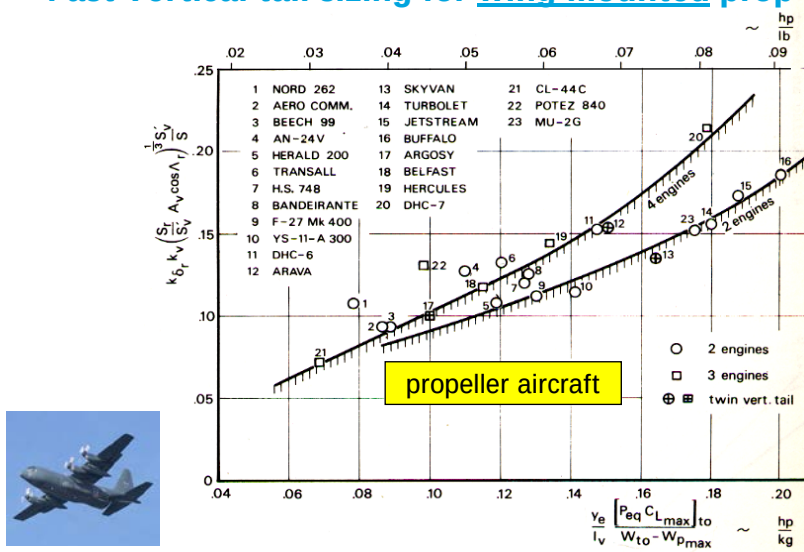


Aircraft Design

AE3-021



Fast Vertical tail sizing for wing mounted prop engines



Synthesis Fig. 9-23



Aircraft Design

AE3-021

