Capitolo 5

Analisi Delle Prestazioni

5.1 - GENERALITA'.

L'analisi delle prestazioni di un velivolo, nell'ambito di un processo di dimensionamento preliminare, rappresenta contemporaneamente sia uno strumento che un obiettivo. Durante la fase definizione del profilo di missione si rende talvolta necessaria la conoscenza dei valori assunti da alcuni parametri che non sono inseriti all'interno della specifica di progetto o che comunque non risultano noti allo stadio iniziale del dimensionamento. Basti pensare, ad esempio, alla efficienza aerodinamica o al consumo specifico dei motori o al rateo di salita ad una certa quota. In questo caso, lo studio delle prestazioni di un velivolo, di cui sono note le caratteristiche ed appartenente alla stessa categoria di quello esaminato, consente la determinazione di valori plausibili per le quantità incognite. Allo stesso tempo, l'analisi delle prestazioni del velivolo esaminato costituisce un obiettivo fondamentale della fase di progettazione preliminare: soltanto attraverso di essa, infatti, è possibile verificare la rispondenza tra i risultati ottenuti con la configurazione studiata ed i requisiti imposti nella specifica di progetto. Da qui nasce l'esigenza di dotare il programma DS06 del modulo "Performance Evaluation" utile per la stima delle principali prestazioni di meccanica del volo, a partire dalla immissione in ingresso di una serie di dati relativi ai carichi, alla geometria, all'aerodinamica ed all'impianto propulsivo.

5.2 - METODO DI VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI DI UN VELIVOLO E DESCRIZIONE DEL MODULO DEL PROGRAMMA DS06.

L'interfaccia utente della sezione del programma DS06, dedicata alla determinazione delle prestazioni di un velivolo, si presenta come in figura 5.1.



Figura 5. 1 – Schermata del modulo del programma DS06 utile per la valutazione delle prestazioni di un velivolo.

Essa è suddivisa schematicamente in due zone principali, di cui una (quella a sinistra) è dedicata alla fase di immissione dei dati e l'altra (quella a destra) è dedicata alla visualizzazione dei risultati ottenuti attraverso l'esecuzione dei calcoli.

5.2.1 – Generalità sulla immissione dei dati.

L'area di *input* comprende quattro zone, ciascuna relativa ad una particolare tipologia di dati.

La zona *"Load Data"* contiene le caselle per la digitazione dei pesi massimo al decollo e del combustibile utilizzato per la missione.

La zona "*Geometric Data*" consente l'inserimento di dati relativi alla geometria dell'ala (il pulsante "*Details*" consente l'accesso ad una finestra riassuntiva dei principali dati relativi all'ala).

La zona "Aerodynamic Data" racchiude due pulsanti attraverso cui l'utente può scegliere se adoperare curve polari aerodinamiche di tipo numerico oppure curve polari aerodinamiche di tipo parabolico. Nel primo caso, egli ha la possibilità di digitare, all'interno dell'apposito *file* \DS06\Projects\Nomeprogetto\DragPolarsIn.txt, i valori relativi ad un massimo di cinque curve polari, specificando per ciascuna di esse il numero di punti ed il valore del numero di Mach al quale si riferisce. Le curve devono, inoltre, essere disposte secondo valori del numero di Mach crescenti. Nel secondo caso, invece, l'utente è invitato ad inserire i dati necessari alla definizione della polare parabolica in campo incompressibile, ovvero il coefficiente di resistenza parassita C_{D0} , il coefficiente di portanza massima in configurazione pulita C_{Lmax} ed il fattore di Oswald *e*. Quest'ultimo parametro, in particolare, può essere facoltativamente valutato attraverso un semplice modulo di calcolo che implementa il metodo proposto dal Raymer nel riferimento [14]. Esso propone una stima di *e* effettuata attraverso una coppia di relazioni statistiche che legano il valore dello stesso fattore all'allungamento alare *AR* ed all'angolo di freccia dell'ala.

per
$$\Lambda_{L.E.} \le 30^{\circ}$$
 $e = 1.78 \cdot (1 - 0.0450 \cdot AR^{0.680}) - 0.640$ (5.1)

per
$$\Lambda_{L.E.} > 30^{\circ}$$
 $e = 4.61 \cdot (1 - 0.0450 \cdot AR^{0.680}) \cdot (\cos \Lambda_{L.E.})^{0.15} - 3.10$ (5.2)



Figura 5. 2 – Diagrammi delle relazioni per la stima preliminare del fattore di Oswald.

La zona "*Engine Data*" è infine riservata alla specifica delle caratteristiche dell'impianto propulsivo, che sono definite con maggiore dettaglio all'interno del paragrafo successivo.

5.2.2 – Impianto propulsivo.

Le tipologie di impianto propulsore presenti all'interno del programma DS06 sono sei: motore a pistoni con elica a passo fisso, motore a pistoni con elica a passo variabile, motore turboelica, motore turbo-compresso con elica, turbogetto e *turbofan*.

Per ognuna delle soluzioni elencate, viene definito un particolare modello analitico allo scopo di valutarne le relative prestazioni, in termini di spinta e potenza disponibile, a partire da una serie di informazioni fornite in ingresso dall'utente circa le caratteristiche di funzionamento dell'impianto selezionato.

- Motore a pistoni con elica a passo fisso Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o la potenza di targa P_0
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il numero di pale dell'elica
 - o il diametro dell'elica
 - il calettamento del profilo di riferimento della pala dell'elica, considerato al 75% del raggio della pala
 - o il numero di giri al secondo dell'elica
 - o il consumo specifico del motore

Attraverso i diagrammi contenuti nel riferimento [7] e riproposti nella figura 5.3, è possibile ricavare un valore di progetto per il rapporto di funzionamento J_d e per il rendimento dell'elica η_d , attraverso una interpolazione mediante curve *spline* dei massimi valori del rendimento e dei corrispondenti valori del rapporto di funzionamento ai vari angoli di calettamento.

Le curve della spinta e della potenza disponibile ad una assegnata quota di volo vengono successivamente determinate mediante la procedura di seguito descritta.

Si ipotizza che il numero di giri dell'elica sia costante al variare delle condizioni di volo. In corrispondenza di un fissato valore V della velocità di avanzamento del velivolo nell'atmosfera, si calcola l'entità del relativo rapporto di funzionamento J e quindi il rapporto J/J_d . Noto quest'ultimo, attraverso il diagramma riportato nella figura 5.4 si ricava il valore del rapporto tra il rendimento dell'elica nelle condizioni considerate η_p ed il rendimento dell'elica nelle condizioni di progetto η_d e quindi, a partire dal valore di η_d calcolato in precedenza, si valuta η_p . L'influenza della quota di volo sulle prestazioni dei motori viene, infine, tenuta in conto per mezzo del fattore correttivo k_z che viene valutato in funzione del

rapporto σ tra la densità atmosferica alla quota di volo considerata e quella al livello del mare.



Figura 5. 3 – Diagrammi utili per la determinazione dei valori di J_d e η_d nel caso di eliche a 2 (grafico in alto), 3 (grafico in mezzo) o 4 (grafico in basso) pale. [7]

Le relazioni attraverso cui vengono determinate le curve della spinta e della potenza disponibile sono pertanto le seguenti.

$$\begin{cases} k_z = \sigma^{1.28} \\ P = P_0 \cdot \eta_p \cdot N_{engines} \cdot \varphi \cdot k_z \\ T = \frac{P}{V} \end{cases}$$
(5.3)



- Motore a pistoni con elica a passo variabile Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o la potenza di targa P_0
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il diametro dell'elica
 - o il consumo specifico del motore

Nella ipotesi di rendimento dell'elica costante, le curve della spinta e della potenza disponibile ad una fissata quota di volo, vengono calcolate mediante le stesse relazioni presentate nel caso precedentemente descritto del motore a pistoni con elica a passo fisso e che vengono qui riproposte.

$$\begin{cases} k_z = \sigma^{1.28} \\ P = P_0 \cdot \eta_p \cdot N_{engines} \cdot \varphi \cdot k_z \\ T = \frac{P}{V} \end{cases}$$
(5.4)

- **Motore turboelica** Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o la potenza di targa P_0
 - o il valore del rapporto tra la potenza massima utilizzabile P_{max} e la potenza di targa P_0 . Si tratta di un parametro di controllo che dipende dalle particolari condizioni di volo considerate. Se la P_0 rappresenta la spinta massima disponibile in condizioni di decollo ed al livello del mare, la spinta massima effettivamente utilizzabile in volo in condizioni continuative è costituita soltanto da una aliquota della stessa P_0 , onde evitare un sovraccarico dell'impianto di propulsione con conseguente eccessivo riscaldamento delle parti meccaniche. I valori tipicamente assunti da questo parametro sono 0.8 per la fase di crociera e 0.9 per la fase di salita.
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il diametro dell'elica
 - o il consumo specifico del motore

Per la turboelica, le curve della spinta e della potenza disponibile ad una determinata quota di volo sono influenzate, oltre che dalle grandezze già descritte nei casi precedenti quali la potenza di targa P_0 , il rapporto P_{max} / P_0 , il rendimento dell'elica η_p ed il fattore k_z per l'effetto della quota, dipendono anche da un nuovo fattore k_v che tiene conto dell'effetto *ram*. Con questo nome si intende fare riferimento all'aumento della pressione statica del fluido, rispetto a quella atmosferica, che si verifica in corrispondenza dell'ingresso del motore in conseguenza della velocità di avanzamento del velivolo. Tale incremento provoca una crescita del flusso di massa all'ingresso del compressore e conseguentemente un aumento della velocità di uscita del getto e della spinta disponibile.

Il tipo di espressione analitica atta a rappresentare la dipendenza del fattore k_V dalla velocità di volo dipende, ovviamente, dal particolare modello che si adotta per simulare il comportamento di un generico motore di questo tipo. In particolare, il modello implementato all'interno del programma DS06 è quello relativo al motore *Pratt & Whitney* PT6A-27: in questo caso, l'espressione della funzione $k_V = f(V)$ è

$$k_{V} = 1.00 - 0.0014 \cdot \left(\frac{V}{100}\right) + 0.00827 \cdot \left(\frac{V}{100}\right)^{2}$$
 (5.5)

dove la velocità è posta in km/h. Il diagramma della (5.5) è riportato in figura 5.5. In definitiva, nella ipotesi che il rendimento dell'elica sia costante, le espressioni che si utilizzano per la determinazione delle prestazioni di una turboelica, in termini di spinta e di potenza disponibile, sono quelle riportate alla pagina seguente.



Figura 5. 5 – Diagramma della funzione $k_V = f(V)$ per il motore *Pratt & Whitney* PT6A-27.

$$\begin{cases} k_{V} = 1.00 - 0.0014 \cdot \left(\frac{V}{100}\right) + 0.00827 \cdot \left(\frac{V}{100}\right)^{2} \\ k_{z} = 1.0 - 0.01 \cdot \left(\frac{z}{1000}\right) \quad per \quad z < 5000 \, ft \\ k_{z} = 0.95 - 0.02173 \cdot \left(\frac{z - 5000}{1000}\right) \quad per \quad z >= 5000 \, ft \end{cases}$$

$$P = P_{0} \cdot \frac{P_{\text{max}}}{P_{0}} \cdot \eta_{p} \cdot N_{engines} \cdot \varphi \cdot k_{z} \cdot k_{V}$$

$$T = \frac{P}{V}$$

$$(5.6)$$

- Motore turbo-compresso con elica a passo variabile Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o la potenza di targa P_0
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il diametro dell'elica
 - o il consumo specifico del motore
 - o la quota di ristabilimento z_R

Per il caso del motore turbo-compresso, il fattore correttivo k_z , che tiene conto dell'effetto della quota, dipende sia dal rapporto σ delle densità atmosferiche tra la quota attuale e ed il livello del mare che dal rapporto σ_R tra le densità atmosferiche tra la quota di ristabilimento del motore ed il livello del mare. Questo effetto può essere tenuto in conto nel computo delle curve della spinta e della potenza disponibili attraverso le prime tre equazioni delle (5.7). In definitiva, se la quota è espressa in ft, si ha quanto segue.

$$\begin{cases} \sigma_{R} = 1.225 \cdot \left(\frac{288 - 0.00650 \cdot z_{R}}{288}\right)^{4.256} \\ k_{z} = 1.0 - 0.05 \cdot \left(\frac{1 - \sigma}{1 - \sigma_{R}}\right) \quad per \quad z <= z_{R} \\ k_{z} = 1.05 - 1.22741 \cdot (\sigma_{R} - \sigma) \quad per \quad z > z_{R} \\ P = P_{0} \cdot \frac{P_{\text{max}}}{P_{0}} \cdot \eta_{p} \cdot N_{engines} \cdot \varphi \cdot k_{z} \\ T = \frac{P}{V} \end{cases}$$
(5.7)

- **Motore turbogetto** Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o la spinta di targa T_0
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il consumo specifico del motore

Il funzionamento di questo tipo di motore presenta una dipendenza dalla quota meno accentuata rispetto al caso dei motori ad elica. Infatti, il valore del relativo fattore correttivo k_z può essere considerato uguale al valore del rapporto σ tra le densità atmosferiche alla quota attuale ed al livello del mare. Quindi, le curve della spinta e della potenza ad una determinata quota di volo vengono calcolate mediante le formule (5.7).

$$\begin{cases} k_z = \sigma \\ T = T_0 \cdot \frac{T_{\text{max}}}{T_0} \cdot N_{\text{engines}} \cdot \varphi \cdot k_z . \\ P = T \cdot V \end{cases}$$
(5.8)

- **Caso del motore** *turbofan* Le informazioni richieste dal programma in ingresso per la definizione di questo tipo di impianto propulsivo sono le seguenti:
 - o il numero dei motori $N_{engines}$
 - o il tipo di rapporto di diluizione (basso o alto)
 - o la spinta di targa T_0
 - o il grado di ammissione φ espresso in percentuale
 - o il consumo specifico del motore
 - o la eventuale dipendenza del consumo specifico dalla velocità di volo

o il valore del rapporto k_{fc} tra la spinta massima utilizzabile nella condizione di volo esaminata e la spinta massima disponibile in crociera. La specifica di tale parametro è importante ai fini di una corretta valutazione delle prestazioni che l'impianto propulsivo è in grado di offrire in differenti condizioni di volo. A titolo di esempio si riportano di seguito i diagrammi della spinta prodotta, nelle condizioni di salita e di crociera, in funzione del numero di Mach, relativi al motore *Pratt & Whitney* JT9D-7A.



Figura 5. 6 – Diagramma della spinta disponibile nelle condizioni di salita, in funzione del numero di Mach, per il motore *Pratt & Whitney* JT9D-7A. [10]



Figura 5. 7 - Diagramma della spinta disponibile nelle condizioni di crociera, in funzione del numero di Mach, per il motore *Pratt & Whitney* JT9D-7A. [10]

Si osserva agevolmente come, a parità di quota e velocità, la spinta disponibile per la salita è superiore a quella disponibile per la crociera. Generalmente per l'analisi delle prestazioni di salita, si assume un valore del fattore k_{fc} pari a 1.1.

La spinta fornita da un motore di questo tipo dipende sia dalla quota che dal numero di Mach di volo. Tali influenze vengono racchiuse all'interno del fattore k_{mz} che viene definito come il rapporto tra la spinta *T* fornita dal motore alla quota ed alla velocità considerate e la spinta massima utilizzabile nelle condizioni di crociera.

$$k_{mz} = \frac{T}{T_{\text{max cruise}}} = f(z, M)$$
(5.9)

La dipendenza funzionale di tale parametro dalla quota e dal numero di Mach può essere schematizzata analiticamente mediante una relazione del tipo

$$k_{mz} = f(z, M) = a_1(z) + a_2(z) \cdot M + a_3(z) \cdot M^2$$
(5.10)

in cui le funzioni $a_1(z), a_2(z)$ e $a_3(3)$ dipendono dal particolare modello di riferimento che si è scelto per simulare il funzionamento di un generico motore di tipo *turbofan*. In particolare, i modelli implementati all'interno del programma DS06 sono quelli relativi al motore *Pratt & Whitney* JT8-D per il caso del *turbofan low bypass ratio* ed al motore *Pratt & Whitney* PW-2037 per il caso del *turbofan high bypass ratio*. I diagrammi di $k_{mz} = f(z, M)$ relativi a questi due motori sono riportati per completezza nelle figure 5.8 e 5.9.

Alla luce di quanto fino ad ora descritto, le curve della spinta e della potenza ad una fissata quota di volo possono essere computate mediante le relazioni di seguito proposte.

$$\begin{cases} k_{mz} = a_1 + a_2 \cdot M + a_3 \cdot M^2 \\ T = T_0 \cdot N_{engines} \cdot \varphi \cdot k_{mz} \cdot k_{fc} \\ P = T \cdot V \end{cases}$$
(5.11)



Figura 5.8 – Diagramma della funzione $k_{mz} = f(z, M)$ per il motore *Pratt & Whitney* JT8-D. [28]



Figura 5. 9 - Diagramma della funzione $k_{mz} = f(z, M)$ per il motore *Pratt & Whitney* PW-2037. [28]

JT8-D Data	
Fan tip diameter [in]	39.9 - 49.2
Length, flange to flange [in]	120.0 - 154.1
Takeoff thrust [lb]	14000 - 21700
Flat rated temperature [°F]	77 - 84
Bypass ratio	0.96 - 1.74
Overall pressure ratio	15.4 - 21.0
Fan pressure ratio	1.92 - 2.21
Airplanes Powered	Boeing B757
	Ilyushin IL-96
	Boeing C-17

Tabella 5. 1 – Dati relativi ai modelli di motori turboventola implementati nel programma DS06.
[39]

PW 2037 Data		
Fan tip diameter [in]	78.5	
Length, flange to flange [in]	141.4	
Takeoff thrust [lb]	37250 - 43000	
Flat rated temperature [°F]	96	
Bypass ratio	5.3	
Overall pressure ratio	31.9	
Fan pressure ratio	1.74	
Airplanes Powered	Boeing B727	
	Boeing B737-100	
	Boeing B737-200	
	McDonnel Douglas DC-9	
	Boeing MD-80	

- 116 -

5.2.3 – Curve polari aerodinamiche.

L'utente, come detto in precedenza, ha la possibilità di optare per curve polari aerodinamiche di tipo parabolico oppure per curve polari aerodinamiche dettate al programma attraverso un opportuno *file* di ingresso.

• Polari aerodinamiche di tipo analitico – Una stima preliminare delle prestazioni di un velivolo può rivelarsi necessaria anche in una fase del percorso progettuale in cui non si dispone ancora di informazioni sufficientemente dettagliate circa il comportamento aerodinamico. Oppure può nascere l'esigenza di informazioni in merito alle prestazioni di velivoli che appartengano alla stessa categoria di quello esaminato e di cui non si conoscono dati relativi alle curve polari aerodinamiche. In questi casi, si rivela di ausilio l'opportunità di definire analiticamente delle curve polari aerodinamiche che, sulla base della conoscenza di un numero molto ristretto di informazioni, consentano una valutazione rapida seppure approssimata di alcune prestazioni di un velivolo.

Il programma DS06 offre all'utente la possibilità di definire analiticamente la curva polare aerodinamica nella ipotesi di campo di moto incompressibile, specificando semplicemente i valori di tre parametri: il coefficiente di resistenza del velivolo in condizioni di portanza nulla C_{D0} , il fattore di Oswald *e* ed il valore massimo del coefficiente di portanza, in configurazione pulita, C_{Lmax} . La funzione $C_L = f(C_D)$ assume in questo caso la seguente espressione.

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e}$$
(5.12)

Gli effetti dovuti alla compressibilità del campo di moto intervengono, come noto, in corrispondenza di valori del numero di Mach che non rispettano la condizione $M \ll 1$ e possono essere calcolati all'occorrenza mediante una procedura di calcolo che viene descritta in dettaglio nel prossimo paragrafo.

Complessivamente, i risultati della costruzione delle polari aerodinamiche di tipo analitico possono essere visualizzati nella apposita scheda, posta all'interno

della zona di *output* del modulo esaminato, semplicemente attivando una delle condizioni poste nella parte sinistra dell'area di "*Option*" (si veda la figura seguente) e selezionando il valore del numero di Mach desiderato.



Figura 5. 10 – Area di "*Option*" nella schermata del programma DS06 utile per la valutazione delle prestazioni di un velivolo.

Nella parte bassa della porzione di schermata presente in figura 5.8, si scorge la presenza del pulsante "*Drag Polars Characteristic Points*", attraverso cui è possibile accedere ad una nuova finestra del programma utile per visualizzare i valori delle grandezze che caratterizzano i punti notevoli delle curve polari analitiche. Questi ultimi vengono tipicamente individuati agli assetti di massima efficienza aerodinamica (punto E; esso rappresenta anche l'assetto di massima autonomia di distanza per velivoli ad elica, di massima autonomia di durata per velivoli a getto e di minima spinta necessaria al volo), di massimo $C_L^{1/2}/C_D$ (punto A; esso rappresenta anche l'assetto di massima autonomia di distanza per velivoli a getto) e di massimo $C_L^{3/2}/C_D$ (punto P; esso rappresenta anche l'assetto di minima potenza necessaria al volo). Essi sono facilmente individuabili sulla polare parabolica di esempio riportata in figura 5.11.

PUNTO	Efficienza CL/CD
Α	$E = \sqrt{\frac{3}{4}} E_{max} = 0.866 E_{max}$
E	$E = E_{max} = \sqrt{\frac{\pi}{4} \frac{AR_e}{C_{Do}}}$
Р	$E = \sqrt{\frac{3}{4}} E_{max} = 0.866 E_{max}$

Tabella 5. 2 – Dati relativi ai punti notevoli della polare aerodinamica parabolica.

PUNTO	CL	Ср	
Α	$C_{L_A} = \frac{C_{L_E}}{\sqrt{3}} = 0.577 C_{L_E}$	$C_{D_A} = C_{D_0} + \frac{1}{3}C_{D_0} = \frac{4}{3}C_{D_0}$	
E	$C_{L_E} = \sqrt{\pi A R_e C_{Do}}$	$C_{D_E} = C_{Do} + C_{Do} = 2 C_{Do}$	
Р	$C_{LP} = \sqrt{3} C_{LE} = 1.732 C_{LE}$	$C_{D_E} = C_{Do} + 3 C_{Do} = 4 C_{Do}$	



Figura 5. 11 – Diagramma di una generica polare aerodinamica di tipo parabolica con i suoi punti caratteristici

• Polari aerodinamiche introdotte da *file* – Il programma DS06 da all'utente la possibilità di introdurre le curve polari per punti direttamente da *file*, come descritto all'inizio del paragrafo. In merito, possono presentarsi due eventualità: è possibile immettere da *file* soltanto la polare aerodinamica relativa al campo di moto incompressibile oppure un numero di polari che va da 1 a 5 corrispondenti ciascuna ad un determinato valore del numero di Mach. Nel primo caso, il programma DS06 può calcolare eventuali curve polari per valori del numero di Mach maggiori di zero, addizionando ai valori del $[C_D = f(C_L)]_{Mach=0}$ i valori del ΔC_{Dcompr} calcolati con la metodologia che viene descritta in dettaglio nel prossimo paragrafo. Nel secondo caso, invece, le polari aerodinamiche, relative a valori del numero di Mach intermedi rispetto a quelle inserite da *file*, vengono valutate attraverso un processo di interpolazione mediante curve di tipo *spline*.

5.2.4 – Correzione di compressibilità per le polari aerodinamiche.

Il computo degli effetti dovuti alla compressibilità del campo di moto viene effettuato per mezzo di una procedura di calcolo basata sui dati e sulla metodologia proposti nel riferimento [28].

L'utilizzo di tale tecnica di valutazione preliminare si basa su due ipotesi fondamentali:

- 1. l'ala rappresenta il punto critico di tutto il velivolo relativamente all'incremento della resistenza aerodinamica dovuto agli effetti di compressibilità del campo di moto e quindi costituisce l'elemento con il più basso valore del numero di Mach di divergenza (M_{div}) della resistenza stessa.
- 2. il ventre dell'ala non costituisce mai un punto di criticità per gli effetti della compressibilità del campo di moto. Ciò garantisce risultati attendibili per valori del coefficiente di portanza non eccessivamente inferiori a quelli di crociera: in particolare, si ottiene una stima ottimistica del M_{cc} per valori del C_L più piccoli di 0.15 rispetto al C_L di progetto per la crociera.

Assegnati i valori dello spessore massimo percentuale medio dei profili che costituiscono l'ala, dell'angolo di freccia dei punti ad 1/4 delle corde della stessa e del coefficiente di portanza C_L , è possibile effettuare una stima del valore del numero di Mach critico inferiore M_{cc} con l'ausilio del diagramma riportato nella figura seguente.. Quest'ultimo costituisce il frutto di una serie di studi effettuati su profili alari della famiglia "*Peaky*" tipicamente adoperati su molti dei moderni velivoli da trasporto.



Figura 5. 12 – Diagramma per la determinazione del valore del numero di Mach critico inferiore. [28]

Il diagramma non può essere applicato in maniera diretta nel caso in cui si abbia a che fare con profili supercritici di concezione moderna, che offrono migliori prestazioni in termini di valori più elevati di M_{cc} . In questi casi una valutazione sufficientemente approssimata del valore del numero di Mach critico inferiore può essere effettuata

aggiungendo un determinato incremento al valore ottenibile dal grafico. In particolare, nel caso di profili supercritici generici una buona valutazione può ottenersi attraverso un aumento di 0.03 o 0.04, mentre nel caso di profili supercritici aggressivi si rende necessario un aumento di 0.06.

Una volta determinato il valore del M_{cc} , si procede alla valutazione del valore del numero di Mach di divergenza della resistenza, attraverso la relazione (5.13).

$$M_{div} = M_{cc} \cdot \left[1.02 + 0.08 \cdot \left(1 - \cos \Lambda_{\frac{c}{4}} \right) \right]$$
(5.13)

L'incremento del coefficiente di resistenza aerodinamica ΔC_{Dcompr} viene, infine, determinato in funzione del rapporto tra il valore del numero di Mach di volo ed il valore del numero di Mach critico inferiore, con l'ausilio del diagramma riportato nella figura 5.12 e che rappresenta un andamento medio riferito a velivoli da trasporto esistenti.



Figura 5. 13 – Diagramma per la determinazione dell'incremento del coefficiente di resistenza aerodinamica dovuto agli effetti di compressibilità. [28]

5.2.5 – Determinazione delle prestazioni di volo.

La determinazione delle curve polari aerodinamiche, sia esse introdotte analiticamente che per punti attraverso un *file*, consente l'effettuazione della lunga serie di calcoli concernenti la stima delle principali prestazioni di meccanica del volo.

La procedura di calcolo implementata all'interno del programma DS06 si suddivide in tre fasi.

La prima fase si occupa della determinazione degli andamenti funzionali parametrizzati rispetto al numero di Mach, quali

1. -
$$C_L = f(C_D)$$

2. - $C_D = f(C_L^2)$
3. - $E = \frac{C_L}{C_D} = f(C_L)$
4. - $\frac{C_L^{3/2}}{C_D} = f(C_L)$
5. - $\frac{C_L^{1/2}}{C_D} = f(C_L)$.

I valori di queste grandezze vengono ottenuti in modo semplice a partire dalle polari aerodinamiche: per un fissato valore del numero di Mach, in corrispondenza di ciascun valore del coefficiente di portanza è possibile ricavare i valori del coefficiente di resistenza, della efficienza aerodinamica, e dei rapporti $C_L^{3/2}/C_D$ e $C_L^{1/2}/C_D$.

La seconda fase si occupa della determinazione degli andamenti funzionali parametrizzati rispetto alla quota di volo, quali

1. $E = \frac{C_L}{C_D} = f(V)$

$$2. \quad \frac{C_L^{3/2}}{C_D} = f(V)$$

- $3. \quad \frac{C_L^{1/2}}{C_D} = f(V)$
- 4. $T_{req} = f(V)$ spinta necessaria
- 5. $P_{req} = f(V)$ potenza necessaria

- 6. $T_{ava} = f(V)$ spinta disponibile
- 7. $P_{ava} = f(V)$ potenza disponibile
- 8. RC = f(V) rateo di salita
- 9. $\theta = f(V)$ angolo di salita
- 10. R = f(V) autonomia di distanza
- 11. E = f(V) autonomia oraria

La costruzione delle curve elencate prevede innanzi tutto, per un fissato valore della quota di volo, la valutazione della velocità di stallo a partire dai valori noti del peso del velivolo W, della superficie di riferimento S e del valore massimo del coefficiente di portanza in configurazione pulita $C_{L_{\text{max}}}$.

$$V_{S} = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot C_{L \max}}}$$
(5.14)

La V_s costituisce l'estremo inferiore dell'intervallo dei valori di velocità in corrispondenza dei quali si valutano le prestazioni sopra elencate. Tale intervallo viene suddiviso in un numero finito di parti e, quindi, per ciascuno dei valori di V si prosegue dapprima con la valutazione del coefficiente di portanza

$$C_L = \frac{2 \cdot W}{\rho \cdot S \cdot V^2} \tag{5.15}$$

e poi con la determinazione del corrispondente valore del coefficiente di resistenza aerodinamica C_D , attraverso un opportuno processo di interpolazione delle polari aerodinamiche assegnate.

La conoscenza della entità di C_L e C_D consente di calcolare l'efficienza aerodinamica *E*, i rapporti $C_L^{3/2} / C_D$ e $C_L^{1/2} / C_D$, la spinta e la potenza necessaria al volo livellato.

$$\begin{cases} T_{req} = D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D \\ P_{req} = T_{req} \cdot V = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^3 \cdot S \cdot C_D \end{cases}$$
(5.16)

I valori della spinta e della potenza disponibile, in corrispondenza delle velocità e delle quote di volo assegnate, vengono ricavati mediante l'applicazione delle leggi descritte nel paragrafo dedicato all'impianto propulsivo. Complessivamente, si ottengono i diagrammi delle spinte e delle potenze necessaria e disponibile, in funzione sia della velocità di volo o del numero di Mach che della quota.



Figura 5. 14 – Diagrammi delle spinte e delle potenze disponibili e necessarie in funzione del numero di Mach.

La determinazione di questi ultimi consente il successivo calcolo del rateo e dell'angolo di salita secondo le canoniche relazioni della meccanica del volo, valide nella ipotesi di piccoli angoli di salita.

$$RC \approx \frac{P_{ava} - P_{req}}{W}$$
 (5.17)

$$\theta \approx \frac{T_{ava} - T_{req}}{W}$$
(5.18)

I diagrammi delle funzioni RC = f(V, z) e $\theta = f(V, z)$ che riassumono i risultati sono del tipo riportato in figura 5.15.



Figura 5. 15 – Diagrammi del rateo e dell'angolo di salita in funzione del numero di Mach e della quota.

Infine, le autonomie di distanza e di durata vengono computate mediante le note formule di Breguet: in esse l'autonomia di distanza R è espressa in chilometri, l'autonomia di durata En è espressa in ore, i pesi iniziale W_i e finale W_f sono espressi in chilogrammi, la superficie alare S è espressa in metri, la densità ρ è espressa in kg/m^3, il consumo specifico per i velivoli dotati di motore ad elica c_p è espresso in [lb/(hp h)] ed il consumo specifico per i velivoli dotati di motore a getto c_j è espresso in [lb/(lb h)].

Velivoliadelica
Autonomiadi distanza
$$R = 603.5 \cdot \frac{\eta_p}{c_p} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln\left(\frac{W_f}{W_i}\right)$$
(5. 19)
Autonomiaoraria $En = 53.5 \cdot \frac{\eta_p}{c_p} \cdot \frac{C_L^{3/2}}{C_D} \cdot \sqrt{2 \cdot \rho \cdot S} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{W_f}} - \frac{1}{\sqrt{W_i}}\right]$

1

Velivolia getto
$$\begin{cases} \text{Autonomiadi distanza } R = 11.27 \cdot \frac{2}{c_j} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho \cdot S}} \cdot \frac{C_L^{1/2}}{C_D} \cdot \left[\sqrt{W_i} - \sqrt{W_f}\right] \\ \text{Autonomiaoraria } En = \frac{1}{c_i} \cdot \frac{C_L}{C_D} \cdot \ln\left(\frac{W_f}{W_i}\right) \end{cases}$$
(5. 20)



Figura 5. 16 – Diagrammi delle autonomia di distanza e di durata in funzione del numero di Mach e della quota.

La terza fase si occupa della determinazione degli andamenti funzionali che caratterizzano l'inviluppo di volo, quali

- $RC_{\text{max}} = f(z)$ rateo di salita max 5. $V_{\text{max}} = f(z)$ vel. massima 1.
- $\theta_{\max} = f(z)$ angolo di salita max 2.
- 3. $V_{RC \max} = f(z)$ vel. di salita rapida
- 4. $V_{AC \max} = f(z)$ vel. di salita ripida
- 6. $V_{\min} = f(z)$ vel. minima
- 7. $t_{c \, \text{lim} b} = f(z)$ tempo di salita in quota

La costruzione di queste curve prevede la stima iniziale della quota di tangenza teorica, la quale rappresenta l'estremo superiore dell'intervallo di valori della quota in corrispondenza dei quali si calcolano le prestazioni sopra elencate.

Fissato un valore della quota di volo, si determinano le curve del rateo e dell'angolo di salita in funzione della velocità per poi individuarne i valori massimi per la costruzione dei diagrammi di $RC_{max} = f(z), \ \theta_{max} = f(z), \ V_{RC max} = f(z), \ V_{\theta max} = f(z).$



Figura 5. 17 – Diagrammi di rateo ed angolo massimi di salita in funzione della quota.

La velocità minima e la velocità massima possono essere individuate confrontando le spinte o le potenze disponibili con quelle necessarie al volo livellato: in particolare, esse vengono individuate rispettivamente come la più piccola e la più grande velocità in corrispondenza delle quali la spinta disponibile è superiore a quella necessaria.





Figura 5. 18 – Diagramma del tempo minimo di salita in quota.



Figura 5. 19 - Inviluppo di volo.

I risultati di tutte le operazioni descritte vengono visualizzati, all'interno del modulo del programma DS06, sotto forma di diagrammi nelle diverse schede presenti sulla parte destra della schermata.

L'utente può selezionare fino a cinque condizioni di quota differenti nella parte destra dell'area di "*Option*", modificando le unità di misura e gli intervalli dei valori riportati sugli assi cartesiani di tutti i grafici a seconda delle proprie esigenze.



Figura 5. 20 – Zona di *output* della schermata del modulo di valutazione delle prestazioni, all'interno del programma DS06.

Nella finestra "*Drag Polars Characteristic Points*" precedentemente descritta ed in cui sono proposti i valori assunti dalle grandezze che caratterizzano i punti notevoli della polare analitica, vengono riportati anche i valori della velocità di volo, della spinta e della potenza necessarie corrispondenti ad essi, per consentirne una più semplice individuazione sulle polari tecniche.



Figura 5. 21 – Individuazione dei punti notevoli A,E e P sulle polari tecniche.

PUNTO	CL/CL _E	E/E _{MAX}	V/V _E	T/T _E	$\Pi/\Pi_{\rm P}$
Р	$\sqrt{3} = 1.732$	$\sqrt{3}/2 = 0.866$	$1/\sqrt[4]{3} = 1/1.32$	$2/\sqrt{3}$	1
E	1	1	1	1	$\sqrt[4]{27}/2=1.14$
Α	$1/\sqrt{3} = 0.577$	$\sqrt{3}/2 = 0.866$	$\sqrt[4]{3} = 1.32$	$2/\sqrt{3}$	$\sqrt{3} = 1.73$

Tabella 5.3 – I	Dati relativi ai	punti notevoli	della polare	aerodinamica	parabolica.
-----------------	------------------	----------------	--------------	--------------	-------------

Nella parte bassa della schermata ed alla sinistra del pulsante "*Drag Polars Characteristic Points*", è presente il pulsante "*Performance Numerical Data*" attraverso cui si accede ad una finestra ausiliare in cui vengono forniti i valori numerici delle quantità diagrammate, assunti in corrispondenza di valori di quota e velocità di volo fissati dall'utente attraverso le apposite barre di scorrimento.



Figura 5. 22 – Finestra ausiliare per la visualizzazione dei risultati numeri del calcolo delle prestazioni del velivolo esaminato.

5.2.6 – Determinazione delle prestazioni di decollo.

Una delle schede, accessibili nella parte alta della schermata del modulo di calcolo esaminato, è dedicata alla determinazione delle prestazioni di decollo.



Figura 5. 23 - Schema della corsa di decollo di un generico velivolo.

La distanza di decollo totale può essere schematicamente suddivisa nelle tre fasi principali riportate nella figura 5.13. In particolare, si distinguono la corsa al suolo S_g , la distanza S_p percorsa durante la fase di rotazione a terra del velivolo e la distanza percorsa durante la fase di involo S_a . Quest'ultima può essere ulteriormente suddivisa in una fase di raccordo (la proiezione al suolo della relativa distanza percorsa è indicata con S_1) ed in una fase di salita (la proiezione al suolo della relativa distanza percorsa è indicata con S_c) fino al superamento dell'ostacolo posto ad una data distanza dal livello della pista.

Ognuno dei tratti descritti necessita di essere valutato secondo un opportuno metodo di calcolo. La corsa al suolo S_g può essere valutata attraverso differenti tecniche caratterizzate da diversi gradi di approssimazione. Il programma DS06 offre una panoramica dei risultati numerici, ottenuti con l'implementazione di quattro metodi distinti, all'interno della scheda "*Numerical Results*". Prima di fornire una descrizione delle tecniche adoperate, è necessario altresì determinare l'assetto del velivolo durante



Figura 5. 24 – Schema delle forze agenti sul velivolo durante la fase di corsa al suolo. [3]

lo svolgimento della corsa di rullaggio, imponendo l'equilibrio delle forze agenti longitudinalmente sul velivolo. Nella ipotesi che la spinta fornita dall'impianto propulsivo sia simmetrica rispetto al piano di mezzeria del velivolo nonché diretta parallelamente al suolo, risulta valida la seguente relazione.

$$\frac{W}{g} \cdot \frac{dV}{dt} = T - D - \mu_r \cdot (W - L)$$
(5.22)

Sviluppando la relazione (5.22), si ottiene quanto segue.

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{T}{W} - \left(C_{D0} + \Delta C_{D0TakeOff} + \frac{K_{ES} \cdot C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e_{TO}}\right) \cdot \frac{\rho \cdot S \cdot V^2}{2 \cdot W} - \mu_r + \mu_r \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_L \quad (5.23)$$

Il fattore K_{ES} tiene conto dell'effetto suolo sul *downwash* ed è legato alla distanza del piano dell'ala dal livello della pista di rullaggio.

$$K_{ES} = \frac{\left(16 \cdot \frac{h}{b}\right)^2}{1 + \left(16 \cdot \frac{h}{b}\right)^2}$$
(5.24)

L'assetto che consente al velivolo di avere la massima accelerazione è caratterizzato da un valore del coefficiente di portanza C_{Lopt} che si ottiene imponendo la condizione

$$\frac{\partial}{\partial C_L} \left(\frac{dV}{dt} \right) = 0 \quad . \tag{5.25}$$

Derivando la (5.11), uguagliando a zero e risolvendo rispetto a C_L , si ottiene

$$C_{Lopt} = \frac{\mu_r \cdot \pi \cdot AR \cdot e_{TO}}{2}.$$
 (5.26)

L'effettiva realizzazione di questo valore ottimale per il coefficiente di portanza $C_{\rm Lgr}$ durante la fase di corsa al suolo renderebbe necessario un assetto della fusoliera troppo picchiato. Generalmente, dunque, si accettano valori del $C_{\rm Lgr}$ anche superiori al $C_{\rm Lopt}$. Il programma DS06 offre all'utente la possibilità di valutare il $C_{\rm Lopt}$, attraverso un piccolo modulo di calcolo, e quindi di scegliere un opportuno valore del $C_{\rm Lgr}$ da utilizzare nel calcolo della S_g . Il coefficiente di resistenza $C_{\rm Dgr}$, infine, viene determinato mediante l'equazione della polare parabolica in campo incompressibile, a partire dal $C_{\rm D0}$ del velivolo in configurazione pulita, dall'incremento $\Delta C_{\rm D0TakeOff}$ dovuto alla presenza di ipersostentatori e carrello estesi nella configurazione di decollo, dal coefficiente di portanza $C_{\rm Lgr}$ e dal fattore K_{ES} .

$$C_{\text{Dgr}} = C_{D0} + \Delta C_{D0 \ TakeOff} + \frac{K_{ES} \cdot C_{Lgr}^2}{\pi \cdot AR \cdot e_{TO}}$$
(5.27)

Si è, dunque, pronti per procedere alla determinazione del valore della corsa al suolo secondo le quattro differenti tecniche di calcolo proposte all'interno del programma e descritte di seguito in ordine di grado di approssimazione crescente.

 Primo metodo – Si ipotizza che l'assetto del velivolo si mantiene costante durante la corsa di rullaggio. La S_g viene dunque definita attraverso la seguente relazione.

$$S_{g} = \int_{0}^{V_{LOFF}} \frac{V}{\dot{V}} \cdot dV = \int_{0}^{V_{LOFF}} \frac{\frac{W}{g}}{T - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^{2} \cdot S \cdot C_{Dgr} - \mu_{r} \cdot \left(W - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^{2} \cdot S \cdot C_{Lgr}\right)} \cdot V \cdot dV \quad (5.28)$$

Nella (5.16) compare la V_{LOFF} ovvero la velocità alla quale avviene il distacco delle ruote del velivolo dal suolo. Essa deve essere assegnata dall'utente attraverso il valore del rapporto V_{LOFF} / V_{STO} , che tipicamente assume un valore compreso tra 1.1 ed 1.2.

L'integrale può essere calcolato numericamente mediante un processo iterativo: all'istante di tempo $t_i = t_{i-1} + \Delta t$ con Δt fissato inizialmente, si ha un valore della velocità di traslazione orizzontale del velivolo che è dato da $V_i = V_{i-1} + \dot{V}_{i-1} \cdot \Delta t$ ed è compreso tra zero e V_{LOFF} ; in corrispondenza di esso si determinano la spinta disponibile nonché la resistenza aerodinamica e la forza di attrito che si oppongono al moto; sottraendo queste ultime due alla spinta fornita dal motore, si ottiene la forza di inerzia di cui è dotato il velivolo e quindi, dividendo per la massa dello stesso, la sua accelerazione \dot{V}_i lungo la pista di decollo; il valore di $\Delta V = V_{i+1} - V_i = \dot{V}_i \cdot \Delta t$ può essere pertanto ricavato ed a partire da esso si ottiene la velocità media $\overline{V} = V_i \cdot (1 + \Delta V)/2$; moltiplicando, infine, la velocità media per l'intervallo di tempo trascorso Δt , si determina lo spazio percorso ΔL . Ripetendo la procedura per velocità comprese tra zero e V_{LOFF} e sommando tutti i ΔL relativi ad i vari passi, si ottiene la distanza di rullaggio S_g .

Prima di proseguire con l'illustrazione degli altri metodi, vale la pena soffermarsi sulla descrizione dei modelli adottati per il calcolo della spinta disponibile durante la fase di decollo.

Il primo passo è costituito dalla valutazione della spinta statica del propulsore adottato, a partire dalle informazioni che sono state digitate in ingresso dall'utente. Nel caso dei velivoli dotati di motori ad elica, si adotta un metodo di valutazione semiempirico, proposto dal McCormick nel riferimento [8], secondo cui la spinta statica che il motore è in grado di erogare è valutabile attraverso il diagramma riportato nella figura seguente, a partire dalla conoscenza della potenza di targa e del carico di potenza (dato dal rapporto tra la potenza di targa e il diametro dell'elica). Tale tecnica di calcolo è valida a rigore soltanto per motori accoppiati con eliche a passo variabile.

Nel caso dei velivoli dotati di motore a getto, invece, si assume un valore della spinta statica coincidente con il valore della spinta di targa.



Figura 5. 25 – Diagramma per la determinazione della spinta statica dei motori ad elica, a partire dalla conoscenza della potenza di targa e del carico di potenza. [10]

Il secondo ed ultimo passo è costituito dalla valutazione della spinta che il propulsore è in grado di fornire in funzione della velocità. Nel caso dei velivoli equipaggiati con propulsori ad elica, la spinta erogata dal motore ad una data velocità in fase di decollo può essere valutata correggendo la spinta statica precedentemente ottenuta attraverso un fattore determinabile dal seguente grafico.



Figura 5. 26 – Diagramma per la determinazione del fattore correttivo della spinta statica dei motori ad elica, in fase di decollo. [10]

Nel caso dei velivoli dotati di motori del tipo turbogetto, la spinta erogata in funzione della velocità durante la fase di decollo viene valutata con l'ausilio dei diagrammi che riportano gli andamenti della funzione T = f(V, z, Temperatura) per i motori *Pratt & Whitney* JT4A-3 e JT4A-5. Le spinte riportate in tali grafici sono dapprima adimensionalizzate rispetto alla spinta di targa di questi motori e quindi adoperate dal programma DS06 per determinare la spinta del propulsore introdotto dall'utente mediante un processo di interpolazione basato su curve di tipo *spline*.

- 136 -



Figura 5. 27 – Diagramma per la determinazione della spinta al decollo dei motori *Pratt & Whitney* JT4A-3 e JT4A-5: V=0 kts. [10]



Figura 5. 28 - Diagramma per la determinazione della spinta al decollo dei motori *Pratt & Whitney* JT4A-3 e JT4A-5: V=100 kts. [10]



Figura 5. 29 - Diagramma per la determinazione della spinta al decollo dei motori *Pratt & Whitney* JT4A-3 e JT4A-5: V=200 kts. [10]



Figura 5. 30 – Motore turbogetto dotato di doppio compressore con flusso assiale, in grado di sviluppare 17500 libbre di spinta.

Nel caso dei velivoli dotati di motori del tipo *turbofan*, la spinta erogata in funzione della velocità durante la fase di decollo viene valutata con l'ausilio del diagramma che riporta gli andamenti della funzione T = f(V, z, Temperatura) per il motore *Pratt & Whitney* JT9D-7A. Le spinte riportate in tale grafico sono dapprima adimensionalizzate rispetto alla spinta di targa di questo motore e quindi adoperate dal programma DS06 per determinare la spinta del propulsore introdotto dall'utente mediante un processo di interpolazione basato su curve di tipo *spline*.



Figura 5. 31 - Diagramma per la determinazione della spinta al decollo del motore *Pratt & Whitney* JT9D-7A. [10]

• Secondo metodo – Si ipotizza che la spinta fornita dall'apparato propulsore del velivolo sia costante con la velocità. Questa si rivela essere una ipotesi accettabile nel caso del motore turbogetto, ma non nel caso dei motori ad elica e dei *turbofan* ad alto rapporto di diluizione. In queste ultime due circostanze si assume un valore comunque costante ed uguale alla spinta fornita ad una velocità pari al 70% della V_{LOFF} .

In virtù delle semplificazioni fatte, la relazione (5.28) diventa

$$\begin{cases} S_g = \frac{1}{2 \cdot g \cdot K_A} \cdot \ln\left(1 + \frac{K_A}{K_T} \cdot V_{LOFF}^2\right) \\ K_A = -\frac{\rho}{2 \cdot (W/S)} \cdot \left(C_{D0} + \Delta C_{D0TakeOff} + \frac{K_{ES} \cdot C_{Lgr}^2}{\pi \cdot AR \cdot e_{TO}} - \mu_r \cdot C_{Lgr}\right). \quad (5.29) \\ K_T = \frac{T}{W} - \mu_r \end{cases}$$

• **Terzo metodo** – Si ipotizza che la forza netta agente sul velivolo in direzione orizzontale (e non soltanto la spinta disponibile), la quale è presente al denominatore della funzione integranda nella relazione (5.28), sia costante ed uguale al valore da essa assunto per una $V = 0.7 \cdot V_{LOFF}$. In questo caso la relazione (5.28) diventa

$$S_{g} = \frac{W \cdot V_{LOFF}^{2}}{2 \cdot g} \cdot \left[\frac{1}{T - D - \mu_{r} \cdot (W - L)}\right]_{V = 0.7 V_{LOFF}}.$$
 (5.30)

Introducendo nella (5.30) la formula che esprime la velocità di stallo nella configurazione di decollo, è possibile mettere in evidenza i parametri progettuali da cui maggiormente dipende la distanza di rullaggio.

$$V_{LOFF} = \frac{V_{LOFF}}{V_{STO}} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{W}{S} \cdot \frac{1}{C_{L \max TO}}}$$
(5.31)

Si ottiene

$$S_{g} = \frac{\left(\frac{V_{LOFF}}{V_{STO}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{W}{S}\right)}{g \cdot \rho \cdot C_{L \max TO} \cdot \left[\frac{T}{W} - \frac{D}{W} - \mu_{r} \cdot \left(1 - \frac{L}{W}\right)\right]_{V=0.7V_{LOFF}}}.$$
(5. 32)

Si nota come il carico alare, il coefficiente di portanza massimo al decollo ed il rapporto tra spinta disponibile e peso del velivolo siano particolarmente influenti: in particolare, un aumento del carico alare, una diminuzione del $C_{L\max TO}$ od una diminuzione del T/W producono una crescita della lunghezza di rullaggio.

 Quarto metodo – Si ipotizza che la spinta disponibile sia di gran lunga superiore alla forza frenante complessiva data dalla somma della resistenza aerodinamica e della forza di attrito. Questa assunzione risulta accettabile alla luce del diagramma proposto nella figura seguente e che riporta il tipico andamento delle forze in gioco in funzione della distanza percorsa.



Figura 5. 32 – Diagramma delle forze, in gioco durante la fase di corsa al suolo del decollo, in funzione della distanza percorsa. [3]

In virtù delle ipotesi fatte, la relazione (5.32) diventa

$$S_{g} = \frac{\left(\frac{V_{LOFF}}{V_{STO}}\right)^{2} \cdot \left(\frac{W}{S}\right)}{g \cdot \rho \cdot C_{L \max TO} \cdot \left[\frac{T}{W}\right]_{V=0.7V_{LOFF}}}$$
(5.33)

Una volta raggiunta la V_{LOFF} , il velivolo effettua una rotazione a cabrare, durante la quale la velocità si mantiene con buona approssimazione costante e l'angolo di attacco cresce fino ad un valore tale da consentire il distacco delle ruote da terra ovvero fino ad ottenere il valore del coefficiente di portanza di distacco.

$$C_{L_{LOFF}} = \frac{C_{L \max TO}}{\left(\frac{V_{LOFF}}{V_{STO}}\right)^2} \qquad \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{LOFF}^2 \cdot S \cdot C_{L_{LOFF}} = W$$
(5.34)

Il tempo impiegato per l'effettuazione di tale manovra generalmente non è superiore ai due o tre secondi: l'utente ha la facoltà di introdurre un opportuno valore del tempo di rotazione attraverso la scheda "*Take-Off Iinput Data*" (è possibile introdurre un valore nullo qualora si ritenesse corretto non inglobare questo contributo nel computo della distanza di decollo complessiva). In definitiva, la distanza S_p percorsa durante tale fase è data dal prodotto della V_{LOFF} per l'intervallo di tempo impiegato per la manovra.

$$S_p = V_{LOFF} \cdot \Delta t_{pull-up} \tag{5.35}$$

Resta da determinare la distanza di involo. Il velivolo ha, dunque, staccato le ruote dalla pista ed ha ripreso ad accelerare fino ad arrivare alla velocità indicata col simbolo V_2 ed avente un valore uguale a circa 1.2 volte la velocità di stallo in condizioni di decollo. Durante questa fase, l'equilibrio del velivolo è descritto dalle seguenti equazioni.



Figura 5. 33 - Schema delle forze agenti sul velivolo durante la fase di involo. [8]

$$\begin{cases} T - D - W \cdot \sin \theta = \frac{W}{g} \cdot \frac{dV}{dt} \\ L - W \cdot \cos \theta = \frac{W}{g} \cdot V \cdot \frac{d\theta}{dt} \end{cases}$$
(5.36)

Per il calcolo della proiezione al suolo della distanza di involo si può procedere similmente a quanto visto nel primo metodo utile per la determinazione della corsa di rullaggio. Fissato un certo intervallo di tempo elementare Δt , si calcola la spinta disponibile ed il valore del coefficiente di portanza in corrispondenza di ogni velocità compresa tra la V_{LOFF} e la V_2 : in particolare, si adotta una relazione di tipo lineare che lega il coefficiente di portanza al valore della velocità del velivolo.

$$C_{L} = C_{L2} + \left(C_{L_{LOFF}} - C_{L2}\right) \cdot \frac{\left(V - V_{2}\right)}{\left(V_{LOFF} - V_{2}\right)}$$
(5.37)

Quindi, nota la portanza, si procede con il calcolo della accelerazione centripeta $d\theta/dt$ a partire dalla seconda equazione del sistema (5.36), nella quale si pone $\cos \theta \approx 1$ essendo $\theta \ll 1$. Moltiplicando $d\theta/dt$ per Δt , si ricava l'incremento subito durante il Δt stesso dall'angolo di inclinazione dell'asse normale del velivolo rispetto all'asse verticale locale. Determinato il nuovo valore di θ , è possibile valutare sia il rateo di salita a valle dell'intervallo Δt che quello medio nello stesso spazio temporale.

$$RC = V \cdot \sin \theta \tag{5.38}$$

Quindi si ha che

$$\begin{cases} \Delta z = \overline{RC} \cdot \Delta t \\ \Delta x = \overline{V} \cdot \Delta t \cdot \cos \theta \end{cases}$$
(5.39)

Ripetendo il procedimento fino alla distanza dal suolo dell'ostacolo da superare (solitamente di 15 metri ma anch'essa lasciata specificare all'utente in ingresso), si ricava la distanza di involo complessiva.

La distanza di decollo effettiva (DDE) – Durante la fase di rullaggio, può verificarsi un guasto ad un motore, il quale provoca un allungamento dello spazio necessario al decollo tanto maggiore quanto più bassa è la velocità alla quale si verifica il problema. In questo caso, risulta indispensabile la conoscenza l'andamento della distanza di decollo effettiva con un motore in operativo in funzione della velocità alla quale si verifica il guasto. Questo può essere calcolato con le stesse tecniche descritte nel primo metodo per la determinazione della corsa di rullaggio con tutti i motori funzionanti e nel metodo per la determinazione della distanza di involo. Questa volta, però, si assume un incremento del 10% del coefficiente di resistenza C_{Dgr} dovuto alla presenza del motore non funzionante. La spinta complessivamente disponibile, ovviamente, risulta decurtata della frazione competente al motore piantato a partire dalla velocità in corrispondenza della quale si è verificato il guasto..

La distanza di decollo abortito (DDA) – Se uno dei motori pianta durante la corsa di rullaggio, risulta fondamentale conoscere lo spazio di frenata necessario per fermare il velivolo, a partire dalla velocità raggiunta al momento del guasto e tenendo in conto l'eventuale presenza dell'inversione di spinta dei motori rimanenti.

Spazzando l'intervallo di valori di velocità compresi tra zero e la V_{LOFF} con la tecnica descritta nel primo metodo per la determinazione della corsa di rullaggio, è possibile ottenere l'andamento degli spazi di frenata in funzione della velocità raggiunta al momento del guasto. Sommando lo spazio di frenata alla distanza percorsa prima del guasto ed allo spazio percorso ad una velocità praticamente costante durante il breve intervallo di tempo (circa 3 secondi) che il pilota impiega per percepire il guasto ed azionare i freni , si ottiene la distanza di decollo abortito.

La distanza di decollo bilanciata (DDB) – La distanza di decollo bilanciata si definisce come la distanza di decollo effettiva (DDE) o la distanza di decollo abortito (DDA) quando queste due si eguagliano. Essa ha la peculiarità di essere la massima delle distanze di decollo possibili e si ottiene a partire da una preciso valore della velocità di avaria del motore, indicato con il simbolo $V_{critical}$: se, durante il rullaggio, i guasto al propulsore avviene ad una velocità inferiore alla $V_{critical}$, la distanza di decollo effettivo è ancora inferiore alla distanza di decollo abortito e pertanto conviene proseguire il decollo; se, viceversa, l'avaria al motore avviene ad una velocità superiore alla $V_{critical}$, la distanza di decollo abortito e quindi conviene arrestare il decollo.



Figura 5. 34 – Schema utile per la definizione della distanza di decollo bilanciata. [10]

Il programma DS06 determina le prestazioni di decollo del velivolo esaminato attraverso le metodologie appena descritte, fornendo in uscita i risultati numerici dei calcoli effettuati nonché i diagrammi di corsa al suolo, distanza di involo, distanza di decollo effettiva con un motore in operativo e distanza di decollo abortito in funzione della velocità di avanzamento del velivolo.



Figura 5. 35 - Diagramma della corsa di rullaggio in fase di decollo.



Figura 5. 36 – Diagramma della corsa di involo.



Figura 5. 37 – Diagramma della distanza di decollo effettiva e della distanza di decollo abortito.

5.3 – ESEMPIO APPLICATIVO: VELIVOLO BIMOTORE AD ELICA .

Dalla analisi preliminare del velivolo bimotore ad elica effettuata nei capitoli precedenti, si sono ricavati i dati riportati in Tabella 5.4. La potenza massima al decollo complessiva è di 1020 hp: trattandosi di un velivolo bimotore, si sceglie di adottare propulsori con potenza di targa pari a 600 hp accoppiati ad eliche a passo variabile del diametro di 2 metri. Si assume, inoltre, che il consumo specifico dell'impianto propulsivo sia costante con la velocità e con la quota nonché pari a 0.5 $lb/hp \cdot h$.

(W/S)то [psf]	37.0	Rendimento elica	0.800
Superficie alare di riferimento S [ft^2]	214	(W/P)то [lbs/hp]	7.75
Apertura alare [ft]	40.0	Рто [hp]	1200
Allungamento alare AR	7.47	CL ground	0.300
CLmax	1.50	VLOFF/VSTO	1.10
CLmax TO	2.00	V2/VSTO	1.20
CLmax L	2.50	Tempo di manovra [sec]	1.00
Fattore di Oswald (Clean)	0.800	Inversione di spinta [%]	0.00
Fattore di Oswald (TakeOff)	0.780	Kes	0.507
Fattore di Oswald (Landing)	0.750	Quota della pista di decollo [m]	0.00
CDo	0.0251	Temperatura atmosferica [°C]	25.0
dCDo (TakeOff Flap)	0.0110	Coefficiente di attrito volvente	0.0300
dCDo (Landing Flap)	0.0600	Altezza ostacolo [m]	15.0
dCDo (Gear Down)	0.0200		
dCDo (OEI)	0.00500		

Tabella 5.4 – Dati del velivolo bimotore a getto a valle della determinazione del punto di progetto.

Per quanto concerne lo spessore massimo percentuale medio dei profili alari ed il valore dell'angolo di freccia dell'ala, si fa riferimento ai dati di velivoli noti appartenenti alla stessa categoria pervenendo, pertanto, alla seguente scelta.

$$\left(\frac{t}{c}\right)_{avg} = 0.11 \qquad \Lambda_{\frac{1}{4}c} = 0^{\circ}$$
(5.40)

L'immissione dei dati raccolti e l'esecuzione del calcolo delle prestazioni conduce ai seguenti risultati.



Figura 5. 38 – Diagramma della polare aerodinamica in campo incompressibile.



Figura 5. 39 – Diagramma della efficienza aerodinamica in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 40 - Diagrammi della spinta necessaria e della spinta disponibile in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 41 - Diagrammi della potenza necessaria e della spinta disponibile in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 42 - Diagrammi del rateo di salita in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 43 - Diagrammi della autonomia di distanza in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 44 - Diagrammi della autonomia oraria in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) e z=6000 m (linea verde).



Figura 5. 45 – Diagramma del rateo di salita massimo in funzione della quota.



Figura 5. 46 – Diagramma della corsa al suolo in funzione della velocità.



Figura 5. 47 – Diagramma utile per la ricerca della distanza di decollo bilanciata.

La quota di tangenza teorica è di circa 7500 m; il massimo rateo di salita al livello del mare è di poco inferiore ai 10 m/s; la massima autonomia di distanza è di circa 2500 km; la distanza di decollo bilanciata è di circa 260 metri mentre la $V_{critical}$ è pari a 56 km/h. Per l'ottenimento di questi valori non sono stati considerati gli effetti della compressibilità.

5.4 – ESEMPIO APPLICATIVO: VELIVOLO DA TRASPORTO A GETTO .

Dalla analisi preliminare del velivolo da trasporto a getto effettuata nei capitoli precedenti, si sono ricavati i dati riportati in Tabella 5.5. La spinta massima al decollo complessiva è di 38000 lbs: trattandosi di un velivolo bimotore, si sceglie di adottare propulsori con spinta di targa pari a 20000 lbs. Si assume, inoltre, che il consumo specifico dell'impianto propulsivo sia costante con la velocità e con la quota nonché pari a $0.6 \ lb/lb \cdot h$.

(W/S)то [psf]	115.0
Superficie alare di riferimento S [ft^2]	1100
Apertura alare [ft]	101
Allungamento alare AR	9.40
CLmax	1.80
CLmax TO	2.20
CLmax L	2.50
Fattore di Oswald (Clean)	0.800
Fattore di Oswald (TakeOff)	0.780
Fattore di Oswald (Landing)	0.740
CDo	0.0222
dCDo (TakeOff Flap)	0.0180
dCDo (Landing Flap)	0.0660
dCDo (Gear Down)	0.0230
dCDo (OEI)	0.00500

Rapporto di diluizione Alto (T/W)то 0.300 TTO [lbs] 40000 CL ground 0.400 VLOFF/VSTO 1.10 V2/VSTO 1.20 Tempo di manovra [sec] 2.00 Inversione di spinta [%] 50.0 0.507 Kes Quota della pista di decollo [m] 0.00 Temperatura atmosferica [°C] 25.0 Coefficiente di attrito volvente 0.0300 Altezza ostacolo [m] 15.0

Tabella 5. 5 – Dati del velivolo bimotore a getto a valle della determinazione del punto di progetto.

Per quanto concerne lo spessore massimo percentuale medio dei profili alari, il valore dell'angolo di freccia dell'ala ed il valore del rapporto di rastremazione, si fa riferimento ai dati di velivoli noti appartenenti alla stessa categoria pervenendo, pertanto, alla seguente scelta.

$$\left(\frac{t}{c}\right)_{avg} = 0.11$$
 $\Lambda_{\frac{1}{4}c} = 25^{\circ}$ $\tau = 0.270$ (5.41)

L'immissione dei dati raccolti e l'esecuzione del calcolo delle prestazioni conduce ai seguenti risultati.



Figura 5. 48 – Diagramma delle polari aerodinamiche: M=0.000 (linea rossa), M=0.700 (linea blu), M=0.750 (linea verde), M=0.800 (linea gialla).



Figura 5. 49 - Diagramma della efficienza aerodinamica in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu), z=7000 m (linea verde) e z=9800 m (linea gialla).



Figura 5. 50 - Diagrammi della spinta necessaria e della spinta disponibile in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu), z=7000 m (linea verde) e z=9800 m (linea gialla).



Figura 5. 51 - Diagrammi della potenza necessaria e della spinta disponibile in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu) , z=7000 m (linea verde) e z=9800 m (linea gialla).



Figura 5. 52 - Diagrammi del rateo di salita in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu), z=7000 m (linea verde) e z=9800 m (linea gialla).



Figura 5. 53 - Diagrammi della autonomia di distanza in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=4000 m (linea blu), z=7000 m (linea verde), z=9800 (linea gialla).



Figura 5. 54 - Diagramma del rateo di salita massimo in funzione della quota.



Figura 5. 55 – Inviluppo di volo per il velivolo da trasporto a getto.



Figura 5. 56 – Diagramma utile per la determinazione della distanza di decollo bilanciata.



Figura 5. 57 – Diagramma delle forze che intervengono nella determinazione della corsa di rullaggio, in funzione della velocità di avanzamento del velivolo.

La quota di tangenza teorica è di circa 10000 m, avendo considerato un peso pari a quello massimo al decollo; il massimo rateo di salita al livello del mare è di poco inferiore ai 14 m/s; la massima autonomia di distanza è di circa 3000 km; la distanza di decollo bilanciata è di circa 1700 metri mentre la $V_{critical}$ è pari a 214 km/h. Per l'ottenimento di questi valori sono stati considerati gli effetti della compressibilità relativi a profili della famiglia "*Peaky*".

5.5 – ESEMPIO APPLICATIVO: IL CASO DEL "ATR42-300".

L'applicazione del modulo di calcolo delle prestazioni al caso del velivolo *ATR42-300* (i cui dati di ingresso sono riportati in Tabella 5.6), produce i risultati riportati di seguito.

Peso massimo al decollo [kg]	16700
Peso del combustibile [kg]	4500
Superficie alare di riferimento S [m^2]	54
Allungamento alare AR	11
Angolo di freccia a c/4 [°]	0
Rapporto di rastremazione	0.800
Spessore massimo profilo medio	0.11c
CLmax	1.80
Fattore di Oswald (Clean)	0.800
CDo	0.0230
Рто [hp]	3600
Diametro eliche [m]	3.96
Numero motori	2
CL ground	0.400
VLOFF/VSTO	1.10
V2/VSTO	1.20
Tempo di manovra [sec]	2.00
Inversione di spinta [%]	0
Kes	0.507
Quota della pista di decollo [m]	0.00
Temperatura atmosferica [°C]	25.0
Coefficiente di attrito volvente	0.0300
Altezza ostacolo [m]	15.0

Tabella 5. 6 – Dati del velivolo ATR42-300.



Figura 5. 58 - - Diagramma della efficienza aerodinamica in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=3000 m (linea blu), z=5000 m (linea verde) e z=700 m (linea gialla).



Figura 5. 59 - Diagrammi della potenza necessaria e della spinta disponibile in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=3000 m (linea blu), z=5000 m (linea verde) e z=7000 m (linea gialla).



Figura 5. 60- Diagrammi del rateo di salita in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=3000 m (linea blu), z=5000 m (linea verde) e z=7000 m (linea gialla).



Figura 5. 61 - Diagrammi della autonomia di distanza in funzione della velocità di volo per differenti quote: z=0 m (linea rossa), z=3000 m (linea blu), z=5000 m (linea verde), z=7000 (linea gialla).



Figura 5. 62 - - Diagramma del rateo di salita massimo in funzione della quota.



Figura 5. 63 – Inviluppo di volo per il velivolo ATR42-300.



Figura 5. 64 - – Diagramma utile per la determinazione della distanza di decollo bilanciata.

5.6 – CONSIDERAZIONI FINALI.

L'analisi preliminare delle prestazioni evidenzia, sia per il velivolo bimotore ad elica che per il velivolo trasporto a getto, come la scelta delle principali caratteristiche progettuali (quali pesi, superficie alare, allungamento alare, spinta massima al decollo e valori massimi del coefficiente di portanza), effettuata nelle fasi di determinazione dei pesi e del punto di progetto, comporti il pieno soddisfacimento di tutte le prestazioni assegnate all'interno delle corrispondenti specifiche di progetto.

Dunque, come detto nella introduzione del capitolo, il modulo di calcolo delle prestazioni si dimostra un utile strumento di verifica della rispondenza delle caratteristiche del velivolo in fase di dimensionamento con i requisiti inizialmente fissati come obiettivi della progettazione. Questo stesso modulo risulta ancora di fondamentale importanza a valle della definizione di altri particolari del velivolo esaminato, che consentono la definizione della curva polare aerodinamica in campo incompressibile in maniera più dettagliata rispetto a quella finora adoperata di tipo statistico-analitica. Già a partire dal modulo successivo del programma DS06 è possibile analizzare in maggiore dettaglio l'ala del velivolo nei suoi aspetti geometrici, aerodinamici e strutturali, al fine di pervenire alla determinazione della relativa polare aerodinamica in campo incompressibile.